

## تخمین عمق و فاکتور شکل بی‌هنجاری‌های گرانی با شکل‌های ساده هندسی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

مرضیه ولی اقبال<sup>۱</sup>، وحید ابراهیم زاده اردستانی<sup>۲\*</sup> و کیوان برنا<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران

<sup>۲</sup> استاد، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده علوم کامپیوتر و ریاضیات، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۰۷، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۰۶)

### چکیده

یکی از مهم‌ترین مسائل ژئوفیزیکی در اکتشاف کانسارهای معدنی، تخمین عمق ساختارهای مدفون با استفاده از داده‌های مشاهده‌ای گرانی‌سنجی است. در این مقاله با استفاده از یکی از روش‌های هوشمند الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، عمق توده‌های بی‌هنجاری گرانی با شکل‌های هندسی ساده‌ای همچون کره، استوانه افقی و استوانه قائم تخمین زده می‌شود. این شکل‌های هندسی می‌توانند درصد زیادی از بی‌هنجاری‌های زیر سطحی را همانندسازی کنند.

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات که از جمله الگوریتم‌های تکاملی است، الهام گرفته از رفتار دسته‌جمعی پرندگان برای یافتن غذا در فضا به صورت تصادفی است. به علت یکتا نبودن جواب و همچنین وجود چندین کمینه محلی در حل مسائل وارون گرانی‌سنجی، به کارگیری این الگوریتم برای وارون‌سازی مناسب است. استفاده از الگوریتم‌های تصادفی به جای الگوریتم‌های قطعی می‌تواند از رسیدن و توقف الگوریتم در یک مقدار محلی جلوگیری کند. در این پژوهش برای مدل‌سازی داده‌های گرانی با استفاده از روش PSO، دو پارامتر عمق (z) و فاکتور شکل (q) به عنوان ذرات در این الگوریتم فرض می‌شوند و محدوده‌های بیشینه و کمینه عمق، اطلاعات اولیه محسوب می‌شوند. در این روش که برای داده‌های مصنوعی بدون نوفه و آغشته به نوفه تصادفی ۳٪، ۵٪ و ۷٪ به کار رفت، دقت برآورد پارامترهای هندسی خوب است. همچنین این روش برای داده واقعی مربوط به اکتشاف باریت در منطقه استان فارس نزدیک شهر آباده استفاده شد و عمق حاصل از روش PSO برابر با ۸/۱۵ متر به دست آمد که با نتایج روش اویلر برای عمق و نتایج بررسی‌های محلی انجام گرفته با خاک‌برداری همخوانی خوبی نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** تفسیر گرانی، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، اجسام هندسی ساده، برآورد عمق

## ۱ مقدمه

مدل‌سازی وارون بی‌هنجاری گرانی، به فرایند عددی ساختن یک مدل از ساختار توده جرمی در زیر زمین با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده روی سطح زمین و یک سری اطلاعات اولیه اطلاق می‌شود. با مدل به‌دست‌آمده می‌توان تفسیرهایی از ساختار زمین‌شناسی عرضه کرد. مدل‌سازی یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین مراحل تفسیر داده‌ها است (کیو و همکاران، ۲۰۰۹).

هدف اصلی مسائل وارون در گرانی‌سنجی، دستیابی به اطلاعاتی درباره ساختار درونی زمین است که از راه اندازه‌گیری روی سطح زمین صورت می‌گیرد. مشکل اساسی در حل این دسته از مسائل، یکتا نبودن جواب است (باربوسا و جوا، ۱۹۹۴). به‌منظور فائق آمدن بر این مشکل می‌توان از اطلاعات اضافه درباره پارامترهای مدل (ساختار زیرسطحی) یا پارامترهای داده‌ها (ویژگی‌های آماری داده‌ها نظیر توزیع گاوسی) در فرایند مدل‌سازی وارون استفاده کرد (جکسون، ۱۹۷۹ و مونتسینز و همکاران، ۲۰۰۵).

به‌طور کلی روش‌های حل مسائل وارون را می‌توان به دو دسته زیر تقسیم کرد:

الف. روش‌های جست‌وجوی محلی. این روش‌ها مسائل وارون را به‌صورت تحلیلی و بر مبنای دیفرانسیل‌گیری حل می‌کنند. شرط استفاده از این روش‌ها در اختیار داشتن اطلاعات گرادیان تابع هدف است. این روش‌ها سرعت همگرایی زیادی در برآورد پارامترهای مدل دارند، اما مناسب بودن آنها تنها برای تابع هدف‌هایی که فقط یک کمینه محلی دارند، از محدودیت‌های آنها به‌شمار می‌رود (سنی و همکاران، ۲۰۰۸؛ سنی و همکاران، ۲۰۰۹ و باربوسا و جوا، ۱۹۹۴)؛

ب. روش‌های جست‌وجوی سراسری (Global optimization methods). در صورتی که تابع هدف چندین کمینه محلی و یک کمینه عام داشته باشد باید از

روش‌های بهینه سراسری استفاده شود. با استفاده از این روش‌ها آسان می‌توان اطلاعات اضافه همچون اطلاعات زمین‌شناسی را وارد مسئله کرد (اسنوپک، ۲۰۰۵). استفاده از الگوریتم‌های تصادفی به‌جای الگوریتم‌های قطعی می‌تواند از رسیدن و توقف الگوریتم در یک مقدار محلی جلوگیری کند. همچنین الگوریتم‌های تصادفی بر فرض‌های اولیه کمتری تکیه دارند.

روش مونت کارلو (Monte Carlo) قدیمی‌ترین روش بهینه‌سازی سراسری است که بر پایه حرکت‌های تصادفی پایه‌ریزی شده است و اولین بار، کیلیس-بروک و یانوسکایا (۱۹۶۷) برای حل مسائل وارون ژئوفیزیک به‌کاربردند. از آنجا که روش مونت کارلو بسیار زمان‌بر است و هیچ‌گونه جهت‌دهی در جستجوی آن وجود ندارد، پژوهشگران روش‌های مختلف جستجو را برای بهینه‌سازی سراسری ارائه کرده‌اند تا زمان بهینه‌سازی کاهش یابد.

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO Particle Swarm Optimization) یکی از روش‌های بهینه‌سازی جدید است که به‌دلیل کارایی و سادگی، توجه بسیاری از پژوهشگران را در زمینه‌های گوناگون علوم و مهندسی به خود جلب کرده است.

ایده اولیه الگوریتم حرکت جمعی ذرات، از پرواز دسته‌جمعی پرندگان برداشت شده است که به‌صورت تصادفی، در فضایی دنبال غذا می‌گردند. سنی و همکاران (۲۰۰۹) تعدادی نمونه مصنوعی ساده را با استفاده از استوانه‌های مدفون (با عمق و چگالی مجهول) ارائه دادند و نتایج را با دیگر روش‌های به‌دست‌آمده از روش مارکوارت-لونبرگ (Marquardt-Levenberg)، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده و تقریب‌های بهینه‌سازی کلونی مورچه مقایسه کردند. نتیجه مقایسه حاکی است الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات نسبت به دیگر الگوریتم‌ها اجرای بهتری دارد و سرعت

کارایی خوبی برای تخمین عمق توده بی‌هنجاری، ضریب دامنه، زاویه مغناطش مؤثر، فاکتور شکل و مختصات افقی منبع دارد.

در این مقاله سعی بر آن است که با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، عمق و فاکتور شکل بی‌هنجاری‌های گرانی با شکل‌های ساده هندسی همچون کره، استوانه افقی و استوانه قائم تخمین زده شود.

## ۲ مسئله مستقیم

بی‌هنجاری گرانی ناشی از ساختار زمین‌شناسی ساده در امتداد مقطع واقع در بالای جسم به صورت زیر بیان می‌شود (اسا، ۲۰۱۰):

$$J(x_i, z) = A \frac{cx_i (\cos\theta)^n + z^p (\sin\theta)^m}{(x_i^2 + z^2)^q}, \quad (1)$$

$$i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm k,$$

که  $k$  عدد صحیح،  $z$  عمق جسم برحسب متر و  $A$  فاکتور دامنه است که به پارامترهای فیزیکی منبع وابسته است.  $\theta$  زاویه قطبیدگی است که در گرانی قائم رو به پایین است.  $x_i$  مختصات افقی برحسب متر و  $q$  فاکتوری بدون بعد است که به شدت به شکل ساختار وابسته است. مقادیر  $c$ ،  $m$ ،  $n$  و  $p$  در جدول ۱ نوشته شده است؛ برای مثال فاکتور شکل برای کره (سه‌بعدی)، استوانه افقی (دو‌بعدی) و استوانه قائم (سه‌بعدی) به ترتیب  $1/5$ ،  $1$  و  $0/5$  است. برای همه شکل‌ها، که تابعی از  $q$  هستند، معادله (۱) در مبدأ به صورت زیر است:

$$A = \frac{J(0)z^{2q-p}}{(\sin\theta)^m}, \quad (2)$$

که  $J(0)$  مقدار بی‌هنجاری در مبدأ است.

