

وارون سازی مشترک داده های گرانی سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی در ارزیابی ساختار سنگ کف آبخوان ها (مطالعه موردی: بخشی از دشت قطروم در ایران)

عبدالحمید انصاری^{۱*}، علی پاسیار^۲ و احمد قربانی^۳

^۱ دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران
^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران
^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۲۱، پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۳)

چکیده

شناخت سنگ کف آبخوان ها از لحاظ جنس، عمق و ساختار هندسی در مدیریت منابع آبی اهمیت زیادی دارد و مورد توجه کارشناسان و مدیران این حوزه است. از سال های دور تاکنون از روش های ژئوفیزیکی مختلفی برای این منظور استفاده شده است. استفاده از این روش ها به تنهایی ایهاماتی دارد؛ به کار بردن چند روش مختلف ژئوفیزیکی به صورت ترکیبی می تواند از خطاهای احتمالی در تفسیر داده ها بکاهد. در این پژوهش، با استفاده از حل مسائل نامعین، یک قالب برای وارون سازی مشترک داده های مقاومت ویژه الکتریکی و گرانی سنجی طبق روابط تجربی موجود ارائه می شود. بر اساس فیزیک مسئله و حل معادلات در دستگاه معادلات مشتقات جزئی، مدل سازی پیشرو و وارون سازی هریک از روش ها به همراه وارون سازی مشترک آنها در نرم افزار کامسول اجرا شد. همچنین برای کاهش زمان محاسبه ماتریس حساسیت که بیشترین زمان را در مسائل وارون صرف می کند، از توابع کمکی برای حل این ماتریس استفاده شد. ابتدا مدل سازی روی یک مدل مصنوعی آبخوان و سپس روی داده های گرانی سنجی و مقاومت ویژه واقعی اجرا شد که در بخشی از دشت قطروم واقع در جنوب شرق شهر یزد، در طول یک مقطع برداشت شده بودند. نتایج این تحقیق نشان داد وارون سازی مشترک داده های مقاومت ویژه الکتریکی و گرانی سنجی به مراتب دقیق تر از تفسیر یگانه هریک از این روش ها است. همچنین علاوه بر انعطاف پذیری و سرعت پردازش زیاد در محاسبه ماتریس حساسیت نسبت به روش های وارون سازی معمولی، این روش می تواند در محدوده وسیعی از داده های ژئوفیزیکی یا هیدروژئولوژیکی استفاده شود.

واژه های کلیدی: وارون سازی مشترک، مقاومت ویژه الکتریکی، گرانی سنجی، کامسول، سنگ کف، قطروم

۱ مقدمه

یکی از کاربردهای علم ژئوفیزیک، حل مسائلی همچون پیدا کردن منابع زیرزمینی یا ابهامات موجود در زیر سطح زمین و سایر کاربردهای مهندسی و ... است؛ از این رو یافتن روشی که بتوان به کمک آن شکل هندسی یا توزیع فضایی متغیرها را در این منابع زیرزمینی شناسایی کرد، از اهمیت فراوانی برخوردار است. در بررسی آبخوان‌ها از لحاظ دانه‌بندی رسوبات آبرفتی و عمق سنگ کف مطالعات بسیاری انجام شده است. علاوه بر روش‌های مقاومت ویژه الکتریکی مثل ژئوالکتریک، الکترومغناطیس و مگنتوتلوریک که بیشترین کاربرد را در این زمینه دارند، روش‌هایی مثل گرانی‌سنجی، لرزه‌نگاری، تشدید مغناطیسی هسته و ... نیز در بررسی آبخوان‌ها کاربرد دارند.

وارون‌سازی یکی از روش‌هایی است که با ایجاد یک مدل منطقی به ما در درک واقعیت پدیده‌های فیزیکی کمک می‌کند. یکی از اهداف اصلی وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی، تخمین پارامترهایی مثل عمق، ضریب دامنه، موقعیت و شکل بی‌هنجاری‌های به‌دست‌آمده از برداشت‌های ژئوفیزیکی است. از گذشته تاکنون روش‌های بی‌شماری برای تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی توسعه یافته‌اند که می‌توان به روش‌های گرافیکی (نتلتون، ۱۹۶۲ و ۱۹۷۶)، روش نسبت (بوین و همکاران، ۱۹۸۶ و عبدالرحمن و همکاران، ۱۹۸۹)، انتقال فوریه (اودگارد و برگ، ۱۹۶۵ و شرما و گلدارت، ۱۹۶۸)، واهمامیخت اوپلر (تامپسون، ۱۹۸۲)، شبکه عصبی (الوادی و همکاران، ۲۰۰۱)، انتقال ملین (موهان و همکاران، ۱۹۸۶)، روش کمینه‌سازی حداقل مربعات (گوپتا، ۱۹۸۳ و لاین و تریتل، ۱۹۸۴)، واهمامیخت ورنر (هارتمن و همکاران، ۱۹۷۱ و کیلتی، ۱۹۸۳) و انتقال والش (شاو و آگاروال، ۱۹۹۰) اشاره کرد. سالم و همکاران (۲۰۰۳) روش خودکار جدیدی را به نام AN-

EUL برای تفسیر داده‌های مغناطیس معرفی کردند که تلفیقی از روش سیگنال تحلیلی و واهمامیخت اوپلر است. استفاده از روش‌های ژئوفیزیکی برای شناسایی هندسه ساختارهای زیرسطحی محدودیت‌هایی دارد. برای کاهش این محدودیت‌ها و ابهامات موجود در حل مسائل ژئوفیزیکی، ترکیب چند روش با یکدیگر، دقت و اعتبار نتایج را افزایش می‌دهد. وارون‌سازی مشترک یکی از روش‌هایی است که با دقت زیادی، فصل مشترک و توزیع پارامترهای مختلف را تخمین می‌زند. در مواقعی که وجود نوفه در یک روش زیاد باشد، استفاده از روش مکمل برای استخراج سیگنال‌های واقعی با وضوح خوب بسیار مؤثر خواهد بود.

هر دو روش مقاومت ویژه الکتریکی و گرانی، به هدایت الکتریکی و میزان تخلخل اولیه یا ثانویه حساس هستند؛ بنابراین میزان تخلخل و درجه اشباع‌شدگی واحدهای زمین‌شناسی می‌تواند در تغییرات گرانی و مقاومت ویژه تأثیر بگذارد. این موضوع را مک‌کالو (۱۹۶۷) اثبات کرد. سانتوز و همکاران (۲۰۰۶) الگوریتم تبرید شبیه‌سازی‌شده را برای وارون‌سازی مشترک داده‌های مقاومت ویژه و گرانی در A یک بعدی پیشنهاد دادند. هدف از آن مطالعه، شناسایی فصل مشترک مقاومت ویژه/چگالی و توزیع داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی در بررسی هندسه سنگ کف آبخوان بود. این الگوریتم با داده‌های مصنوعی، آزمایش و بخش شمال غربی سینا در کشور مصر برای اجرای این الگوریتم وارون‌سازی مشترک انتخاب شد. ۱۳۱ ایستگاه گرانی به همراه ۳۹ ایستگاه سونداژ الکتریکی برای آن هدف برداشته شده بود.

در این پژوهش، وارون‌سازی مشترک روش‌های گرانی‌سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی در A دو بعدی و با استفاده از نرم‌افزار کامسول انجام خواهد شد. در ابتدا مبانی نظری، فیزیک مسئله و معادلات مربوط به آن در

جایگزینی $U=V$ و $\rho=\rho_c$ ، به‌سادگی یک مدل انرژی پتانسیل گرانشی در نرم‌افزار کامسول تولید می‌شود (باتلر و سینها، ۲۰۱۲).

