برآورد عمق و تعیین محل توده‌های مغناطیسی با استفاده از سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه بسامد

میترا کنگازیان کنگازی و بهروز اسکویی*

موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۹۲/۱۱/۲۶، تاریخ پذیرش: ۹۳/۸/۱۹)

چکیده

روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی (ASMGT) عمق و محل افقی توده‌های مغناطیسی را برآورد می‌کند. این روش با استفاده از بیشینه مقدار اندازه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی (MMVC) و جای‌گذاری مشتق مرتبه اول مؤلفه‌های میدان مغناطیسی ساختار در معادله سیگنال تحلیلی میدان پتانسیل و محاسبه مقدار سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی (ASMGT)، روابطی برای برآورد عمق و محل افقی ساختار در محل منبع به‌دست می‌دهد. محل مقدار بیشینه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی و سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی محل افقی توده را برآورد می‌کند و نسبت بیشینه مقدار اندازه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی به بیشینه مقدار اندازه سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی عمق توده را برآورد می‌کند. از ویژگی‌های این روش این است که با اندازه‌گیری تانسور گرادیان مغناطیسی، دامنه تغییرات محلی افزایش می‌یابد و هدف‌های کوچک مغناطیسی تشخیص داده می‌شوند. در این مقاله با استفاده از مدل‌سازی به روش پیشرو (Forward modeling) داده‌های مصنوعی تولید شده و کمیّت‌های موردنیاز در روش تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه بسامد محاسبه شده است، سپس مقادیر به‌دست آمده با مقادیر موجود در حوزه مکان و مقادیر واقعی توده‌ها مورد مقایسه قرار گرفته است. درصد خطا و تفاوت مقادیر حاصل شده در حوزه عدد موج با حوزه مکان نشان می‌دهد که این روش در حوزه بسامد دقت بیشتری در برآورد عمق چشمه‌های مغناطیسی نسبت به حوزه مکان دارد. از ویژگی-های سیگنال تحلیلی این است که شکل منحنی و محل مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی برای منبع‌های دوبُعدی مستقل از جهت مغناطیس‌شوندگی است و مقدار بیشینه دامنه روی منبع قرار می‌گیرد. بااین‌حال برای منبع‌های سه‌بُعدی، شکل منحنی سیگنال تحلیلی نامتقارن است و مقدار بیشینه آن دقیقاً روی منبع قرار نمی‌گیرد. بنابراین برآورد مکان و عمق ساختار سه‌بُعدی با استفاده از محل مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی دارای خطا است. با به کار بردن فیلتر انتقال به قطب بر داده‌های مغناطیسی حاصل شده از کره‌های مغناطیده و سپس استفاده از روش ASMGT، نتایج نشان می‌دهد که مکان و عمق چشمه‌ها با دقت بیشتری برآورد می‌شود. همهٔ مراحل محاسباتی این تحقیق، اعم از تولید داده مصنوعی، فیلترهای لازم و روابط تعیین عمق و محل افقی چشمه‌های مغناطیسی در محیط رایانه‌ای مَتلَب صورت گرفته است.

واژه‌های کلیدی: تانسور گرادیان مغناطیسی، برآورد عمق، حوزه بسامد، سیگنال تحلیلی

Location and depth estimation of magnetic anomalies using analytic signals of the magnetic gradient tensor in frequency domain

Mitra Kangaziankangazi and Behrooz Oskooi*

Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 15 February 2014, accepted: 10 November 2014)

*Corresponding author: boskooi@ut.ac.ir * نگارنده رابط:

Summary

ASMGT is a new method for the approximation of the depth and location of the magnetic sources. In this study, the horizontal location of the sources was estimated based on the position of the maximum values of the magnitude of the magnetic vector components (MMVC) and the analytic signals of the magnetic gradient tensor (ASMGT). Also, the depth of the magnetic sources was estimated from the ratio of the maximum of MMVC to the maximum of ASMGT.

ASMGT is an analytic signal method based on the measurement of the magnetic gradient tensor (MGT) of the magnetic field components. The measurement of the MGT data is rapidly becoming a new tool for geophysical explorations. The principal advantage of the MGT method over traditional magnetic surveys is that the local variations are enhanced well, making small and weakly magnetic bodies recognizable. Consequently, it is ideal for locating small, near surface anomalies, and is therefore useful in archeological sites. This new method is applicable on data along profiles and grids.

The MGT method was offered by Oruc (2010) over a space domain, whereas in this study, this method was implemented over a frequency domain on the synthetic magnetic data. In other words, taking the derivatives was performed over the frequency (wave number) domain by using the FFT style, while Oruc performed taking derivatives over the space domain.

Magnetic bodies are classified roughly into two categories, i.e. two- and three-dimensional bodies. For the first category, a line of dipoles is usually considered and for the second category a single dipole. The concept of the line of dipoles and point-dipole is often employed in the analysis of magnetic anomalies caused by geologic bodies whose geometric shapes approach to a thin horizontal cylinder and spheres, respectively. Theoretical examples have been carried out to compare the feasibility of the ASMGT method in obtaining the location and depth of a dipole and a line of dipoles over a wave number domain with space domain. The results showed more accuracy for the frequency domain than for the space domain, especially for a 2D structure.

In fact, one of the basic characteristic of the analytic signal of the 2D magnetic sources is that the shape and location of the analytic signal amplitude are independent of the magnetization direction, and amplitude of the signal is symmetrical. However, for a 3D source, magnetic dipole, the maximum value of the amplitude of the analytic signal is not located directly over the body. Consequently, the shape of the amplitude of the analytic signal depends on the direction of magnetization and its asymmety. Therefore, there will be some errors in determining the horizontal location and depth of the magnetic dipoles based upon the maximum value of the amplitude of MMVC and ASMGT. By using the reduction to the pole filter (RTP), the horizontal location and depth of the spheres are approximated with greater accuracy. Because of taking derivative in the MGT method, this method is sensitive to the noise; thus, upward continuation filter is applied to reduce the effect of noise.

Generally, the ASMGT enhances the magnetic response of point dipole and line of dipoles placed at shallower depth. Hence, this new method is useful in determining the depth and location of shallow magnetic bodies. All of the processing steps in this study were performed by using codes written in MATLAB.

