

## تفکیک و بازسازی چشمه‌های گرانی باقی‌مانده و منطقه‌ای در حوزه تبدیل موجک

محمدعلی احمدی<sup>۱</sup>، وحید ابراهیم‌زاده اردستانی<sup>۱\*</sup> و لقمان نمکی<sup>۲</sup><sup>۱</sup>موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران و قطب نقشه برداری و مقابله با سوانح طبیعی، ایران  
<sup>۲</sup>دانشگاه آزاد سنندج، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۵/۴، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۹/۱۰)

## چکیده

تبدیل موجک روشی است برای برآورد پارامترهای هندسی مقاطع دوبعدی چشمه‌های گرانی که در آن، تبدیل موجک پیوسته موقعیت تکنیکی‌های میدان پتانسیل را با یک الگوی هندسی مخروطی شکل که راس آن به سمت محل گوشه‌های مقطع چشمه متمایل است، نشان می‌دهد. در یک چارچوب فضا-مقیاس، تبدیل موجک پیوسته در دامنه مقیاس‌های خاصی که به طول موج بی‌هنجاری چشمه هدف بستگی دارد، خطوطی که برازش نقاط بیشینه ضرایب موجک هستند، همدیگر را در محل چشمه نقطه‌ای یا امتداد لبه-های چشمه بی‌هنجاری قطع می‌کنند (روش تحلیل چندمقیاسی لبه). اما در صورتی که بی‌هنجاری‌های مشاهده شده برهم‌نهی اثرات چشمه‌های گوناگون باشند، روش ذکر شده، اعماق واقعی لبه‌های چشمه‌های عمیق را آشکارسازی نخواهد کرد. از این رو با استفاده از خاصیت جداسازی تبدیل موجک گسسته، سیگنال بی‌هنجاری کل در چندین تراز که براساس نوارهای بسامدی از بالا به پایین تقسیم‌بندی می‌شود، تفکیک‌پذیر است. این روش روی داده‌های مصنوعی حاصل از یک مدل ترکیبی که در آن چشمه کم‌عمق ساختاری با سطح مقطع مثلثی بر بالای نقطه تقاطع دو دژنقه با امتداد نامحدود که سطح مقطع ساختار چشمه عمیق قرار گرفته اعمال شده است. بنابراین، اثرات سطحی بیشتر در ترازهای پایین و اثرات عمیق در ترازهای بالا است. پس به‌منظور تضعیف اثرات سطحی، بخش زیادی از ضرایب بازسازی موجک سیگنال، در ترازهای پایین میرا شده است و در نهایت، کل ضرایب موجک بازسازی شده و سیگنال بی‌هنجاری پالایش شده، که بیشتر ناشی از اثرات عمیق‌اند به‌دست آمده است. آن‌گاه با روش تبدیل موجک پیوسته سیگنال حاصل تحلیل شده و گوشه‌های مقطع چشمه عمیق برآورد شده است. پس، با استفاده از ترکیب خاصیت تبدیل موجک گسسته به مثابه یک ابزار توانمند در جداسازی، و تبدیل موجک پیوسته، اثرات چشمه‌های عمیق از سطحی بازسازی شده است. همچنین این روش روی داده‌های همراه با نوفه ۴٪ اعمال شده است.

داده‌های واقعی مورد استفاده، مربوط به منطقه ساردینیای ایتالیا است. از لحاظ زمین‌شناسی این منطقه شامل بستر پالوزوئیک عمدتاً با سنگ‌های دگرگون گرانیتی است که زون شرقی آن با ریف اولیگو-میوسن یا ریف ساردینیا با روند شمالی-جنوبی قطع شده است و شامل گرابن کامپی‌دانو است. گرابن بین خلیج اوربستانو و خلیج کالیاری قرار گرفته و در بخش جنوبی خشکی ساردینیا گسترش پیدا کرده است. بخش بالایی فرو رفتگی آن با توالی پلیوسن-کواترنری که عمدتاً از رسوبات قاره‌ای و گدازه‌های بازالتی تشکیل یافته پُر شده است. در این تحقیق، با اعمال این روش روی یک نیم‌رُخ از داده‌ها شامل ۳۳۴ ایستگاه و فاصله برداشت ۰/۶ کیلومتر که در آن به‌منظور حذف اثر لبه‌های انتهایی نیم‌رُخ تا ۵۱۲ ایستگاه گسترش داده شده است، مرزهای گرابن و موقعیت طولی-آن برآورد شده که در توافق خوبی با تفسیرهای زمین‌شناسی و ژئوفیزیکی دیگر است.

**واژه‌های کلیدی:** تبدیل موجک پیوسته، تبدیل موجک گسسته، جداسازی، بی‌هنجاری گرانی، تحلیل تفکیک چندگانه، تحلیل چندمقیاسی لبه

## Separation and reconstruction of residual and regional gravity sources in wavelet transform domain

Muhammad Ali Ahmadi<sup>1</sup>, Vahid Ebrahimzadeh Ardestani<sup>1\*</sup> and Loghman Namaki<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Geophysics, University of Tehran and Center of Excellence in Survey Engineering and Disaster Management, Tehran, Iran*

<sup>2</sup>*Islamic Azad University, Sanandaj Branch, Iran*

(Received: 25 July 2012, accepted: 1 December 2014)

### Summary

The wavelet transform is used to estimate geometrical parameters of two-dimensional cross sections of gravity sources in which the continuous wavelet transform shows the location of the potential field singularities in a geometrical pattern as a simple cone the apex of which tend to the corners of the source cross section. Within the space-scale framework, the continuous wavelet transform, in special scales domain related to the wavelength of causative body anomaly, the lines formed by joining the modulus maximum of the wavelet coefficients, intersect each other at the position of the point source or along the edges of the anomaly source (multi-scale edge detection method). However, the procedure may fail, since the observed anomalies are superpositions of effects of different sources. Therefore, the total anomaly signal is separated based on dividing its high to low frequencies into several levels. This method was applied to synthetic data of a complex model in which the shallow source, a structure with a triangular cross section is located above the intersection of two trapezoids with infinite lengths which are cross sections of a deep structure. Therefore, shallow and deep effects are often located in low and high levels, respectively. To attenuate the effect of shallow sources, a majority of the wavelet reconstruction coefficients of the signal were muted in low levels. Eventually, the whole of wavelet coefficients reconstructed and filtered anomaly signal due to the deeper sources resulted. Then, the signal was analyzed and the corners of the cross section of the deep source were estimated by the multi-scale edge detection method. Therefore, the effects due to the deeper sources from those of the shallower ones were reconstructed by a joint application of discrete wavelet transform as a powerful tool and continuous wavelet transform. The method was also applied to noisy data (4%).

The available real data was that of Sardinia (Italy). From a geological point of view, it has a Paleozoic basement, consisting mainly of granitic metamorphic rocks; its western sector is intersected by an N-S trending Oligo-Miocene Rift (the Sardinia Rift) containing the Campidano graben the limits of which are the Gulfs of Oristano and Cagliari extended in the southern part of the island. The upper part of the depression is filled by a Pliocene-Quaternary sequence. In this research, the boundaries and the length position of the graben were estimated by applying the method to a profile consisting of 334 data points with a 0.6 km step, extended to 512 data points in order to avoid end effect of the edges, which was in good agreement with other geological and geophysical interpretations.