۲-۱-۲ مدل‌سازی پیشرو مقاومت ویژه الکتریکی

اساس روش‌های مقاومت ویژه الکتریکی، اندازه‌گیری پتانسیل زمین در نتیجه القای یک جریان الکتریکی درون زمین است. در اندازه‌گیری مقاومت ویژه ظاهری، از یک جفت الکتروود A و B و یک جفت پتانسیل M و N استفاده می‌شود. مقاومت ویژه ظاهری در یک زمین همگن با رابطه (۳) محاسبه می‌شود:

$$\rho = K \frac{\Delta V}{I}, \quad (3)$$

که ΔV اختلاف پتانسیل اندازه‌گیری شده، I جریان القایی در زمین و K ضریب هندسی است که به آرایش الکتروودی وابسته است.

در بخش Electrical current نرم‌افزار کامسول رابطه (۴) را می‌توان حل کرد:

$$\nabla \cdot c \nabla V = 0, \quad (4)$$

که c هدایت الکتریکی زمین یا همان عکس مقاومت ویژه الکتریکی است. چگالی جریان الکتریکی (J) با واحد A/m^2 برابر است با:

$$J = -c \nabla V, \quad (5)$$

از آنجا که هدف، مدل‌سازی روش مقاومت ویژه الکتریکی در محیط دوبعدی است، مفهوم منبع جریان نقطه‌ای در محیط دوبعدی، همان منبع جریان خطی در محیط سه‌بعدی است؛ بنابراین برای اینکه بتوان در محیط دوبعدی از منبع جریان نقطه‌ای بهره برد، با استفاده از یک تبدیل فوریه ساده می‌توان بعد سوم (y) را حذف کرد. اگر $\varphi(x,y,z)$ پتانسیل الکتریکی در محیط سه‌بعدی ناشی از

مدل‌سازی پیشرو و وارون‌سازی ارائه می‌شود و با ساخت یک مدل مصنوعی و اجرای معادلات در نرم‌افزار کامسول، وارون‌سازی مشترک روش‌های گرانی و مقاومت ویژه انجام می‌شود. پس از تفسیر و اعتبارسنجی مدل مصنوعی، این روش برای داده‌های ژئوفیزیکی واقعی برداشت‌شده در بخشی از دشت قطروم واقع در جنوب شرق شهر یزد در قالب یک مقطع، اجرا و نتایج آن با چاه موجود در منطقه مقایسه می‌شود. همچنین با انطباق دادن داده‌های محاسبه‌شده و مشاهداتی، نتایج مقایسه می‌شوند.

۲ مبانی نظری روش

۱-۲ مدل‌سازی پیشرو

۱-۱-۲ مدل‌سازی پیشرو گرانی‌سنجی

تفاوت در توزیع چگالی مواد در زیر سطح زمین باعث تفاوت در مقدار شتاب جاذبه در مؤلفه قائم زمین می‌شود. این مؤلفه را می‌توان در سطح زمین اندازه‌گیری کرد. در نرم‌افزار کامسول، بخشی درباره گرانی و معادلات آن وجود ندارد، ولی از آنجا که مسائل گرانی‌سنجی و الکترواستاتیک از معادله پواسون مشتق می‌شوند، یک مدل گرانی را می‌توان با تغییر در ثابت دی‌الکتریک در بخش الکترواستاتیک نرم‌افزار کامسول ایجاد کرد. معادله پواسون پتانسیل گرانشی (U) برحسب J/Kg با رابطه زیر تعریف می‌شود (تلفورد، ۱۹۹۰):

$$\nabla^2 U = -4\pi G \rho, \quad (1)$$

که G ثابت جهانی گرانش با مقدار $6/67 \times 10^{-11} Jm/Kg^2$ و ρ چگالی توده سنگ برحسب Kg/m^3 است. معادله پواسون در الکترواستاتیک برای پتانسیل الکتریکی (V) برحسب ولت برابر است با (جکسون، ۱۹۹۸):

$$\nabla^2 V = \frac{-\rho_c}{\epsilon}, \quad (2)$$

که ρ_c چگالی بار و ϵ ثابت دی‌الکتریک است. با

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{|x-x_1|} - \frac{1}{|x-x_2|} \right), \quad (9)$$

که ρ مقاومت ویژه الکتریکی برحسب اهم-متر و x فاصله از منابع جریان الکتریکی x_1 و x_2 برحسب متر است. برای مقایسه حل عددی این روش با حل تحلیلی آن، در محل دو الکتروود با فاصله ۲۰ متر از یکدیگر و با منبع جریان خطی در محیط دوبعدی نرم افزار کامسول، جریانی با شدت ۱ آمپر در محیط همگنی با مقاومت ویژه الکتریکی ۱۰ اهم-متر تزریق شد. شرط مرزی نیومن برای سطح زمین، شرط مرزی دریچلت برای سایر مرزها و شرط مرزی بی نهایت در همه مرزها برای کاهش حجم محاسبات در نظر گرفته شد. شکل ۱ مقادیر پتانسیل الکتریکی با حل عددی معادله جریان الکتریکی را بدون انتقال فوریه (خط ممتد سیاه رنگ) و با انتقال فوریه (خط نقطه چین سیاه رنگ) در مقایسه با حل تحلیلی آن (خط ممتد قرمز رنگ) نشان می دهد.

یک جریان الکتریکی با منبع نقطه ای باشد، با انتقال کسینوسی فوریه، مقدار پتانسیل الکتریکی $\tilde{\phi}$ با منبع جریان نقطه ای در محیط دوبعدی به صورت زیر محاسبه می شود (کمن، ۲۰۰۰):

$$\tilde{\phi}(x, k, z) = 2 \int_0^{\infty} \phi(x, y, z) \cos(ky) dy, \quad (6)$$

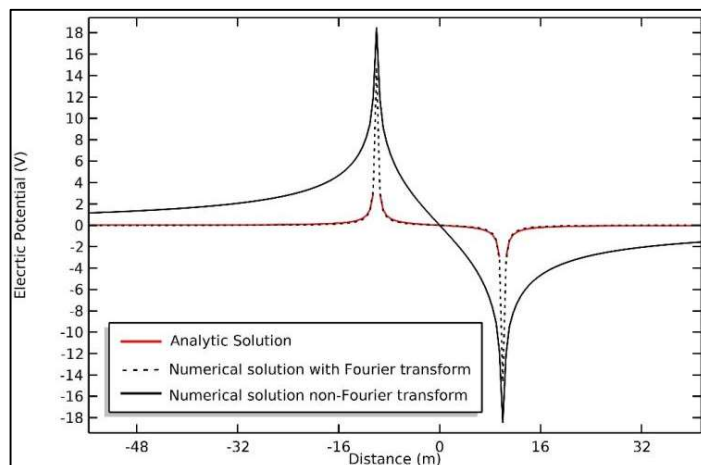
که k عدد موج در انتقال فوریه است. برای حل این معادله از معادله هلمهولتز (Helmholtz) با فرمول زیر کمک گرفته می شود (کمن، ۲۰۰۰):

$$\nabla \cdot (-c \nabla \tilde{\phi}) + \beta \tilde{\phi} = 0, \quad (7)$$

که c هدایت الکتریکی و β متغیری ترکیبی است که با نوع شرایط مرزی در مدل تعریف می شود. در نهایت، مقدار پتانسیل الکتریکی واقعی را می توان با رابطه (۸) محاسبه کرد (کمن، ۲۰۰۰):

$$\phi(x, k, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{\phi}(x, k, z) \cos(ky) dk, \quad (8)$$

حل تحلیلی محاسبه پتانسیل الکتریکی در یک منبع جریان نقطه ای عبارت است از (تلفورد، ۱۹۹۰):



شکل ۱. مقایسه حل عددی معادله جریان الکتریکی با حل تحلیلی آن برای منابع نقطه ای و خطی (در این مثال شرط مرزی نیومن برای سطح و شرط دریچلت برای سایر مرزها در نظر گرفته شد).

۲-۲ مدل‌سازی وارون

لایبرای وارون‌سازی هدایت هیدرولیکی در یک آبخوان فرضی در نرم‌افزار کامسول از روش کاردیف و کیتانیدیس (۲۰۰۸) استفاده شده است که روشی برای وارون‌سازی و حل مسائل نامعین در دستگاه معادلات مشتقات جزئی (PDE) است. این روش می‌تواند در محدوده وسیعی از روش‌های مختلف مثل ژئوفیزیک، هیدروژئولوژی و ... استفاده شود.