Keywords: Magnetic gradient tensor, depth estimation, frequency domain, analytic signals

۱ مقدمه

هدف بررسی‌های مغناطیسی تعیین عمق، محل و شکل توده‌های مغناطیسی است و روش‌های متعددی برای برآورد این پارامترها مطرح شده است. نبیقیان (۱۹۷۲) با معرفی سیگنال تحلیلی، شیب و عمق توده‌های دوبُعدی مغناطیسی را اندازه‌گیری کرد. باستانی و پدرسن (۲۰۰۱) با استفاده از سیگنال تحلیلی بی‌هنجاری میدان مغناطیسی در امتداد یک نیم‌رُخ، شیب، عمق و استرایک (Strike) دایک‌ها را برآورد کردند. سالم و راوات (۲۰۰۳) با عرضهٔ روش AN-EUL که ترکیب دو روش سیگنال تحلیلی و اویلر است مکان، عمق و اندیس‌ساختاری (Structural index) چشمه‌های مغناطیسی را در محلی که سیگنال تحلیلی به بیشترین مقدار می‌رسد تعیین کردند. اخیراً با پیشرفت‌های قابل‌توجهی که در توسعه تجهیزات اندازه‌گیری تانسور گرادیان میدان مغناطیسی زمین صورت گرفته است، اندازه‌گیری تانسور گرادیان مغناطیسی (MGT) امتیاز بیشتری نسبت به بررسی‌های مغناطیسی قدیمی پیدا کرده است، و ابزار جدیدی برای اکتشافات ژئوفیزیکی محسوب می‌شود (اُراک، ۲۰۱۰). فراهم (۱۹۷۲) با استفاده از تانسور گرادیان مغناطیسی، محل یک دوقطبی مغناطیسی را برآورد کرد. اُراک (۲۰۱۰) با استفاده از روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه مکان و تعیین بیشینه مقادیر مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی (MMVC) و سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان میدان مغناطیسی (ASMGT)، عمق و محل افقی یک توده دوقطبی و خطی از دوقطبی‌ها را تعیین کرد. در تحقیق حاضر، این روش در حوزه بسامد بر داده‌های مغناطیسی اِعمال و نتایج حاصل، با نتایج موجود در فضای مکان، مقایسه می‌شود.

مزیت اندازه‌گیری تانسور گرادیان مغناطیسی در بررسی‌های میدان مغناطیسی در نواحی با گرادیان زیاد است. در این مناطق ساختارهای زمین‌شناسی سطحی و زیرسطحی مجاور یکدیگر می‌توانند بی‌هنجاری‌هایی با طول‌موج بلند ایجاد کنند و پاسخ مغناطیسی هدف‌های کوچک و ضعیف مغناطیسی را مبهم سازند. در این صورت مشخص کردن توده‌ها بدون پردازش داده‌های اندازه‌گیری شده مشکل است. با اندازه‌گیری تانسور گرادیان مغناطیسی، تغییرات محلی افزایش خوبی می‌یابند و توده‌ها بهتر تشخیص داده می‌شوند. این روش در شناسایی توده‌های مغناطیسی کوچک و نزدیک به سطح، به ویژه در مناطق باستان‌شناسی مفید است.

چشمه‌های مغناطیسی در نواحی باستان‌شناسی معمولاً کوچک، سطحی و دارای خاصیت مغناطیسی ضعیف هستند و به دو دسته ساختارهای دوبُعدی (آبراهه‌ها و گودال‌های استوانه‌ای دفن شده) و سه‌بُعدی تقسیم می‌شوند که دسته اول معادل خطی از دوقطبی‌ها و دسته دوم معادل یک دوقطبی مغناطیسی است. مفهوم دوقطبی نقطه‌ای و خطی از دوقطبی‌ها به‌ترتیب برای تحلیل بی‌هنجاری‌های مغناطیسی ایجاد شده از اجسام زمین‌شناسی که شکل آنها نزدیک به کره، استوانه افقی نازک یا منشورهای باریک است استفاده می‌شود.

۲ روش تحقیق

۲-۱ برآورد عمق و تعیین محل دوقطبی مغناطیسی

میدان یک دوقطبی مغناطیسی معادل میدان مغناطیسی ایجاد شده از یک کره با مغناطیدگی یکنواخت است و با رابطه (۱) بیان می‌شود (بلیکلی، ۱۹۹۶):

$$\vec{B} = C_m \frac{1}{r^5}\left[3(\vec{m}.\vec{r})\vec{r} - \vec{m}r^2\right], \qquad (۱)$$

که $\vec{r}$ فاصله توده تا نقطه اندازه‌گیری، $\vec{m}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی و C_m ثابت مغناطیسی است و در دستگاه SI برابر $۱۰^{-۷}$ هانری بر متر است.

با تصویر کردن بردار میدان مغناطیسی دوقطبی در سه راستای عمود بر هم x, y و z اندازه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی (MMVC) با رابطه (۲) بیان می‌شود (اُراک، ۲۰۱۰):

$$MMVC = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}\ , \qquad (۲)$$

که B_x, B_y و B_z به‌ترتیب مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی دوقطبی در سه راستای x, y و z هستند.

به‌لحاظ نظری، بیشینه مقدار $MMVC$ در محل دوقطبی حاصل می‌شود و برابر است با رابطه (۳):

$$|\ MMVC\ |_{x=x_0,y=y_0} = C_m \frac{1}{z_0^3}\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + 4m_z^2}\ , \qquad (۳)$$

که (x_0, y_0, z_0) بیانگر مختصات توده و (m_x, m_y, m_z) مؤلفه‌های گشتاور دوقطبی مغناطیسی در سه راستای عمود بر هم هستند. بنابراین محلی که بیشینه مقدار مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی در آن حاصل می‌شود درحکم مکان دوقطبی در نظر گرفته می‌شود.

با گرفتن مشتق از هر مؤلفه میدان مغناطیسی در سه جهت x, y و z تانسور گرادیان مغناطیسی (MGT) به‌صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود (پدرسن و راسموسن، ۱۹۹۰):

$$MGT = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{zx} & B_{zy} & B_{zz} \end{bmatrix}, \qquad (۴)$$

که $B_{\alpha\beta}$ مشتق مؤلفه α میدان مغناطیسی در جهت جغرافیایی β است.

سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی (ASMGT)، سیگنال تحلیلی مشتقات جهتی است و به‌صورت روابط (۵) بیان می‌شود (پدرسن و راسموسن، ۱۹۹۰):

$$|A_x| = \sqrt{B_{xx}^2 + B_{xy}^2 + B_{xz}^2}\ ,$$
$$|A_y| = \sqrt{B_{yx}^2 + B_{yy}^2 + B_{yz}^2}\ , \qquad (۵)$$
$$|A_z| = \sqrt{B_{zx}^2 + B_{zy}^2 + B_{zz}^2}\ .$$

با جای‌گذاری مشتقات مؤلفه‌های میدان مغناطیسی دوقطبی در روابط (۵) ملاحظه می‌شود که بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی برای دوقطبی، در محل توده حاصل می‌شود و برابر است با روابط (۶):

$$|A_x|_{x=x_0,y=y_0} = 3C_m \frac{1}{z_0^4}\sqrt{m_x^2 + m_z^2}\ ,$$
$$|A_y|_{x=x_0,y=y_0} = 3C_m \frac{1}{z_0^4}\sqrt{m_y^2 + m_z^2}\ , \qquad (۶)$$
$$|A_z|_{x=x_0,y=y_0} = 3C_m \frac{1}{z_0^4}\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + 4m_z^2}\ .$$