برای گرانی،  $c=0$ ،  $n=0$  و  $m=0$  است. معادله (۱) را با استفاده از معادله (۲)، به صورت رابطه (۳) می‌توان نوشت:

$$J(x_i, z) = J(0) \frac{z^{2q}}{(x_i^2 + z^2)^q}, \quad (3)$$

با استفاده از این رابطه می‌توان اثر بی‌هنجاری گرانی را برای هر سه شکل هندسی ساده همچون کره، استوانه افقی و استوانه قائم به دست آورد.

همگرایی این الگوریتم و بهینه‌سازی کلونی مورچه نسبت به الگوریتم ژنتیک و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده بیشتر است.

در ژئوفیزیک کاربردی، بهینه‌سازی ازدحام ذرات را فرناندز-آلوارز و همکاران (۲۰۰۶)، شاو و اسریواستاوا (۲۰۰۷) و فرناندز-مارتینز (۲۰۱۰ الف، ب) معرفی کردند. کاربرد بهینه‌سازی ازدحام ذرات تعمیم‌یافته برای حل و ارزیابی مسئله وارون مقاومت ویژه جریان مستقیم یک‌بعدی را فرناندز-مارتینز (۲۰۱۰ الف) پیشنهاد کردند. سانتوس (۲۰۱۰) روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات را جهت وارون‌سازی داده پتانسیل خودزا برای بی‌هنجاری‌های ناشی از وجود اجسام هندسی ساده همچون کره، استوانه و صفحات شیبدار به کاربرد. پارامترهای وارون‌سازی در آن مطالعه شامل عمق توده، موقعیت بی‌هنجاری، گشتاور دوقطبی، زاویه قطبیدگی یا زاویه شیب و نیم‌پهنا در اجسام صفحه‌ای شکل هستند. الگوریتم برای داده‌های مصنوعی و حقیقی در دو منطقه در هند و پرتغال اجرا شده است. نتایج وارون‌سازی، همخوانی خوبی با نتایج سایر روش‌ها دارد.

سینق و بیسواس (۲۰۱۵) از الگوریتم (Global) GPSO (Particle Swarm Optimization) برای وارون‌سازی بی‌هنجاری‌های گرانی باقیمانده در ساختارهای زمین‌شناسی با اشکال هندسی ساده استفاده و موقعیت بی‌هنجاری، عمق توده و شکل هندسی توده بی‌هنجاری را به خوبی برآورد کردند.

پالرو و همکاران (۲۰۱۵، ۲۰۱۷) خانواده کاملی از بهینه‌سازهای ازدحام ذرات را برای وارون‌سازی دو‌بعدی و سه‌بعدی داده‌های گرانی و تعیین عمق سنگ کف در حوزه‌های رسوبی به‌کاربردند. اسا و الحسین (۲۰۱۸) الگوریتم PSO را برای ساختارهای زمین‌شناسی با اشکال هندسی ساده جهت تفسیر داده‌های مغناطیسی استفاده کردند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که این الگوریتم

جدول ۱. مقادیر  $p$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $c$  و  $q$  برای محاسبه گرانی اجسام مختلف.

شکل	q	c	m	n	p
کره	۱/۵	۰	۰	۰	۱
استوانه افقی	۱	۰	۰	۰	۱
استوانه قائم	۰/۵	۰	۰	۰	۰

است که کاربردهای زیادی در علوم کامپیوتر و سایر علوم دارد. در این روش هر ذره با دنبال کردن ذرات بهینه در حالت فعلی، به حرکت خود در فضای مسئله ادامه می‌دهد. در الگوریتم PSO به مجموعه جواب‌ها گروه (swarm) می‌گویند و هر جواب همانند پرنده‌ای فرض می‌شود که در دسته‌ای از پرندگان است و ذره (particle) نامیده می‌شود. هر ذره یک مقدار شایستگی دارد که با استفاده از تابع شایستگی محاسبه می‌شود. جهت حرکت ذرات با توجه به سرعتشان تعیین می‌شود.

الگوریتم مذکور شامل یک نسل از پرندگان است؛ در فرایند تکاملی الگوریتم، پرنده جدیدی از نسل قبل (جواب‌های جدیدی از جواب‌های قدیمی) ایجاد نمی‌شود بلکه هر پرنده پرواز خود را با توجه به پرواز خود و سایر پرندگان گروه به سوی هدف بهبود می‌بخشد.

جستجوی سراسری (اکتشاف) یعنی الگوریتم به چه میزان می‌تواند ناحیه‌های متفاوتی از فضای جستجو را اکتشاف کند. در مقابل، جستجوی محلی (استخراج) یعنی الگوریتم فقط ناحیه‌هایی را جستجو کند که احتمال وجود جواب در آنها وجود دارد. اکتشاف خیلی کمتر از استخراج به همگرایی زودرس منجر می‌شود. از طرف دیگر، اکتشاف بیشتر از استخراج به همگرایی الگوریتم به راه‌حل مطلوب منجر می‌شود. الگوریتم بهینه‌سازی خوب، بین این دو گونه جستجو تعامل برقرار می‌کند. در مدل بهینه‌سازی ازدحام ذرات، هر ذره از سه بردار تشکیل شده است: سرعت  $v_i$ ؛ موقعیت کنونی  $x_i$  و بهترین موقعیت قبلی (previous best position). فرض کنید که تابع هدف،  $D$  بعدی است (بعد مسئله همان تعداد پارامترهای مسئله است). اگر  $i$  شمارنده تکرار باشد، سرعت  $v_i$  و موقعیت ذره  $i$  ( $x_i$ ) از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} v_i &= (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, \dots, v_{iD}), \\ x_i &= (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{iD}). \end{aligned} \quad (4)$$

### ۳ الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یا الگوریتم پرندگان یکی از روش‌های بهینه‌سازی است که برای حل مسئله بهینه‌سازی عددی با فضای جستجوی بسیار بزرگ بدون نیاز به اطلاع از گرادیان تابع هدف و بهینه‌سازی غیرخطی توابع پیوسته مطرح شد. این روش را که اولین بار کندی و ابرهارت (۱۹۹۵) مطرح کردند، از حرکت پرندگان در جستجوی غذا الهام گرفته شده است. پرندگان گاهی به شکل منظم گرد هم می‌آیند. در واقع حرکت پرندگان تابعی از فاصله بهینه بین خود و همسایگان است.

همان‌طور که اشاره شد، ایده اولیه الگوریتم حرکت جمعی ذرات از پرواز دسته‌جمعی پرندگان برداشت شده است. فرض کنید گروهی از پرندگان در فضایی به صورت تصادفی دنبال غذا می‌گردند. تنها یک تکه غذا در این فضا وجود دارد و هیچ‌یک از پرندگان، محل غذا را نمی‌دانند. یکی از بهترین راهبردها برای یافتن غذا می‌تواند دنبال کردن پرنده‌ای باشد که کمترین فاصله را تا غذا دارد. ایده اصلی بهینه‌سازی ازدحام ذرات از این سناریو الهام گرفته شده است. در این نوع بهینه‌سازی، هر راه‌حل، یک پرنده در فضا خواهد بود که به آن یک ذره گفته می‌شود. هر ذره یک مقدار شایستگی دارد که با تابع شایستگی محاسبه می‌شود. هرچه ذره در فضای جستجو به هدف (غذا در مدل حرکت پرندگان) نزدیک‌تر باشد، شایستگی بیشتری دارد. همچنین هر ذره، سرعتی دارد که هدایت حرکت یک ذره را بر عهده دارد. این روش یک نوع هوش جمعی مبتنی بر اصول روان‌شناسی اجتماعی

۱. تعیین پارامترهای اصلی مرتبط با PSO. در این مطالعه تعداد ذرات ۵۰ و بیشترین تعداد تکرار نیز ۵۰ فرض شده است. ضرایب  $c_1$  و  $c_2$  تأثیر قدرت اکتشافی و استخراج محلی الگوریتم را تنظیم می‌کنند. در این مقاله  $c_1 = 1/2$  و  $c_2 = 0/8$  است. تعداد پارامترهای مدل در این مسئله، دو پارامتر است که شامل عمق (z) و فاکتور شکل (q) است؛

۲. جمعیت اولیه از ذرات در محدوده حرکتی پارامترهای ورودی به صورت تصادفی در فضای جستجو ایجاد می‌شود؛

۳. هر ذره مقدار تابع هدف متناظر با موقعیت خود در فضا را مطابق معادله (۹) محاسبه می‌کند:

(۹)

$$\frac{\|g^{obs} - g^{pre}\|}{\|g^{obs}\|} \leq \text{tol}(\%)$$

که  $g^{obs}$  داده مشاهده‌ای و  $g^{pre}$  داده پیش‌بینی شده با استفاده از معادله (۳) است؛

۴. هر ذره با توجه به موقعیت فعلی خود و سایر ذرات، بهترین موقعیتی را که تاکنون در آن بوده است به همراه موقعیت بهترین ذره در میان جمعیت شناسایی می‌کند؛

۵. هر ذره با ترکیب اطلاعات گفته شده مطابق با روابط (۷) و (۸) جهتی را برای حرکت انتخاب می‌کند؛

۶. پس از انجام دادن حرکت جمعی، یک مرحله از الگوریتم به پایان می‌رسد؛

۷. مراحل ۳ تا ۵ تا رسیدن به آخرین تکرار الگوریتم بهینه‌سازی ادامه می‌یابد؛

۸. با همگرایی فرایند بهینه‌سازی، نقطه بهینه یافت می‌شود. نگارندگان، تمامی مراحل مدل‌سازی و بهینه‌سازی را در نرم افزار متلب (MATLAB) تهیه کرده‌اند.