تابع هدف در حل مسائل وارون نامعین که در آن تعداد پارامترها بسیار بیشتر از تعداد مشاهدات است، می‌تواند به صورت مجموع شرط سازگاری و ناسازگاری نوشته شود (کاردیف و کیتانیدیس، ۲۰۰۸):

$$L(y, s) = L_{fitness}(y, s) + L_{Penalty}(S), \quad (10)$$

$L_{fitness}(y, s) = (y - h(s))^T R^{-1} (y - h(s))$, (11) که y بردار ردیفی m بعدی از مقادیر اندازه‌گیری شده، s بردار ردیفی n بعدی از مقادیر پارامترها و $h: R_n \rightarrow R_m$ مدل پیشرو است که مقادیر پارامتر را اندازه‌گیری می‌کند. R ماتریس کواریانس m در m از خطاهای اندازه‌گیری است. با فرض اینکه خطاهای اندازه‌گیری، به صورت مستقل و یکسان و با واریانس σ^2 توزیع می‌شوند، ماتریس R با $R = \sigma^2 I$ محاسبه می‌شود که I ماتریس واحد m در m است. شرط ناسازگاری (penalty term) برای مسائلی استفاده می‌شود که تعداد پارامترها (n) بسیار بیشتر از تعداد اندازه‌گیری‌ها (m) باشد. با استفاده از استدلال زمین‌آماري و فرضیه مرسوم در علوم زمین، که در آن توزیع فضایی پارامترها از یک توزیع زمین‌آماري و اریوگرام‌های تجربی تبعیت می‌کنند (کیتانیدیس، ۱۹۹۵)، شرط ناسازگاری با رابطه زیر محاسبه می‌شود (کاردیف و کیتانیدیس، ۲۰۰۸):

$$L_{Penalty} = (s - X\beta)^T Q^{-1} (s - X\beta), \quad (12)$$

که Q^{-1} ماتریس کواریانس فضایی n در n بعدی Q است:

(۱۳)

$$Q = E[(s - X\beta)(s - X\beta)^T],$$

X ماتریس n بعدی واحد و β ثابت اسکالر و میانگینی از پارامترهای ساختاری و آماری پردازش است. ماتریس متقارن Q را یا باید تخمین زد یا از اطلاعات قبلی به دست آورد. عناصر ماتریس کواریانس فقط تابعی از فاصله بین نقاط متناظر در فضا $Q_{i,j} = q(|X_i - X_j|)$ هستند که این وابستگی با واریوگرام زیر بیان می‌شود و می‌تواند با تعداد کمی پارامتر بر داده‌ها برازش شود (کاردیف و کیتانیدیس، ۲۰۰۸):

$$\gamma(X_i - X_j) = q(0) - q(|X_i - X_j|), \quad (14)$$

بنابراین برای شرط ناسازگاری، عناصر ماتریس کواریانس Q با استفاده از واریوگرافی داده‌های ورودی و تعیین شاخص‌های فضایی زمین‌آماري داده‌ها به آسانی محاسبه می‌شوند. به جای ماتریس Q^{-1} که سنگین است و زمان زیادی در محاسبات صرف می‌کند، شرط ناسازگاری به دو بخش مجزا تقسیم می‌شود:

$$L_{Penalty} = (s - X\beta)^T u, \quad (15)$$

$$u = Q^{-1}(s - X\beta),$$

طول بردار کمکی u مشابه طول بردار s است؛ بنابراین حل معادله خطی $Qu = s - X\beta$ برای مقدار u بسیار ساده و سریع‌تر خواهد بود (کاردیف و کیتانیدیس، ۲۰۰۸). این ابزار قدرتمند A ضریب شکل \equiv در نرم‌افزار کامسول، بدون از دست رفتن دقت نتایج، زمان محاسبه ماتریس حساسیت H را در حل مسائل وارون نامعین کاهش می‌دهد. برای حل معادلات و بهینه‌سازی پارامترهای ناشناخته، روش حل مسئله غیرخطی کمترین مربعات با استفاده از الگوریتم لونیبرگ-مارکوارت به کار گرفته شد.

۳-۲ مدل‌سازی وارون مشترک

وزن مخصوص ظاهری توده سنگ ارتباط مستقیمی با

$$\sigma_e = (1-\varphi)\sigma_m + [a\rho_w / (\rho_e \varphi^{m-n})]^{1/n} \sigma_w, \quad (19)$$

رابطه (۱۹) نشان می‌دهد امکان تطابق چند ترکیب متفاوت از تخلخل، مقاومت ویژه آب و توده سنگ و همچنین چگالی ماتریس سنگ وجود دارد. در بسیاری از حالت‌ها $n=m$ است (سانتوز و همکاران، ۲۰۰۶) و رابطه (۲۰) به صورت زیر می‌شود:

$$\sigma_e = (1-\varphi)\sigma_m + [a\rho_w / \rho_e]^{1/n} \sigma_w, \quad (20)$$

برای انتخاب پارامترهای مناسب و ضرایب تجربی در روابط (۱۷) تا (۲۰) می‌توان به پژوهش پاسپار و انصاری (۱۳۹۶) مراجعه کرد که درباره محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی آبخوان دشت پیرانشهر است. اگر روابط (۱۹) یا (۲۰)، تابع هدف در نرم‌افزار کامسول باشند، مقادیر مقاومت ویژه و چگالی در زنجیره‌ای بین تابع هدف و مدل‌سازی پیشرو برای هر دو روش بهینه می‌شوند و مدل نهایی به صورت مقادیری از مقاومت ویژه و چگالی بهینه‌شده با کمترین درصد خطا بین داده‌های ورودی و نتایج محاسبه‌شده، در پیکسل‌هایی دلخواه از محیط بهینه خواهد شد.

۳ ساخت مدل مصنوعی

برای اعتبارسنجی روش مورد استفاده، یک برش عرضی از آبخوان مصنوعی ساخته شد (شکل ۲). عمق سنگ کف در این آبخوان مصنوعی از ۵۰ تا ۱۵۰ متر متغیر است. اختلاف چگالی بین رسوبات آبرفتی و سنگ کف ۱۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، مقاومت ویژه الکتریکی رسوبات آبرفتی ۵۰ اهم-متر و مقاومت ویژه سنگ کف ۵۰۰ اهم-متر فرض شد. این مدل در محدوده‌هایی با مرزهای نامحدود (infinite domain) محصور شده است تا از حجم محاسبات عددی عنصر محدود کاسته شود. همچنین همه محاسبات مدل‌سازی وارون در محدوده قرمز رنگ مشخص شده در شکل ۲ انجام می‌شود. در ابتدا

تخلخل و آب منفذی در رسوبات و واحدهای زمین‌شناسی دارد؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت تغییرات در وزن مخصوص توده سنگ می‌تواند با مقاومت ویژه الکتریکی مرتبط باشد (سانتوز و همکاران، ۲۰۰۶). در بررسی‌های هیدروژئولوژیکی، برخی عوامل نقش مهمی در تغییر چگالی حجمی ایفا می‌کنند. این عوامل به جنس واحدهای زمین‌شناسی با درصد تخلخل متفاوت، ضخامت منطقه اشباع، تراکم شکستگی‌ها در سازندهای سخت و درجه اشباع‌شدگی بستگی دارند. چگالی حجمی σ_b از رابطه زیر به دست می‌آید (مک کالو، ۱۹۶۷):

$$\sigma_b = \sigma_g + \varphi(\sigma_f \times S - \sigma_g), \quad (16)$$

که σ_g چگالی ذرات و کانی‌ها، φ تخلخل، σ_f چگالی سیال و S درصد اشباع‌شدگی است؛ بنابراین روش گرانی به سادگی می‌تواند لیتولوژی‌های مختلف مثل سنگ‌های سخت و متراکم را از سنگ‌های تحکیم‌نیافته مثل رسوبات آبرفتی متمایز سازد (آلوارز، ۱۹۹۱ و مارین-لچادو و همکاران، ۲۰۰۶).