طبق روابط نظری (۳ و ۶) عمق دوقطبی مغناطیسی از نسبت‌های بیشینه مقدار مطلق اندازه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی یک دوقطبی به بیشینه مقادیر مطلق سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان میدان مغناطیسی دوقطبی برآورد می‌شود و دارای روابط زیر است:

$$Z_0 = 3\sqrt{\frac{m_x^2 + m_z^2}{m_x^2 + m_y^2 + 4m_z^2}}\left|\frac{MMVC}{A_x}\right|_{x=x_0,y=y_0}\ , \qquad (۷)$$

$$Z_0 = 3\sqrt{\frac{m_y^2 + m_z^2}{m_x^2 + m_y^2 + 4m_z^2}}\left|\frac{MMVC}{A_y}\right|_{x=x_0,y=y_0}\ , \qquad (۸)$$

$$Z_0 = 3\left|\frac{MMVC}{A_z}\right|_{x=x_0,y=y_0}\ . \qquad (۹)$$

با توجه به روابط نظری فوق، سه برآورد عمق برای دوقطبی مغناطیده صورت می‌گیرد که هر سه قابل‌قبول هستند، از بین این سه مقدار رابطه (۹) مستقل از جهت مغناطیدگی توده است.

در شکل ۱، مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی زمین (MVC)، تانسور گرادیان مغناطیسی (TGM)، بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی زمین (MMVC) و بزرگی تانسور گرادیان مغناطیسی (ASMGT) به‌صورت نمایشی نشان داده شده است.

۲-۲ برآورد عمق و تعیین محل خطی از دوقطبی‌ها

میدان مغناطیسی ناشی از یک استوانه افقی با گسترش طول بی‌نهایت که به‌طور یکنواخت مغناطیده شده باشد معادل میدان مغناطیسی خطی از دوقطبی‌ها است و با رابطه (۱۰) تعریف می‌شود (بلیکلی، ۱۹۹۶):

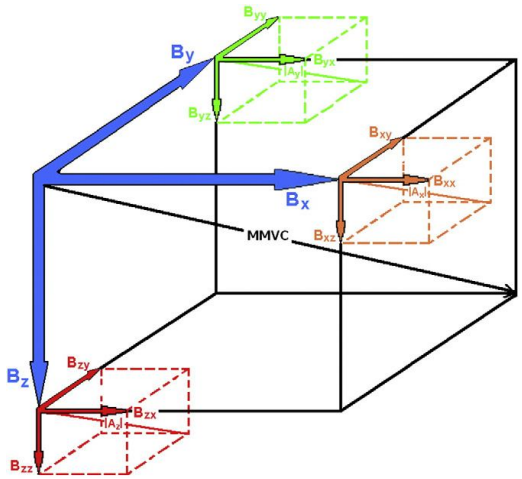
$$\vec{B} = 2\frac{C_m}{r^4}[2(\vec{m}.\vec{r})\vec{r} - \vec{m}r^2], \qquad (۱۰)$$

که $\vec{m}$ گشتاور مغناطیسی استوانه در واحد طول، $\vec{r}$ فاصله توده تا نقطه اندازه‌گیری و C_m ثابت مغناطیسی است.

در امتدادی که استوانه دارای کشیدگی است (مثلاً امتداد y) میدان مغناطیسی تغییرات زیادی ندارد، بنابراین با جای‌گذاری دو مؤلفه دیگر میدان استوانه در رابطه (۳) ملاحظه می‌شود که در این حالت نیز مانند حالت دوقطبی، بیشینه مقدار مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی (MMVC) در مکان توده حاصل می‌شود و برابر است با رابطه (۱۱):

$$|MMVC|_{x=x_0} = 2C_m\frac{1}{z_0^2}\sqrt{m_x^2+m_z^2}, \qquad (۱۱)$$

که (x_0, z_0) بیانگر مختصات توده و (m_x, m_z) مؤلفه‌های گشتاور مغناطیسی استوانه در واحد طول هستند.



شکل ۱. شکل نمایشی از مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی زمین (MVC)، تانسور گرادیان مغناطیسی (TGM)، بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی زمین (MMVC) و بزرگی تانسور گرادیان مغناطیسی (ASMGT) در سه جهت x, y, z (اُراک، ۲۰۱۰).

با گرفتن مشتق مرتبه اول از هر مؤلفه میدان مغناطیسی استوانه در دو راستای x, z و جای‌گذاری آنها در روابط (۵)، ملاحظه می‌شود که بیشینه مقدار مؤلفه‌های سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی استوانه نیز طبق روابط (۱۲) در مکان توده حاصل می‌شود:

$$|A_x|_{x=x_0} = 4C_m\frac{1}{z_0^3}\sqrt{m_x^2+m_z^2},$$
$$|A_z|_{x=x_0} = 4C_m\frac{1}{z_0^3}\sqrt{m_x^2+m_z^2}, \qquad (۱۲)$$

که:

$$|A_x| = |A_z|. \qquad (۱۳)$$

با توجه به روابط (۱۱ و ۱۲) عمقی که استوانه مغناطیده در آن واقع شده است از نسبت‌های بیشینه مقدار مطلق MMVC به ASMGT حاصل می‌شود و دارای رابطه (۱۴) است:

$$Z_0 = 2\left|\frac{MMVC}{A_x}\right|_{x=x_0} \quad (۱۴)$$

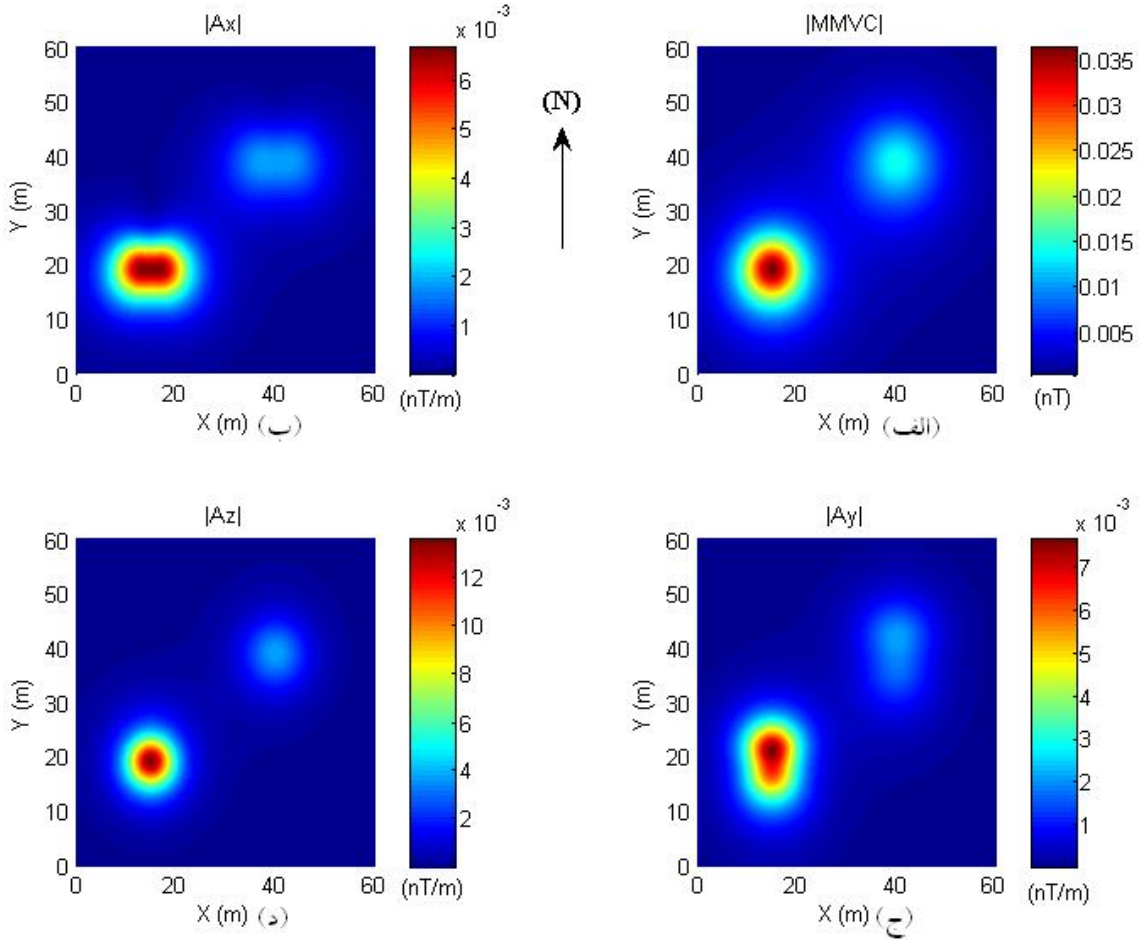
همان‌طور که ملاحظه می‌شود رابطه برآورد عمق خطی از دوقطبی‌ها مستقل از جهت مغناطیدگی توده است.

۳ اِعمال روش برداده‌های مصنوعی

با استفاده از مدل‌سازی به روش پیشرو، روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه عدد موج بر داده‌های مغناطیسی حاصل از کره‌های مغناطیده اِعمال می‌شود. سپس جواب‌های به‌دست آمده با مقادیر واقعی آنها (پارامترهای مدل) و مقادیر حاصل شده در فضای مکان که در مقاله اُراک موجود است مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

در چشمه‌های سه‌بُعدی مغناطیسی، شکل دامنه سیگنال تحلیلی نامتقارن است و به جهت مغناطیس شوندگی بستگی دارد، به‌عبارتی بیشینه مقدار دامنه سیگنال تحلیلی دقیقاً روی چشمه قرار نمی‌گیرد و دارای جابه‌جایی افقی است (سالم و همکاران، ۲۰۰۲). بنابراین روی داده‌های مغناطیسی حاصل شده از کره‌های مغناطیده، فیلتر تبدیل به قطب اِعمال می‌شود.

در مرحله بعد برای برآورد واقعی‌تر به داده‌های مصنوعی تولید شده از طرف کره‌های مغناطیده، نوفه



شکل ۲. (الف) اندازه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی دوقطبی‌ها، (ب، ج، د) اندازه سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی دوقطبی‌ها در جهت‌های x,y,z. دوقطبی‌ها در مختصات (۱۵،۲۰،۸) متر، (۴۰،۴۰،۱۱) متر، زاویه میل و انحراف مغناطیسی 60° و 0° قرار گرفته‌اند.

اضافه می‌شود. روش پیش‌گفته بر استوانه‌های مغناطیده طویل نیز اِعمال می‌شود تا کارایی روش برای توده‌های دوبُعدی نیز مورد بررسی قرار گیرد.

همهٔ مشتق‌ها در حوزه فوریه و به روش FFT صورت می‌گیرد. قبل از گرفتن تبدیل فوریه به‌منظور جلوگیری از اثر گیبس یا پدیده حلقه‌ای شدن ابتدا و انتهای سیگنال به علت قطع ناگهانی تبدیل فوریه، داده‌ها تیپر می‌شوند.

فیلتر تیپرینگ که در محیط رایانه‌ای مَتلَب تهیه شده است با استفاده از شیب به‌دست آمده از نمودار بی‌هنجاری میدان کل، نقاط انتهایی نیم‌رُخ را تا طول معینی از کل نیم‌رُخ گسترش می‌دهد. این فیلتر با گسترش طولی که روی داده‌ها اِعمال می‌کند، شرط تبدیل فوریه را که تناوبی یک بودن تابع است برآورده می‌کند. قسمت‌های گسترش یافته پس از محاسبه مشتق‌های میدان حذف می‌شوند.

شکل ۲-الف بی‌هنجاری ایجاد شده از بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی (MMVC) دو دوقطبی که در یک شبکه ۶۰×۶۰ متر مربع در مختصات (۱۵,۲۰) متر و (۴۰,۴۰) متر مدل‌سازی شده‌اند را نشان می‌دهد. کره‌ها به‌ترتیب در عمق ۸ و ۱۱ متری از سطح زمین، در زاویه میل و انحراف مغناطیسی 60° و 0° قرار گرفته‌اند و دارای گشتاور مغناطیسی ۱۰ آمپر متر مربع هستند. به‌منظور مقایسه نتایج حاصل شده از اِعمال روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه عدد موج با نتایج حاصل از حوزه مکان (مقاله اُراک)، پارامترهای مغناطیسی کره‌ها برابر مقاله اُراک (۲۰۱۰) در نظر گرفته شده است. مختصاتی که در آن بیشینه مقدار بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی کره‌ها حاصل می‌شود درحکم محل افقی توده‌ها در نظر گرفته می‌شود. سپس از هر مؤلفه میدان در سه راستای عمود بر هم z, y, x در حوزه بسامد مشتق

جدول ۱. نتایج حاصل شده از اِعمال روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی بر کره‌های مغناطیده.