**Keywords:** Continuous wavelet transform, discrete wavelet transform, filtering, gravity anomaly, multi-resolution analysis, multi-scale edge detection

## ۱ مقدمه

ابتدا هار (۱۹۰۹) به موجک‌ها اشاره کرد. موجک‌ها در یک فاصله محدود متراکم‌اند و گسترش محدود (compact support) دارند. مالات (۱۹۸۹)، تحلیل فوریه را برای تفسیر و پردازش بازتاب امواج فرستاده شده به زیر زمین به منظور اکتشاف و برآورد مقدار ضخامت لایه‌های نفتی مناسب نمی‌دانست، زیرا تحلیل فوریه برای سیگنال‌هایی مناسب است که در طول زمان پایا باشند. بنابراین وی راه حل دیگری را جست‌وجو و نقطه آغاز پیدایش تبدیل موجک را به صورت فرمولی پایه‌ریزی کرد.

در حوزه تبدیل موجک تا حد زیادی برای غلبه بر این مشکل، به جای حوزه بسامد یا عدد موج از حوزه مقیاس استفاده می‌شود و با تغییر مقیاس موجک یا پنجره، بسامدهای متفاوتی پوشش داده می‌شود.

عرضه تابع‌هایی که برحسب مقیاس تغییر می‌کنند و انرژی آنها پایسته است را چندین محقق بررسی کرده‌اند. گراسمن و مارلت (۱۹۸۵) موجک‌هایی را در یک زمینه فیزیکی تعریف کرده‌اند. مالات (۱۹۸۹) الگوریتم‌های هرمی و پایه‌های موجک یکامتعامل (اورتونرمال) را به منظور پردازش رقمی داده‌ها معرفی کرد. دبچیز (۱۹۹۰) روش مالات را برای بازسازی مجموعه‌ای از تابع‌های پایه یکامتعامل، که امروزه اساس کاربرد تبدیل موجک هستند، به کار برد.

از آنجاکه تبدیل موجک ابزاری قوی برای پردازش داده‌های ژئوفیزیکی است، در طول یک دهه اخیر، گستره کاربرد آن، حوزه ژئوفیزیک را نیز فرا گرفته است. بعضی کاربردهای اخیر در حوزه ژئوفیزیک پردازش داده‌های میدان پتانسیل (لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۷؛ کوپر، ۲۰۰۶) و پردازش داده‌های لرزه‌ای (گروپ و والدن، ۱۹۹۷) است. با این حال انتخاب نوع موجک اهمیت بسیاری دارد. باید با توجه به سیگنالی که بررسی می‌شود موجک مناسب انتخاب یا طراحی شود. بحث چگونگی طراحی

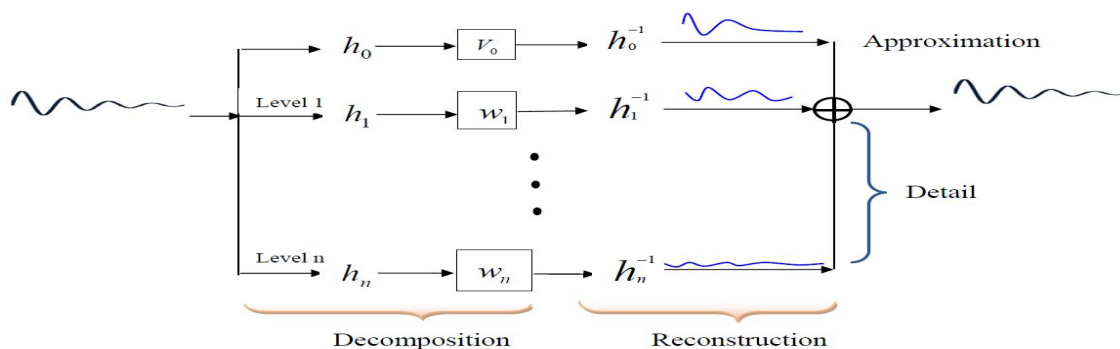
موجک فراتر از سطح این تحقیق است.

برای پردازش و تحلیل میدان‌های پتانسیل حاصل از چشمه‌های همگن گرانی، موریو و دیگران (۱۹۹۷) از موجک‌های خاصی که حاصل مشتق‌های افقی مرتبه اول، دوم و سوم تابع پواسون (گرین) بودند استفاده کردند.

تبدیل موجک به دو صورت پیوسته و گسسته وجود دارد. تبدیل موجک پیوسته این امکان را فراهم می‌کند که با استفاده از یک ساختار هندسی مخروطی ساده که به سمت چشمه نقطه‌ای یا مرزهای بی‌هنجاری متمایل می‌شود (روش آشکارسازی چندمقیاسی لبه) می‌توان موقعیت افقی، عمق و مانند آن را برآورد کرد.

تبدیل موجک گسسته، با توجه به خاصیت ویژه پایه‌های موجک آن، به منزله ابزاری توانمند در جداسازی و حذف نوفه کاربرد دارد. بدون اغراق می‌توان گفت، تاکنون تبدیل موجک بهترین ابزار برای حذف نوفه در سیگنال است.

در مواردی که چندین بی‌هنجاری در نزدیکی یا مجاورت همدیگر قرار دارند، به علت تداخل تاثیر هر کدام از چشمه‌ها، با تبدیل موجک پیوسته نمی‌توان مشخصات چشمه‌ها را به طور دقیق آشکارسازی کرد. در چنین موقعیتی، با استفاده از تبدیل موجک گسسته و با انتخاب نوع موجک مناسب می‌توان اثرات مربوط به هر چشمه را جداسازی و تفکیک کرد. بنابراین با توجه به اهمیت جداسازی اثرات باقی‌مانده و منطقه‌ای و برآورد پارامترهای چشمه‌های متناظرشان در حوزه میدان گرانی، استفاده از ترکیب تبدیل موجک پیوسته و گسسته، روش جدیدی برای آشکارسازی چشمه‌های کم‌عمق و عمیق نسبت به روش‌های قدیمی از قبیل رسم روند اثر بی‌هنجاری منطقه‌ای به صورت دستی، استفاده از ادمه فراسو، ادمه فروسو، گرادیان‌های قائم و افقی و برازش چند جمله‌ای و تحلیل طیف فوریه (فدی و کوارتا، ۱۹۹۸؛ اسپکتور و گرانت، ۱۹۷۰) است. در این تحقیق نیز با توجه



شکل ۱. تحلیل تفکیک چندگانه یک سیگنال در زیرفضاهای  $V_0$  و  $W_0$  و بازسازی آن پس از جمع کل ضرایب بازسازی شده تبدیل موجک در هر تراز.

$$CWT_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx, \quad (2)$$

$$DWT_f(a, b) = \sum \sum f(x) 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k), \quad (3)$$

و  $\psi(x)$  تابع موجک مادر نامیده می‌شود. پارامترهای  $a$  و  $b$  به ترتیب پارامتر مقیاس (scale) و موقعیت (position) موجک مادر، و  $a$  نمایش میزان پهنای موجک و  $b$  نمایش موقعیت آن است.