چگالی ظاهری σ_e و تخلخل φ در محیط متخلخل با

رابطه (۱۷) بیان می‌شود (سانتوز و همکاران، ۲۰۰۶):

$$\sigma_e = (1-\varphi)\sigma_m + S_w \varphi \sigma_w, \quad (17)$$

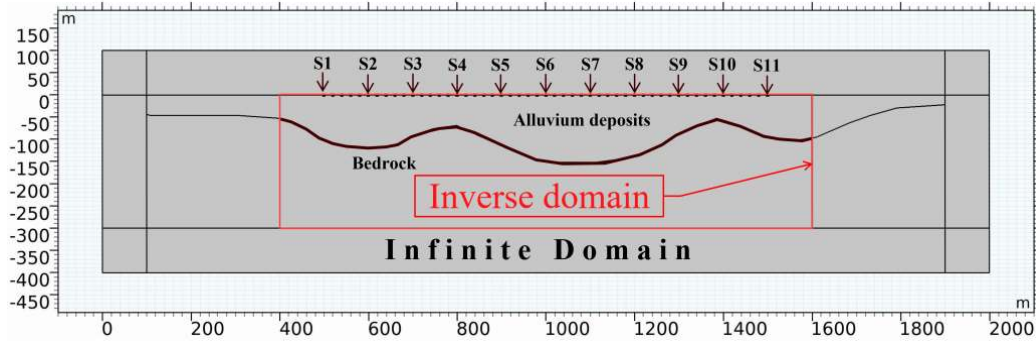
که σ_m چگالی ماتریس سنگ، σ_w چگالی آب منفذی و S_w میزان اشباع‌شدگی از آب منفذی است. ارتباط بین چگالی و مقاومت ویژه الکتریکی در یک سازند زمین-شناسی با قانون آرچی به دست می‌آید. قانون آرچی در روش‌های DC یا فرکانس پایین، با فرض اینکه برای همه آبخوان‌ها قابل استفاده باشد، با رابطه زیر بیان می‌شود (گرت و وست، ۱۹۶۵):

$$\rho_e = a\rho_w S_w^{-n} \varphi^{-m}, \quad (18)$$

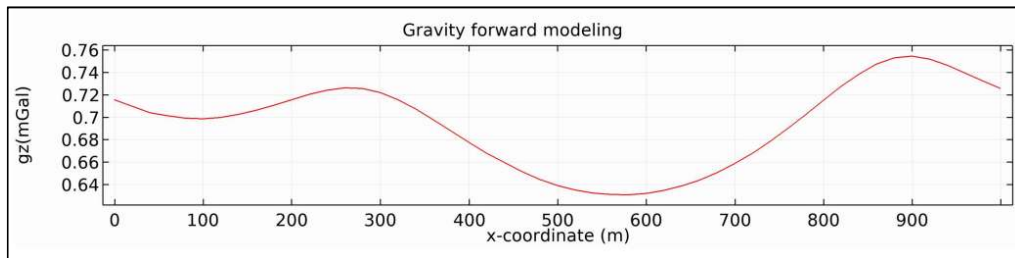
که a ، n و m ضرایب تجربی، ρ_e و ρ_w به ترتیب مقاومت ویژه آب و توده سنگ هستند. از ترکیب روابط (۱۷) و (۱۸)، چگالی به دست می‌آید:

ونر- شلومبرژر و بیشینه خط جریان ۸۰۰ متر برداشت شد. نمودار مقادیر گرانی‌سنجی و نمودار سونداژهای برداشت شده در طول این مقطع به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است.

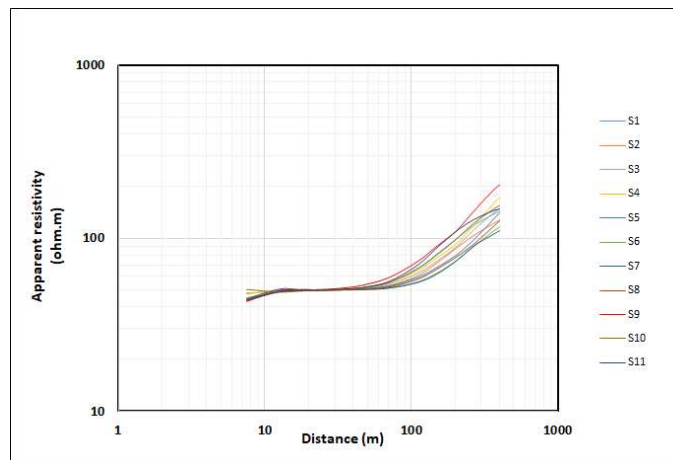
مدل‌سازی پیشرو گرانی‌سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی انجام شد. داده‌های گرانی‌سنجی با فواصل ایستگاهی ۲۰ متر و داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی با برداشت یازده سونداژ الکتریکی به فواصل ۱۰۰ متر از یکدیگر با آرایه



شکل ۲. مدل ساخته شده از مقطع عرضی یک آبخوان مصنوعی جهت ایجاد داده‌های مصنوعی.



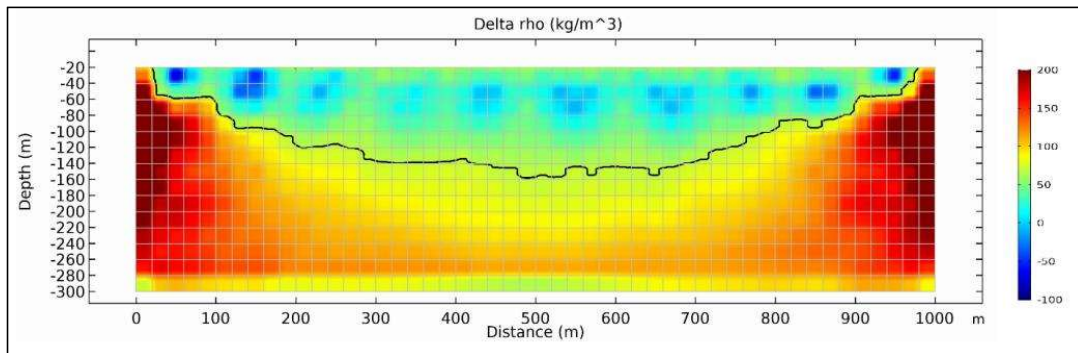
شکل ۳. نتیجه مدل‌سازی پیشرو گرانی‌سنجی روی مدل مصنوعی.



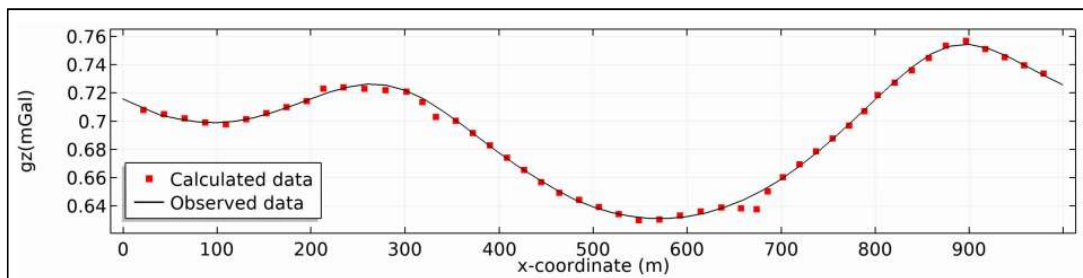
شکل ۴. نمودار سونداژهای الکتریکی حاصل از مدل‌سازی پیشرو مقاومت ویژه الکتریکی روی مدل مصنوعی.

شکل ۵ مشاهده می‌شود، خط سیاه‌رنگ مربوط به تراز اختلاف چگالی ۷۰ کیلوگرم بر متر مکعب را می‌توان برای توپوگرافی سطح سنگ کف در نظر گرفت که علی‌رغم همخوانی زیاد مقادیر محاسبه‌شده با مقادیر مشاهده‌ای (شکل ۶)، تغییرات سطح سنگ کف به خوبی در آن نمایان نشده است.