کمیت‌های محاسبه شده	کره در عمق ۸ متری		کره در عمق۱۱ متری	
	در حوزه بسامد	در حوزه مکان (روش اُراک)	در حوزه بسامد	در حوزه مکان (روش اُراک)
$\lvert MMVC\rvert_{max}$ (nT)	۰/۰۳۵۹	۰/۰۳۵۷	۰/۰۱۳۸	۰/۰۱۳۵
$\lvert A_x\rvert_{max}$ (nT/m)	۰/۰۰۶۶	۰/۰۰۷۵	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۲۱
$\lvert A_y\rvert_{max}$ (nT/m)	۰/۰۰۷۶	۰/۰۰۶۵	۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۱۸
$\lvert A_z\rvert_{max}$ (nT/m)	۰/۰۱۳۵	۰/۰۱۳۴	۰/۰۰۳۸	۰/۰۰۳۷
متر $(x_0,y_0)_{maxMMVC}$	(۱۹،۱۵)	(۲۰،۱۶)	(۳۹،۴۰)	(۴۰،۴۱)
متر $(x_0,y_0)_{maxAx}$	(۱۹،۱۶)	(۲۰،۱۶)	(۳۹،۳۸)	(۴۰،۴۲)
متر $(x_0,y_0)_{maxAy}$	(۲۱،۱۵)	(۲۰،۱۶)	(۴۲،۴۰)	(۴۰،۴۱)
متر $(x_0,y_0)_{maxAz}$	(۱۹،۱۵)	(۲۰،۱۶)	(۳۹،۴۰)	(۴۰،۴۱)
Z_0 (m) معادله (۷)	۷/۸۵	۷/۸۴	۱۰/۷۷	۱۰/۶۵
Z_0 (m) معادله (۸)	۷/۸۶	۷/۸۲	۱۰/۸۰	۱۰/۴۶
Z_0 (m) معادله (۹)	۸/۰۱	۷/۹۹	۱۰/۹۶	۱۰/۷۷
درصد خطای برآورد عمق (معادله، ۷)	۱/۸۲	۲	۲/۱	۳/۱۸
درصد خطای برآورد عمق (معادله، ۸)	۱/۷۱	۲/۲۵	۱/۸	۴/۹۱
درصد خطای برآورد عمق (معادله، ۹)	۰/۰۷	۰/۱۲۵	۰/۳۶	۲/۱

گرفته می‌شود (شکل‌های ۲-ب، ۲-ج و ۲-د). با محاسبه بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در سه راستا، محل افقی توده‌ها تعیین می‌شود و عمق از نسبت بیشینه مقدار مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی به بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی برآورد می‌شود.

جدول ۱ نتایج به‌دست آمده از مدل‌سازی دو کره مغناطیده در حوزه عدد موج را نشان می‌دهد. مقایسه نتایج حاصل شده با نتایج حوزه مکان (مقاله اُراک) نشان می‌دهد که برآورد محل افقی توده‌ها در حوزه بسامد دارای دقتی برابر با حوزه مکان است. بااین‌حال برآورد عمق توده‌ها در حوزه بسامد با دقت بیشتری نسبت به حوزه مکان صورت گرفته است؛ به‌ویژه برای کره‌ای که در عمق بیشتری از سطح زمین واقع شده است.

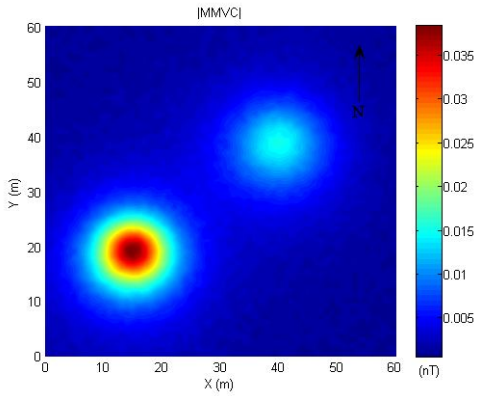
برآورد عمقی که با رابطه (۹) صورت گرفته دارای دقت بیشتر و خطای کمتری است؛ چون این رابطه مستقل از جهت مغناطیدگی است. بااین‌حال روابط (۸ و ۷) به علت وابسته بودن به جهت مغناطیدگی، با دقت کمتری عمق را برآورد کرده‌اند. بنابراین بر داده‌های مغناطیسی حاصل شده از کره‌های مغناطیده فیلتر تبدیل به قطب اِعمال می‌شود.

انتقال به قطب داده‌ها، باعث می‌شود که شکل بی‌هنجاری مغناطیسی و سیگنال تحلیلی آن متقارن‌تر شود و مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی تقریباً روی منبع قرار گیرد. بنابراین با اِعمال عملگر انتقال به قطب روی داده‌های مغناطیسی می‌توان موقعیت منبع سه‌بُعدی و در نتیجه عمق را با دقت بیشتری برآورد کرد (سالم و همکاران، ۲۰۰۲). نتایج حاصل پس از اِعمال فیلتر تبدیل به قطب (جدول ۲)، برآورد دقیق‌تری از محل افقی و عمق توده‌ها نسبت به نتایج حاصل شده بدون اِعمال فیلتر تبدیل به قطب (جدول ۱) به‌دست می‌دهند.

۳-۱ مدل کره مغناطیده

روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی از مشتق‌های مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی استفاده می‌کند و دقت آن تا حدی به کیفیت داده‌های اندازه‌گیری شده و نوفه‌ها (noise) بستگی دارد. بنابراین برای شبیه‌سازی داده‌های واقعی، به داده‌های مصنوعی تولید شده نوفه‌هایی برابر با انحراف معیار ۵٪ دامنه بی‌هنجاری و همچنین نوفه‌های تصادفی اضافه می‌شود. در شکل ۳ بی‌هنجاری ایجاد شده از بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی کره‌های مغناطیده نوفه‌دار ملاحظه می‌شود. برای اِعمال روش لازم است از مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی مشتق گرفته شود. مشتق‌گیری یک فیلتر بالاگذر است و اثر نوفه‌ها را تقویت می‌کند. بنابراین با ادامه فراسو داده‌ها به سطحی بالاتر از سطح اندازه‌گیری می‌توان دامنه بی-هنجاری نوفه‌ها و اثر تقویتی فرایند مشتق‌گیری را کاهش داد.