### ۳ تحلیل تفکیک چندگانه (Multiresolution analysis)

دنباله زیرفضاهای  $V_j$  را یک MRA از فضای  $L^2(\mathbb{R})$  گوئیم، هرگاه (مالات، ۱۹۸۹):

$$V_{-\infty} = \{0\}, V_{\infty} = L^2(\mathbb{R}), \cup V_j = L^2(\mathbb{R}), \quad (4)$$

$$V_j \subset V_{j+1}$$

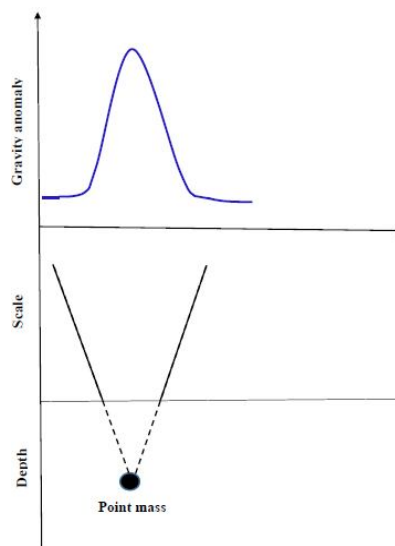
به هر کدام یک تابع و پالایه (فیلتر) مقیاس نسبت داده می‌شود به صورتی که هر تابع مقیاس را می‌توان با تابع مقیاس مجموعه در برگیرنده آن ساخت. یعنی:

$$\varphi(x) = \sum_n h_0[n] \sqrt{2} \varphi(2x - n), \quad (5)$$

$h_0[n]$  پالایه مقیاس نامیده می‌شود.

فضای موجک همان اختلاف زیرفضاهای متوالی  $V_j$  است که با  $w_j$  نمایش داده می‌شود و تابع‌های پایه آن

به مدل‌های مصنوعی عرضه شده، از این روش در جداسازی بی‌هنجاری‌های باقی‌مانده و منطقه‌ای استفاده شده است.



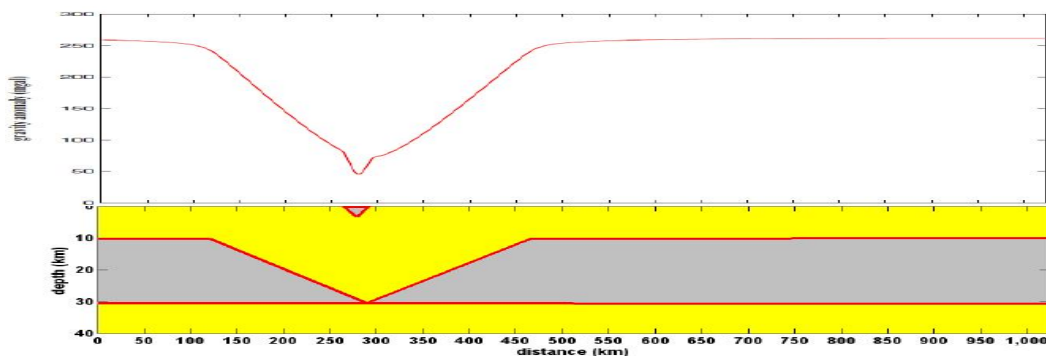
شکل ۲. تقاطع خطوط بی‌شینه ضرایب موجک و میدان پتانسیل چشمه نقطه‌ای در عمق  $Z$ .

### ۲ تبدیل موجک

تابع  $f(x)$  در فضای  $L^2(\mathbb{R})$  با شرط زیر تعریف می‌شود (مالات، ۱۹۸۹):

$$f(x) \in L^2(\mathbb{R}) \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx < \infty, \quad (1)$$

که تبدیل موجک پیوسته و تبدیل موجک گسسته تابع  $f$  به ترتیب به صورت زیر بیان می‌شود (مالات، ۱۹۸۹):



شکل ۳. مدل سطح مقطع دو بُعدی بی‌هنجاری ترکیبی و سیگنال میدان گرانی آن.

در صورت متعامد بودن تابع‌های مقیاس آن‌گاه:

$$f(x) \in L^2(IR) \Rightarrow f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} d_{jk} \psi_{jk}(x), \quad (7)$$

که  $d_{jk}$  و  $c_{0,k}$  به ترتیب ضرایب بسط مقیاس و موجک است.

با توجه به ارتباط تابع‌های مقیاس و موجک در فضاهای گوناگون، در رابطه (۸)، ضرایب متناظرشان نیز به صورت رابطه (۹) که نشان‌دهنده کاهش از نمونه‌ها (down sampling) از درجه دو است، مرتبط هستند (مالات، ۱۹۸۹):

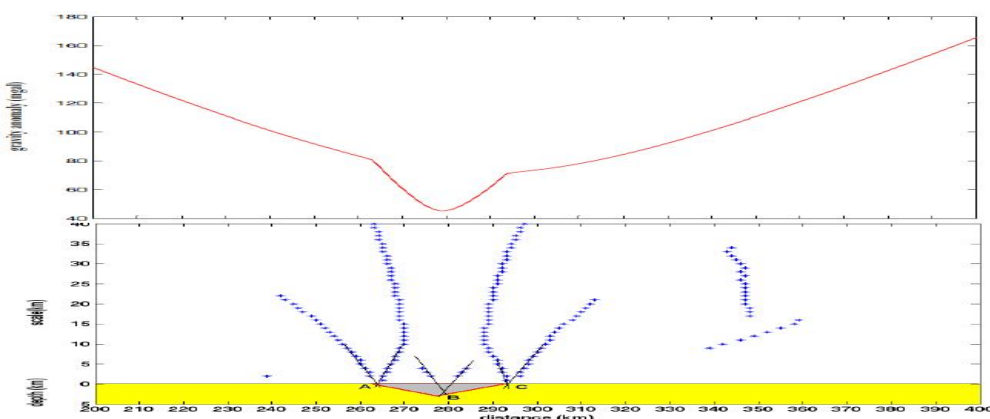
$\psi_{jk}$  است و از لحاظ ریاضی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0 \oplus W_0 \\ V_2 &= V_1 \oplus W_1 = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (9)$$

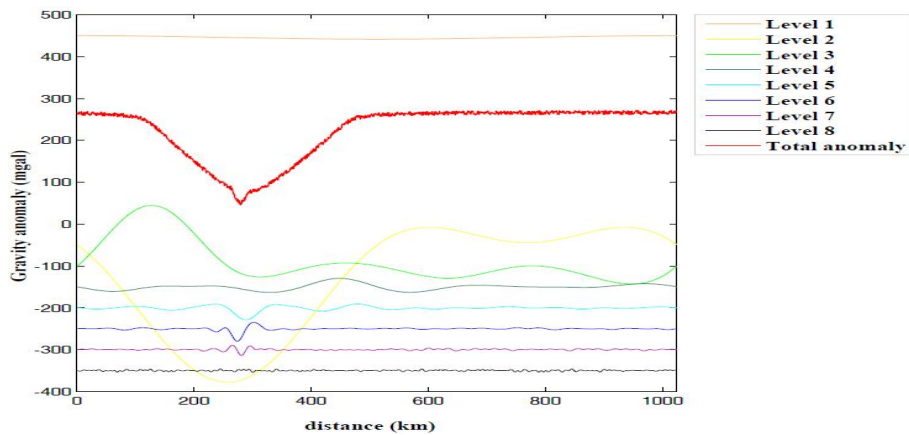
$$L^2(IR) = V_{\infty} = \dots = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots =$$

$$V_0 \oplus \bigoplus_{j=0}^{\infty} W_j = \bigoplus_{j=0}^{\infty} W_j,$$

در الگوریتم بالا، در واقع بخشی از جزئیات که در  $V_0$  نیست ولی در  $V_1$  هست به  $V_0$  افزوده شده و با طی این فرایند برای تراز یا فضاهای بالاتر، رفته رفته جزئیات ریزتر به تابع‌های فضای  $V_0$  افزوده شده است. موارد اخیر در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۴. نمایش سیگنال میدان گرانی بی‌هنجاری ترکیبی در فاصله ۲۰۰ متر تا ۴۰۰ متر، تحلیل سیگنال میدان به روش تحلیل چندمقیاسی لبه و مدل سطح مقطع دو بُعدی چشمه کم عمق.



