

## مدل سازی نظری توابع رهدهی و همدوسی

سمیرا قلعه نویی<sup>۱\*</sup> و وحید ابراهیم زاده اردستانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران  
<sup>۲</sup> استاد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۰۶، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۰۸)

### چکیده

استحکام خمشی و در نتیجه ضخامت کسسان (Te) سنگ کره اغلب با استفاده از روابط آماری موجود بین بی‌هنجاری گرانی و توپوگرافی به دست می‌آید. ضخامت کسسان لیتوسفر یکی از پارامترهای مهم در تعیین خواص و ویژگی‌های زمین‌شناختی پوسته و نیز رفتار رئولوژیکی آن است که می‌توان با استفاده از داده‌های توپوگرافی و بی‌هنجاری‌های گرانی آن را محاسبه و مورد بررسی قرار داد. در این پژوهش به مدل‌سازی تئوری دو تابع رهدهی و همدوسی که توابعی بنیادین در تخمین ضخامت کسسان سنگ کره هستند، پرداخته می‌شود. با در نظر گرفتن فرض‌های اولیه در مورد پارامترهایی همچون ضخامت کسسان صفحه، نرخ بارگذاری و نیز میزان همبستگی بین دو رژیم بارگذاری سطحی و زیر سطحی اعمال شده بر صفحه مور مطالعه و با استفاده از روش‌های طیفی مقدار این دو تابع را محاسبه و ترسیم کرده و ارتباط آنها با دو تابع رهدهی و همدوسی و نحوه تغییرات آنها را مورد بررسی قرار خواهیم داد. پس از بررسی مدل‌های تئوری توابع رهدهی و همدوسی به بررسی مقادیر مشاهده شده برای این دو تابع هدف با استفاده از داده‌های واقعی پرداخته و منحنی‌های حاصل را با مقادیر تئوری مقایسه خواهیم کرد. با بررسی مدل‌های تئوری این نکته دریافت شد که بهترین تابع برای تعیین ضخامت کسسان سنگ کره، استفاده از تابع همدوسی بوگه می‌باشد. دو تابع رهدهی هوای آزاد و نیز همدوسی هوای آزاد به ترتیب به دلیل وابستگی شدید به پارامترهای مؤثر و نیز همبستگی ناچیز با توپوگرافی منطقه مورد بررسی، گزینه‌های مناسبی برای تخمین Te نمی‌باشند. همچنین بر اساس نتایج حاصل از اثر تغییر پارامترهای مختلف بر تابع همدوسی این نکته دریافت شد که مقدار اولیه وارد شده برای پارامتر نرخ بارگذاری، تأثیر چندانی بر نتیجه حاصل نخواهد داشت.

**واژه‌های کلیدی:** رهدهی، ژئودینامیک، سنگ کره، ضخامت کسسان، همدوسی، گرانی‌سنجی

## ۱ مقدمه

مطالعه ساختار سنگ کره مورد توجه دانشمندان بسیاری قرار گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به مطالعه متولی‌عنبران و همکاران (۱۳۹۰) اشاره کرد. این محققان با استفاده از مدل‌سازی هم‌زمان داده‌های ژئوئید، توپوگرافی، مفاهیم پایه فیزیک و ریاضی و هم‌ایستایی محلی به تعیین ضخامت پوسته و مدل‌سازی سنگ‌کره در مناطق فعال از نظر زمین‌شناسی پرداخته‌اند. این مدل‌سازی بر نواحی شمالی فلات ایران شامل قسمت‌های شمالی ایران مرکزی، رشته کوه البرز و حوضه خزر جنوبی صورت گرفته است. کلوندی و همکاران (۱۳۹۵) ساختار سنگ‌کره در پهنه برخوردی زاگرس شمالی، با استفاده از وارون‌سازی هم‌زمان توابع گیرنده و منحنی‌های پاشش امواج سطحی مورد مطالعه قرار داده‌اند. نوزاد خلیل و متقی (۱۳۹۶) نیز با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده در منطقه مکران ساحلی به محاسبه تابع گیرنده P و در نتیجه ساختار سنگ‌کره پرداخته‌اند. رحیمی و غلام‌زاده (۱۳۹۵) نیز با استفاده از امواج لرزه‌ای به بررسی ساختار زمین‌شناختی سنگ‌کره در فلات ایران پرداخته‌اند.

صفحات تکنونیک‌ی زمین (چه اقیانوسی چه قاره‌ای)، پوسته و گوشته بالایی و نیز سنگ‌کره را شکل می‌دهند. بنابراین، ژئودینامیک و سیر تکاملی تکنونیک‌ی صفحات با خصوصیات سنگ‌کره کنترل می‌شوند. یکی از این ویژگی‌ها استحکام خمشی (flexural rigidity) (D) می‌باشد (مقیاسی از سختی یا شکل‌پذیری مواد) که بزرگی آن میزان خم‌شدگی سنگ‌کره تحت بارگذاری قائم اعمال‌شده، از بالا، پایین یا درون، را نشان می‌دهد. درحالی‌که استحکام خمشی می‌تواند توصیف‌کننده مواد با رئولوژی‌های متفاوت باشد، مرسوم‌تر است که توسط ضخامت کشسان مؤثر (effective elastic thickness) (Te) نمایش داده شود، این پارامتر معادل ضخامت است که به‌ازای آن صفحه رئولوژی کشسان کاملی داشته باشد.

رابطه بین استحکام خمشی و ضخامت کشسان مؤثر به شرح ذیل می‌باشد (برو و دیامنت، ۱۹۹۵):

$$D = \frac{ET_e^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1)$$

که در این رابطه E و  $\nu$ ، به ترتیب مدول یانگ و نسبت پواسون ثوابت کشسان هستند. سنگ‌کره واقعی از موادی با رئولوژی‌های متفاوت تشکیل شده است (کشسان، پلاستیک، ویسکوز و غیره) (برو و دیامنت، ۱۹۹۶).

در مطالعات ایزوستازی خمشی، توپوگرافی و گرانش مشاهده شده با مدل‌های تئوری مقایسه می‌شوند و چندین پارامتر سنگ‌کره تخمین زده می‌شوند. در ساده‌ترین مدل، صفحه تحت اثر بارگذاری سطحی خمیده می‌شود که میزان این خمیدگی با پارامتر Te کنترل می‌شود. اگر صفحه سختی (rigidity) نداشته باشد، بار سطحی در تعادل هیدرواستاتیکی جبران می‌شود، حالتی که به آن ایزوستازی محلی گفته شده و با مدل‌هایی همچون مدل آیری-هیسکانن یا پرات-هایفورد توصیف می‌شوند (واتس، ۲۰۰۱). با افزایش استحکام خمشی، بارگذاری به واسطه تنش‌های درون صفحه جبران شده و صفحه به میزان کمتری خمیده می‌شود؛ این حالت به ایزوستازی خمشی یا منطقه‌ای معروف است، مدلی که در ابتدا توسط وینینگ ماینز پیشنهاد داده شد (واتس، ۲۰۰۱). با خمیده‌شدن سنگ‌کره، مرزهای زیر سطحی نیز دچار خمیدگی می‌شوند و این آشفته‌گی‌های اختلاف چگالی داخلی، بی‌هنجاری گرانی را ایجاد می‌کند. لذا با بررسی بی‌هنجاری گرانی می‌توان میزان خمش صفحه تحت بارگذاری و به‌عبارت دیگر ضخامت کشسان صفحه کشسان را تعیین نمود.

رهدهی و همدوسی مشاهداتی اساسی هستند که با استفاده از داده توپوگرافی و گرانی محاسبه می‌شوند. این پارامترها نسبت به پیش‌بینی‌های تئوری حاصل از مدل‌های

## ۲ روش‌شناسی

در استفاده از روش‌های طیفی وارون، سنگ‌کره عمدتاً به‌عنوان صفحه نازک و کشسان با ضخامت  $Te$  مدل‌سازی می‌گردد که بر روی بستری لزج تحت‌عنوان نرم‌کره واقع شده است (واتس، ۲۰۰۱). صفحه نازک صفحه‌ای است که انحراف آن تحت بارگذاری در مقایسه با ضخامت صفحه کم، و ضخامت آن نیز در مقایسه با گسترش طولی صفحه ناچیز باشد. همان‌طور که اشاره شد، سنگ‌کره قاره‌ای با رئولوژی‌های چندلایه‌ای پیچیده را می‌توان با صفحه کشسان معادلی که ضخامت آن نمایانگر مقاومت یکپارچه سنگ‌کره است، مدل‌سازی نمود (واتس و برو، ۲۰۰۳). از آنجایی که معادلات صفحه نازک مستقل از رئولوژی هستند، صرف‌نظر از این که آیا سنگ‌کره حقیقی به‌طور کامل و یا بخشی کشسان باشد، استحکام خمشی مقیاسی از شکل‌پذیری یا مقاومت صفحه باقی می‌ماند (بنکس و همکاران، ۱۹۷۷).