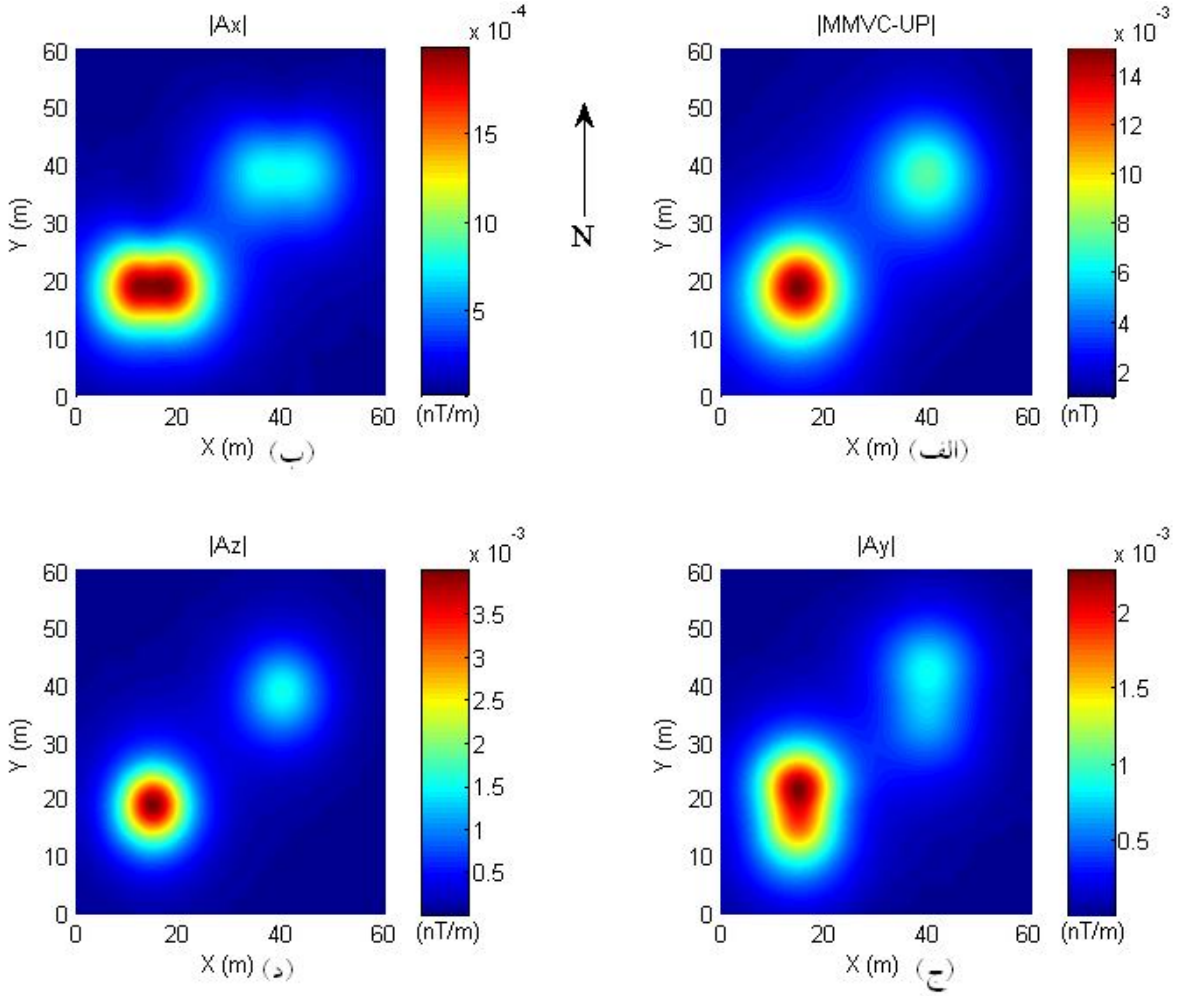
شکل ۴-الف بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی دوقطبی‌های نوفه‌دار را پس از ادامه فراسو ۳ متر نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که شدت بی‌هنجاری و دامنه نوفه‌ها تضعیف شده است. سطح مطلوب برای ادامه فراسوی داده‌ها، اولین ارتفاعی است که بعد از آن میزان تغییرات عمق جزئی باشد (سالم و راوات، ۲۰۰۳).



شکل۳. بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی ناشی از کره‌های آلوده به نوفه (MMVC).

با اِعمال روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی روی داده‌های فراسو شده، محل افقی و عمق توده‌ها مطابق جدول ۲ حاصل می‌شود. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که دقت این روش برای داده‌های آلوده به نوفه نیز قابل‌قبول است. لازم به ذکر است که عمق‌ها پس از کم کردن ارتفاع ادامه فراسو به‌دست آمده‌اند.

شکل‌های ۴-ب، ۴-ج و ۴-د به‌ترتیب بی‌هنجاری‌های مغناطیسی ناشی از سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان در جهت‌های (x, y, z) هستند. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد، روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی عمق و محل افقی کره نزدیک به سطح زمین را با دقت بیشتری برآورد کرده است.



شکل ۴. (الف) بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی دوقطبی‌ها بعد از ادامه فراسو ۳ متر، (ب، ج، د) سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی دوقطبی‌ها درجهت‌های x, y, z. دوقطبی‌ها در مختصات (۱۵,۲۰,۸) متر، (۴۰,۴۰,۱۱) متر، زاویه میل و انحراف مغناطیسی 60° و 0° قرار گرفته‌اند.

جدول ۲. نتایج حاصل شده از اِعمال روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی بر داده‌های منتقل شده به قطب و دارای نوفه کره‌های مغناطیده.

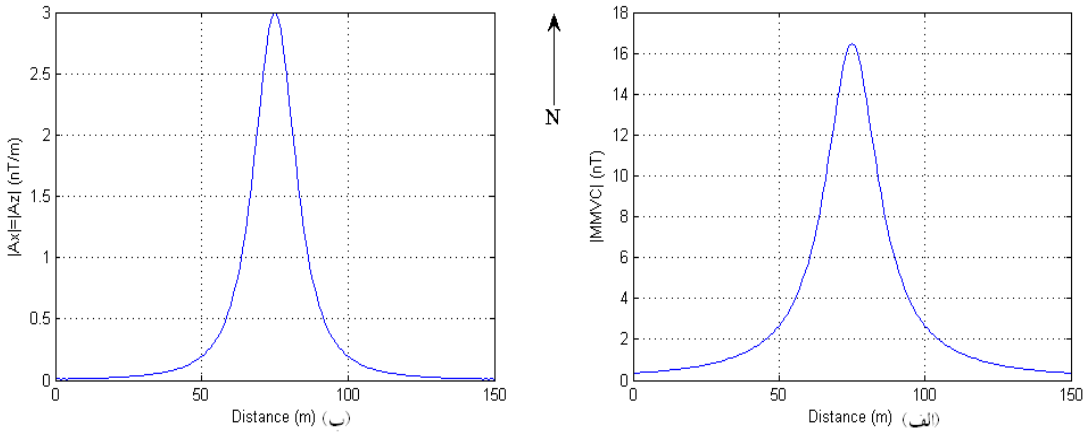
کمیت‌های محاسبه شده	کره در عمق ۸ متری		کره در عمق ۱۱ متری	
	در حوزه بسامد بعد از انتقال به قطب	در حوزه بسامد بعد از ادامه فراسو ۳ متر	در حوزه بسامد بعد از انتقال به قطب	در حوزه بسامد بعد از ادامه فراسو ۳ متر
$\lvert MMVC\rvert_{max}$ (nT)	۰/۰۳۹۱	۰/۰۱۴۲	۰/۰۱۵	۰/۰۰۶۸
$\lvert A_x\rvert_{max}$ (nT/m)	۰/۰۰۷۴	۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۲۱	$۷/۳۷۸\times۱۰^{-۴}$
$\lvert A_y\rvert_{max}$ (nT/m)	۰/۰۰۷۴	۰/۰۰۲۲	۰/۰۰۲۱	$۸/۵۱۲\times۱۰^{-۴}$
$\lvert A_z\rvert_{max}$ (nT/m)	۰/۰۱۴۷	۰/۰۰۴۰	۰/۰۰۴۱	۰/۰۰۱۵
متر $(x_0,y_0)_{maxMMVC}$	(۲۰،۱۵)	(۱۹،۱۵)	(۴۰،۴۰)	(۳۸،۴۰)
متر $(x_0,y_0)_{maxAx}$	(۲۰،۱۶)	(۱۹،۱۷)	(۳۸،۴۰)	(۳۸،۴۲)
متر $(x_0,y_0)_{maxAy}$	(۲۱،۱۵)	(۲۲،۱۵)	(۳۸،۴۰)	(۴۲،۴۰)
متر $(x_0,y_0)_{maxAz}$	(۲۰،۱۵)	(۱۹،۱۵)	(۴۰،۴۰)	(۳۹،۴۰)
Z_0 (m): معادله (۷)	۷/۹۵	۷/۵۶	۱۰/۹۱	۱۰/۲۴
Z_0 (m): معادله (۸)	۷/۹۶	۷/۵۸	۱۰/۹۲	۱۰/۲۵
Z_0 (m): معادله (۹)	۷/۹۹	۷/۷۶	۱۰/۹۹	۱۰/۴۱
درصد خطای برآورد عمق (معادله، ۷)	۰/۶۷	۳/۹۱	۰/۸۱	۵/۴۱
درصد خطای برآورد عمق (معادله، ۸)	۰/۵۳	۳/۸۶	۰/۷۵	۵/۳۳
درصد خطای برآورد عمق (معادله، ۹)	۰/۰۲	۲/۲۳	۰/۰۳	۴/۲