شکل ۵. ضرایب بازسازی جزئیات تبدیل موجک بی‌هنجاری ترکیبی همراه با نوفه ۴٪ در ترازهای یک تا هشت.

(۸)

بنابراین از آن برای آشکار سازی نقاطی که تغییرات میدان تیز است، استفاده می‌شود. تابع  $\vartheta$  را به صورتی که تا مرتبه  $n$  مشتق پذیر و تا فاصله نامتناهی، انتگرال پذیر باشد در نظر می‌گیریم (مالات و زونگ، ۱۹۹۲) و موجک‌های  $\psi$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

(۱۰).

$$\psi_a^n(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right) \psi^n\left(\frac{x}{a}\right), \quad \psi^{(n)}(x) = \frac{d^n \vartheta(x)}{d^n x},$$

$$\varphi(2^j x - k) = \sum_m h_0[m - 2k] \sqrt{2} \varphi(2^{j+1} x - m),$$

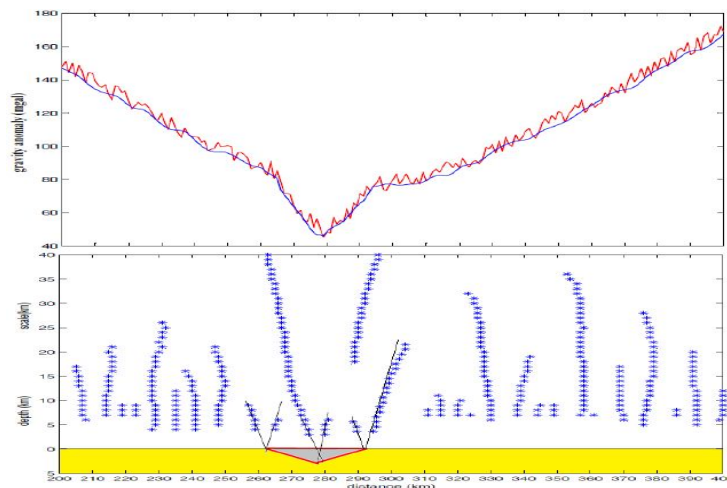
$$\psi(2^j x - k) = \sum_m h_1[m - 2k] \sqrt{2} \varphi(2^{j+1} x - m),$$

$$c_{j+1,k} \rightarrow h_0^*[-k] \rightarrow \downarrow 2 \rightarrow c_{j,k} \quad (۹)$$

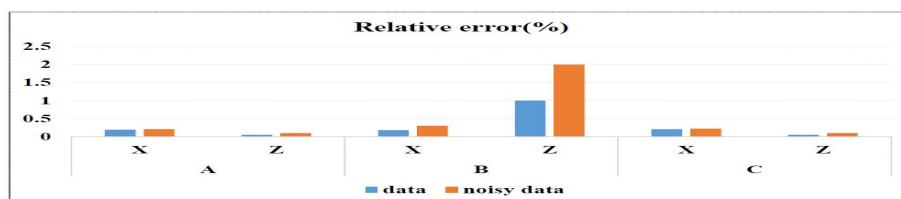
$$c_{j+1,k} \rightarrow h_1^*[-k] \rightarrow \downarrow 2 \rightarrow d_{j,k}$$

#### ۴ آشکار سازی چندمقیاسی لبه (Multiscale Edge Detection)

این روش، شامل مرتبه‌های متفاوت از مشتق سیگنال و بهنجارش (نرم کردن) آن در مقیاس‌های متفاوت است؛



شکل ۶. نمایش سیگنال میدان گرانی بی‌هنجاری ترکیبی همراه با نوفه ۴٪ و سیگنال رفع نوفه شده آن در فاصله ۲۰۰ متر تا ۴۰۰ متر، تحلیل سیگنال میدان به روش تحلیل چندمقیاسی لبه و مدل سطح مقطع دو بُعدی چشمه کم‌عمق.



شکل ۷. درصد خطای نسبی در برآورد موقعیت گوشه‌های مدل چشمه کم‌عمق با روش تحلیل چندمقیاسی لبه برای داده‌های همراه با نوفه.

آن‌گاه روند خطوط مقادیر بیشینه به صورت شکل هندسی مخروطی خواهد شد که در واقع راس مخروط متمایل به سمت مرز چشمه خواهد بود (موریو و همکاران، ۱۹۹۹). در شکل ۲ خطوط مقادیر بیشینه برای یک چشمه نقطه‌ای در عمق Z نشان داده شده است.

۵ تلفیق کاربرد روش چندمقیاسی لبه و تفکیک چندگانه روی داده‌های گرانی به منظور جدایش چشمه‌های کم‌عمق و عمیق

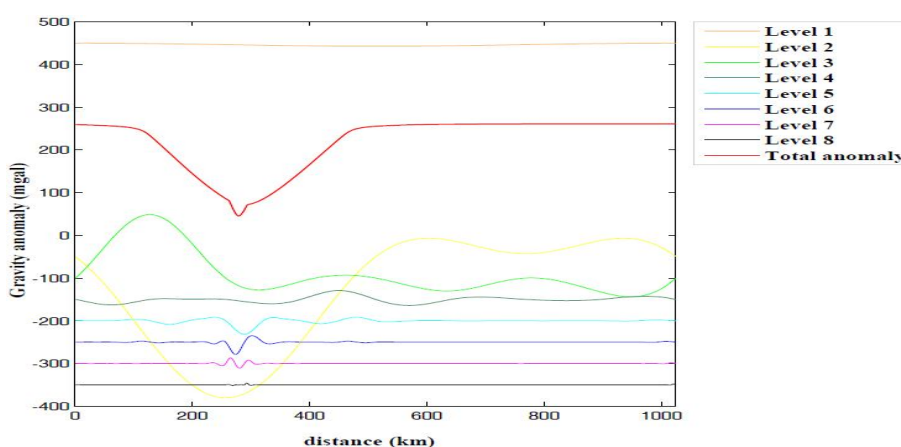
تبدیل موجک گسسته می‌تواند به منزله یک ابزار توانمند برای پالایش و حذف نوفه مفید باشد. همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد (شکل ۲)، تحلیل تبدیل موجک پیوسته، با توجه به دامنه مقیاس انتخاب شده، در تعیین بی-هنجاری‌های میدان پتانسیل به صورت شکل هندسی است. باین حال نکته‌ای که باید ذکر کرد این است که در بخش قبلی فرض بر این بود که چشمه‌های میدان پتانسیل

بنابراین تبدیل موجک سیگنال  $f$  در مقیاس  $a$  و موقعیت  $x$  نسبت به موجک  $\psi_a^n$  می‌شود:

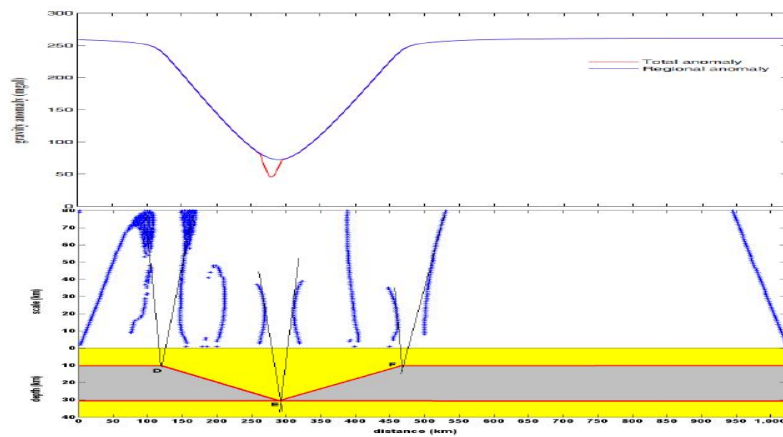
$$W_a^n f = f * \psi_a^n = f * \left[ a^n \frac{d^n \mathcal{G}_a(x)}{dx^n} \right] \quad (11)$$

$$= a^n \frac{d^n}{dx^n} (f * \mathcal{G}_a),$$

که به ترتیب تبدیل موجک مشتقات مرتبه اول تا  $n^{\text{ام}}$  سیگنال در مقیاس  $a$  هستند، بیشینه یا کمینه نسبی (local extrema) متناظر با مقدار صفر و نقاط عطف (inflection) آن است. از این رو متناظر با تغییرات سریع است که این نواحی در حکم لبه‌های سیگنال تعبیر می‌شوند، این لبه یا کناره‌ها در مقیاس‌های متفاوت، در حکم لبه‌های چندمقیاسی شناخته می‌شوند. خطوطی که از نقاط بیشینه نسبی ضرایب موجک برازش داده می‌شوند، به منزله خطوط مقادیر بیشینه یا خطوط مرزی شناخته می‌شوند. اگر هسته پواسون به مثابه تابع  $\mathcal{G}$  انتخاب شود،



شکل ۸. ضرایب بازسازی جزئیات تبدیل موجک بی‌هنجاری ترکیبی در ترازهای یک تا هشت.



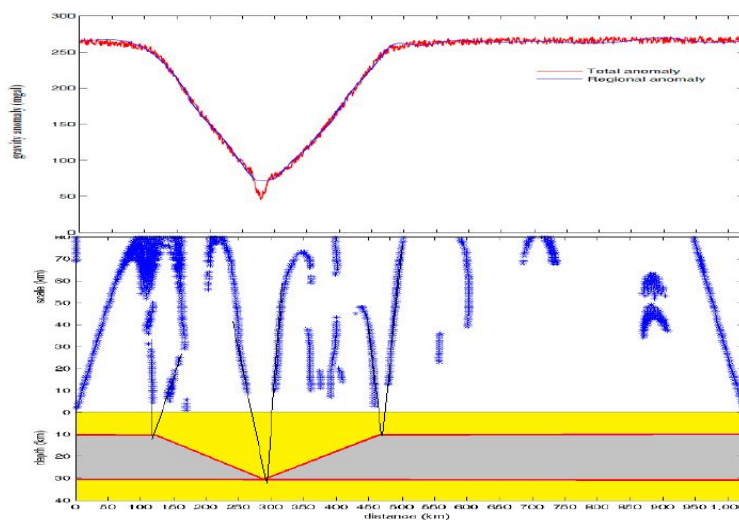
شکل ۹. سیگنال گرانی بی‌هنجاری منطقه‌ای به‌دست آمده همراه با سیگنال بی‌هنجاری کل، تحلیل سیگنال میدان به روش تحلیل چندمقیاسی لبه و مدل سطح مقطع دو بُعدی چشمه عمیق.

5 = p است (فدی و کوارتا، ۱۹۹۸)، که جزء تابع‌های دو متعامد است و در نرم‌افزار wavelab 850 آمده است (دونوهو، ۱۹۹۲).

روش تحلیل تفکیک چندگانه با استفاده از خاصیت تبدیل موجک گسسته قادر است اثر چشمه عمیق و باقی‌مانده را از هم تفکیک کند. این روش، حاصل تبدیل موجک گسسته سیگنال در چند تراز متفاوت است. همان‌طور که می‌دانیم ضرایب جزئیات موجک مربوط به اطلاعات ریز یا طول موج کم سیگنال در

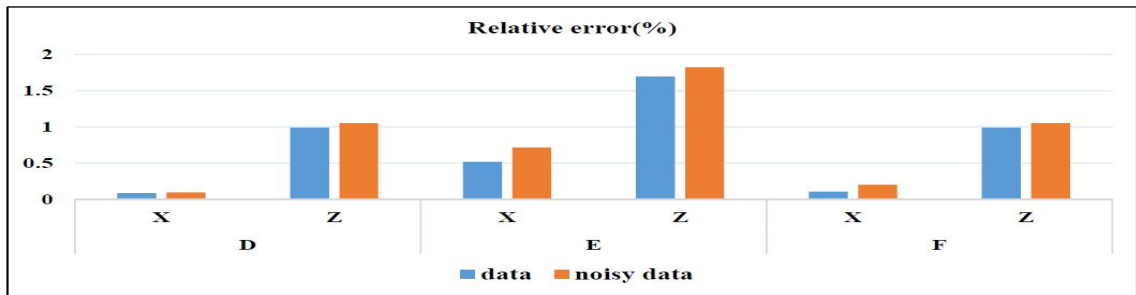
حاصل اثرات چندین چشمه نزدیک به هم و در اعماق گوناگون باشد باید روشی را به کار برد تا بتوان چشمه‌ها را از هم جدا و آشکارسازی کرد. الگوی مخروطی در حضور چشمه‌های کم‌عمق، عمق چشمه‌های عمیق را به‌خوبی برآورد نمی‌کند. بنابراین، در این بخش هدف حل این مسئله است که این کار با تلفیق کاربرد دو روش پیش‌گفته نشان داده شود.

تابع موجک انتخاب شده برای تبدیل موجک گسسته، تابع درونیابی Deslauriers-Dubuc با درجه چندجمله‌ای



شکل ۱۰. سیگنال گرانی بی‌هنجاری منطقه‌ای به‌دست آمده همراه با سیگنال بی‌هنجاری کل همراه با نوفه ۴٪، تحلیل سیگنال میدان به روش تحلیل چندمقیاسی لبه و مدل سطح مقطع دو بُعدی چشمه عمیق.