مدل‌سازی وارون با اضافه کردن ۵٪ نوفه به داده‌های حاصل از مدل‌سازی پیشرو به‌عنوان ورودی و استفاده از روش ذکرشده در بخش ۲-۲ اجرا شد. محاسبات وارون در محدوده قرمز رنگ در شکل ۲ اجرا و مقادیر اختلاف چگالی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب در پیکسل‌هایی به ابعاد ۲۰ در ۲۰ متر محاسبه شد (شکل ۵). همان‌طور که در



شکل ۵. نتیجه مدل‌سازی وارون روش گرانی‌سنجی روی مدل مصنوعی.

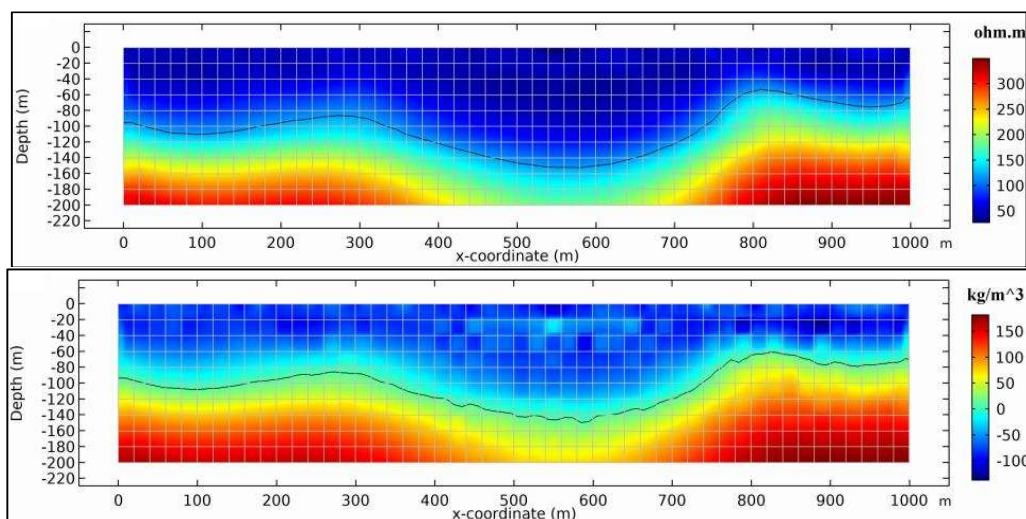


شکل ۶. مقایسه مقادیر محاسبه‌شده حاصل از وارون‌سازی داده‌های گرانی و مقادیر برداشت‌شده حاصل از مدل‌سازی پیشرو با مقادیر مشاهده‌ای.

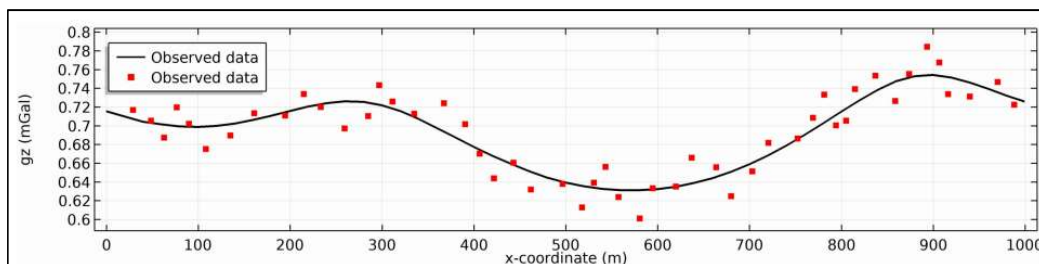
در مقطع مقاومت ویژه الکتریکی (تصویر بالا) و خط تراز اختلاف چگالی صفر کیلوگرم بر متر مکعب در مقطع گرانی‌سنجی (تصویر پایین) است. داده‌های محاسبه‌شده و مشاهده‌ای حاصل از مدل‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی که در ۲۷ تکرار و خطای RMS حدود ۲٪ انجام شد، در شکل ۸ مقایسه شده‌اند. با مقایسه شکل‌های ۶ و ۸ می‌توان نتیجه گرفت که در مدل‌سازی جداگانه روش گرانی‌سنجی، با وجود همخوانی خوب مقادیر محاسبه‌شده

نتیجه تلفیق دو روش گرانی‌سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی و وارون‌سازی مشترک دوبعدی آنها از لحاظ صحت و تشخیص روند سطح سنگ کف متفاوت است. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، روند سنگ کف به خوبی در مقاطع مقاومت ویژه الکتریکی و گرانی‌سنجی حاصل از نتایج مشترک نمایان شده است. خطوط سیاه در این تصویر که روند کلی سطح سنگ کف را نشان می‌دهد، مربوط به خطوط تراز ۱۲۰ اهم متر

با مقادیر ورودی یا همان مقادیر مشاهداتی (شکل ۶)، روند سنگ کف در شکل ۵ به خوبی تشخیص داده نشده و در روش وارون‌سازی مشترک با خطای RMS حدود ۲٪ بین مقادیر مشاهداتی و محاسبه شده (شکل ۸)، روند سنگ کف نشان داده شده در شکل ۷ (پایین) به خوبی نمایان شده است.



شکل ۷. مقاطع مقاومت ویژه الکتریکی (بالا) و گرانی‌سنجی (پایین) حاصل از مدل‌سازی وارون مشترک روی مدل مصنوعی.



شکل ۸. مقایسه مقادیر محاسبه شده و مشاهداتی داده‌های گرانی حاصل از وارون‌سازی مشترک.

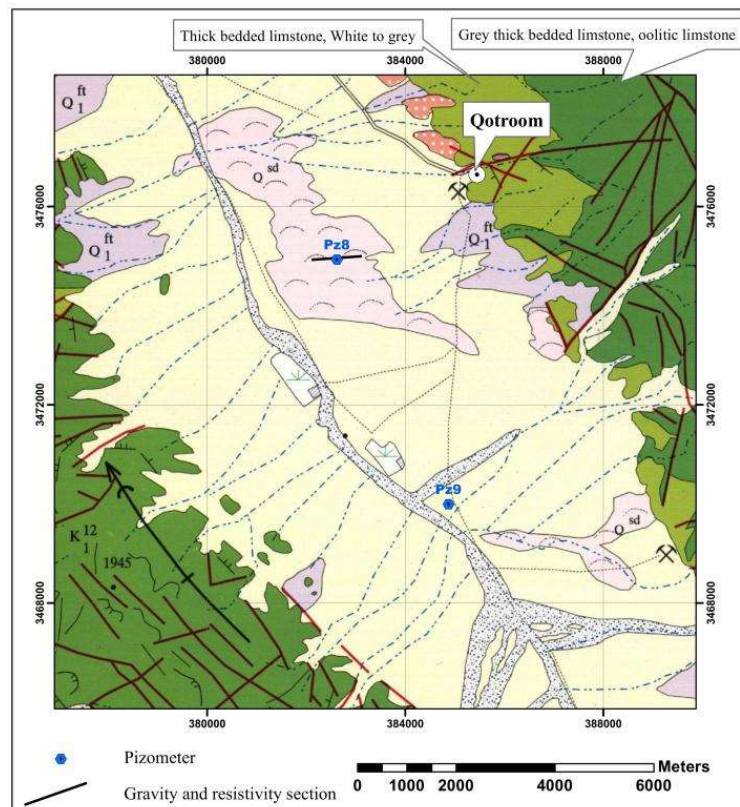
۴ مطالعه موردی (دشت قطروم)

دشت قطروم به ترتیب در فاصله حدود ۱۵۰ و ۴۰ کیلومتری جنوب غرب شهرهای یزد و بافق قرار دارد. این دشت که در شمال شرق برگه یک صد هزار سیریز و در بین واحدهای آهکی ضخیم لایه مربوط به دوران کرتاسه محصور شده است، از زیرحوضه‌های دشت بافق و یکی از تغذیه کننده‌های اصلی دشت بافق و کویر دره انجیر است. در این دشت تعداد یازده چاه پیزومتر به صورت پراکنده