در هر تکرار، سرعت و موقعیت ذرات با توجه به معادلات (۷) و (۸) به‌روزرسانی می‌شود.

بهترین موقعیت قبلی  $pbest_i$  در

(۵)

$$pbest_i = (pbest_{i1}, pbest_{i2}, pbest_{i3}, \dots, pbest_{iD})$$

ذخیره می‌شود. در هر فرایند، بهترین موقعیت کشف شده از تمام بهترین موقعیت‌های قبلی را بهترین موقعیت جهانی (global best position) می‌نامند:

$$gbest = (gbest_1, gbest_2, gbest_3, \dots, gbest_D) \quad (۶)$$

این الگوریتم سه مرحله دارد: مقداردهی اولیه؛ تکرار و معیار پایان‌دهی. در مرحله اول، جمعیت، مقداردهی اولیه می‌شود و به‌طور تصادفی در فضای جستجو توزیع می‌شود. در مرحله تکرار، سرعت‌ها و موقعیت ذرات با معادلات (۷) و (۸) به ترتیب به‌روزرسانی می‌شوند. معادله سرعت و معادله مکان در این الگوریتم برابر است با (کندی و ابره‌ه‌ارت، ۱۹۹۵):

(۷)

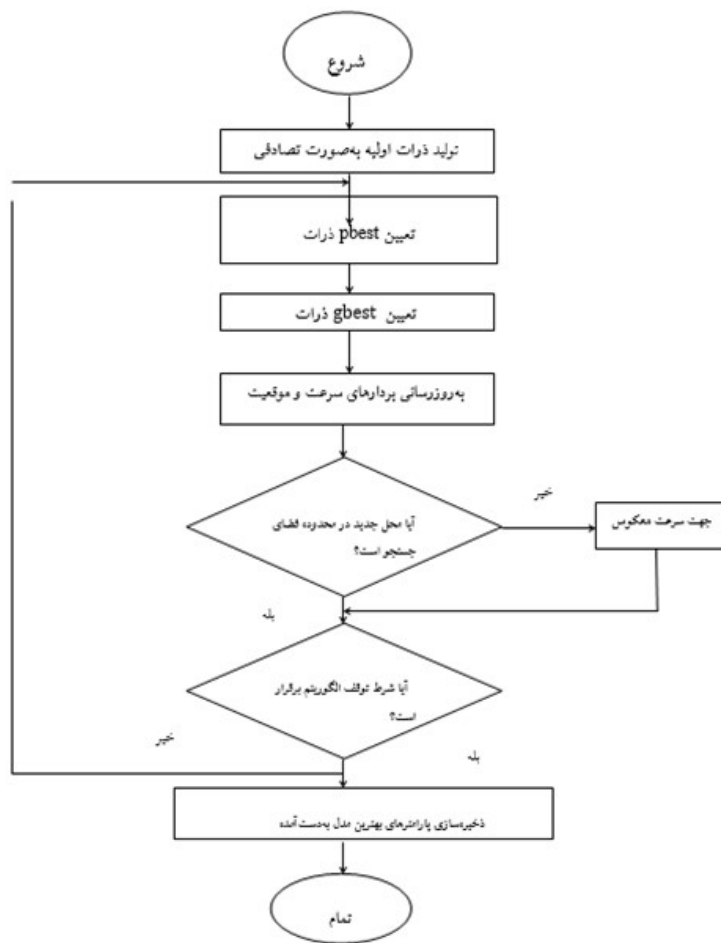
$$v_i^{t+1} = v_i^t + c_1 \cdot r_1 (pbest_i^t - x_i^t) + c_2 \cdot r_2 (gbest^t - x_i^t),$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1}. \quad (۸)$$

$r_1$  و  $r_2$  مقادیر حقیقی تصادفی در فواصل  $[0, 1]$  هستند. سرعت ذرات در هر بعد در محدوده  $[-v_{max}, v_{max}]$  قرار دارد.  $c_1$  و  $c_2$  دو ثابت مثبت هستند که به ترتیب تأثیر نسبی مؤلفه‌های اجتماعی و ادراک را نشان می‌دهند. اگر معیار پایان‌دهی محقق شود، الگوریتم بهترین حل را ایجاد می‌کند و در غیر این صورت، فرایند تکرار ادامه می‌یابد. شکل ۱ مراحل لازم در اجرای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات را نشان می‌دهد.

می‌توان مدل‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی را با استفاده

از بهینه‌سازی ازدحام ذرات به صورت زیر شرح داد:



شکل ۱. روندنمای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات PSO.

#### ۴ مدل‌های مصنوعی

در این بخش با استفاده از روشی که توضیح داده شد، نمونه‌های عددی بررسی می‌شوند. برای نشان دادن کارایی این روش، مدل‌های کره، استوانه افقی و استوانه قائم انتخاب شدند. این مدل‌ها و اثر گرانی هریک از آنها با شکل نمایش داده خواهد شد. خطای تصادفی ۳٪، ۵٪ و ۷٪ به مجموعه داده‌های فرضی اضافه و با توجه به روش ذکر شده، عمق و فاکتور شکل محاسبه می‌شود.

#### ۴-۱ کره

مدل مصنوعی، کره‌ای است با تباین چگالی  $300 \text{ kg/m}^3$

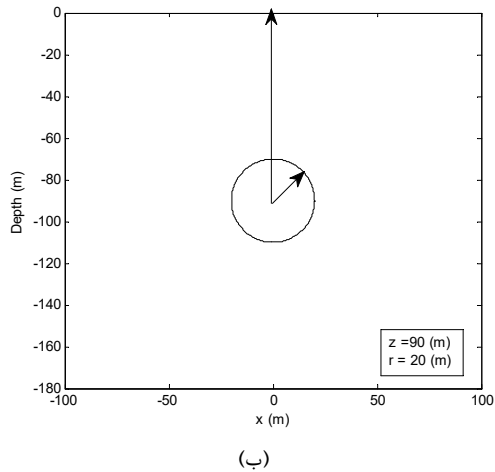
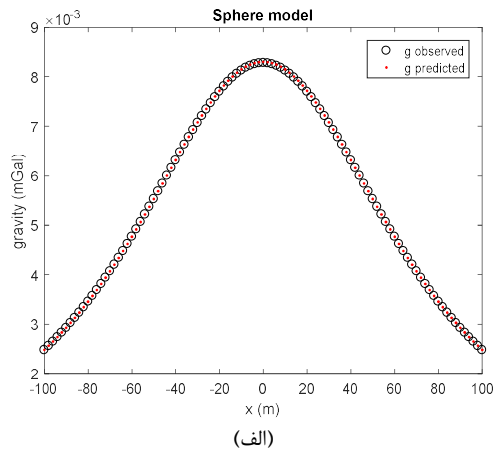
که عمق از مرکز آن تا سطح زمین ۹۰ m است. در شکل ۲- الف اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای و در شکل ۲- ب، مدل مصنوعی کره در عمق ۹۰ متر و شعاع ۲۰ متر نشان داده شده است.

شکل ۳، بافت‌نگار پارامترهای مدل (z و q) را نشان می‌دهد که q پارامتری است که به شکل ساختار وابسته است و z عمق توده بی‌هنجاری برحسب متر است. بافت‌نگار، نمایش گرافیکی توزیع داده‌های عددی است که طول ستون‌های آن، نمایش‌دهنده میزان تکرار یا بسامد وقوع است و در بیشتر تحلیل‌های آماری نیز به کار می‌رود. این بافت‌نگارها با توجه به پارامترهای مدل‌های معادل، با

برای مدل وارون، فراوانی مقدار  $q$  برابر  $1/48$  است؛ بنابراین تقریباً شکل کره با دقت زیادی تخمین زده شده است. عمق تخمین‌زده شده  $89/16 = Z$  متر است که برای داده بدون نوفه عمق را با خطای ۱ درصد تخمین زده است. برای به‌دست‌آوردن این نتایج، حد پایین برای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات  $[q_{min}, q_{max}] = [0/5, 30]$  و حد بالا  $[Z_{min}, Z_{max}] = [1/5, 150]$  است.

شکل ۴ خطاهای نسبی را در هر تکرار برحسب درصد و پراکندگی ازدحام ذرات را در هر تکرار نشان می‌دهد. در تکرار بیستم کمترین خطای نسبی مشاهده می‌شود که مقدار آن  $0/8\%$  است (شکل ۴-الف). در این تکرار، کمترین پراکندگی بین ذرات دیده می‌شود (شکل ۴-ب)؛ بنابراین در تکرار بیستم ذرات به جواب درست همگرا شده و مدل درست تخمین زده شده است.