در حالت کلی، صفحه کشسان، نازک، مستطیلی و همسانگرد با استحکام خمشی غیریکنواخت  $D(x)$  (که در آن  $x$  بردار موقعیت کارتیزین دوبعدی در حوزه مکان است) در نظر گرفته می‌شود که تنها تحت اثر بار قائم  $I$  قرار گرفته و این بارگذاری منجر به انحراف  $w$  شده است. همانند برخی از محققین (برای مثال، استفنسون و لامبک، ۱۹۸۵)، در اینجا بار افقی در نظر گرفته نمی‌شود. اگر صفحه بر مایع غیرسیالی واقع شده باشد، نیروی بویانسی  $p$  نیز وجود خواهد داشت که با جابه‌جایی مایع ایجاد می‌شود و صرفاً برابر با ضریب ثابتی از انحراف می‌باشد. تیموشنکو و وینوسکی-کریگر (۱۹۵۹) معادله دیفرانسیل جزئی توصیف‌کننده دو گشتاور خمشی قائم  $M_x$  و  $M_y$  و نیز گشتاور چرخشی  $M_{xy}$  را ارائه کردند:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + p = -l. \quad (2)$$

در اینجا فرض بر این است که انحراف در مقایسه با

صفحه‌ای نازک مقایسه می‌شوند تا تخمین‌های  $Te$  را به‌دست دهند. رهدی تابع تبدیل حوزه عدد موج (تابع تبدیلی آماری که با استفاده از روش‌های آماری تخمین زده می‌شود) است که با استفاده از آن می‌توان میدان گرانی را با توجه به داده توپوگرافی تخمین زد. از این منظر این تابع فیلتری خطی شامل عبارت‌هایی است که خصوصیات زمین‌شناختی زمین را توصیف می‌کند. تابع دیگر مورد استفاده در مدل‌سازی خمشی وارون مقیاسی آماری تحت‌عنوان تابع همدوسی بین گرانی و توپوگرافی شناخته می‌شود و مقیاسی از ارتباط فازی بین دو سیگنال ورودی می‌باشد: در طول موج‌هایی که در آن سیگنال‌ها همبستگی ندارند، فاز طیف متقابل به‌طور تصادفی توزیع شده و میانگین‌گیری، همدوسی بین آن طول‌موج‌ها را از بین می‌برد؛ این درحالی‌است که در صورت همبستگی سیگنال‌ها، رابط سازنده منجر به همدوسی بالا می‌شود (اودت و مارشال، ۲۰۰۷).

تعیین ضخامت کشسان سنگ‌کره با محاسبه توابع رهدی و/یا همدوسی بین داده‌های گرانی و توپوگرافی مشاهده شده آغاز می‌شود. این محاسبات با استفاده از مدل‌های تئوری و یا با استفاده از روش‌های وارون‌سازی مقادیر تحلیلی یا پیش‌بینی‌شده برای این پارامترها و مقایسه مقادیر مشاهده شده و تحلیلی/پیش‌بینی‌شده و کمینه‌کردن اختلاف میان آنها در هر نقطه از شبکه داده مقدار پارامتر  $Te$  صورت خواهد گرفت. لذا نخستین گام در مسیر تعیین ضخامت کشسان و درک شناخت بیشتر سنگ‌کره تعیین توابع طیفی رهدی و همدوسی و شناخت عوامل مؤثر بر این توابع می‌باشد. لذا، در ادامه به مروری بر روش مرسوم در تعیین توابع رهدی و همدوسی پرداخته و مقادیر مربوطه را به‌ازای تغییرات پارامترهای مختلف محاسبه و رسم خواهیم کرد. در نهایت مقادیر مربوط به توابع رهدی و همدوسی را برای مدل واقعی داده‌های در دسترس رسم و به بررسی آنها پرداخته خواهد شد.

مورد استفاده قرار می‌گیرند که این منحنی‌ها با مقادیر مشاهده شده هم‌دوسی و رهدی مقایسه می‌شوند. اگرچه، تنها با فرض استحکام خمشی یکنواخت معادلات قابل حل است. در این مورد، با  $D$  ثابت، معادله (۶) تبدیل به معادله‌ای بی‌هارمونیک برای استحکام خمشی همسانگرد می‌شود:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + p = -l \quad (7)$$

این معادله حوزه-مکان با استفاده از تبدیل فوریه به منظور به دست آوردن معادله حوزه عدد موج حل می‌شود (برای مثال بنکس و همکاران، ۱۹۷۷):

$$Dk^4 W(k) + P(k) = -L(k) \quad (8)$$

که در آن  $k$  عدد موج دوبعدی،  $k \equiv |k|$  و حروف بزرگ،  $W$ ،  $P$ ، و  $L$  نشان‌دهنده تبدیل فوریه از حروف کوچک معادله‌شان هستند. بنابراین، عبارت  $Dk^4 W$  تنش خمشی مربوط به استحکام خمشی محدود صفحه،  $P$  نیروی بویانسی حاصل شده از جابه‌جایی سیال زیرین و  $L$  بار اولیه اعمال شده می‌باشد. زمانی که  $D = 0$ ، معادله فوق حالت تعادل آیری را شرح می‌دهد.

تئوری لایه معادله گرین اثر گرانی مربوط به نوسانات چگالی زیرسطحی مربوط به سطح خمیده شده به اندازه  $w$  را به دست می‌دهد (کارنر، ۱۹۸۲؛ کارنر و واتس، ۱۹۸۲). در حوزه فوریه تئوری لایه معادل بیان می‌کند که، با تقریب درجه اول، طیف گرانش در سطح مربوط به لایه زیرسطحی با طیف باقی‌مانده  $W$ ، عمق  $z$ ، و اختلاف چگالی  $\Delta\rho$  در دو بعد با رابطه زیر داده می‌شود (برای مثال، کارنر، ۱۹۸۲):

$$G(k) = 2\pi g \Delta\rho e^{-kz} W(k) \quad (9)$$

که در آن  $G$  ثابت گرانش نیوتون است. معادله (۹) تخمین خطی از فرمول کاملی است که توسط پارکر (۱۹۷۲) مطرح شده است.

در هر مدل خمشی‌ای، معادله (۸) به منظور تعیین

ضخامت صفحه (Te) و نیز ضخامت صفحه در مقایسه با گسترش طولی آن ناچیز است و نیز لبه‌ها در صفحه آزادی حرکت دارند (در این صورت نیروهای برشی افقی وجود نخواهند داشت) (تیموشنکو و وینوسکی-کریگر، ۱۹۵۹). معادله (۲) مستقل از رئولوژی است، لذا برای رئولوژی‌های مختلف همچون کشسان، پلاستیک، ویسکوز، شکننده یا رئولوژی ترکیبی صادق خواهد بود (برو، ۲۰۱۰؛ برو و دیامنت، ۱۹۹۵؛ برو و مولنار، ۱۹۹۸). رئولوژی زمانی وارد معادلات می‌شود که گشتاورها مشخص شده باشند. این گشتاورها با انتگرال‌گیری عمق مربوط به تنش خمشی به دست می‌آید، که تابعی از انحنای صفحه محلی می‌باشد (برو، ۲۰۱۰؛ برو و دیامنت، ۱۹۹۵). فرضیات دوگانه مربوط به تنش صفحه از تئوری الاستیسیته خطی (که مستقل از تنش‌های قائم است) و انحرافات کوچک منجر به ارتباط بین گشتاورها و انحرافات  $w(x)$  می‌شود:

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4)$$

$$M_{xy} = (1 - \nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

که در آن  $\nu$  یا نسبت پواسون همسانگرد فرض شده است. با جای‌گذاری معادلات ۳، ۴ و ۵ در معادله ۲، رابطه زیر حاصل خواهد شد (کیربی و اسوین، ۲۰۰۹):

$$\nabla^2 (D \nabla^2 w) - (1 - \nu) \left( \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + p = -l \quad (6)$$

که در آن عملگر مشتق لاپلاسی دو بعدی است.

معادله (۶) مستقیماً در روش‌های وارون برای حل  $Te$  به کار نمی‌روند، اگرچه برای تولید خمش طی مدل‌سازی مصنوعی صفحات با  $Te$  غیریکنواخت از این معادلات استفاده می‌شود. معادله (۶) به طور غیرمستقیم، به منظور ترسیم منحنی‌های هم‌دوسی و رهدی تئوری

$$\gamma^2(k) = \frac{|G(k)H^*(k)|^2}{\langle G(k)G^*(k) \rangle \langle H(k)H^*(k) \rangle} \quad (12)$$

بنابراین، به موجب عبارت هریمیتی  $GH^*$ ، رهدی و همدوسی عباراتی مختلط و همدوسی عبارتی حقیقی می‌باشد.

منحنی مشخصه توابع رهدی و همدوسی کلاسیک (با فرض عدم وجود همبستگی میان دو رژیم بارگذاری سطحی و زیر سطحی) حاصل از معادلات ۱۰ و ۱۲ به ترتیب در شکل‌های ۱ و ۲ نمایش داده شده است. در این شکل‌ها سنگ‌کره به صورت زمین دو لایه با چگالی پوسته برابر با ۲۷۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و اختلاف چگالی با موهو برابر با ۵۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب مدل شده است. در محاسبه هر دو مدل فرض بر این بوده است که هر دو رژیم بارگذاری سطحی و زیر سطحی وجود داشته و عمق بارگذاری درونی برابر با عمق موهو در نظر گرفته است. مقدار پیش فرض اولیه برا ضخامت کشسان مدل مورد استفاده برابر با ۴۰ کیلومتر در نظر گرفته شده است.

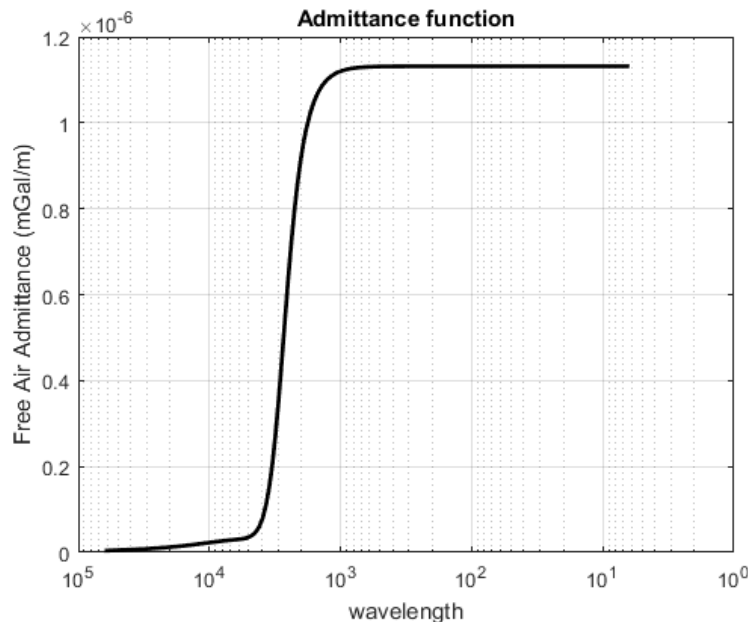
توپوگرافی صفحه نهایی پس از خمش و معادله (۹) برای تعیین بی‌هنجاری گرانی مربوط به آن مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس این مقادیر به منظور نوشتن معادلات تئوری برای رهدی و در صورتی که دو نوع بارگذاری وجود داشته باشد برای نوشتن همدوسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای طیف بی‌هنجاری گرانی (بوگه یا هوای آزاد)  $G$ ، و طیف توپوگرافی  $H$ ، رهدی تئوری با فرمول زیر محاسبه می‌شود (واتس، ۲۰۰۱):

$$Q(k) = \frac{\langle G(k)H^*(k) \rangle}{\langle H(k)H^*(k) \rangle} \quad (10)$$