۳-۲ مدل استوانه مغناطیده

نیم‌رُخی به طول ۱۵۰ متر عمود بر امتداد استوانه طویلی که در زاویه میل و انحراف مغناطیسی ۷۵° و ۱۰° و عمق ۱۱ متری از سطح زمین مدل‌سازی شده است در نظر گرفته می‌شود. استوانه دارای مغناطیدگی ۱۰ آمپر در واحد طول است و در مرکز نیم‌رُخ (۷۵ متری) قرار دارد. با محاسبه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی (شکل ۵-الف) و مشتق مؤلفه‌های میدان در دو راستای عمود بر هم x, z در حوزه بسامد (شکل ۵-ب) و به‌دست آوردن بیشینه مقادیر آنها، عمق و محل افقی استوانه مطابق جدول ۳ برآورد می‌شود. ملاحظه می‌شود که عمق و محل افقی استوانه با دقت زیادی برآورد شده است.

دامنه سیگنال تحلیلی برای توده‌های دوبُعدی متقارن است و بیشینه مقدار آن در بالای چشمه قرار می‌گیرد (سالم و همکاران، ۲۰۰۲). به همین علت بیشینه مقادیر اندازه مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی و سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی دقیقاً محل افقی توده را برآورد کرده‌اند. همچنین به علت مستقل بودن رابطه برآورد عمق استوانه (رابطه ۱۴) از مغناطیدگی توده، عمق استوانه با دقت زیادی برآورد شده است.

در این مرحله برای برآورد واقعی‌تری از روش، به داده‌ها نوفه‌هایی برابر با انحراف معیار ۵٪ دامنه بی‌هنجاری و همچنین نوفه‌های تصادفی اضافه می‌شود (شکل ۶-الف). پس از اِعمال فیلتر ادامه فراسو به داده‌های مغناطیسی به‌منظور کاهش اثر نوفه‌ها (شکل ۶-ب) و سپس گرفتن مشتق از مؤلفه‌های میدان در دو راستای x, z (شکل ۶-ج) و درنهایت تعیین بیشینه مقادیر آنها، عمق و محل افقی



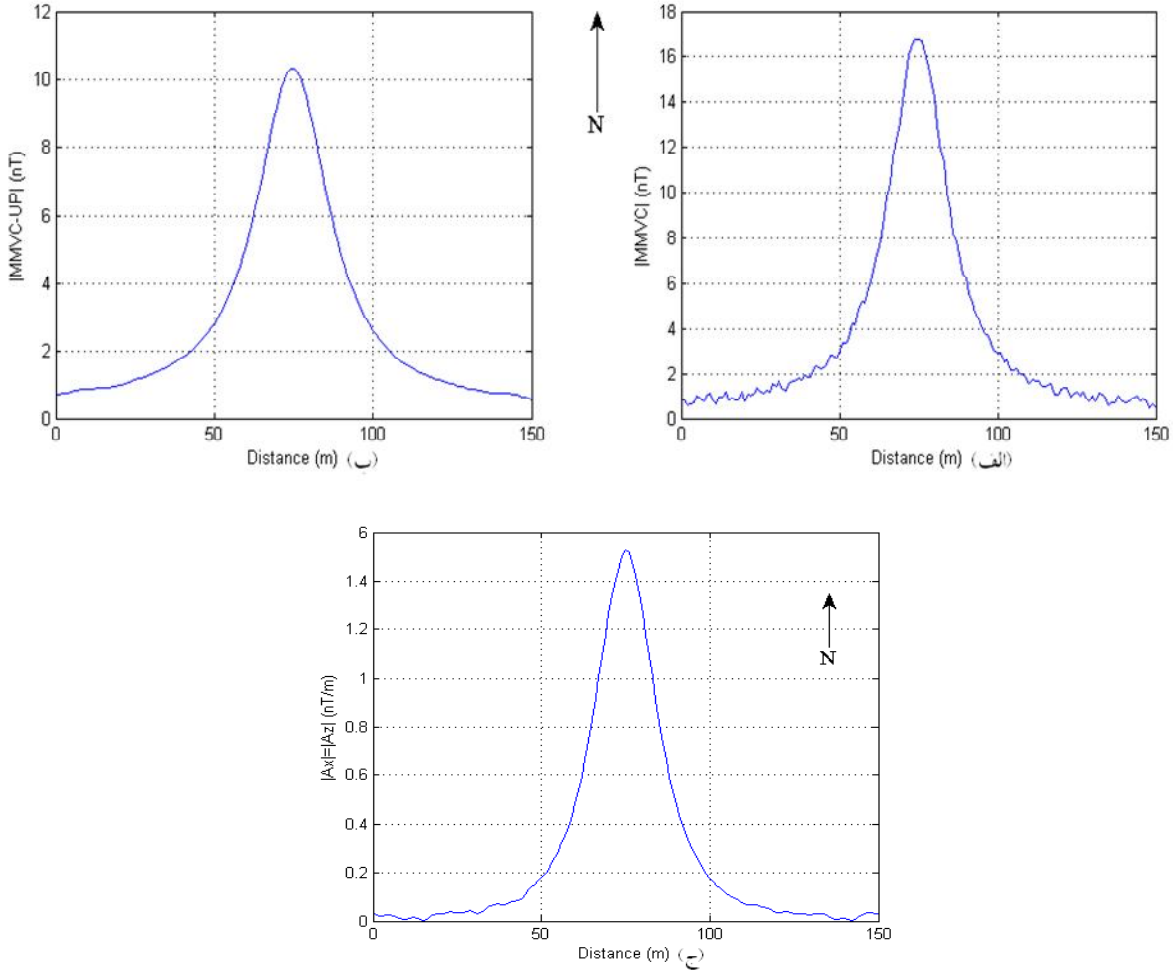
شکل۵. (الف) بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی استوانه واقع شده در عمق ۱۱ متری از سطح زمین، (ب) سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در جهت‌های x, z . استوانه در مرکز نیم‌رُخی به طول ۱۵۰ متر در زاویه میل و انحراف مغناطیسی ۷۵ و ۱۰ درجه مدل‌سازی شده است.