حفاری شده است. با توجه به نمودار حفاری این چاه‌ها، سنگ کف دشت قطروم را واحدهای آهکی ضخیم لایه کرتاسه تشکیل داده است. در کنار چاه پیزومتر شماره ۸ که شرکت آب منطقه‌ای یزد در سال ۱۳۸۲ به صورت ضربه‌ای حفاری کرده است، یک مقطع گرانی‌سنجی با دستگاه CG5 با دقت بسیار زیاد و در حد هزارم میلی‌گال به طول ۱۰۲۰ متر و تعداد یازده سونداژ الکتریکی به فواصل ۱۰۰ متر برای بررسی سنگ کف و بررسی دقت

متر است و پس از نقشه برداری ارتفاعی؛ تصحیحات زمانی، ارتفاعی، عرض جغرافیایی و بوگه اعمال و به عنوان ورودی نرم افزار کامسول برای مدل سازی وارون سنگ کف آماده شد. سونداژهای الکتریکی نیز به فواصل ۱۰۰ متر با بیشینه خط جریان ۶۰۰ متر و آرایه ونر- شلومبرژر برداشت شدند.

مدل سازی مشترک وارون با استفاده از روش های گرانی سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی برداشت شد. شکل ۹ موقعیت این مقطع و چاه پیزومتر شماره ۸ واقع در بخش جنوب شرقی دشت قطروم را نشان می دهد. این مقطع به گونه ای طراحی و برداشت شد که چاه پیزومتر در مرکز آن قرار بگیرد. فواصل ایستگاه های گرانی سنجی ۲۰



شکل ۹. موقعیت مقاطع گرانی سنجی برداشت شده در کنار چاه پیزومتریک شماره ۸ در نقشه زمین شناسی.

اطلاعات حفاری چاه پیزومتریک شماره ۸ که در عمق ۹۷ متری به لایه های متراکم آهکی برخورد کرده است، سطح تقریبی سنگ کف، تراز منحنی ۱۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب فرض شد که با خط ممتد سیاه رنگ در این شکل مشخص شده است؛ بنابراین سنگ کف آهکی در این بخش از دشت می تواند حدود ۲۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب

نتیجه مدل سازی وارون داده های گرانی با پنج بار تکرار در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در این شکل که اختلاف چگالی در قسمت های مختلف رسوبات زیر سطحی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب را نشان می دهد، اختلاف بیشینه و کمینه چگالی حدود ۴۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب برآورد شده است و با توجه به

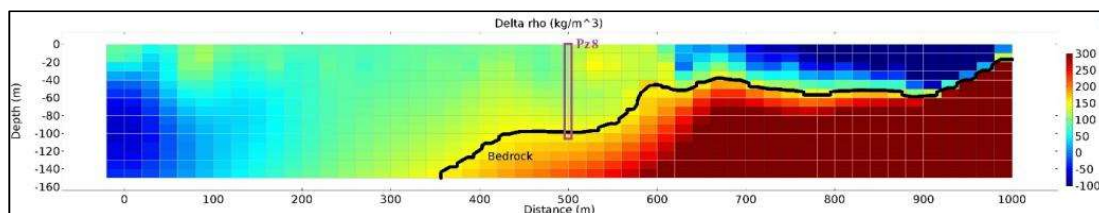
هر قرائت به‌عنوان ورودی نرم‌افزار کامسول برای انجام دادن محاسبات وارون استفاده شد. نتیجه این فرایند با تعداد یازده تکرار و خطای RMS برابر ۵/۱ درصد، به‌صورت مقادیر مقاومت ویژه الکتریکی در پیکسل‌های ۲۰ در ۲۰ متر در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقادیر مقاومت ویژه الکتریکی از حدود ۳۰ اهم-متر مربوط به رسوبات آبرفتی سطحی تا بیشتر از ۱۰۰۰۰ اهم-متر مربوط به سنگ کف متراکم آهکی متغیر است.

برای به‌دست‌آوردن دید دقیق‌تری از سنگ کف محدوده مورد مطالعه، در نرم‌افزار کامسول از هر دو روش، یعنی از وارون‌سازی مشترک داده‌های گرانی‌سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی استفاده شد. در این مدل مقادیر پارامترهای m و n مساوی و برابر ۱/۷ مربوط به رسوبات با سیمان‌شدگی کم، پارامتر a یا ضریب

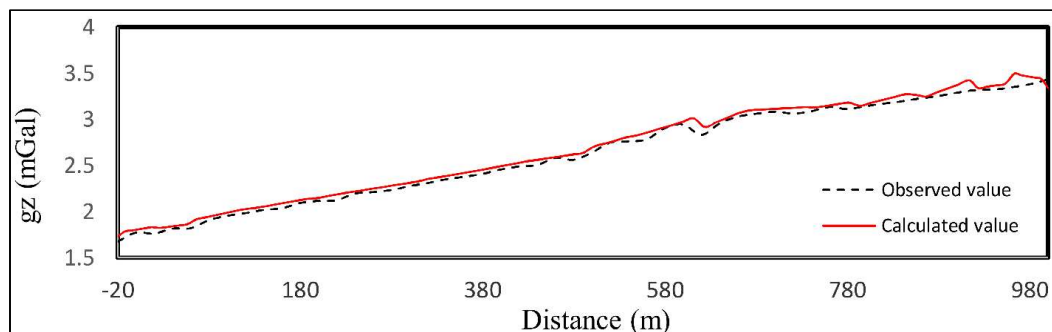
با سایر رسوبات سطحی و آبرفتی اختلاف چگالی داشته باشد.

برای اینکه بتوان نتایج مدل‌سازی وارون گرانی‌سنجی را اعتبارسنجی کرد، نتایج داده‌های برداشت‌شده (مشاهده‌ای) با محاسبه‌شده با یکدیگر برازش شد (شکل ۱۱). در این نمودار، خطوط خط‌چین سیاه‌رنگ، داده‌های مشاهده‌ای و خطوط ممتد قرمز رنگ نتایج مدل‌سازی وارون و محاسبه‌شده را نشان می‌دهند که همخوانی خوبی بین آنها برقرار است.

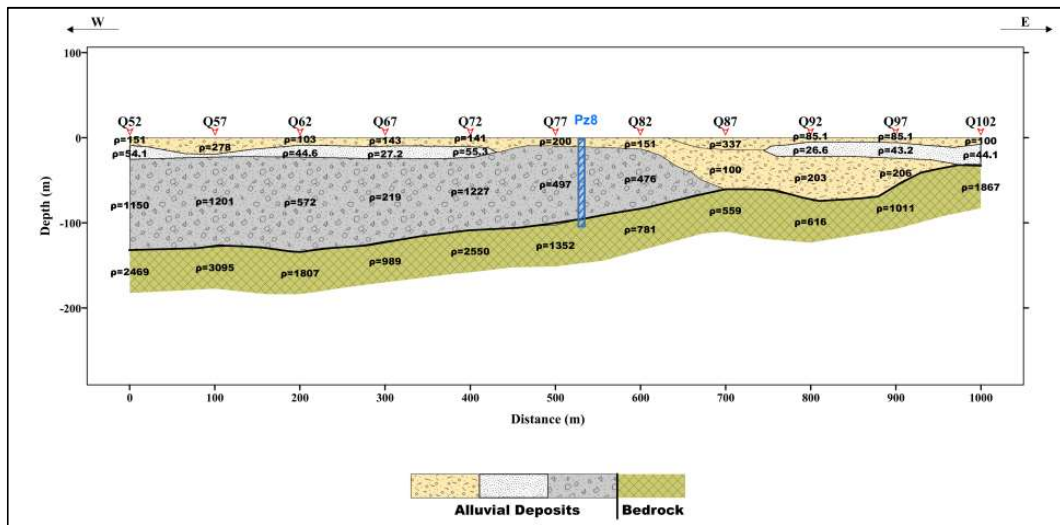
داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی مربوط به یازده سونداژ الکتریکی نیز ابتدا با نرم‌افزار IPI2، تفسیر یک‌بعدی شد که نتیجه آن به‌صورت یک مقطع زمین‌شناسی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. برای وارون‌سازی و تفسیر دوبعدی داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی، از مقادیر اختلاف پتانسیل و شدت جریان در