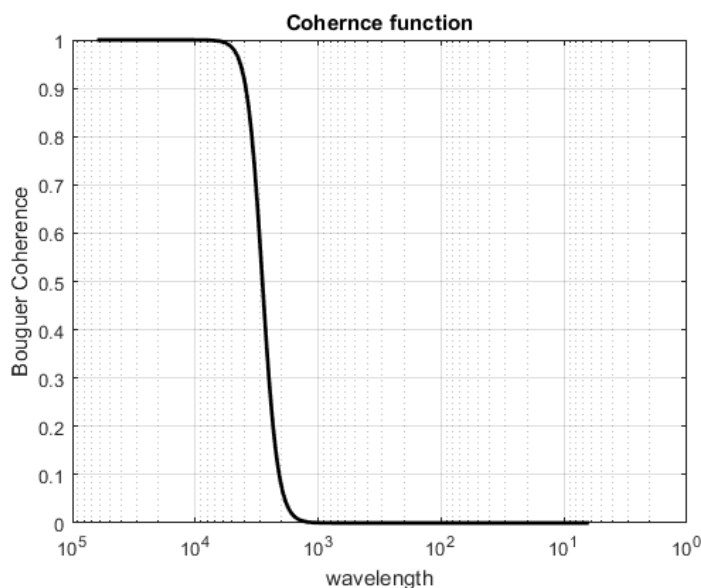
که در آن \* نشان‌دهنده مزدوج مختلط،  $k$  عدد موج دو بعدی و  $k$  مدول آن بوده و علامت  $\langle \rangle$  معرف فرایند میانگین‌گیری می‌باشد. همدوسی تئوری نیز مطابق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\Gamma(k) = \frac{\langle G(k)H^*(k) \rangle}{\langle G(k)G^*(k) \rangle^{1/2} \langle H(k)H^*(k) \rangle^{1/2}} \quad (11)$$

در حالی که همدوسی مدول به توان دو رسیده همدوسی می‌باشد (کیربی و اسوین، ۲۰۰۸):



شکل ۱. تابع رهدی کلاسیک برای مدل زمین دو لایه با فرض اعمال هم‌زمان بارگذاری سطحی و زیرسطحی اعمال شده بر سطح موهو.



شکل ۲. تابع همدوسی کلاسیک برای مدل زمین دو لایه با فرض اعمال هم‌زمان بارگذاری سطحی و زیرسطحی اعمال شده بر سطح موهو.

جدیدی را متناظر با عبارت‌های طیف خودکار همچون  $\langle L_B L_B^* \rangle$  و  $\langle L_T L_T^* \rangle$ ، نسبت اندازه بار درونی به اندازه بار سطحی، نرخ بارگذاری،  $f$ ، را معرفی کرد که این پارامتر با معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$f^2(k) = \frac{\langle L_B L_B^* \rangle}{\langle L_T L_T^* \rangle} \quad (14)$$

این پارامتر، در حالت کلی، کمیتی وابسته به عدد موج است. بنابراین، زمانی که  $f \rightarrow 0$  بارگذاری سطحی غالب بوده و زمانی که  $f \rightarrow \infty$  بارگذاری زیر سطحی غالب خواهد بود. لذا، با استفاده از معادله (۱۴) و فرض ناهمبسته بودن رژیم‌های بارگذاری، جای‌گذاری معادله (۱۳) در معادله (۱۰) ردهی تئوری حاصل از بارگذاری ترکیبی را به‌دست می‌دهد:

$$Q_T(k) = \frac{\mu_B \kappa_B f^2 + \mu_T \kappa_T}{\kappa_B^2 f^2 + \kappa_T^2} \quad (15)$$

که در آن تمام عبارت‌ها تابعی از مدول عدد موج  $k$  هستند. عبارت مورد استفاده برای همدوسی تحلیلی نیز با جای‌گذاری معادله (۱۵) در رابطه (۱۱) به‌دست می‌آید:

$$\Gamma_t(k) = \frac{\mu_B \kappa_B f^2 + \mu_T \kappa_T}{(\mu_B^2 f^2 + \mu_T^2)^{1/2} (\kappa_B^2 f^2 + \kappa_T^2)^{1/2}} \quad (16)$$

پارامتر همدوسی کلاسیک با به توان دو رساندن معادله

در ادامه به بررسی روابط ریاضی محاسبه مقادیر تحلیلی/تئوری توابع ردهی و همدوسی در حالت کلی برای زمین با  $n$  لایه که بارگذاری درونی بر لایه  $z$  ام اعمال می‌شود پرداخته خواهد شد. به‌منظور بهره‌گیری از مزایای سرعت محاسباتی، محاسبات مورد نظر در حوزه فوریه صورت خواهد گرفت (D ثابت). با استفاده از  $T$  برای نمایش بار سطحی (بالا) و  $B$  برای نمایش بارگذاری زیر سطحی (درونی)، توپوگرافی و گرانی نهایی بعد از بارگذاری به صورت معادله ماتریسی زیر نوشته می‌شوند (کیربی و اسوین، ۲۰۰۸):

$$\begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_B & \mu_T \\ \kappa_B & \kappa_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_B \\ L_T \end{pmatrix} \quad (13)$$

که در آن ثوابت وابسته به عدد موج  $\mu$  و  $\kappa$  توسط مدل به‌دست می‌آیند.

ردهی تئوری با جای‌گذاری معادله (۱۳) در معادله (۱۰) به‌دست می‌آید. در این صورت، عبارت‌هایی همچون  $\langle L_B L_T^* \rangle$  ظاهر می‌شوند. فوریت (۱۹۸۵) پیشنهاد داد که، اگر دو رژیم بارگذاری مستقل باشند، این عبارت‌های طیف متقابل به دلیل وجود ناهمبستگی میان آنها در میانگین‌گیری برابر با صفر می‌شوند. وی پارامتر

برابرند با:

$$\begin{aligned} \kappa_B &= \frac{-\Delta\rho_2}{\Phi g} \\ \kappa_T &= 1 - \frac{\Delta\rho_1}{\Phi} \end{aligned} \quad (19)$$

رهدهی تئوری برای مدل‌های جبران ایزوستازی محلی همچون ایزوستازی آیری با قرار دادن  $D = 0$  در معادله (۱۸) به دست می‌آید؛ زمانی که  $D = 0$  همدوسی برای تمام عدد موج‌ها برابر با ۱ می‌باشد.

### ۳ مدل‌سازی

در این بخش ابتدا به مدل‌سازی توابع رهدهی و همدوسی و بررسی اثر تغییر پارامترهای مؤثر در مقدار این توابع می‌پردازیم. مدل‌سازی‌ها و رسم تمام شکل‌ها حاصل از برنامه‌نویسی و اجرای آن در محیط متلب و توسط نگارنده اول صورت گرفته است. در تمامی موارد ذیل فرض بر این است که پوسته با زمین دو لایه مدل شده است که چگالی پوسته برابر با  $2700$  کیلوگرم بر مترمکعب بوده و اختلاف چگالی برابر با  $500$  کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد. همچنین عمق بارگذاری درونی که در اینجا برابر با عمق موهو در نظر گرفته شده است نیز برابر با  $35$  کیلومتر در نظر گرفته شده است. منحنی مشخصه تابع رهدهی در حالت کلاسیک با فرض عدم وجود همبستگی میان رژیم‌های بارگذاری مشابه آن‌چه توسط فورثیت (۱۹۸۵) مطرح شد در شکل ۳ نمایش داده شده است. در این مدل، فرض بر ثابت بودن پارامترهای عمق بارگذاری و نرخ بارگذاری و تغییر پارامتر  $Te$  به منظور بررسی اثر این پارامتر بر تابع رهدهی می‌باشد. منحنی‌های خط‌چین نمایانگر حالتی است که در آن تنها بارگذاری درونی (بر عمق موهو) در نظر گرفته شده و خطوط پیوسته مربوط به حالتی است که در آن تنها رژیم بارگذاری سطحی در نظر گرفته شده است. اثر تغییر پارامتر نرخ بارگذاری بر تابع رهدهی به‌ازای مقادیر ثابت  $Te$  در شکل ۴ نمایش داده

(۱۶) به دست می‌آید. توجه به این نکته حائز اهمیت است که همدوسی، همدوسی و رهدهی تئوری که در اینجا مطرح شده اند همگی پارامترهایی با مقدار حقیقی هستند. رهدهی حاصل از تنها بارگذاری سطحی با قرار دادن  $f = 0$  در تمام طول موج‌ها در رابطه (۱۵) به دست می‌آید؛ با انجام این کار برای همدوسی، مقدار این پارامتر برابر با ۱ خواهد بود، که نشان دهنده این امر است که همدوسی تنها زمانی قابل محاسبه است که دو بارگذاری اولیه اعمال شوند. رهدهی حاصل از تنها بارگذاری زیرسطحی با قرار دادن  $f \rightarrow \infty$  در تمام طول موج‌ها در معادله (۱۵) به دست می‌آید؛ مجدداً با در نظر گرفتن این فرض مقدار همدوسی به طور یکنواخت برابر با ۱ خواهد بود.