استوانه‌ها مطابق جدول ۳ حاصل می‌شود. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان میدان مغناطیسی در مورد داده‌های آلوده به نوفه نیز دارای دقت قابل‌قبولی است.

استوانه مغناطیده به عمق ۱۴ متری از سطح زمین برده می‌شود تا توانایی روش برای توده‌های عمیق‌تر نیز سنجیده شود. نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد که اگرچه عمق و محل افقی استوانه بدون نوفه و نوفه‌دار واقع شده در عمق ۱۴ متری با دقت قابل‌قبولی برآورد شده است اما مانند حالت دوقطبی مغناطیسی در این مورد نیز محل و عمق استوانه نزدیک به سطح با دقت بیشتری نسبت به استوانه عمیق برآورد شده است. به‌عبارتی روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی توانایی خوبی در تعیین محل و عمق توده‌های سطحی دارد.

جدول ۳. نتایج حاصل شده از اِعمال روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی بر استوانه‌های مغناطیده.

کمیت‌های محاسبه شده	استوانه در عمق ۱۱ متری از سطح زمین		استوانه در عمق ۱۴ متری از سطح زمین	
	بدون نوفه	دارای نوفه (پس از ادامه فراسو ۳ متر)	بدون نوفه	دارای نوفه (پس از ادامه فراسو ۳ متر)
$\|MMVC\|_{max}$ (nT)	۱۶/۴۹۹۷	۱۰/۴۱	۱۰/۱۸۶۱	۶/۹۱۳۲
$\|A_x\|_{max}$ (nT/m)	۳/۰۰۶	۱/۵۳	۱/۴۵۵۷	۰/۸۵۲۸
$(X_0)_{maxMMVC}$ (m)	۷۵	۷۵	۷۵	۷۴
$(X_0)_{maxAx}$ (m)	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵
Z_0 (m) :معادله (۱۴)	۱۰/۹۹	۱۰/۶۱	۱۳/۹۹	۱۳/۲۱
درصد خطای برآورد عمق	۰/۰۲	۲/۷۵	۰/۰۴	۴/۶۳



شکل ۶. (الف) بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی استوانه آلوده به نوفه واقع شده در عمق ۱۱ متری، (ب) بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی بعد از اِعمال فیلتر ادامه فراسو ۳ متر، (ج) سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در جهت‌های x, z. استوانه در مرکز نیم‌رُخی به طول ۱۵۰ متر در زاویه میل و انحراف مغناطیسی ۷۵ و ۱۰ درجه مدل‌سازی شده است.

۴ نتیجه‌گیری

روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی، روشی برای برآورد عمق و تعیین محل افقی بی‌هنجاری‌های نزدیک به سطح و ایده‌ال است. این روش روی داده‌های نیم‌رُخی و شبکه‌ای قابل اجرا است و روابط آن از ترکیب مشتقات مؤلفه‌های میدان مغناطیسی و بزرگی مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی به‌دست می‌آید. با استفاده از این روابط می‌توان عمق و محل افقی دوقطبی و خطی از دوقطبی‌ها را برآورد کرد.

عمق‌های به‌دست آمده برای توده‌های سه‌بُعدی با استفاده از روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی در حوزه بسامد، دقت بیشتری نسبت به عمق‌های به‌دست آمده از این روش در حوزه مکان دارند. درصد خطای برآورد عمق کره‌ها در حوزه بسامد کمتر یا برابر ۲٪ و در حوزه مکان بیشتر از ۲٪ است. هر دو حوزه (مکان و بسامد) با دقتی نسبتاً برابر محل افقی کره‌ها را برآورد می‌کنند.

روش سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان مغناطیسی عمق و محل افقی ساختارهای دوبُعدی را با دقت بیشتری نسبت به ساختارهای سه‌بُعدی برآورد می‌کند، عمق برآورد شده برای ساختارهای دوبُعدی کمتر از ۰/۰۵٪ است.

در حالت دوبُعدی نسبت دامنه سیگنال تحلیلی بردار میدان مغناطیسی به سیگنال تحلیلی تانسور گرادیان میدان مغناطیسی مستقل از کمیّت‌های جهتی مانند زاویه میل و انحراف مغناطیسی است. درحالی‌که در حالت سه‌بُعدی، این نسبت در دو جهت yو xبه جهت مغناطیدگی بستگی دارد و موجب می‌شود تا برآورد عمق و محل افقی توده‌های سه‌بُعدی با دقت کمتری نسبت به توده‌های دوبُعدی صورت گیرد. به همین علت برای اجسام سه‌بُعدی، از فیلتر تبدیل به قطب استفاده می‌شود تا اثر زاویه میل و انحراف مغناطیسی تضعیف شود و عمق و محل افقی کره‌ها با دقت بیشتری برآورد شود. درصد خطای برآورد عمق کره‌ها پس از اِعمال این فیلتر به کمتر از ۱٪ رسیده است.

نتایج حاصل از اِعمال این روش روی مدل‌های آلوده به نوفه نیز دقت قابل‌قبولی را در برآورد عمق و محل افقی چشمه‌ها نشان می‌دهد.

منابع

Bastani, M., and Pedersen, L. B., 2001, Automatic interpretation of magnetic dike parameters using the analytical signal technique: Geophysics, **66**(2), 551-561.

Blakely, R. J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications: Cambridge University Press.

Frahm, C. P., 1972, Inversion of the magnetic field gradient equation for a magnetic dipole field. Naval Coastal Systems Laboratory: Informal Report NCSL, 135–172.

Nabighian, M. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section; its properties and use for automated anomaly interpretation: Geophysics, **37**(3), 507-517.

Oruc, B., 2010, Location and depth estimation of point-dipole and line of line dipoles using analytic signals of magnetic gradient tensor and magnitude of vector components: Applied Geophysics, **70**, 27-37.

Pedersen, L. B., and Rasmussen, T. M., 1990, The gradient tensor of potential field anomalies: Some implications on data collection and data processing of maps: Geophysics, **55**(12), 1558- 1566.

Salam, A., and Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data: Geophysics, **68**(6), 1952- 1961.

Salem, A., Ravat, D., Gamey, T. J., and Ushijima, K., 2002, Analytic signal approach and its applicability in environmental magnetic investigations: Applied Geophysics, **49**(4), 231-244.