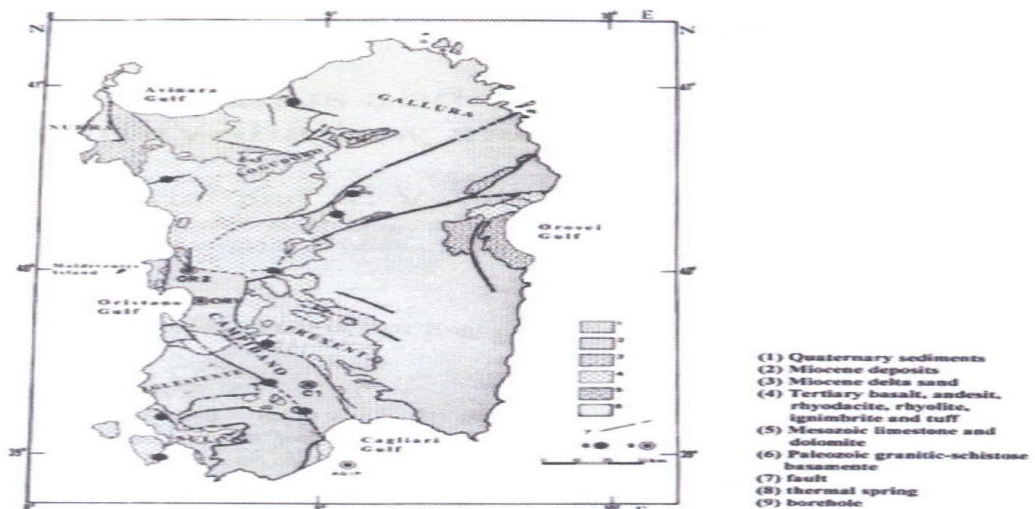


شکل ۱۱. درصد خطای نسبی در برآورد موقعیت گوشه‌های مدل چشمه عمیق با روش تحلیل چندمقیاسی لبه.

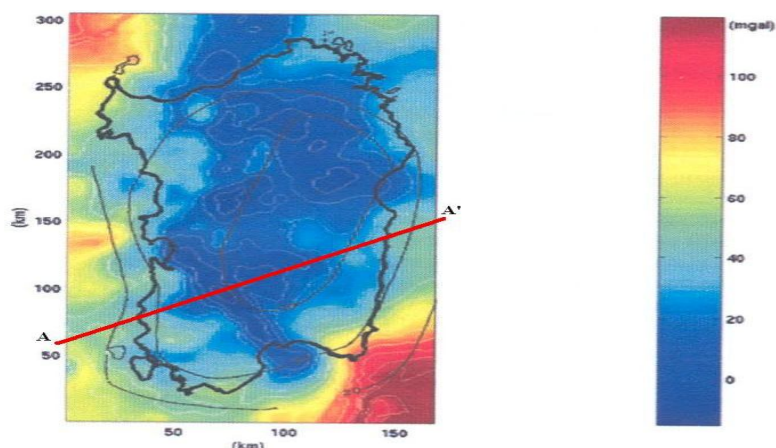
برایند تاثیر دو چشمه، یکی در عمق کمتر و دیگری در عمق بیشتر، و در یکی از جهت‌های محور مختصات گسترش نامحدود دارند در نظر می‌گیریم. اثر گرانی هر مدل با استفاده از فرمول تالوانی (تالوانی و همکاران، ۱۹۵۹) و در امتداد یک نیم‌رخ  $N=1024$  ایستگاهی که فاصله هر دو ایستگاه یک کیلومتر است محاسبه شده است. از مشتق مرتبه سوم هسته پواسون برای محاسبه تبدیل موجک پیوسته سیگنال استفاده شده است. همچنین این مراحل برای داده‌های آلوده به نوفه ۴٪ نیز اعمال شده است.

ترازهای پایین‌تر (ترازهای با شماره بزرگ‌تر) و اطلاعات درشت‌تر در ترازهای بعدی قرار می‌گیرد. بنابراین با میراندن ضرایب تجزیه موجک ترازهای پایین، اثر نوفه و چشمه‌های کم عمق تضعیف می‌شود. پس از میراندن کل ضرایب یا بازه‌ای از ضرایب در ترازهای پایین، آن‌گاه کل ضرایب بازسازی می‌شود (شکل ۱). سیگنال حاصل، بی‌هنجاری کل جداسازی شده است، که اثرات سطحی و نوفه در آن تضعیف شده و پاسخ‌های مربوط به اثرات عمیق در آن باقی مانده است. در نهایت این سیگنال با روش تحلیل چندمقیاسی لبه تحلیل، و موقعیت گوشه‌های چشمه منطقه‌ای برآورد می‌شود.

اکنون یک بی‌هنجاری گرانی کل فرضی را که حاصل



شکل ۱۲. نقشه زمین‌شناسی ساردینیا (کاروزو و همکاران، ۱۹۸۴).



شکل ۱۳. نقشه بی‌هنجاری بوگه ساردینیا (بالیا و همکاران، ۱۹۸۴).

شده و به علت تداخل اثر نوفه با اثر گوشه‌های چشمه (اطلاعات ریز) در تراز هفتم، ضرایب موجک مربوط به این تراز در فاصله‌های ۲۵۹ تا ۲۶۳، ۲۷۶ تا ۲۷۹ و ۲۸۹ تا ۲۹۴ صفر شده است. آن‌گاه پس از این فرایند ضرایب بازسازی شده کل ترازها جمع می‌شود که حاصل آن سیگنالی هموارتر است که اثر نوفه تا حد زیادی تضعیف شده (سیگنال آبی‌رنگ در شکل ۶) و در نهایت روش چندمقیاسی لبه بر آن اعمال شده است.

نتایج به دست آمده برای چشمه کم عمق بر حسب خطای نسبی به صورت نمودار میله‌ای در شکل ۷ نشان داده شده است.

جدول ۱. موقعیت گوشه‌های مدل چشمه‌های کم عمق و عمیق.

	مقادیر واقعی چشمه کم عمق			مقادیر واقعی چشمه عمیق	
	X (km)	Z (km)		X (km)	Z (km)
A	262.5	0	D	117	10
B	277.5	3	E	287.5	30
C	292.5	0	F	467.5	10

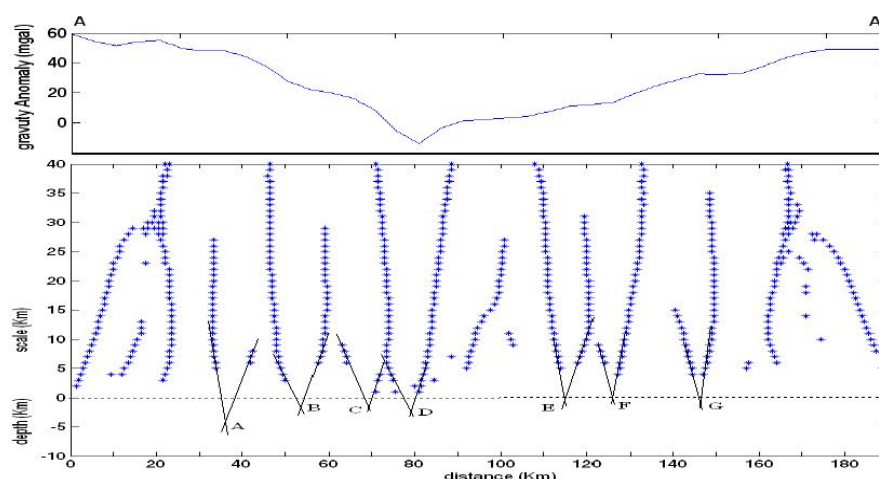
#### ۱-۵ بی‌هنجاری ترکیبی

مدل ترکیبی شامل یک چشمه کم عمق و یک چشمه عمیق به ترتیب با تباین چگالی به ترتیب  $-0.7g/cm^3$  و  $1g/cm^3$  است که در یک بُعد گسترش نامتناهی دارند و همراه با سیگنال میدان گرانی کل روی یک نیم‌رُخ با ۱۰۲۴ ایستگاه با فاصله نقاط برداشت یک کیلومتر در شکل ۳ رسم شده‌اند.