ثوابت سیستم از معادله (۸) و (۹) به دست می‌آیند. در حالت کلی پوسته‌ای  $n$  لایه ( $n \geq 1$ ) با بارگذاری در کف لایه  $j$ ،  $j = [1, n]$  در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌کنیم  $\Delta\rho_i = \rho_{i+1} - \rho_i$  اختلاف چگالی در کف لایه  $i$  ام باشد، با  $\rho_{n+1} = \rho_m$  (چگالی گوشته) و  $\rho_0 = \rho_f$  (سیال بالایی: آب یا هوا)، و نیز  $z_i$  عمق تا کف لایه  $i$  ام باشد. فرض کنیم  $d$  عمق اقیانوس در محیط‌های دریایی است و  $d = 0$  برای معادلات قاره‌ای. پارامتر  $A = 1$  زمانی که  $G$  بی‌هنجاری هوای آزاد بود و  $A = 0$  زمانی که  $G$  بی‌هنجاری بوگه باشد. می‌توان نشان داد که ثوابت گرانشی به صورت زیر می‌باشند (کیربی و اسوین، ۲۰۰۹):

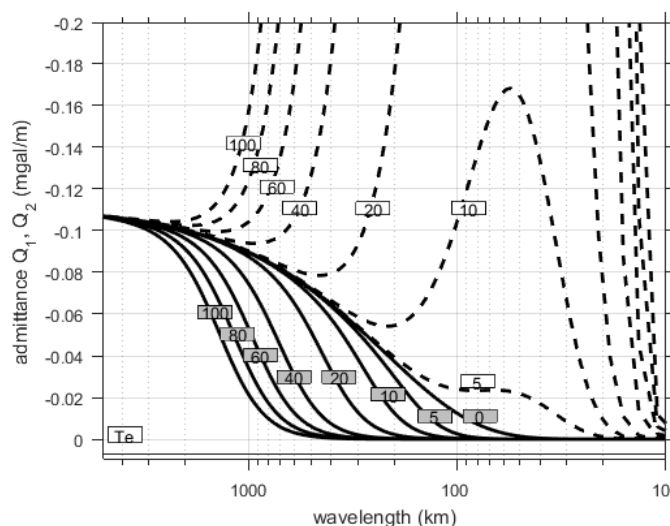
$$\begin{aligned} \mu_B &= \frac{2\pi G}{\Phi} \left\{ -A\Delta\rho_i e^{-kd} + \sum_{i=1}^n (\delta_{ij}\Phi - \Delta\rho_i) e^{-kz_i} \right\} \\ \mu_T &= \frac{2\pi G}{\Phi} \left\{ A(\Phi - \Delta\rho_0) - \sum_{i=1}^n \Delta\rho_i e^{-kz_i} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر،  $G$  ثابت گرانش نیوتن،  $g$  شتاب گرانشی و:

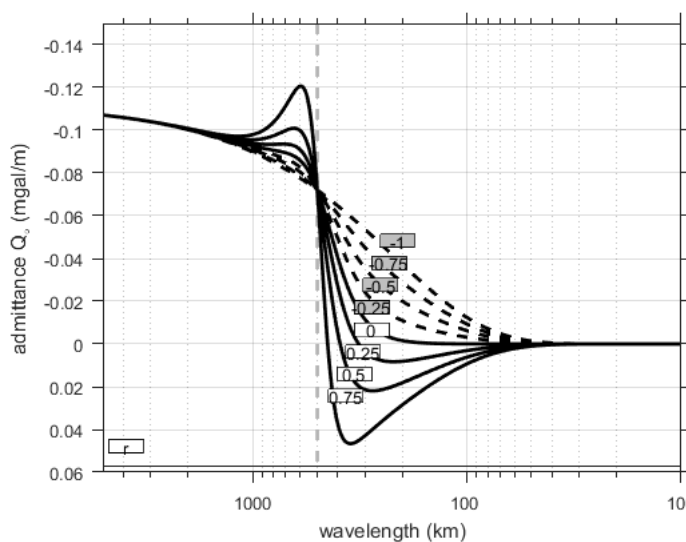
$$\Phi = \frac{Dk^4}{g} + \Delta\rho_m f. \quad (18)$$

ثوابت توپوگرافی نیز برای هر تعداد از لایه‌های پوسته

شده است. همچون قبل، منحنی‌های خط‌چین برای رژیم بارگذاری درونی و خطوط پیوسته برای حالتی است که تنها بارگذاری سطحی در نظر گرفته شد است.



شکل ۳. تابع رهدی کلاسیک پیش‌بینی شده با استفاده از روش فورثیت (۱۹۸۵) برای حالتی رسم شده است که در آن هر دو رژیم بارگذاری سطحی و زیرسطحی اعمال شده است (عمق بارگذاری درونی برابر با عمق موهو در نظر گرفته شده است). در این شکل اثر تغییر پارامتر  $Te$  بر منحنی مشخصه تابع رهدی مورد بررسی قرار گرفته است. منحنی‌های خط‌چین مربوط به حالتی است که صفحه تنها تحت بارگذاری درونی (در عمق موهو) قرار دارد و خطوط پیوسته مربوط به اعمال بارگذاری سطحی بر صفحه می‌باشد.

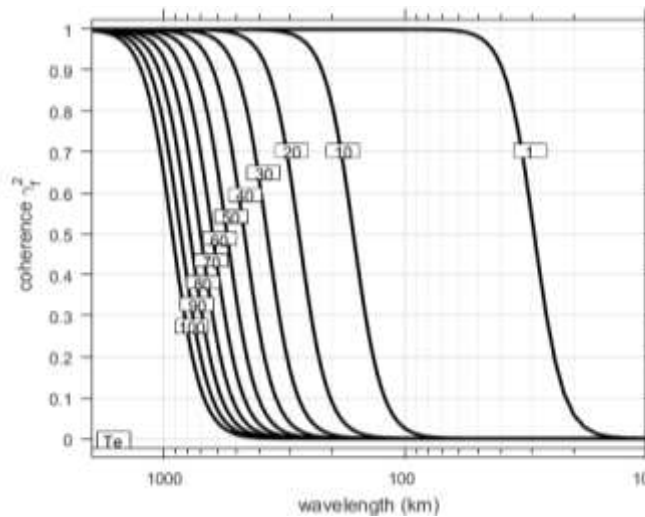


شکل ۴. منحنی رهدی پیش‌بینی شده با استفاده از روش فورثیت (۱۹۸۵) برای بارگذاری هم‌زمان سطحی و زیرسطحی. فرض بر این است که بارگذاری درونی در عمق موهو صورت گرفته است. در این شکل اثر تغییر نرخ بارگذاری درونی به سطحی ( $r$ ) در تابع رهدی مورد بررسی قرار گرفته شده است. مقادیر مورد استفاده برای پارامتر متغییر در شکل ذکر شده است. مقادیر پیش‌فرض برای مدل‌سازی نیز همچون شکل‌های قبل می‌باشد.

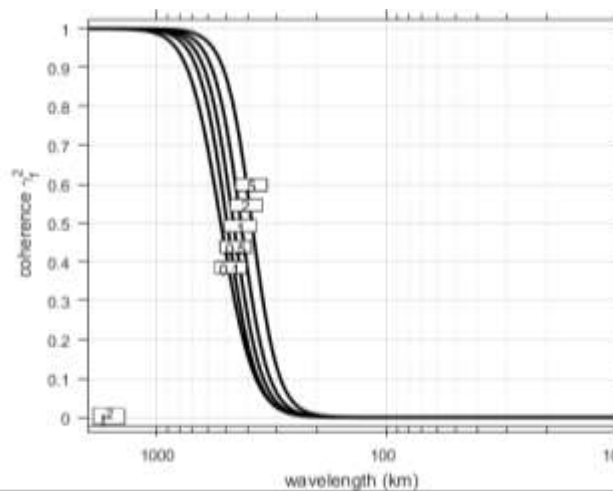


توجه به وجود ارتباط مثبت بین این دو پارامتر می‌توان از منحنی مشخصه تابع همدوسی نیز برای تعیین ضخامت کشسان بهره جست. اثر تغییر پارامتر نرخ بارگذاری بر تابع همدوسی و منحنی مشخصه آن در شکل ۶ نشان داده شده است که همان‌طور که از شکل بر می‌آید تغییر این پارامتر تأثیر به‌سزایی در این تابع نخواهد داشت. لذا با توجه به الزام ورود مقدار اولیه برای پارامتر نرخ بارگذاری حین مدلسازی به منظور محاسبه  $T_e$ ، تعیین مقدار اولیه تأثیر چندانی بر نتیجه بازگردان شده نخواهد داشت.

منحنی مشخصه تابع همدوسی کلاسیک مشابه آنچه توسط فورثیت (۱۹۸۵) مطرح شده است در شکل ۵ به تصویر کشیده شده است. در این حالت نیز فرض بر وجود هر دو رژیم بارگذاری درونی و سطحی به‌طور هم‌زمان می‌باشد. در شکل ۵ فرض شده است که نرخ بارگذاری ثابت بوده و مقدار ضخامت کشسان متغیر می‌باشد. همان‌طور که از این شکل دریافت می‌شود، با افزایش پارامتر  $T_e$ ، طول موج انتقال تابع همدوسی (طول موجی که در آن مقدار تابع همدوسی از مقدار ۱ به مقدار ۰ تغییر می‌کند) به سمت طول موج‌های بالاتر انتقال می‌یابد. لذا با



شکل ۵. منحنی همدوسی پیش‌بینی شده حاصل از روش فورثیت (۱۹۸۵) با نرخ بارگذاری ثابت و ضخامت کشسان‌های متفاوت. مقادیر مورد استفاده برای پارامتر متغیر در شکل ذکر شده است. مقادیر پیش‌فرض برای مدلسازی نیز همچون شکل‌های قبل می‌باشد.



شکل ۶. منحنی همدوسی پیش‌بینی شده حاصل از روش فورثیت (۱۹۸۵) با ضخامت کشسان ثابت و نرخ‌های بارگذاری متفاوت. مقادیر مورد استفاده برای پارامتر متغیر در شکل ذکر شده است. مقادیر پیش‌فرض برای مدلسازی نیز همچون شکل‌های قبل می‌باشد.