برای بررسی پایداری الگوریتم در برابر نوفه، داده با نوفه تصادفی  $3\%$  نیز آزمایش شده است. شکل ۵، بافت‌نگارها را با توجه به پارامترهای مدل‌های معادل با خطایی کمتر از  $2/5$  درصد نشان می‌دهد. برای مدل وارون،  $q=1/35$  به‌دست‌آمد که تقریباً شکل کره را به‌درستی تخمین زده است. با توجه به بافت‌نگار مذکور که فراوانی مقدار عمق در  $82/15$  متر است، عمق تخمینی خطایی معادل  $8/7$  درصد را نشان می‌دهد. جدول ۲ نتایج عددی اثر گرانی مدل مصنوعی کره را با نوفه تصادفی  $3\%$  و بدون نوفه تصادفی نشان می‌دهد.

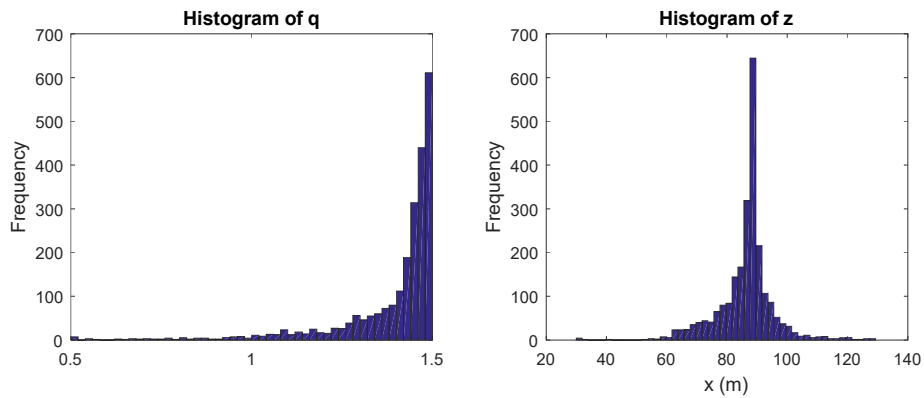


شکل ۲. الف) اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برای توده بی‌هنجاری به شکل کره بدون نوفه (ب) کره به شعاع ۲۰ متر واقع در عمق ۹۰ متری.

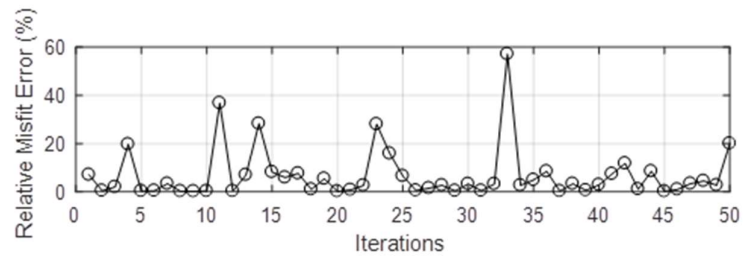
خطایی کمتر از  $1\%$  محاسبه می‌شوند. فاکتور شکل کره  $q=1/5$  است (جدول ۱). با توجه به بافت‌نگار مذکور،

جدول ۲. نتایج عددی اثر گرانی مدل مصنوعی کره با وجود نوفه تصادفی  $3\%$  و بدون نوفه تصادفی

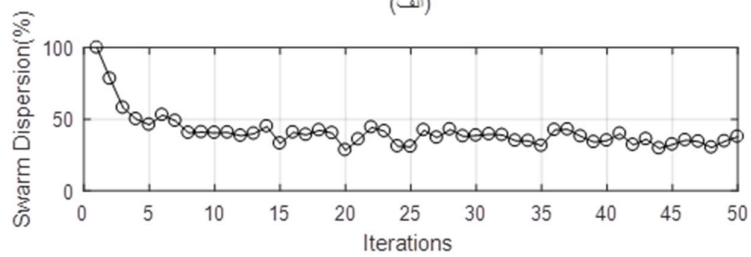
پارامتر	داده مصنوعی بدون نوفه تصادفی	داده مصنوعی با نوفه تصادفی $3\%$
فاکتور شکل (q)	$1/48$	$1/35$
عمق (Z)	$89/16$	$82/15$
خطا (misfit error)	$1\%$	$2/5\%$



شکل ۳. بافت‌نگار پارامترهای مدل (z و q) برای مدل‌های هم‌ارز با خطای کمتر از ۱٪.

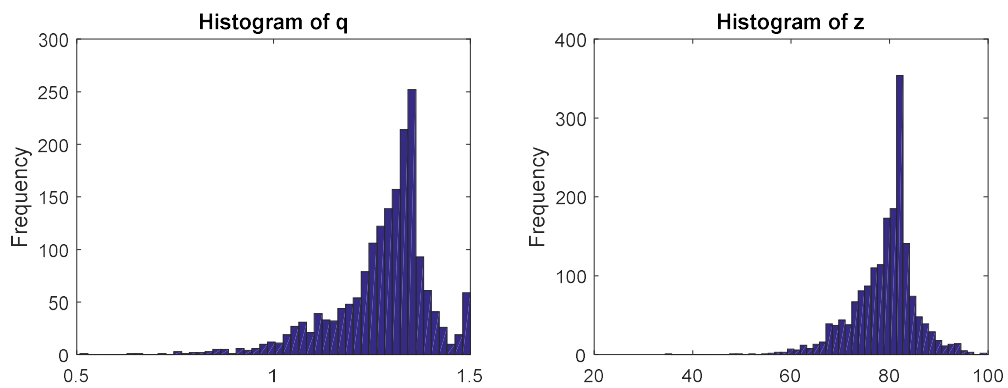


(الف)



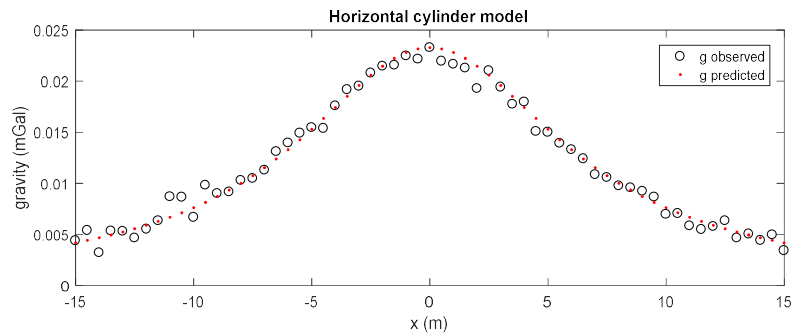
(ب)

شکل ۴. (الف) خطاهای نسبی برحسب درصد در هر تکرار (ب) پراکندگی ذرات در هر تکرار.

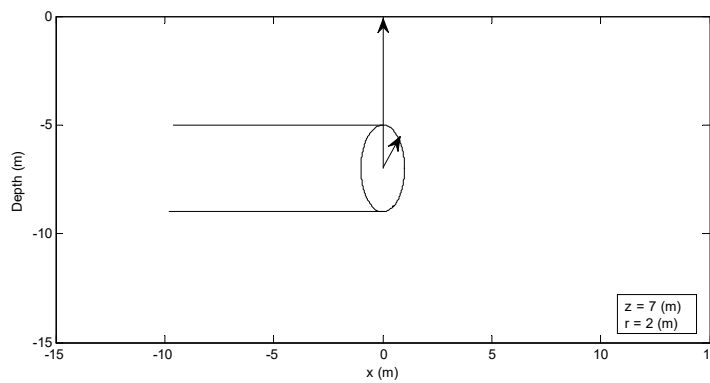


شکل ۵. بافت‌نگار پارامترهای مدل (z و q) برای مدل‌های هم‌ارز با خطایی کمتر از ۲/۵٪.