#### ۲-۵ آشکارسازی چشمه کم عمق

سیگنال گرانی مربوط به مدل ترکیبی با استفاده از تبدیل موجک پیوسته با انتخاب دامنه مقیاس ۴۰ کیلومتر، در شکل ۴ برای داده‌های بدون نوفه، تحلیل چندمقیاسی و بدون جدایش اثرات منطقه‌ای از باقی‌مانده چشمه کم عمق آشکارسازی شده است.

باین حال برای داده‌های همراه با نوفه ۴٪ قبل از اعمال این روش، در ابتدا به منظور رسیدن به نتایج بهتر و کاهش اثر نوفه، با استفاده از خاصیت تحلیل تفکیک چندگانه، ضرایب جزئیات موجک سیگنال در هشت تراز محاسبه شده است و از آنجا که اطلاعات ریز، بیشتر به ترازهای پایین‌تر (ترازهای شماره بالاتر) مربوط می‌شود (نمودار ضرایب جزئیات بازسازی شده داده‌های همراه نوفه در شکل ۵)، بنابراین ضرایب موجک در تراز هشتم صفر



شکل ۱۴. سیگنال گرانی بی‌هنجاری روی نیم‌رخ  $AA'$ ، تحلیل سیگنال میدان به روش تحلیل چندمقیاسی لبه در دامنه مقیاس ۴۰ کیلومتر برای تشخیص ساختارهای کم‌عمق نمایش داده شده است.

### ۳-۵ آشکارسازی چشمه عمیق

برای آشکارسازی چشمه عمیق نیز در هیچ دامنه مقیاسی نمی‌توان با تحلیل چندمقیاسی لبه، گوشه‌های چشمه را به‌خصوص در گوشه E (شکل ۹)، به علت هم‌پوشانی آن با چشمه کم‌عمق، به‌طور دقیق‌تری بازسازی کرد. با استفاده از تبدیل موجک گسسته و تحلیل تفکیک چندگانه، ضرایب جزئیات موجک بی‌هنجاری کل در هشت تراز محاسبه شده است (شکل ۸). بنابراین به‌منظور تضعیف اثر چشمه کم‌عمق ضرایب مربوط به ترازهای هفت و هشت، صفر شده است و چون چشمه کم‌عمق در موقعیت ۲۵۰ تا ۳۰۰ کیلومتر قرار دارد، ضرایب جزئیات موجک مربوط به این فاصله، برای ترازهای پنج و شش، صفر شده است. پس از این مراحل، ضرایب بازسازی شده کل ترازها جمع می‌شود که حاصل آن سیگنال بی‌هنجاری منطقه‌ای یا اثر چشمه عمیق است (سیگنال آبی‌رنگ شکل ۹) و سرانجام با روش چندمقیاسی، لبه تحلیل شده است.

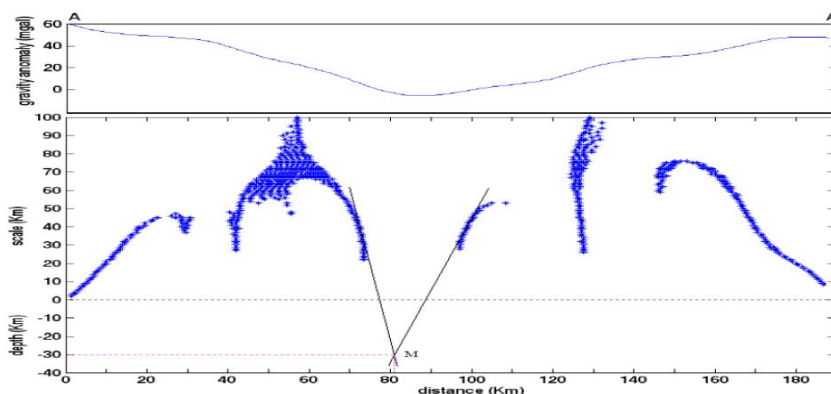
برای داده‌های همراه با نوفه نیز به علت تاثیر ناچیز بودن نوفه در ترازهای بالاتر (ترازهای ۴۰۰ و ۶۵۰) فقط همین روند تکرار شده (شکل ۱۰) و نتایج آن برحسب درصد

خطای نسبی به‌صورت نمودار میله‌ای در شکل ۱۱ آمده است.

### ۶ تحلیل داده‌های واقعی گرانی کامپی دانو (Campidano) و منطقه ساردینیا (Sardinia)

#### ۱-۶ وضعیت زمین‌شناسی

منطقه ساردینیا شامل بستر پالوزوئیک عمدتاً با سنگ‌های دگرگون گرانیتی است که زون شرقی آن با ریفت اولیگو-میوسن یا ریفت ساردینیا با روند شمالی-جنوبی قطع شده است و شامل گرابن کامپی دانو است (بالیا و همکاران، ۱۹۸۴). نقشه زمین‌شناسی ساردینیا در شکل ۱۲ نشان داده شده است. گرابن کامپی دانو بین خلیج اوریستانو و خلیج کاگیلاری قرار گرفته و در بخش جنوبی خشکی ساردینیا گسترش پیدا کرده است. گرابن دارای عمق بیشینه سه تا چهار کیلومتر است. بخش بالایی فرورفتگی آن با توالی پلیوسن-کواترنری (با ضخامت ۱/۵ تا ۲/۵ کیلومتر) که عمدتاً از رسوبات قاره‌ای و گدازه‌های بازالتی تشکیل یافته، پُر شده است (بالیا و همکاران، ۱۹۸۴). نقشه بی‌هنجاری بوگه ساردینیا با ابعاد  $305 \times 168 \text{ km}^2$  در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۵. سیگنال گرانی بی‌هنجاری منطقه‌ای به دست آمده، تحلیل سیگنال میدان به روش تحلیل چندمقیاسی لبه در دامنه مقیاس ۱۰۰ کیلومتر برای تشخیص ساختارهای عمیق نمایش داده شده است.

مدل‌های مخروطی E، F و G مربوط به نشست رسوبات دوره اولیگوسن تا نئوژن است (بالیا و همکاران، ۱۹۹۱). نتایج برآورد عمق مرکز ساختارها در جدول ۳ آورده شده است.

پس از آشکارسازی ساختارهای سطحی، به منظور آشکارسازی ساختار عمیق لازم است که در ابتدا با استفاده از خاصیت تحلیل تفکیک چندگانه، سیگنال بی‌هنجاری کل در هشت تراز تجزیه و اثرات مقیاس پایین یا به عبارتی بی‌هنجاری سطحی در ترازهای چهار تا هشت تضعیف، و کل سیگنال به مثابه سیگنال بی‌هنجاری منطقه-ای بازسازی شود. در شکل ۱۵ بی‌هنجاری جداسازی شده یا منطقه‌ای و تحلیل چندمقیاسی لبه آن نمایش داده شده است. نتایج از این قرار است، ساختاری عمیق در عمق M (۳۰/۸ کیلومتر) بازسازی شده است که با نتیجه برآورد عمق موهو (۲۸ تا ۳۴ کیلومتر) حاصل از تحقیقات دیگران (بکالتی و همکاران، ۱۹۸۴) در توافق است

نیم‌رخ برداشت داده‌ها شامل ۳۳۴ ایستگاه و فاصله برداشت ۰/۶ کیلومتر در شکل ۱۳ نمایش داده شده است، اما به منظور حذف اثر لبه‌های انتهایی تا ۵۱۲ ایستگاه گسترش داده شده است.