نحوه تأثیر پارامترهای مختلف بر منحنی مشخصه توابع هدف رهدهی و همدوسی پرداخته خواهد شد. شکل‌های ۸ تا ۱۰ منحنی‌های رهدهی هوای آزاد، همدوسی بوگه، و همدوسی هوای آزاد تئوری را نشان می‌دهند که از مدل پوسته سه لایه‌ای در زمین‌شناسی قاره‌ای به دست آمده‌اند. در ستون سمت چپ ( $z_I$  ثابت) منحنی‌ها نشان‌دهنده تغییرات در می‌باشد. در ستون وسط ( $f$  ثابت) منحنی‌ها نشان‌دهنده ۲ و ۱ و ۰٫۵ و ۰٫۱  $f=0$  تغییر در عمق بارگذاری درونی به صورت (کیلومتر) ۳۵ و ۲۵ و ۱۰  $z_I = 10$  می‌باشند. در تمام منحنی‌ها، خط تیره‌های قرمز رنگ نشان‌دهنده سیگنال ایزوستازی آیری ( $Te = 0$ ) و  $f = 0$  برای  $z_I = 35$  کیلومتر می‌باشند. واحد رهدهی محاسبه شده میلی‌گال بر متر می‌باشد. در مدل‌سازی از پوسته سه لایه با چگالی و عمق آنها و همچنین چگالی گوشته مطابق آنچه در جدول ۱ ذکر شده است، استفاده شده است.

در سال‌های اخیر تلاش‌های گسترده‌ای به منظور تخمین ضخامت کشسان سنگ‌کره با استفاده از تابع رهدهی و همدوسی صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به مطالعات اسحاق و همکاران (۲۰۲۰)، پیروز و همکاران (۲۰۱۷)، زمانی و همکاران (۲۰۱۴) اشاره کرد. اخیراً قلعه‌نویی و همکاران (۲۰۲۰) و قلعه‌نویی و اردستانی (۱۳۹۹) با استفاده از داده‌های گرانی‌سنجی برداشت زمینی و با استفاده از تابع همدوسی و رهدهی (به ترتیب) به تعیین ضخامت کشسان سنگ‌کره در مقیاس محلی در مناطقی از ایران پرداخته‌اند. در ادامه تابع رهدهی و همدوسی مشاهده شده با بهره‌گیری از مدل زمین (پوسته) سه لایه (در شکل‌های ۸-۱۰) ارائه شده در بخش قبل رسم و مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در این مدل‌سازی‌ها زمین سه لایه با ویژگی‌های رئولوژیکی به شرح جدول ۱ استفاده

شکل ۷-الف و ب به ترتیب منحنی‌های مشخصه توابع رهدهی و همدوسی را نشان می‌دهد. منحنی‌های خط‌چین نمایانگر مقادیر کلاسیک و منحنی‌های رنگی نمایانگر منحنی مشخصه توابع رهدهی و همدوسی برای صفحه کشسان تحت بارگذاری سطحی و زیرسطحی با نرخ بارگذاری برابر با یک و با فرض وجود همبستگی بین دو رژیم بارگذاری و مقادیر مختلف میزان همبستگی (پارامتر  $\delta$ ). در این مدل سنگ‌کره به عنوان صفحه کشسان دو لایه در نظر گرفته شده است که بارگذاری درونی در عمق ۳۵ کیلومتری (موهو) اعمال شده، چگالی پوسته برابر با ۲۷۰۰ و اختلاف چگالی برابر با ۵۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شده است.

در محاسبات مطرح شده در بخش روش‌شناسی به منظور ساده‌سازی روابط با در نظر گرفتن شرط  $\langle L_B L_T^* \rangle = 0$  این فرض در نظر گرفته شد که به لحاظ آماری هیچ همبستگی‌ای بین بارهای اولیه اعمالی بر سنگ‌کره وجود ندارد. حال اگر فرض کنیم که  $L_T = |L_T| e^{i\alpha_{LT}}$  و  $L_B = |L_B| e^{i\alpha_{LB}}$  که در آن  $\alpha$  فاز بارگذاری و  $\delta = \alpha_{LT} - \alpha_{LB}$  برابر با زاویه فازی یا فاصله بین دو بار اولیه بوده و پارامتری مستقل از عدد موج می‌باشد. با محدود کردن پارامتر  $\delta$  بین دو صفر و ۹۰ درجه با این پیش فرض که  $\delta = 0$  مربوط به بارهای همبسته و  $\delta = 90$  مربوط به مدل کلاسیک و بارهای ناهمبسته باشد، با تکرار محاسبات فوق، منحنی‌های شکل برای توابع رهدهی و همدوسی تحلیلی وابسته به تغییر پارامتر  $\delta$  به دست خواهد آمد. در تمام موارد حالت زمین دو لایه در نظر گرفته شده است که برای آن پارامتر  $Te = 30$  کیلومتر،  $f = 0.5$  و بارگذاری درونی بر موهو در عمق ۳۵ کیلومتر اعمال شده است (کیربی و اسوین، ۲۰۰۹).

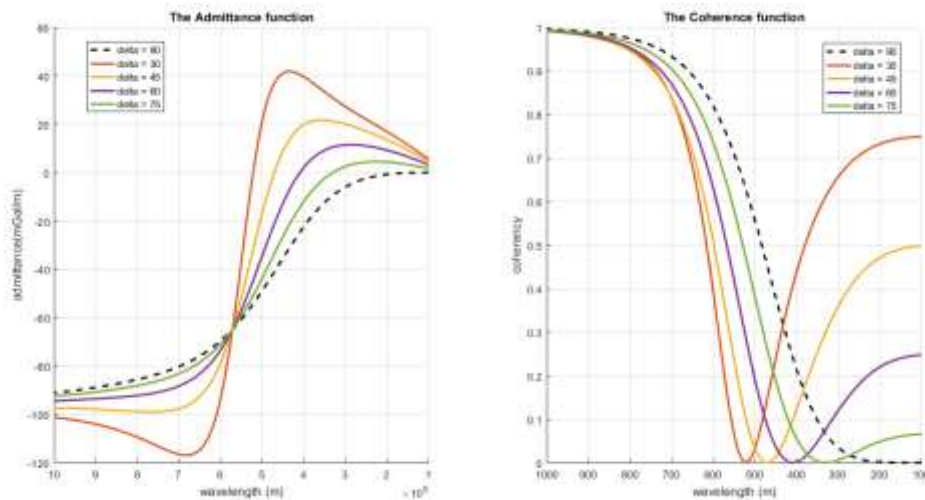
در ادامه به بررسی منحنی‌های تئوری توابع رهدهی و همدوسی با توجه به بحث فوق و مدل کلی زمین  $n$  لایه و

بررسی قرار گرفته اند و شکل ۱۲ (الف، ب و ج) مربوط به منطقه زاگرس بررسی شده در پژوهش قلعه‌نویی و همکاران (۲۰۲۰) می‌باشد.

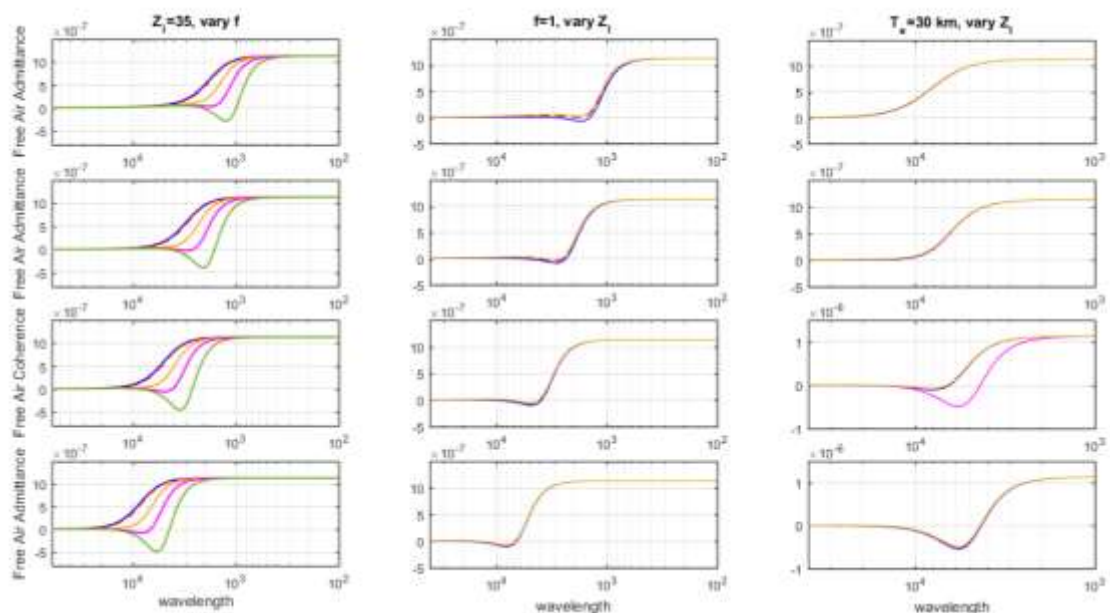
شده است. در این شکل‌ها (۱۱-۱۲) منحنی‌های مربوط به توابع رهدهی هوای آزاد، همدوسی بوگه و همدوسی هوای آزاد مشاهده شده برای مناطق مورد نظر رسم شده است. شکل‌های (۱-الف، ب و ج) مربوط به منطقه محلات که در پژوهش قلعه‌نویی و همکاران (۱۳۹۹) مورد

جدول ۱. مقادیر مورد استفاده در مدل‌سازی مصنوعی و مدل‌سازی داده‌های واقعی. مقادیر مورد استفاده برای چگالی و عمق لایه‌های مختلف پوسته و نیز چگالی موهو برداشت‌شده از مدل جهانی CRUST 1.0 ارائه‌شده توسط (لاسک و همکاران، ۲۰۱۳) می‌باشد.