(الف)



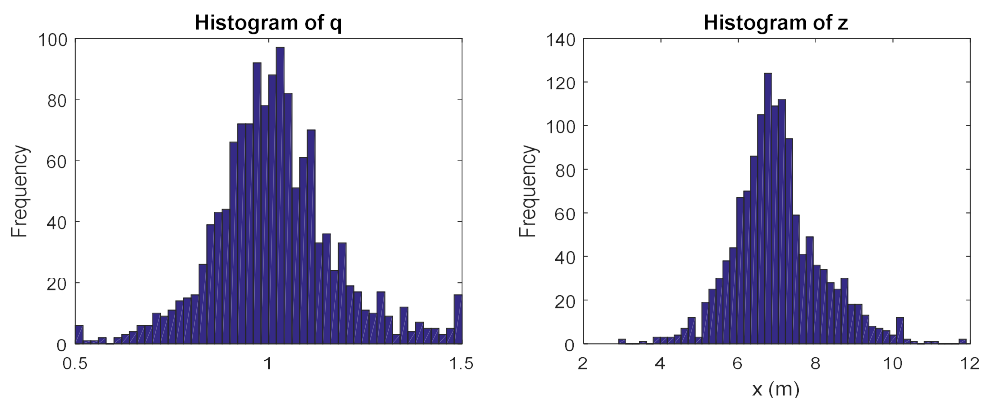
(ب)

شکل ۶. (الف) اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برای توده بی‌هنجاری به شکل استوانه افقی (ب) استوانه افقی به شعاع ۲ متر واقع در عمق ۷ متری

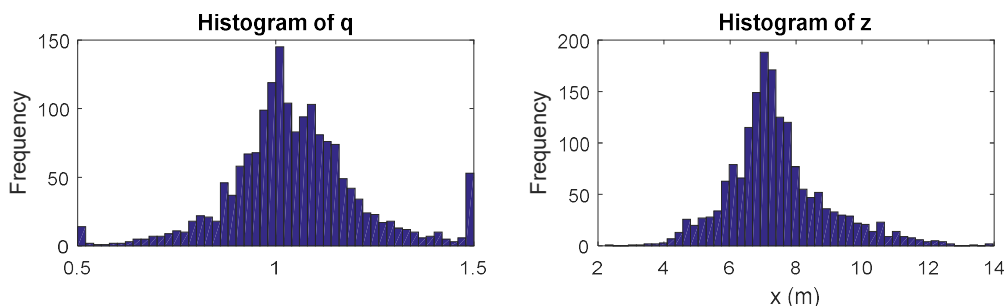
#### ۲-۴ استوانه افقی (دو بُعدی)

تخمین زده است. عمق تخمین زده با خطای ۴/۷٪ معادل  $z=6/67$  متر است. برای به دست آوردن این نتایج، حد پایین برای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، [۱]،  $[q_{min}, z_{min}] = [0/5, 60]$  و حد بالا  $[q_{max}, z_{max}] = [1/5, 60]$  است. شکل ۸، آزمایش الگوریتم را برای مدل مصنوعی مذکور بدون نوفه نشان می‌دهد. در این شکل، با توجه به پارامترهای مدل‌های معادل، بافت‌نگارها خطایی کمتر از ۱٪ را نشان می‌دهند. فراوانی بافت‌نگار برای پارامتر  $q$  دقیقاً مقدار ۱ است و شکل استوانه افقی به خوبی تخمین زده شده است. عمق تخمینی با خطای ۰/۰۸ درصد،  $z=6/96$  متر است.

مدل مصنوعی، استوانه‌ای افقی است با تباین چگالی  $950 \text{ kg/m}^3$  که عمق از مرکز آن تا سطح زمین ۷ m است. در شکل ۶-الف اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای با نوفه تصادفی ۵٪ و در شکل ۶-ب مدل مصنوعی استوانه افقی به عمق ۷ متر و شعاع ۲ متر نشان داده شده است. شکل ۷ بافت‌نگار هر پارامتر مدل ( $z$  و  $q$ ) را نشان می‌دهد. این بافت‌نگارها با توجه به پارامترهای مدل‌های معادل، با خطایی کمتر از ۴ درصد محاسبه می‌شوند. فاکتور شکل استوانه افقی  $q=1$  است (جدول ۱). با توجه به بافت‌نگار مذکور، برای مدل وارون، فراوانی مقدار  $q$  برابر  $1/0.3$  به دست آمده است که شکل استوانه افقی را به درستی



شکل ۷. بافت‌نگار پارامترهای مدل (q و Z) برای مدل‌های هم‌ارز با خطایی کمتر از ۴٪



شکل ۸. بافت‌نگار پارامترهای مدل (q و Z) برای مدل‌های هم‌ارز با خطایی کمتر از ۱٪

جدول ۳. نتایج عددی اثر گرانی مدل مصنوعی استوانه افقی با وجود نوفه تصادفی ۵٪ و بدون نوفه تصادفی (شکل ۳ و ۴)

پارامتر	داده مصنوعی بدون نوفه تصادفی	داده مصنوعی با نوفه تصادفی ۵٪
فاکتور شکل (q)	۱	۱/۰۳
عمق (Z)	۶/۹۶	۶/۶۷
خطا (misfit error)	۱٪	۴٪

جدول ۴. نتایج عددی اثر گرانی مدل مصنوعی استوانه قائم با وجود نوفه تصادفی ۷٪ و بدون نوفه تصادفی.

پارامتر	داده مصنوعی بدون نوفه تصادفی	داده مصنوعی با نوفه تصادفی ۷٪
فاکتور شکل (q)	۰/۵	۰/۵
عمق (Z)	۸۴/۹۹	۷۲/۹۶
خطا (misfit error)	۰/۰۵٪	۷/۸٪

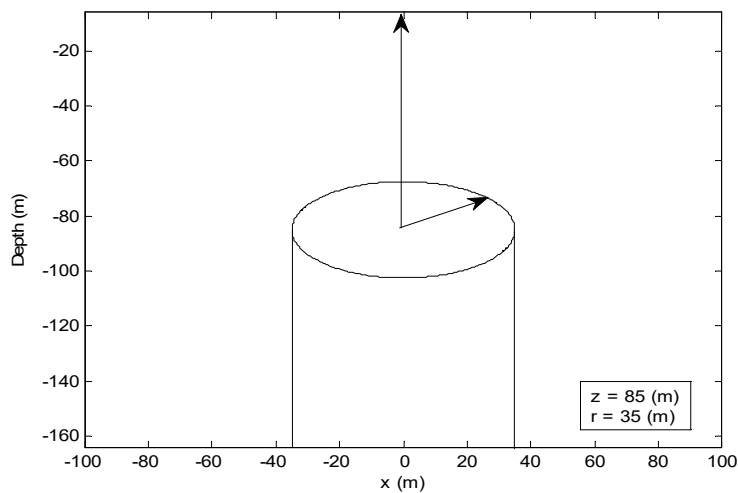
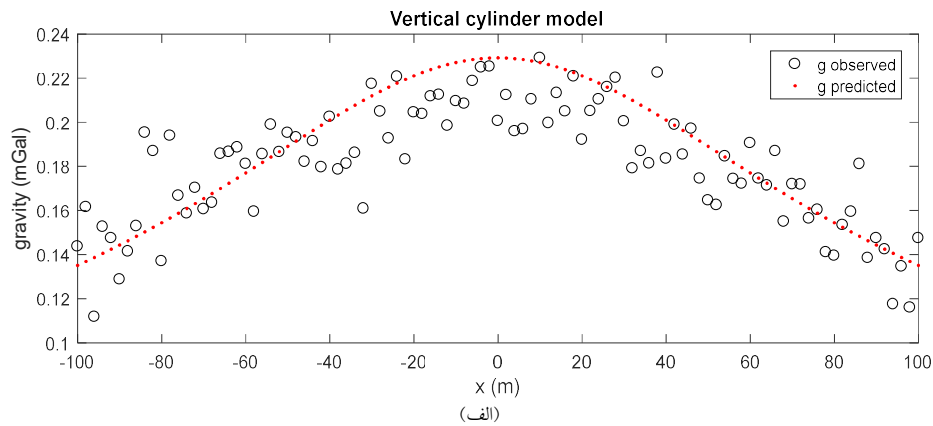
### ۳-۴ استوانه قائم (دوبعدی)

مدل مصنوعی، استوانه‌ای قائم است با تباین چگالی  $\text{kg/m}^3$  ۷۰۰ که عمق از مرکز آن تا سطح زمین ۸۵ m است. در شکل ۹- الف اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای با نوفه

تصادفی ۷٪ نشان داده شده است. شکل ۹- ب مدل مصنوعی استوانه قائم به عمق ۸۵ متر و شعاع ۳۵ متر را نشان می‌دهد. شکل ۱۰، بافت‌نگار پارامترهای مدل (q و Z) را نشان می‌دهد. این بافت‌نگارها با توجه به پارامترهای

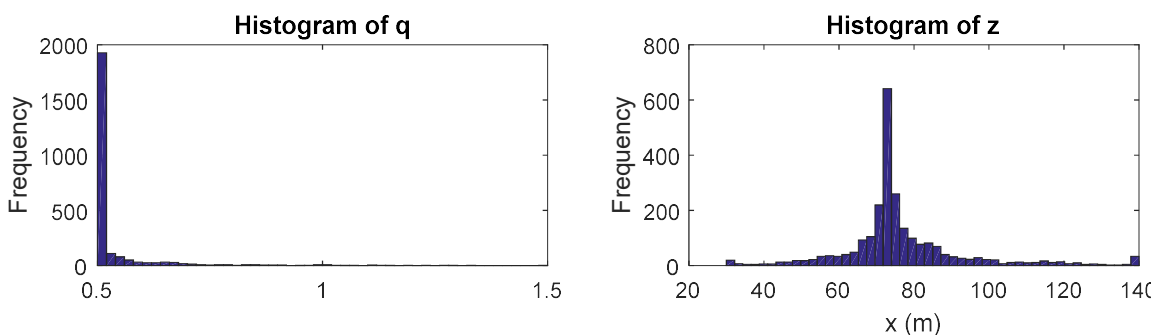
[ $z_{max}$  است. شکل ۱۱، آزمایش الگوریتم را برای مدل مصنوعی مفروض بدون نوفه نشان می‌دهد. در این شکل، با توجه به پارامترهای مدل‌های معادل، بافت‌نگارها خطایی کمتر از ۰/۰۵٪ را نشان می‌دهند. فراوانی بافت‌نگار برای پارامتر  $q$  دقیقاً مقدار ۰/۵ است و شکل استوانه قائم، خوب تخمین زده شده است. عمق تخمینی با خطای ۰/۱ درصد،  $z=84/99$  متر است.