#### ۶-۲ تحلیل سیگنال بی‌هنجاری

بی‌هنجاری بوگه حاصل از نیم‌رخ AA' و تحلیل چندمقیاسی لبه آن و خطوط برازش داده شده بر آن در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همانند بی‌هنجاری ترکیبی از دامنه مقیاس یک تا ۴۰ کیلومتر برای تشخیص ساختار کم‌عمق استفاده شده است. در امتداد نیم‌رخ در فاصله ۶۰ تا ۱۰۰ کیلومتر دو ساختار مخروطی C و D که متناظر با مرزهای گرانبی کامپی دانو است نمایش داده شده که فاصله طولی شان حدود ۱۰ کیلومتر است. این امر در توافق با نتایج ژئوفیزیکی به دست آمده با استفاده از تحلیل طیفی است (بالیا و همکاران، ۱۹۹۱). ساختارهای مخروطی A و B به ساختار چگال ناحیه ایگلسینت (Iglesiente) مربوط می‌شود که سن آن به دوره پالئوژوئیک باز می‌گردد.

جدول ۲. برآورد عمق ساختارهای کم‌عمق کامپی دانو با روش تحلیل چندمقیاسی لبه.

	A	B	C	D	E	F	G
Z (km)	4.2	2.8	1.5	2.9	1.5	1.4	1.5

## ۷ نتیجه گیری

در این تحقیق، از روش تبدیل موجک، در تحلیل و پردازش داده‌های مصنوعی و همراه با نوفه و داده‌های واقعی گرانی به منظور آشکارسازی چشمه‌های میدان، استفاده شده است.

از تبدیل موجک پیوسته در روش تحلیل چندمقیاسی لبه، با یک الگوی هندسی مخروطی ساده پارامترهای چشمه‌های مصنوعی و واقعی برآورد شده است که این ویژگی می‌تواند تمایز این روش از سایر روش‌های دیگر ژئوفیزیکی باشد. مقدار دامنه مقیاس انتخاب شده دارای اهمیت زیادی است و در واقع، مقدار آن به طول موج بی‌هنجاری چشمه مورد نظر بستگی دارد. با انتخاب مقدار دامنه مناسب می‌توان چشمه کم عمق را بدون جداسازی آن از اثر منطقه‌ای بازسازی کرد. این روش، با توجه به تابع تحلیلی انتخاب شده (مشتق مرتبه سوم هسته پواسون) برخلاف روش‌هایی مانند سیگنال تحلیلی علاوه بر تعیین مرز چشمه، عمق آن را نیز به طور دقیق‌تری برآورد خواهد کرد.

همان‌طور که در مورد ویژگی روش تحلیل تفکیک چندگانه توضیح داده شد و از آنجا که نوفه می‌تواند جزء اطلاعات ریز یک سیگنال همراه با نوفه باشد، بنابراین به منظور رسیدن به نتایج بهتر، از این روش به منزله ابزاری مناسب برای تضعیف اثرات نوفه در داده‌ها قبل از اعمال روش تحلیل چندمقیاسی لبه استفاده شد (شکل ۵).

همان‌طور که در شکل ۳ نیز مشخص است، به علت هم‌پوشانی اثر چشمه کم عمق با چشمه عمیق در گوشه E، بازسازی این گوشه، با روش تحلیل چندمقیاسی لبه در هیچ دامنه مقیاسی به نحو مطلوبی عملی نخواهد شد. بنابراین لازم است که تاثیر چشمه کم عمق را تا حد ممکن تضعیف، و آن‌گاه گوشه E را با دقت خوبی بازسازی کرد. همچنین نتایج به دست آمده از روش پیش گفته روی داده‌های واقعی، با نتایج حاصل از تحقیقات ژئوفیزیکی

بالیا و همکاران و زمین‌شناسی بوکالتی و همکاران، هم در آشکارسازی ساختارهای سطحی و هم در آشکارسازی ساختارهای عمیق، در توافق است.

از خواص تبدیل موجک گسسته، جداسازی و حذف نوفه است. از این رو با استفاده از تحلیل تفکیک چندگانه و خاصیت تبدیل موجک گسسته می‌توان سیگنال را با استفاده از ضرایب تبدیل موجک گسسته در ترازهای گوناگون تفکیک و جداسازی و بخشی از اطلاعات سیگنال را در آن تضعیف کرد که این ویژگی را نمی‌توان در حوزه تبدیل فوریه یافت.

پس از تضعیف اثرات بی‌هنجاری‌های سطحی، آن‌گاه با روش تحلیل چندمقیاسی، بازسازی چشمه عمیق امکان پذیر است. از این رو با ترکیب کاربرد تبدیل موجک پیوسته و گسسته به خوبی می‌توان چشمه عمیق و کم عمق را همان‌طور که در شکل‌های ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است از هم تفکیک و بازسازی کرد.

## منابع

- Balia, R., Ciminale, M., and Loddo, M., 1984, Gravity survey and interpretation of Bouguer anomalies in the Campidano geothermal area (Sardinia, Italy): *Geothermics*, **133**, 333-347.
- Boccaletti, M., Nicolich, R., and Tortorici, L., 1984, The structural map of the Central Mediterranean Region, in the Calabrian Arc and the Ionian Sea in the dynamic evolution of the Central Mediterranean: *Mar. Geol.*, **55**, 219-245.
- Carrozzo, M. T., Luzio, D., Margiotta, C., and Quarta, T., 1984, Gravity map of Italy (density 2.4 g/cm<sup>3</sup>): CNR Progetto Finalizzato Geodinamica, Sottoprogetto, Modello Strutturale Tridimensionale.
- Daubechies, I., 1990, The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **31**, 679-693.
- Donoho, D. L., 1992, Interpolating wavelet transforms: Department of Statistics, Stanford University.

- potential fields with the continuous wavelet transform: basic theory: *JGR*, 104, 5003-5013.
- Mallat, S., 1989, A theory for multiresolution signal decomposition; the wavelet representation: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**, 674-693.
- Mallat, S., and Zhong, S., 1992, Characterization of signals from multiscale edges: *IEEE Trans. Patt. Anal. and Mach. Intell.*, **14**, 710-732.
- Spector, A., and Grant, S., 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data: *Geophysics*, **35**, 293-302.
- Talwani, M., Worzel, L. and Landisman, M., 1959, Rapid gravity computation for two-dimensional bodies with application to Mendocino submarine fracture zone: *J. Geophys. Res.*, **64**, 49-59.
- Fedi, M., and Quarta, T., 1998, Wavelet analysis for the regional-residual and local separation of potential field anomalies: *Geophys. Prospect*, **46**, 507-525.
- Grossman, A., and Marlet, J., 1985, *Mathematics and Physics 2*: Singapore, World Scientific Publishing.
- Grubb, H., and Walden, A., 1997, Characterizing seismic time series using the discrete wavelet transform: *Geophysical Prospecting*, **45**(2), 183-205.
- Li, Y., and Oldenburg, D., 1997, Fast inversion of Large-scale magnetic data using wavelets: 67th Ann. Internat. Mtg. Soc. Exp. Geophysics. Expanded Abstract, 490-493.
- Moreau, F., Gibert, D., Holschneider, M. and Saracco, G., 1999, Identification of sources of