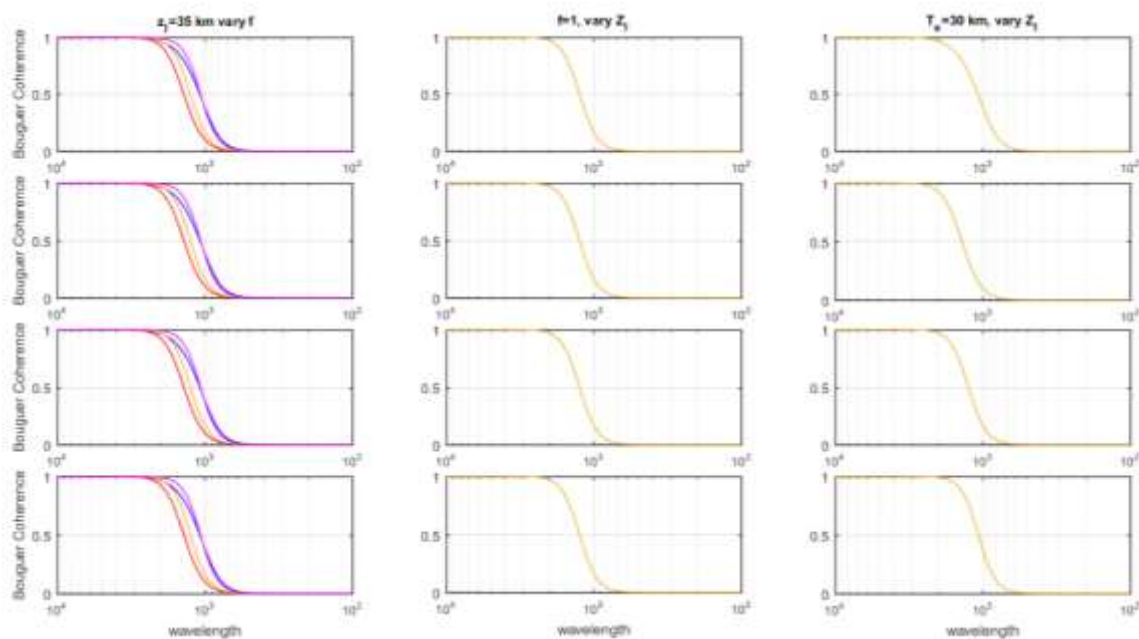
واحد	مقدار	ثوابت
GPa	100	مدول یانگ E
	0.25	ثابت پواسون $\nu$
$kgm^{-3}$	2740	چگالی پوسته پایینی
km	15.3	عمق تا کف پوسته پایینی
$kgm^{-3}$	2830	چگالی پوسته میانی
km	33.22	عمق تا کف پوسته میانی
$kgm^{-3}$	2920	چگالی پوسته پایینی
km	44.31	عمق تا کف پوسته پایینی
$kgm^{-3}$	3300	چگالی متوسط موهو



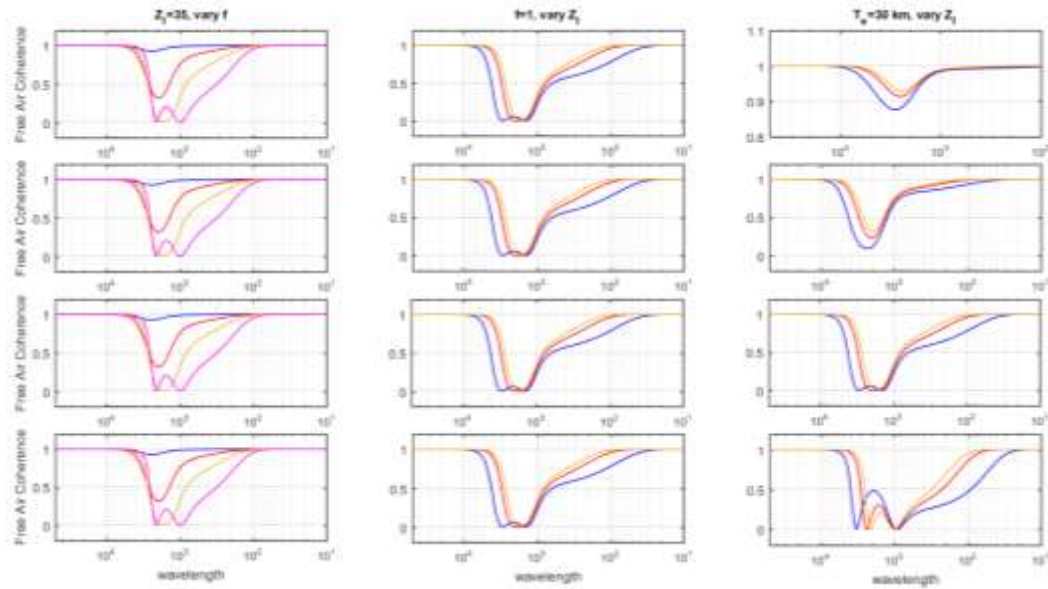
شکل ۷. بررسی اثر تغییر زاویه دلتا در منحنی‌های مشخصه توابع رهدهی و همدوسی. (الف) منحنی‌های تابع رهدهی و (ب) منحنی‌های تابع همدوسی را نشان می‌دهد. در هر دو شکل منحنی‌های خط‌چین نشان دهنده مقادیر کلاسیک توابع (فرض عدم وجود همبستگی بین رژیم‌های بارگذاری) و خطوط رنگی نشان‌دهنده مقادیر توابع به‌ازای نرخ‌های همبستگی متفاوت بین رژیم‌های بارگذاری می‌باشد. پارامتر  $\delta$  پارامتر مؤثر در تعیین نرخ همبستگی بوده و مستقل از عددموج می‌باشد. مقادیر در نظر گرفته‌شده برای این پارامتر به‌ترتیب برابر با ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه می‌باشد. در محاسبه توابع رهدهی و همدوسی زمین دو لایه در نظر گرفته شده است که برای آن پارامتر  $Te=30$  کیلومتر،  $f=0.5$  بارگذاری درونی بر موهو در عمق ۳۵ کیلومتر اعمال شده است.



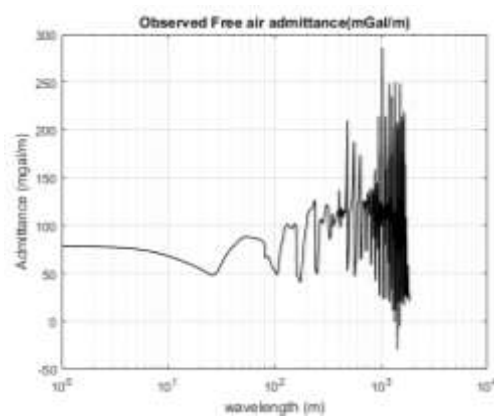
شکل ۸. منحنی‌های رهدمی هوای آزاد تئوری برای مقادیر مشخصه متفاوت  $f$ ،  $T_e$  و عمق بارگذاری درونی ( $Z_1$ )، که در تمامی حالت‌ها  $f$  مقداری یکنواخت دارد و مقدار آن برای تمام طول‌موج‌ها ذکر شده است. رنگ منحنی‌ها با افزایش مقدار پرنگ‌تری می‌شود. منحنی‌ها برای بارگذاری قاره‌ای رسم شده‌اند.



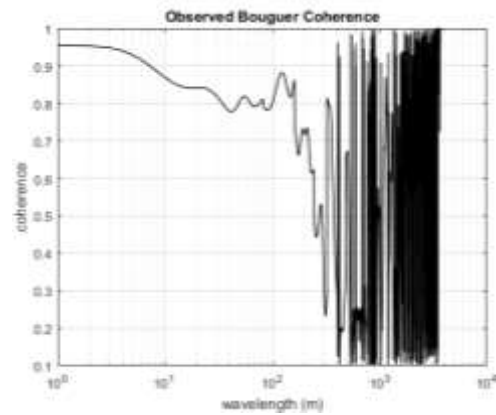
شکل ۹. منحنی‌های همدوسی بوگه برای مقادیر مشخصه متفاوت  $f$ ،  $T_e$  و عمق بارگذاری درونی ( $Z_1$ ). همانند شکل ۸ با افزایش مقادیر، رنگ منحنی‌ها تیره‌تر می‌شود. پارامترهای مدل نیز مشابه آن‌چه در شکل ۸ قید شد، می‌باشند.



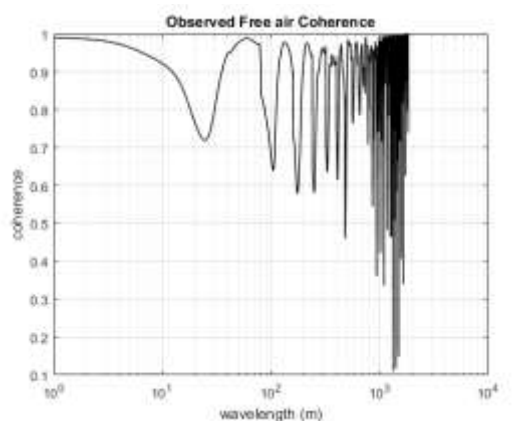
شکل ۱۰. منحنی‌های همدوسی هوای آزاد برای مقادیر مشخصه متفاوت پارامترهای  $f$ ،  $Z_0$  و  $T_0$  (عمق بارگذاری درونی). همانند شکل ۸ با افزایش مقادیر، رنگ منحنی‌ها تیره‌تر می‌شود. پارامترهای مدل نیز مشابه آنچه در شکل ۸ قید شد، می‌باشند.