مدل‌های معادل، با خطایی کمتر از ۷/۸ درصد محاسبه می‌شوند. فاکتور شکل استوانه قائم  $q=0/5$  است (جدول ۱). برای مدل وارون،  $q=0/5$  به دست آمد که نشان می‌دهد شکل استوانه قائم، درست تخمین زده شده است. عمق تخمینی با خطایی معادل ۱۴/۱۶ درصد،  $z=72/96$  متر است. برای به دست آوردن این نتایج، حد پایین برای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات،  $[q_{min}, z_{min}] = [0/5, 30]$  و حد بالا  $[q_{max}, z_{max}] = [1/5, 140]$  متر است.

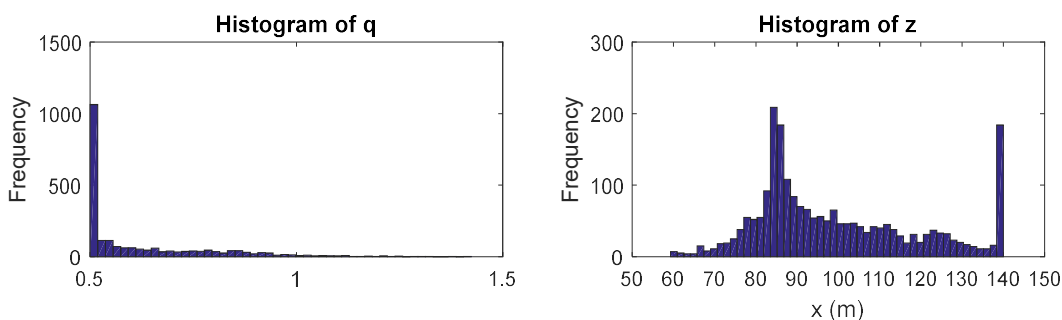


(ب)

شکل ۹. (الف) اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برای توده بی‌هنجاری به شکل استوانه قائم با نوفه تصادفی ۰/۷٪ (ب) استوانه قائم به شعاع ۳۵ متر واقع در عمق ۸۵ متری.



شکل ۱۰. بافت‌نگار پارامترهای مدل (q و z) برای مدل‌های هم‌ارز با درصد خطایی کمتر از ۷/۸٪



شکل ۱۱. بافت‌نگار پارامترهای مدل (q و z) برای مدل‌های هم‌ارز با خطایی کمتر از ۰/۰۵٪

## ۵ مطالعه موردی

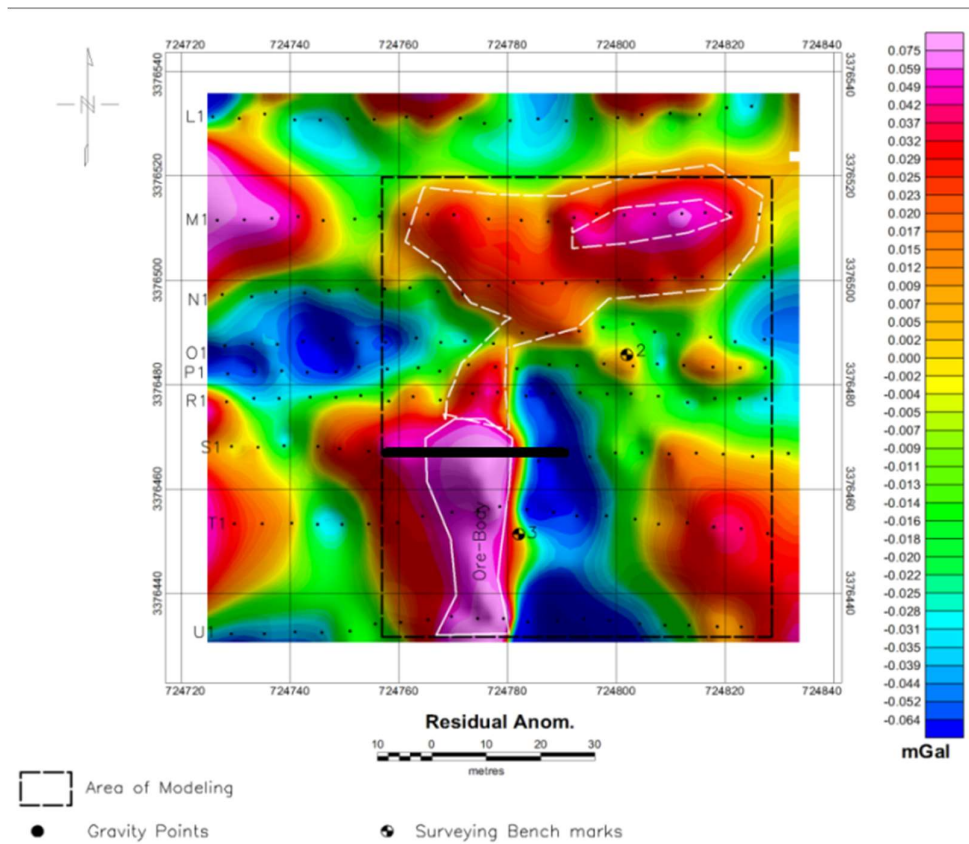
سینترکس، مدل CG3M با دقت یک‌صدم میلی‌گال استفاده شده است. داده در شبکه‌ای شامل ۲۰۰ نقطه برداشت شد. فاصله مقاطع بین ۱۰ تا ۱۵ متر و فاصله نقاط برداشت روی هر مقطع در حدود ۲ متر بود. برای تصحیح رانش (*drift*) هر دو ساعت یک‌بار مقدار *g* در یک ایستگاه مبنا اندازه‌گیری شده است. به‌منظور تخمین عمق ماده معدنی در این محدوده، مقطعی عمود بر توده بی‌هنجاری انتخاب و با روش ارائه‌شده در این مقاله برآورد عمق انجام شد. شکل ۱۳، نقشه بی‌هنجاری بوگه معدن باریت را نشان می‌دهد. طول نیم‌رُخ با خط مشکی در شکل مشخص شده است. برای تعیین کمترین عمق بی‌هنجاری از معادله اوپلر استفاده شد که نتایج آن در شکل ۱۴ نشان داده شده است. معادله اوپلر با استفاده از مشتقات میدان پتانسیل به‌صورت زیر تعریف می‌شود (تامپسون، ۱۹۸۲ و رایند و همکاران، ۱۹۹۰):

منطقه مورد مطالعه در شهرستان آبادیه واقع در شمال استان فارس به مرکز شهر آبادیه قرار دارد. این شهرستان در محدوده جغرافیایی ۵۱ درجه و ۲۱ دقیقه طول شرقی و ۲۱ درجه و ۴۶ دقیقه تا ۳۱ درجه و ۴۵ دقیقه عرض شمالی قرار گرفته است. در شکل ۱۲ تصویر ماهواره‌ای منطقه در محیط گوگل نشان داده شده است. سایت ۲ در این شکل، مکانی است که برای مطالعات میکروگرانی‌سنجی در نظر گرفته شده است. این سایت منطقه‌ای در یک چهارضلعی با مختصات نقطه مبنا ۷۲۴۶۹۲/۷۵۸ متر و ۳۳۷۶۵۲۷/۸۶۸ متر (دستگاه مختصات UTM) است.

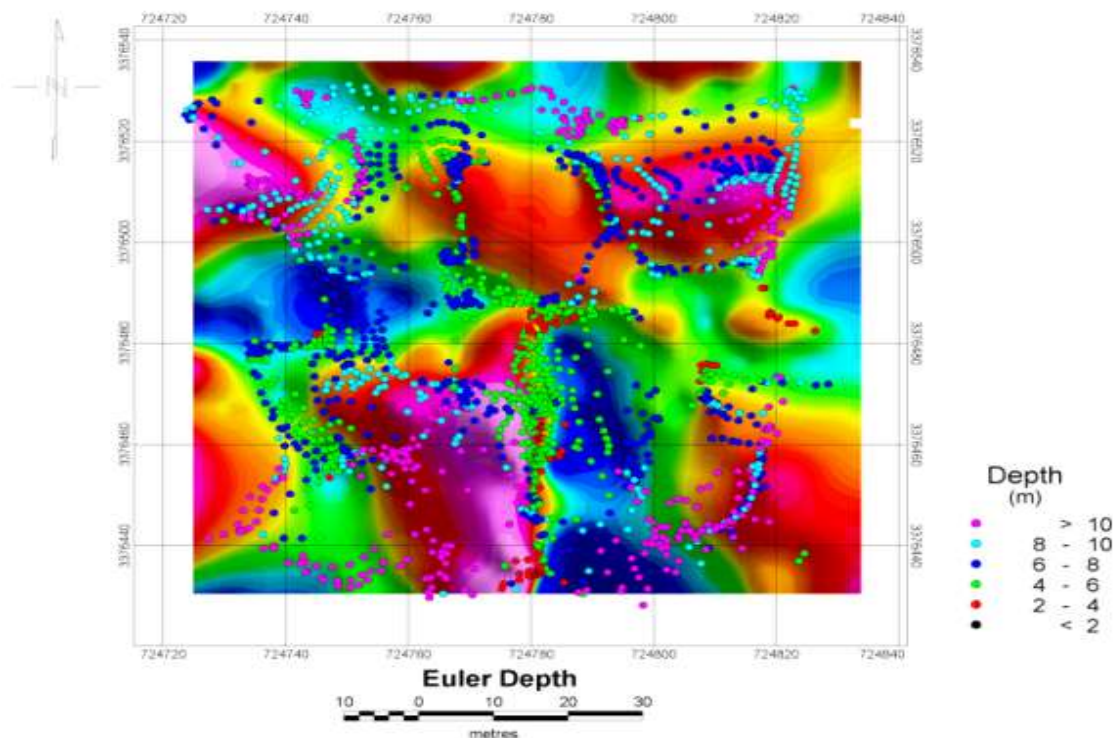
هدف اکتشافی در این منطقه، معدن باریت و عمده تشکیلات زمین‌شناسی موجود در ناحیه، رسوبات دوران دوم (ژوراسیک و کرتاسه) است. در بررسی‌های گرانی‌سنجی منطقه مورد نظر از دستگاه گرانی‌سنج