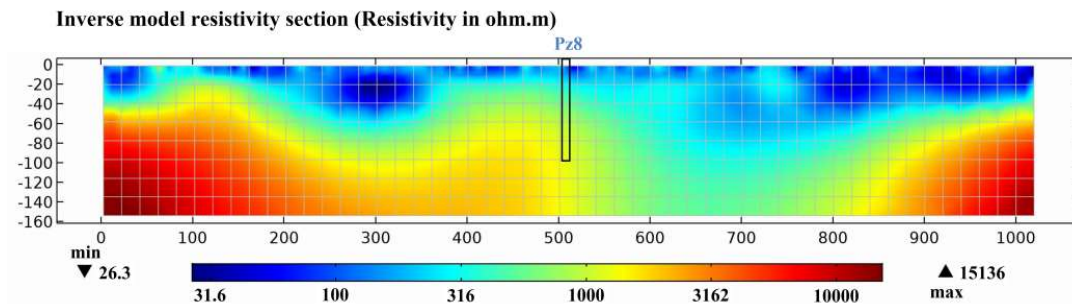
شکل ۱۰. نتایج مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی‌سنجی مقطع واقع در کنار چاه پیژومتر شماره ۸.



شکل ۱۱. نتایج اعتبارسنجی حاصل از مدل‌سازی وارون مقطع واقع در کنار چاه شماره ۸ (خط‌چین سیاه‌رنگ، مقادیر مشاهده‌ای و برداشت‌شده و خط ممتد قرمز، مقادیر محاسبه‌شده را نشان می‌دهد).



شکل ۱۲. مقطع زمین‌شناسی حاصل از تفسیر یک‌بعدی سونداژهای الکتریکی.



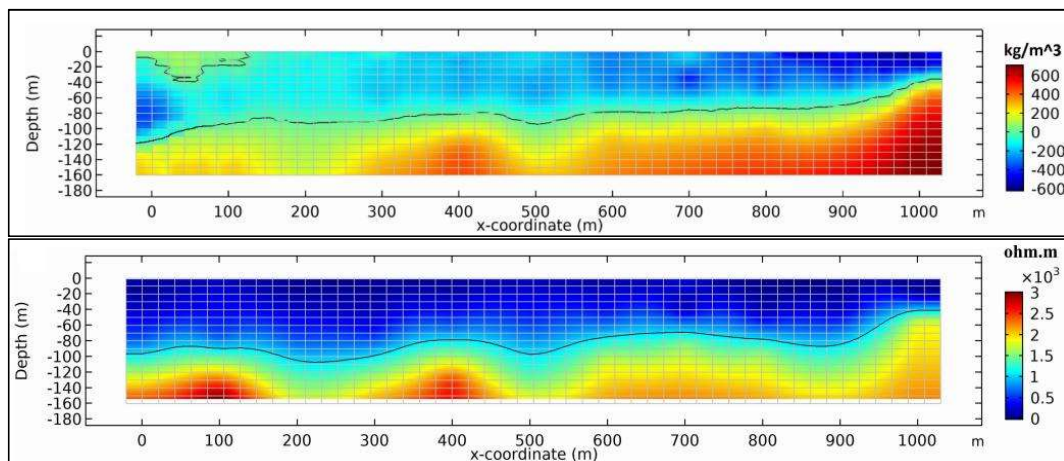
شکل ۱۳. نتایج مدل‌سازی وارون داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی مقطع واقع در کنار چاه پیژومتر شماره ۸.

وارون‌سازی مشترک با داده‌های مشاهداتی در شکل ۱۵ مقایسه شدند. در شکل ۱۴ خط تراز مربوط به اختلاف چگالی صفر کیلوگرم بر متر مکعب و خط تراز ۱۰۵۰ اهم-متر به‌عنوان تراز سطح سنگ کف در نظر گرفته شد.

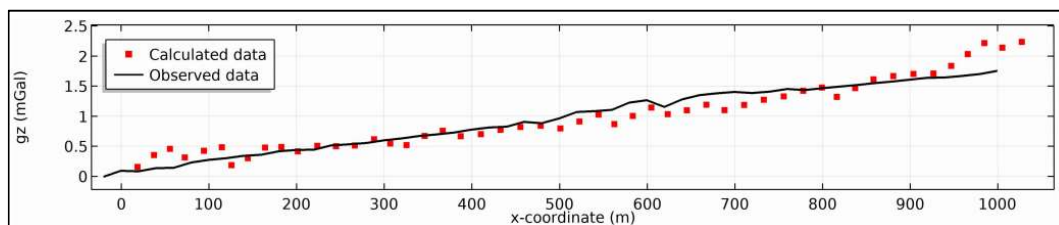
۵ نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک قالب بر پایه دستگاه معادلات مشتقات جزئی برای حل مسائل وارون در نرم‌افزار کامسول ارائه شد. این قالب، با استفاده از فرمول‌بندی تابع کمکی و توانمندی زیاد ضریب شکل دستگاه معادلات مشتقات جزئی، حل معادلات وارون غیرخطی و نامعین را

پیشاپیچی برای رسوبات آبرفتی سخت‌نشده برابر ۱ (شان، ۲۰۰۴)، چگالی آب ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و مقاومت ویژه آن هم ۵۰ اهم-متر در نظر گرفته شد. مقادیر تخلخل را نیز می‌توان هم از رابطه آرچی و کازنی (آرچی، ۱۹۴۲ و کازنی، ۱۹۵۳) و هم از آزمایش‌های پمپاژ قبلی به‌دست آورد که در این پژوهش مقدار آن حدود ۳۷ درصد برآورد شده است. نتیجه وارون‌سازی مشترک در شکل ۱۴ نشان داده شده است. این مدل‌سازی در ۲۳ تکرار اجرا شد. خطای RMS در روش مقاومت ویژه الکتریکی، ۱/۰۲ درصد است. برای صحت نتایج روش گرانی‌سنجی، مقادیر محاسبه‌شده نهایی از



شکل ۱۴. نتایج مدل‌سازی وارون مشترک گرانی‌سنجی (بالا) و مقاومت ویژه الکتریکی (پائین).



شکل ۱۵. مقایسه مقادیر محاسبه‌شده و مشاهداتی روش گرانی‌سنجی حاصل از وارون‌سازی مشترک.

که یک روش ژئوفیزیکی محدودیت‌هایی داشته باشد، به کارگیری این روش می‌تواند با روشی دیگر پوشش داده شود تا نتایج آن از وضوح بیشتری برخوردار شود. همچنین این روش می‌تواند در سامانه‌های چندگانه فیزیکی مختلف به صورت هم‌زمان و در سایر روش‌های ژئوفیزیکی مثل قطبش القایی، پتانسیل خودزا، الکترومغناطیس و ... استفاده شود.

منابع

پاسیار، ع.، انصاری، ع.، ۱۳۹۶، بررسی هدایت هیدرولیکی و ضریب قابلیت انتقال آب با استفاده از مقاومت ویژه الکتریکی و آزمایش پمپاژ در دشت پیرانشهر: مجله پژوهش آب ایران، ۱۱(۴)، ۲۱-۱۳.