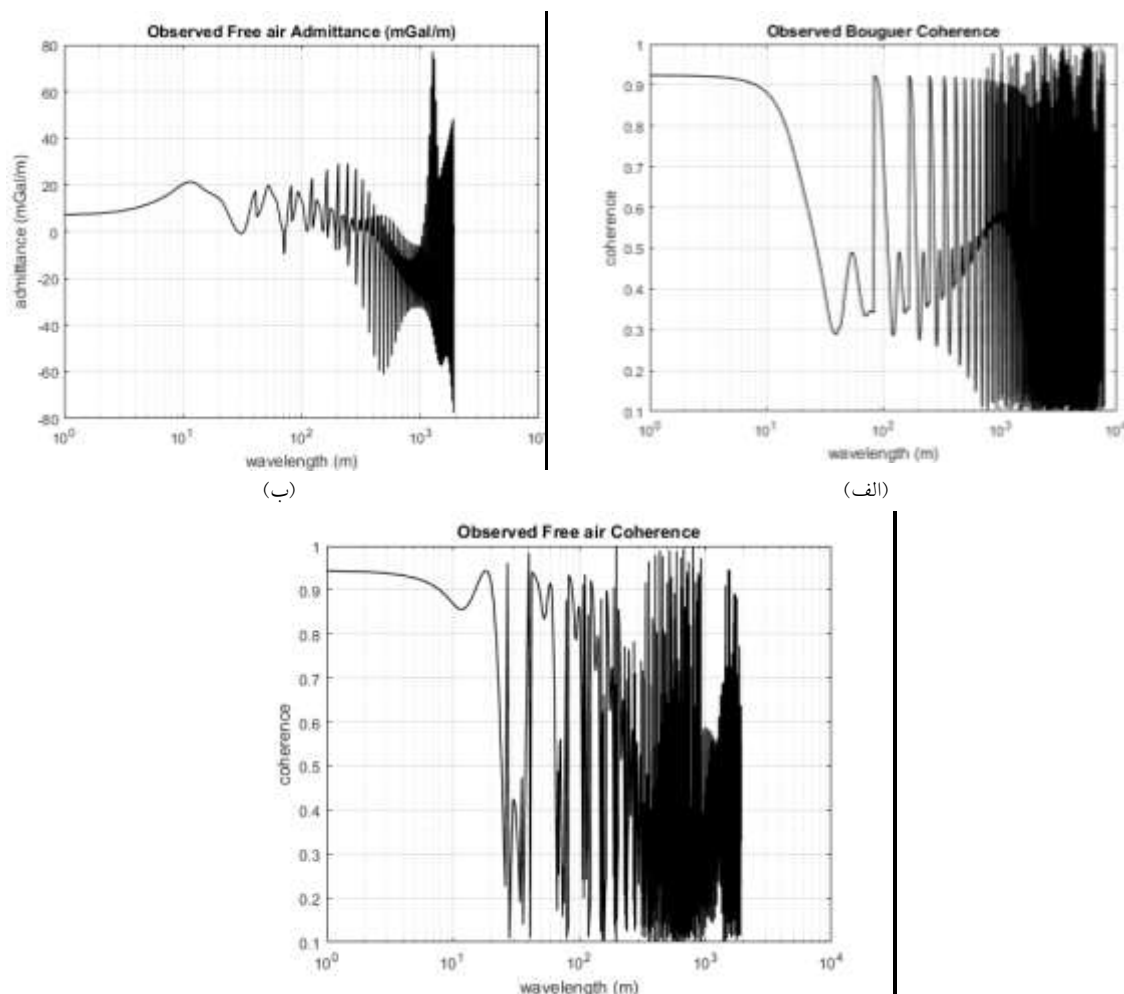
(ب)



(الف)



شکل ۱۱. رسم منحنی‌های توابع رهدیدی و همدوسی مشاهده‌شده با استفاده از داده‌های مورد استفاده توسط قلعه‌نویی و همکاران (۱۳۹۹) برای تعیین ضخامت کشتان سنگ‌کره (الف) تابع همدوسی بوگه (ب) رهدیدی هوای آزاد و (ج) همدوسی هوای آزاد مشاهده‌شده برای منطقه‌ای شامل بلوک‌های اراک، گلپایگان و قم با استفاده از داده‌های مشاهده شده.



شکل ۱۲. رسم منحنی‌های توابع رهدی و همدوسی مشاهده شده با استفاده از داده‌های مورد استفاده توسط قلعه‌نویی و اردستانی (۱۳۹۹) برای تعیین ضخامت کشتان سنگ‌کره (الف) تابع همدوسی بوگه (ب) رهدی هوای آزاد و (ج) همدوسی هوای آزاد مشاهده شده برای منطقه زاگرس با استفاده از داده‌های مشاهده شده

#### ۴ بحث و بررسی

همان‌طور که در شکل شماره ۸ نشان داده شده است، تابع تئوری رهدی هوای آزاد در طول موج‌های بالا به صفر متمایل است. این امر نشان دهنده مکانیزم جبران محلی همچون ایزوستازی است که در آن اثر گرانی توپوگرافی با اثر گرانش لایه جبران‌کننده جابه‌جا شده، متعادل می‌شود و بی‌هنجاری‌های هوای آزاد، در میانگین، برابر با صفر می‌باشند. در طول موج‌های کوتاه منحنی‌ها تا حدی به چگالی لایه پوسته‌ای بالاتر ( $\rho_1$ ) متمایل است، که این امر دلیلی است برای این که چرا چنین چگالی‌هایی اغلب

با وارون‌سازی رهدی تخمین زده می‌شوند. رهدی بوگه تئوری صرفاً با رابطه  $Q_B = Q_F - 2\pi G\rho$  به رهدی هوای آزاد مرتبط می‌شود؛ که مقدار آن در طول موج‌های کوتاه برابر با صفر است به دلیل آن که اثر گرانی جرم‌های توپوگرافی (جبران‌نشده یا متعادل‌شده) حذف شده‌اند. شکل ۸ نشان می‌دهد که رهدی هوای آزاد (و بوگه) به ازای مقادیر متفاوت برای پارامترهای  $f$ ،  $z_l$  و  $Te$  (عمق تا بار درونی) تغییرات زیادی خواهد داشت. با افزایش  $Te$  (به ازای  $f$  و  $z_l$  ثابت)، طول موج انتقال رهدی به طول موج‌های بالاتر منتقل شده و از ایزوستازی آیری جدا

منحنی مربوط به همدوسی هوای آزاد (تئوری) تغییرات بیشتری را به نسبت رهدهی (تئوری) نشان می‌دهد (شکل ۱۰). افزایش  $Te$  موجب کاهش همدوسی می‌شود، همچون اثر کاهنده عمق بارگذاری داخلی، و  $f$  افزایش می‌دهد. این امر بدان علت است که بارهای زیرسطحی اثر گرانشی را ایجاد می‌کند که با توپوگرافی همبستگی کمی دارد، هرچه صفحه سخت‌تر باشد بارهای اعمال‌شده به سطح نزدیک‌تر هستند، یا اندازه بارها بزرگ‌تر خواهد بود. این وابستگی زیاد موجود بین پارامترها موجب می‌شود تا همدوسی هوای آزاد برای تخمین  $Te$ ، به نسبت همدوسی بوگه، خیلی مفید و کاربردی نباشد. اگرچه پارامترهای دیگری همچون خطا در داده ورودی یا مدل هستند که می‌توانند همدوسی را کاهش دهند (همدوسی بوگه یا هوای آزاد).

## ۵ نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر استفاده از توابع رهدهی و همدوسی به‌منظور تخمین ضخامت کشسان سنگ‌کره مورد توجه دانشمندان بسیاری قرار گرفته است. فرایند تخمین ضخامت کشسان، مستلزم در نظر گرفتن فرض‌های اولیه برای پارامترهای مؤثر بر  $Te$  می‌باشد. در این پژوهش با در نظر گرفتن اثر مقادیر متفاوت برای این پارامترها (همچون همبستگی بین بارهای سطحی و زیر سطحی، نرخ بارگذاری، و عمق بارگذاری) به بررسی نحوه تغییرات منحنی مشخصه توابع رهدهی و همدوسی پرداخته شده است. نتایج به‌دست آمده در این پژوهش را می‌توان در موارد ذیل خلاصه نمود.

- منحنی مشخصه تابع رهدهی به‌شدت با تغییر پارامتر مؤثر تغییر خواهد داشت لذا استفاده از این تابع به‌منظور تخمین ضخامت کشسان مستلزم دانش کافی دقیق در رابطه ساختار و پارامترهای دخیل در منطقه مورد نظر می‌باشد.
- منحنی مشخصه تابع همدوسی به‌گونه‌ای است که با

می‌شود. اگر هرگونه بارگذاری درونی وجود داشته باشد، اثراتشان بر رهدهی با افزایش نسبت بارگذاری افزایش می‌یابد، به نحوی که در موارد خاص رهدهی مقدار منفی دارد. به‌علاوه همان‌طور که بارگذاری درونی سطحی‌تر باشد، انتقال رهدهی شیب‌دارتر شده، همچنین اثر  $f$  افزایشی کمینه می‌شود.

شکل مشخصه منحنی همدوسی بوگه تئوری (شکل ۹) مرتبط با ناتوانی سنگ‌کره در حمایت بارگذاری‌های با طول‌موج‌های خیلی بالا بدون خمش بوده، که بی‌هنجاری بوگه را با جابه‌جایی چگالی بیشتر گوشته ایجاد می‌کند. بنابراین همدوسی قوی‌ای بین بی‌هنجاری بوگه و توپوگرافی در این طول‌موج‌ها، و ایزوستازی محلی به‌دست خواهد آمد. در خصوص بارگذاری‌های با طول‌موج کوتاه، اگرچه، سنگ‌کره مستحکم به نظر می‌رسد، یعنی خمش ندارد، و هیچ بی‌هنجاری بوگه‌ای ایجاد نمی‌شود؛ لذا همبستگی کمی بین بی‌هنجاری بوگه و توپوگرافی وجود داشته و همدوسی بوگه به صفر می‌رسد. طول‌موج انتقال که در آن منحنی همدوسی بوگه از صفر به ۱ تغییر می‌کند، بیان‌کننده معیاری است که به‌ازای آن طول‌موج‌های بارگذاری یا در تعادل هیدرواستاتیک جبران می‌شوند ( $\gamma_B^2 \rightarrow 1$ )، یا با مقاومت صفحه جبران می‌شوند ( $\gamma_B^2 \rightarrow \infty$ )، و یا به‌طور نسبی با مقاومت صفحه جبران می‌شوند ( $\gamma_B^2 \approx 0.5$ ) (زوبر و همکاران، ۱۹۸۹). کشش معکوس در طول‌موج‌های بالاتر برای صفحات محکم، و طول‌موج‌های کوتاه‌تر برای صفحات ضعیف، همان‌طور که در شکل ۹ نشان داده شده، رخ می‌دهد. سیمون و الهد (۲۰۱۳) معادله تحلیلی را برای محاسبه طول‌موج کشش معکوس ارائه کردند. طول‌موج کشش معکوس به بزرگی  $Te$  در منطقه وابسته است، و به سایر پارامترها همچون  $f$  و عمق بارگذاری درونی به میزان کمتری وابسته است، که به‌همین دلیل این روش بیشتر مورد استفاده قرار گرفته است.