شکل ۱۲. تصویر ماهواره‌ای منطقه.



شکل ۱۳. نقشه گرانی باقیمانده بی‌هنجاری بوگه معدن باریت



شکل ۱۴. عمق به دست آمده به روش اویلر برای معدن باریت (رسم با نرم افزار ژئوسافت)

( $z$  و  $q$ ) را نشان می دهد. این بافت نگارها با توجه به پارامترهای مدل های مدل های معادل، با خطای نسبی کمتر از ۳۷ درصد محاسبه می شوند. با توجه به بافت نگار فراوانی برای مدل وارون، مقدار فاکتور شکل ۱/۵ است و شکل توده بی هنجاری، کروی تخمین زده شده است. عمق برآورد شده حاصل از این الگوریتم  $z=8/15$  متر است. یکی از مزایای روش های بهینه سازی سراسری، به دست آوردن عدم قطعیت مدل های به دست آمده است. با توجه به فرایندهای تصادفی در به روزرسانی مدل، با هر بار اجرای برنامه مدل جدیدی به دست می آید که تا حدی متفاوت از مدل پیشین است. در این مقاله برای به دست آوردن عدم قطعیت داده واقعی، الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات ۵۰ بار اجرا شد و ۵۰ مدل مختلف به دست آمد.

(۱۰)

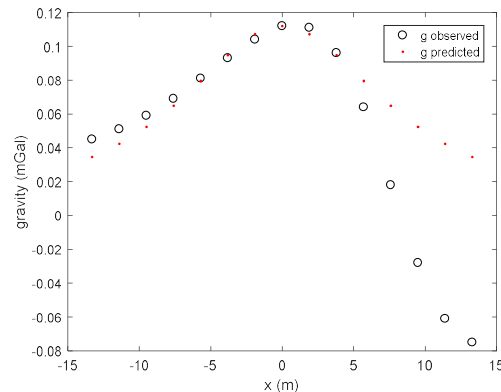
$$(x - x_0) \frac{\partial g}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial g}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial g}{\partial z} = Ng,$$

که  $x_0$ ،  $y_0$  و  $z_0$  مختصات یک نقطه از منبع و  $N$  ضریب ساختاری است که به ساختار چشمه وابسته است. با توجه به عمق های به دست آمده به روش اویلر در شکل ۱۴، که با استفاده از نرم افزار ژئوسافت ترسیم شده است، می توان دریافت بی هنجاری در عمق های کم نهفته است؛ بنابراین محدوده  $z$  بین ۱ و ۶۰ متر قرار داده شد. همچنین با توجه به ابعاد ذرات که شامل پارامتر هندسی و عمق بی هنجاری است، حد پایین در بازه  $[q_{min}, z_{min}] = [0/5, 1]$  و حد بالا در بازه  $[q_{max}, z_{max}] = [1/5, 60]$  فرض شد. در شکل ۱۵، اثرگرانی مشاهده ای و محاسبه ای حاصل از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات نشان داده شده است. شکل ۱۶ بافت نگار پارامترهای مدل

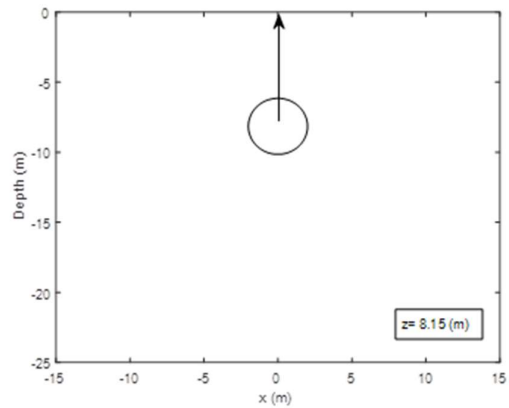
است و در حدود ۷۸٪ از مدل‌های وارون که شامل ۱۹۶۶ مدل است، خطایی کمتر از ۵۰٪ دارند.

## ۶ نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای تفسیر داده گرانی برای ساختارهای مدفون ساده‌ای همچون استوانه قائم، استوانه افقی و کره به کار گرفته شد. در این مدل‌سازی، دو پارامتر عمق و فاکتور شکل به‌عنوان ذرات فرض شدند و از بیشینه و کمینه عمق در حکم اطلاعات اولیه استفاده شد. نظیر سایر روش‌های وارون‌سازی که با استفاده از قیود بر مسئله نایکتایی فائق می‌شوند، در این پژوهش نیز از قیود محدوده عمق و فاکتور شکل استفاده شد. این روش به‌طور موفقیت‌آمیزی روی نمونه‌های مصنوعی با وجود نوفه تصادفی و بدون نوفه تصادفی آزموده شده است. الگوریتم ۵۰ بار برای تمام مدل‌ها تکرار شد. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در پیدا کردن نقطه کمینه مطلق از قدرت خوبی برخوردار است و همچنین با توجه به اینکه این الگوریتم، با سرعت به جواب درست همگرا می‌شود، سرعت همگرایی زیادی نیز دارد. از این روش برای تخمین عمق بی‌هنجاری‌های واقعی مربوط به معدن باریت در منطقه آبادیه استفاده شد و عمق ۸/۱۵ متر برای بی‌هنجاری اصلی تخمین زده شد. در بررسی‌های محلی انجام گرفته با خاک‌برداری در محل بی‌هنجاری اصلی، ماده معدنی باریت در عمق ۷ تا ۸ متر (بر اساس اطلاعات شفاهی به‌دست آمده از معدن‌دار) شروع به رخ‌نمایی کرده است که همخوانی خوبی با عمق به‌دست آمده از روش PSO دارد. در همانندسازی با اشکال هندسی ساده، شکل کلی بی‌هنجاری شبیه به استوانه افقی است، ولی به‌رحال، مقطع مورد نظر در قسمت بالایی (شمالی) بی‌هنجاری اصلی عمود شده است که در این قسمت می‌توان با تخمینی نزدیک، شکل را کروی فرض کرد.



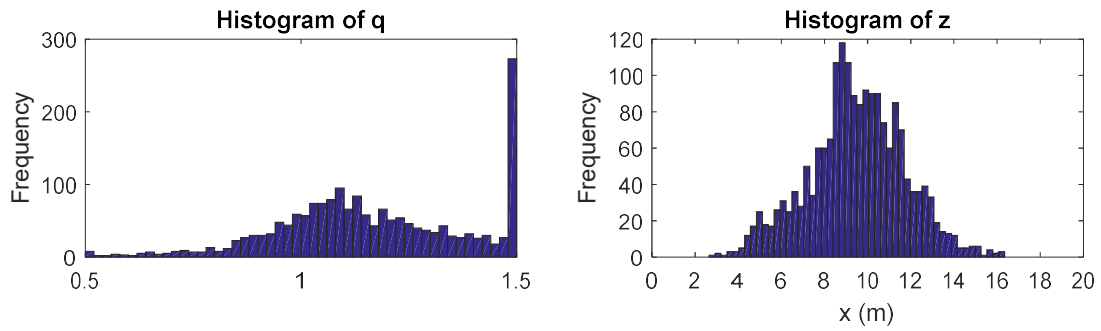
(الف)



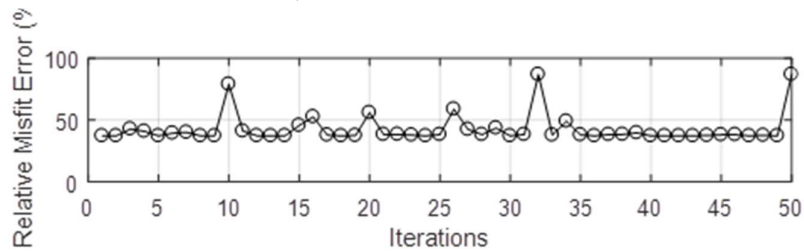
(ب)

شکل ۱۵. (الف) اثر گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برای نمودار بی‌هنجاری باقیمانده معدن باریت (ب) مدل بی‌هنجاری.