بهبود بخشید. در محاسبه ماتریس حساسیت که بیشترین زمان را در اجرای محاسبات صرف می‌کند، استفاده از توابع کمکی و مقایسه توزیع فضایی داده‌های محاسبه‌شده و مشاهداتی، نقش مؤثری در کاهش حجم محاسبات و زمان آن دارد. استفاده از این روش و وارون‌سازی مشترک داده‌های گرانی‌سنجی و مقاومت ویژه الکتریکی در دشت قطروم نشان داد استفاده توأم دو روش در ارزیابی هندسه سنگ کف، می‌تواند نتایج رضایت‌بخش‌تری نسبت به وارون‌سازی جداگانه هر یک از روش‌های مورد استفاده داشته باشد. مزیت اجرای این محاسبات در نرم‌افزار کامسول و استفاده از توانمندی‌های مدل‌سازی در این نرم‌افزار شامل دقت بیشتر نتایج، انعطاف‌پذیری زیاد و کاربرد دوست‌بودن آن است. هنگامی

- Abdelrahman, E. M., Bayoumi, A. I., Abdelhady, Y. E., Gobash, M. ., and EL-Araby, H. M., 1989, Gravity interpretation using correlation factors between successive least-squares residual anomalies: *Geophysics*, **54**, 1614–1621.
- Alvarez, R., 1991, Geophysical determination of buried geological structures and their influence on aquifer characteristics: *Geoexploration*, **27**, 1–24.
- Archie G., 1942, The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics: *Petroleum Transactions of the American Institute of Mineralogical and Metallurgical Engineers*, **146**, 54–62.
- Bowin, C., Scheer, E., and Smith, W., 1986, Depth estimates from ratios of gravity, geoid and gravity gradient anomalies: *Geophysics*, **51**, 123–136.
- Butler, S. L., and Sinha, G., 2012, Forward modeling of applied geophysics methods using Comsol and comparison with analytical and laboratory analog models: *Computers & Geosciences*, **42**, 168–176.
- Cardiff, M., and Kitanidis, P. K., 2008, Efficient solution of nonlinear, underdetermined inverse problems with a generalized PDE model: *Computers & Geosciences*, **34**, 1480–1491.
- Elawadi, E., Salem, A., and Ushijima, K., 2001, Detection of cavities from gravity data using a neural network: *Exploration Geophysics*, **32**, 75–79.
- Grant, F. S., and West, G. F., 1965, *Interpretation Theory in Applied Geophysics*: McGraw-Hill, New York, 584 pp.
- Gupta, O. P., 1983, A least-squares approach to depth determination from gravity data: *Geophysics*, **48**, 360–375.
- Hartmann, R. R., Teskey, D., and Friedberg, I., 1971, A system for rapid digital aeromagnetic interpretation: *Geophysics*, **36**, 891–918.
- Jackson, J. D., 1998, *Classical Electrodynamics*: Wiley, New York.
- Kemna, A., 2000, *Tomographic Inversion of Complex Resistivity: Theory and Application*: Ph.D. Thesis, Bochum Ruhr-University, Germany.
- Kilty, T. K., 1983, Werner deconvolution of profile potential field data: *Geophysics*, **48**, 234–237.
- Kitanidis, P. K., 1995, Quasi-linear geostatistical theory for inversing: *Water Resources Research*, **31**(10), 2411–2419.
- Kozeny, J., 1953, *Hydraulics*: Springer, Vienna, 574 p.
- Lines, L. R., and Treitel, S., 1984, A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems: *Geophysical Prospecting*, **32**, 159–186.
- Mari'n-Lechado, C., Galindo-Zaldivar, J., Rodri'guez-Ferna'ndez, L. R., and Pedrera, A., 2006, Mountain front development by folding and crustal thickening in the internal zone of the Betic Cordillera-Alboran Sea boundary: *Pure and Applied Geophysics*, **164**, 1–21.
- McCulloh, T. H., 1967, Mass properties of sedimentary rocks and gravimetric effects of petroleum and natural gas reservoir: *USGS Professional Paper 528-A*, 50 pp.
- Mohan, N. L., Anandababu, L., and Roa, S., 1986, Gravity interpretation using the Melin transform: *Geophysics*, **51**, 114–122.
- Nettleton, L. L., 1962, Gravity and magnetics for geologists and seismologists: *AAPG*, **46**, 1815–1838.
- Nettleton, L. L., 1976, Gravity and Magnetism in Oil Prospecting:

- McGraw-Hill Book Co.
- Odegard, M. E., and Berg, J. W., 1965, Gravity interpretation using the Fourier integral: *Geophysics*, **30**, 424–438.
- Salem, A., Elawadib, E., and Ushijima, K., 2003, Depth determination from residual gravity anomaly data using a simple formula: *Computers & Geosciences*, **29**, 801–804.
- Santos, F. A. M., Sultan, S. A., Represas, P., and El Sorady, A. L., 2006, Joint inversion of gravity and geoelectrical data for groundwater and structural investigation: application to the northwestern part of Sinai, Egypt: *Geophysical Journal International*, **165**, 705–718.
- Schön, J. H., 2004, *Physical Properties of Rocks*: Elsevier, Amsterdam, 512 p.
- Sharma, B., and Geldart, L. P., 1968, Analysis of gravity anomalies of two-dimensional faults using Fourier transforms: *Geophysical Prospecting*, **16**, 77–93.
- Shaw, R. K., and Agarwal, B. N. P., 1990, The application of Walsh transforms to interpret gravity anomalies due to some simple geometrically shaped causative sources: a feasibility study: *Geophysics*, **55**, 843–850.
- Telford, W. M., Geldart, L. P., and Sheriff, R. E., 1990, *Applied Geophysics*, 2nd Ed.: Cambridge University Press, Cambridge.
- Thompson, D. T., 1982, EULDPHea new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: *Geophysics*, **47**, 31–37.

Gravity–Goelectric joint inversion to recognize the bedrock structure of aquifers (case study: part of Qotrum plain in Iran)

Abdolhamid Ansari ^{1*}, Ali Pasyar ² and Ahmad Ghorbani ³

¹ Associate Professor, Faculty of Mining and Metallurgical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

² Ph.D student, Faculty of Mining and Metallurgical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

³ Associate Professor, Faculty of Mining and Metallurgical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

(Received: 09 April 2020, Accepted: 23 December 2020)

Summary

In water resources management, correct identification of bedrock characteristics, such as type, depth and structure is useful and various geophysical methods are used for this purpose. In geophysical and subsurface investigations, solving inverse problems using physics of the problem in partial differential equation (PDE) system is very important. Inverse modeling is one of the useful solutions which creates a logical model between observed and measured values. The limitations and ambiguity of individual techniques can be significantly reduced by adopting joint inversion schemes. Using inversion approaches which combine two or more geophysical methods, allows substantial improvements in modeling processes. The joint inversion of different electromagnetic and resistivity data sets in hydrogeology, structural geology and mining has been used in some studies but the gravity method is less used in hydrogeological investigations. One example of using gravity method in previous studies is an algorithm for joint inversion of gravity and resistivity data, where the interfaces corresponding to changes in the bulk density were interpreted as interfaces of porosity and water content changes, i.e. interfaces of electrical resistivity changes.

In this paper, we present a framework for joint inversion of gravity and goelectric data solving under-determined inverse problems. It can be used in a wide range of physical systems governed by PDEs. The integrated approach is based on the connection between density and resistivity of a sedimentary sequence through the porosity. Also, we present a general adjoint state formulation which may be used in this framework. It increases the calculation speed of sensitivity matrices in a variety of commonly encountered under-determined problems. There are two steps in this research. First, 2D joint inversion of gravity and goelectric data is run and validated in COMSOL multi-physics software using one synthetic model and synthetic data in a forward modeling process. Afterwards, using real gravity and goelectric data surveyed along a cross-section in part of the Qotrum plain in the SE Yazd, the lateral structure of bedrock is estimated. Because Qotrum basin is already well surveyed, it offers opportunities for evaluation of accuracy and reliability in joint inversion approaches. Fifty-one gravity stations and eleven vertical electrical soundings were carried out across the central part of this basin to apply the proposed joint inversion. The results indicated that gravity-goelectric joint inversion is more accurate than the individual interpretation of each of these methods and significantly improves the solution by decreasing the ambiguity of models. Furthermore, this method, while high in computational speed, can be used in modeling of a wide range of geophysical, hydrogeological and physical systems governed by the partial differential equation laws.

Keywords: Joint inversion, electrical resistivity, gravity, Comsol, bedrock, Qotrum

*Corresponding author:

h.ansari@yazd.ac.ir