زین، هرمان (۱۳۹۰). تعیین مدل پوسته و سنگ کره نواحی البرز، ایران مرکزی و خزر جنوبی با استفاده از داده‌های ژئوئید و توپوگرافی. مجله ژئوفیزیک ایران، ۱۶(۱)، ۱-۱۱.

نوزاد خلیل، توحید، متقی، سیدخلیل (۱۳۹۶). بررسی هندسه مرزهای ناپیوستگی در مکران ساحلی با استفاده از مهاجرت و مدل‌سازی توابع گیرنده. مجله ژئوفیزیک ایران، ۱۱(۳)، ۱۵۷-۱۷۳.

Audet, P., & Mareschal, J. C. (2007). Wavelet analysis of the coherence between Bouguer gravity and topography: application to the elastic thickness anisotropy in the Canadian Shield. *Geophysical Journal International*, 168(1), 287-298.

Banks, R. J., Parker, R. L., & Huestis, S. P. (1977). Isostatic compensation on a continental scale: local versus regional mechanisms. *Geophysical Journal International*, 51(2), 431-452.

Burov, E. B. (2010). The equivalent elastic thickness ( $T_e$ ), seismicity and the long-term rheology of continental lithosphere: time to burn-out "crème brûlée"? insights from large-scale geodynamic modeling. *Tectonophysics*, 484(1-4), 4-26.

Burov, E. B., & Molnar, P. (1998). Gravity anomalies over the Ferghana Valley (central Asia) and intracontinental deformation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 103(B8), 18137-18152.

Burov, E., & Diament, M. (1995). Isostasy, equivalent elastic thickness, and inelastic rheology of continents and oceans. *Geology*, 24(5), 419-422.

Eshagh, M., Tenzer, R., & Eshagh, M. (2020). Elastic thickness of the Iranian lithosphere from gravity and seismic data. *Tectonophysics*, 774, 228186.

Forsyth, D. W. (1985). Subsurface loading and estimates of the flexural rigidity of continental lithosphere. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 90(B14), 12623-12632.

Ghalehnovi, S., Ardestani, V. E., & Pysklywec, R. N. (2020). Determination of elastic thickness of the lithosphere using gravity and topography data: a case study for the Golpavegan, Arak, and the Qom Blocks. *Arabian Journal of Geosciences*, 13(23), 1-12.

Karner, G. D., & GD, K. (1982). Spectral

استفاده از طول موج انتقال، آنچه به عنوان انتقال همدوسی قوی و ضعیف بین بی‌هنجاری بوگه و توپوگرافی منطقه مورد بررسی معرفی شد، می‌توان به ضخامت کشسان پی برد.

• اثر تغییر پارامتر نرخ بارگذاری بر توابع مورد نظر ناچیز بوده و در نتیجه تعیین مقدار اولیه نرخ بارگذاری در فرایند وارون‌سازی تأثیر به‌سزایی نخواهد داشت.

• با توجه به همبستگی اندک بین تابع رده‌های آزاد و توپوگرافی این تابع برای تعیین ضخامت کشسان از کارایی کمتری نسبت به تابع همدوسی برخوردار بوده و در صورت استفاده از این روش نتایج کمتر از مقدار واقعی تخمین‌زده خواهند شد.

• با توجه به همبستگی اندک بین گرانش هوای آزاد و توپوگرافی نیز می‌توان به این نتیجه دست یافت که همدوسی هوای آزاد نیز به نسبت همدوسی بوگه از کارایی کمتری نسبت به همدوسی بوگه برای تخمین ضخامت کشسان سنگ کره برخوردار است.

## منابع

رحیمی و غلام‌زاده (۱۳۹۵). برآورد رابطه وابستگی فرکانسی ضریب کیفیت امواج فشارشی در جزیره قشم. *مجله ژئوفیزیک ایران*، ۱۱(۲)، ۱۱۰-۱۱۸.

قلعه‌نویی، س.، ابراهیم‌زاده اردستانی، و (۱۳۹۹). تعیین ضخامت کشسان سنگ کره در رشته‌کوه زاگرس با استفاده از تابع رده‌های. *فیزیک زمین و فضا*، ۴۷(۱)، ۵۹-۷۵.

کلوندی، ف.، متقی، خ.، و شبانیان (۱۳۹۵). مطالعه ساختار سنگ کره در منطقه برخوردی زاگرس شمالی با استفاده از وارون‌سازی هم‌زمان توابع گیرنده و منحنی‌های پاشش امواج سطحی. *مجله ژئوفیزیک ایران*، ۱۰(۴)، ۴۸-۶۱.

متولی عنبران، سید هانی، ابراهیم‌زاده اردستانی، وحید،



- Simons, F. J., & Olhede, S. C. (2013). Maximum-likelihood estimation of lithospheric flexural rigidity, initial-loading fraction and load correlation, under isotropy. *Geophysical Journal International*, 193(3), 1300-1342.
- Stephenson, R., & Lambeck, K. (1985). Isostatic response of the lithosphere with in-plane stress: Application to central Australia. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 90(B10), 8581-8588.
- Timoshenko, S. P., & Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of plates and shells*. McGraw-hill.
- Watts, A. B. (2001). *Isostasy and Flexure of the Lithosphere*. Cambridge University Press.
- Watts, A. B., & Burov, E. B. (2003). Lithospheric strength and its relationship to the elastic and seismogenic layer thickness. *Earth and Planetary Science Letters*, 213(1-2), 113-131.
- Zamani, A., Samiee, J., & Kirby, J. F. (2014). The effective elastic thickness of the lithosphere in the collision zone between Arabia and Eurasia in Iran. *Journal of Geodynamics*, 81, 30-40.
- Zuber, M. T., Bechtel, T. D., & Forsyth, D. W. (1989). Effective elastic thicknesses of the lithosphere and mechanisms of isostatic compensation in Australia. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 94(B7), 9353-9367.
- representation of isostatic models.
- Karner, G. D., & Watts, A. B. (1982). On isostasy at Atlantic-type continental margins. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 87(B4), 2923-2948.
- Kirby, J. F., & Swain, C. J. (2008). An accuracy assessment of the fan wavelet coherence method for elastic thickness estimation. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 9(3).
- Kirby, J. F., & Swain, C. J. (2009). A reassessment of spectral Te estimation in continental interiors: The case of North America. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114(B8).
- Laske, G., Masters, G., Ma, Z., & Pasyanos, M. (2013). Update on CRUST1. 0—A 1-degree global model of Earth's crust. Paper presented at the *Geophys. Res. Abstr.*
- Parker, R. L. (1972). The rapid calculation of potential anomalies. *Geophysical Journal International*, 31(4), 447-455.
- Pirouz, M., Avouac, J. P., Hassanzadeh, J., Kirschvink, J. L., & Bahroudi, A. (2017). Early Neogene foreland of the Zagros, implications for the initial closure of the Neo-Tethys and kinematics of crustal shortening. *Earth and Planetary Science Letters*, 477, 168-182.

## Theoretical modelling of the coherence and admittance functions

Samira Ghalehovi<sup>1\*</sup> and Vahid Ebrahimzade Ardestani<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>2</sup>Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 27 June 2021, Accepted: 28 January 2022)

### Summary

The flexural strength and consequently the elastic thickness ( $T_e$ ) of the lithosphere are often calculated utilizing the statistical relationships between gravity anomalies and topography data.

The elastic thickness of the lithosphere is one of the most important parameters in determining the geological properties and characteristics of the crust as well as its rheological behavior.

This prospective study was designed to investigate the use of the gravity and topography data in order to calculate the two fundamental functions, i.e. admittance and coherence, which are the basic functions for determining the elastic thickness of the lithosphere. In this research, the theory of the two objective functions is modeled. The study offers some important insights into the involved parameter and how they affected the functions. Additionally, the results show the impact of initial assumptions of different parameters on the retrieved value of the  $T_e$  parameter.

Taking into account the initial assumptions about parameters such as the elastic thickness ( $T_e$ ) of the plate, the loading ratio ( $f$ ) and the degree of correlation ( $r$ ) between the surface and subsurface loading regimes applied to the plate and using spectral methods, the value of these two functions are calculated. After examining the theoretical models, the real-data analysis is conducted in order to examine the observed values and compare them with the theoretical values. Based on what was mentioned in the following, this function can be able to retrieve the elastic thickness of the lithosphere. We concluded that:

One of the more significant findings to emerge from this study, by examining the theoretical models, is that the best function to determine the elastic thickness of the lithosphere is to use the Bouguer coherence function. A comparison of the results reveals that the characteristic curves of the admittance function will change drastically with the change of the involved parameters. Consequently, having complete knowledge of the structure of the region and involved parameters is essential while using free air admittance in order to determining  $T_e$ .

As it was illustrated in this research, the characteristic curve of the coherence function can be used to determine  $T_e$  based on the roll over wavelength.

For the reason that there was no significant change in the shape of characteristic curve of the functions with the initial value of the loading ratio ( $f$ ), this parameter had less impact on the inversion process. Having considered rare correlation between free air gravity and topography, it is reasonable to accept that the free air coherence method is less applicable in determining  $T_e$  than Bouguer coherence. The findings from previous studies provide support for the key arguments.

**Keywords:** Admittance, cogerence, elastic thickness, geodynamics, gravity, lithosphere

---

\*Corresponding author:

Sghalenovi1989@gmail.com