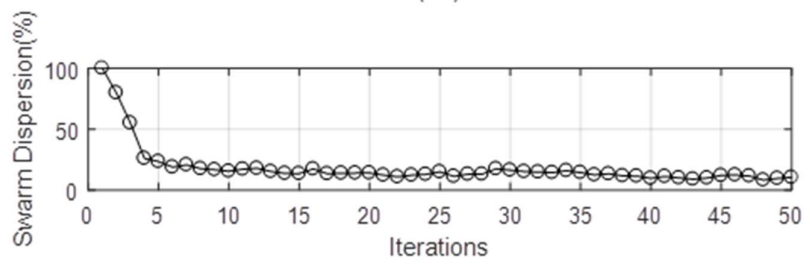
شکل ۱۷، خطاهای نسبی را در هر تکرار برحسب درصد و پراکندگی ازدحام ذرات را در هر تکرار نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۷-الف دیده می‌شود، درصد خطای نسبی با تعداد تکرارها به سرعت کاهش پیدا می‌کند، اما رفتار اکتشافی آن در تکرارهای ۱۰، ۳۳ و ۵۰ افزایش پیدا کرده و بیشتر از ۸۰٪ است. همچنین با توجه به شکل ۱۷-ب، پراکندگی ذرات هرگز پایین‌تر از ۱۰٪ نیست. نگارندگان، این نمودارها را در نرم‌افزار متلب تهیه کرده‌اند. شکل ۱۸ درصد مدل‌های معادل را برحسب خطا (درصد) نشان می‌دهد. در حدود ۵۲٪ از مدل‌های وارون، خطایی کمتر از ۳۷٪ دارند که شامل ۱۳۱۹ مدل وارون



شکل ۱۶. بافت‌نگار پارامترهای مدل (z و q) برای مدل‌های هم‌ارز با خطایی کمتر از ۳۷٪

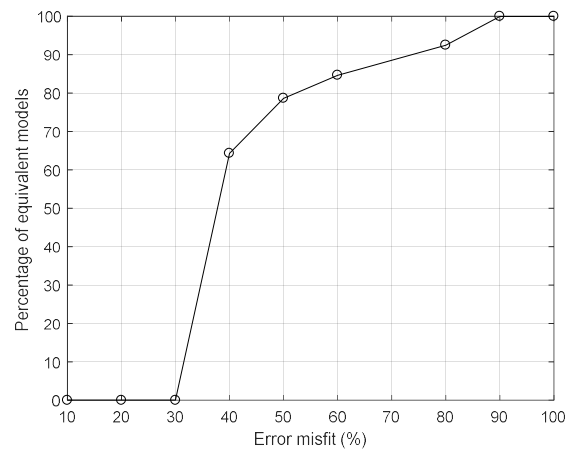


(الف)



(ب)

شکل ۱۷. (الف) خطاهای نسبی برحسب درصد در هر تکرار (ب) پراکندگی ذرات در هر تکرار.



شکل ۱۸. درصد مدل‌های هم‌ارز برحسب خطا (درصد)



## منابع

- Barbosa, V. C. F., and Joao, B., 1994, Generalized compact gravity inversion: *Geophysics*, **59**, 57-68.
- Essa, K. S., 2010, A generalized algorithm for gravity or self potential data inversion with application to mineral exploration: 21st Australian Society of Exploration Geophysicists (ASEG) conference and exhibition, expanded abstracts, session: Innovations in Geophysical Inversion, **1**, 1-4.
- Essa, K. S., and Elhussein, M., 2018, PSO (Particle Swarm Optimization) for interpretation of magnetic anomalies caused by simple geometrical structures: *Pure and Applied Geophysics*, **175**(10), 3539-3553.
- Fernández-Álvarez, J. P., Fernández-Martínez, J. L., García-Gonzalo, E., and Menéndez-Pérez, C. O., 2006, Application of the particle swarm optimization algorithm to the solution and appraisal of the vertical electrical sounding inverse problem: 11th annual conference of the International Association of Mathematical Geology (IAMG'06), Liège, Belgium.
- Fernández-Martínez, J. L., García-Gonzalo, E., Fernández Álvarez, J. P., Kuzma, H. A., and Menéndez Pérez, C. O., 2010a, PSO: a powerful algorithm to solve geophysics inverse problems, Application to a 1D-DC resistivity case: *Journal of Applied Geophysics*, **71**, 13-25.
- Fernández-Martínez, J. L., García-Gonzalo, E., and Naudet, V., 2010b, Particle swarm optimization applied to solving and appraising the streaming-potential inverse problem: *Geophysics*, **75**(4), WA3-WA15.
- Jackson, D. D., 1979, The use of a priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion: *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **57**, 137-157.
- Keilis-Borok, V. I., and Yanovskaja, T. B., 1967, Inverse problems of seismology (structural review): *Geophysical Journal International*, **13**(1-3), 223-234.
- Kennedy, J., and Eberhart, R., 1995, Particle swarm optimization: Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, **IV**, 1942-1948.
- Montesinos, F. G., Arnosó, J., and Vieira, R., 2005, Using a genetic algorithm for 3D inversion of gravity data in Fuerteventura (Canary Islands): *International Journal of Earth Sciences*, **92**, 301-316.
- Pallero, J. L. G., Fernández-Martínez, J. L., Bonvalot, S., and Fudym, O., 2015, Gravity inversion and uncertainty assessment of basement relief via Particle Swarm Optimization: *Journal of Applied Geophysics*, **116**, 180-191.
- Pallero, J. L. G., Fernández-Martínez, J. L., Bonvalot, S., and Fudym, O., 2017, 3D gravity inversion and uncertainty assessment of basement relief via Particle Swarm Optimization: *Journal of Applied Geophysics*, **139**, 338-350.
- Qiu, N., Liu, Q., and Gao, Q., 2009, Gravity data inversion based genetic algorithm and generalized least squares: *IEEE*, **1**, 891-893.
- Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millett, A. T., and Somerton, I. W., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: *Geophysics*, **55**(1), 80-91.
- Santos, F. A. M., 2010, Inversion of self-potential of idealized bodies' anomalies using particle swarm Optimization: *Computers & Geosciences*, **36**(9), 1185-1190.
- Sanyi, Y., Nan, T., Ye, Ch., Huafeng, L., and Zhipeng, L., 2008, Nonlinear geophysical inversion based on ACO with hybrid techniques: *IEEE*, Fourth international conference on natural computation.
- Sanyi, Y., Shangxu, W., and Nan, T., 2009, Swarm intelligence optimization and its application in geophysical data inversion: *Applied Geophysics*, **6**(2), 166-174.
- Shaw, R., and Srivastava, S., 2007, Particle swarm optimization: A new tool to invert geophysical data: *Geophysics*, **72**(2), F75-F83.
- Singh, A., and Biswas, A., 2016, Application of global particle swarm optimization for inversion of residual gravity anomalies over geological bodies with idealized geometries: *Natural Resources Research*, **25**(3), 297-314.
- Snopek, K., 2005, Inversion of Gravity Data with Application to Density Modeling of the Hellenic Subduction Zone: PhD. Thesis, Department of Geosciences at the Ruhr University.
- Thompson, D. T., 1982, EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: *Geophysics*, **47**(1), 31-37.

## Depth and shape factor estimation of gravity anomalies with simple geometry using Particle Swarm Optimization algorithm

Marzieh Valieghbal<sup>1</sup>, Vahid Ebrahimzade Ardestani<sup>2\*</sup> and Keyvan Borna<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>3</sup> Assistant professor, Computer and Mathematics faculty, Kharazmi University

(Received: 26 April 2020, Accepted: 27 October 2020)

### Summary

One of the most important geophysical problems in exploration of mineral deposits is to estimate the depth of buried structure using observed gravity data. In this paper, we are trying to estimate mass anomaly depth by using one of the intelligence methods as Particle Swarm Optimization (PSO) with simple shapes as sphere, horizontal and vertical cylinder. In this modeling, two parameters of depth ( $z$ ) and shape factor ( $q$ ) were considered as particles and the maximum and minimum depth were used as the prior information. The method is tested for synthetic models with random noise. The method gives precise results for synthetic models contaminated with random noise which is quite acceptable and promising.

This technique was also successfully applied to real data for mineral exploration. The applied real data belongs to an area with hilly topography located in the Fars province close to the Abadeh city where the barite deposit is under exploration. The method is used for a profile of real data that is provided from the residual anomalies and passed from the main detected positive anomaly in the area. The estimated depth from this method was 8.15 m which was in good agreement with the results obtained through Euler method and also outcrop-scale observations.

**Keywords:** Gravity interpretation, Particle Swarm Optimization, simple geometric bodies, depth estimation

---

\*Corresponding author:

ebrahimz@ut.ac.ir