ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تکرار و تبدیل فوریه

مریم اصلانی‌فر[۱] و وحید ابراهیم‌زاده اردستانی[۱*]

[۱]موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۲/۱۰، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۹/۲۸)

چکیده

محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی در صفحهٔ افقی زیر زمین از روش تبدیل فوریه یک روش ناپایدار است. در این مقاله یک روش تکرار برای محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی در صفحهٔ افقی که زیر سطح زمین قرار دارد عرضه می‌شود. روش تکرار با استفاده از برنامهٔ رایانه‌ای نوشته شده و برای مدل‌های متفاوت بررسی می‌شود. سپس این روش با روش تبدیل فوریه برای محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی برای مدل مصنوعی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. پس از آن مقدار کمی نوفه به مدل مصنوعی اضافه و ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی از روش تکرار در صفحهٔ افقی زیر زمین محاسبه و میزان تغییرات میدان گرانی بررسی می‌شود. سپس ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تکرار برای مدل واقعی بررسی می‌شود. مشاهده می‌شود که روش تکرار برای محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی نسبت به روش تبدیل فوریه در فاصلهٔ پایین‌تری از سطح زمین میدان گرانی را محاسبه می‌کند و میدان گرانی محاسبه شده به روش تکرار، پایداری خوبی نسبت به میدان گرانی محاسبه شده از روش تبدیل فوریه دارد.

واژه‌های کلیدی: ادامهٔ فروسو، پایداری، داده‌های گرانی، روش تکرار، صفحهٔ افقی

Calculation of the downward continuation of the gravity data using iterative and Fourier transform methods

Maryam Aslanifar[1] and Vahid Ebrahimzade Ardestani[1*]

[1]*Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran*

(Received: 30 April 2011, accepted: 18 December 2012)

Summary

The downward continuation of the gravity data is one of the main issues of a geophysical data interpretation. Considering that the downward continuation of the gravity data is calculated on a plane under the ground and close to an anomaly, this gravity value could show the specifications of the anomaly better than the gravity anomaly on the ground. Factors such as shape, size and depth of the anomaly are determined by calculating the downward continuation of the gravity data.

The upward and downward continuation is usually calculated by the Fourier transform (FT) method. The upward continuation calculated from FT method is stable. In this

*Corresponding author: ebrahimz@ut.ac.ir *نگارنده رابط:

method, the upward continuation is calculated in a horizontal plane above the ground level. The higher frequencies (the shorter wavelengths) of the gravity data become damped in the calculation of the upward continuation. The amount of the downward continuation calculated by the FT method is unstable. The downward continuation is estimated in a horizontal plane lower than the ground level. The higher frequencies (the shorter wavelengths) of the gravity data are strengthened in the calculation of the downward continuation to a large extent which is a function of the downward continuation depth and the sampling interval. When the depth is several times bigger than the sampling interval, the downward continuation of the FT method is divergent, because the exponential function is positive; therefore, the noise will be dominated and the anomaly shape will disappear. Any existing and perhaps non-obvious errors in the measured data in the calculated field are very big and have unrealistic changes.

The iterative method for calculating the downward continuation is a new one. In this method, using a change of variable, the amount of the gravity on the ground level is attributed to the desired horizontal plane −on which the downward continuation of the gravity data is calculated− as an initial value of the gravity. The upward continuation of the initial value of the gravity data on the ground level is calculated (with a height equal to the depth of the downward continuation). The difference between the initial value of the gravity data on the desired horizontal plane and the amount of the upward continuation is added to the initial value. These calculations are placed in a loop and the calculations of the loop are stopped when a predetermined accuracy is reached. Usually, the optimum downward continuation is gained after 100 to 200 iterations. The final value is placed as the amount of the downward continuation of the gravity data. This method is implemented in MATLAB and is run for the synthetic, synthetic with noise and real models. Considering that the amounts of the gravity data changes for the synthetic models and synthetic with noise models are low, the amount of the calculated gravity from the iterative method is stable. The limits of anomaly in the downward continuation of the studied models are preserved in all the forms, and the amount of the gravity near the horizontal planes of anomaly is greater than the gravity value at the ground level.

Key words: Downward continuation, stable, gravity data, iterative method, horizontal plane

۱ مقدمه

معمولاً برای محاسبه ادامهٔ فروسوی میدان پتانسیل از صفحه‌ای به صفحهٔ دیگر از روش تبدیل فوریه استفاده می‌شود. محاسبه پتانسیل به این روش سرعت زیادی دارد و برای محاسبه ادامهٔ فراسوی میدان پتانسیل پایدار است، درصورتی‌که برای محاسبه ادامهٔ فروسوی میدان پتانسیل روش ناپایداری به‌شمار می‌رود، و بیشترین فاصلهٔ انتقال فقط چند برابر فاصلهٔ نمونه‌برداری شده است. محاسبه پتانسیل در فاصله‌های نزدیک به بی‌هنجاری و زیر سطح زمین معمولاً مورد توجه ژئوفیزیک‌دانان بوده است. پائولوسکی (۱۹۹۵) یک روش ادامه برای افزایش بی‌هنجاری میدان پتانسیل عرضه کرد که در این روش از اصول فیلتر وینر و لایه معادل گرین استفاده کرد. فدی و فلوریو (۲۰۰۲) یک روش ادامهٔ فروسوی پایدار براساس محاسبه مشتقات قائم پایدار عرضه کردند. کوپر (۲۰۰۴) روش جدیدی به‌دست داد که براساس روش‌های جبران و مشتق برای کاهش نوفهٔ تولید شده از روش تبدیل فوریه در محاسبه ادامهٔ فروسو استوار بود. در این روش‌ها، هدف پایدار کردن روش ادامهٔ پتانسیل بوده است. استراخو و دویتسین (۱۹۶۵) اولین‌بار از روش تکرار برای ادامهٔ

فروسوی میدان پتانسیل استفاده کردند، آنها از رابطه انتگرال برای محاسبه میدان پتانسیل در فرایند ادامهٔ فراسوی میدان پتانسیل استفاده کردند. گاسپی (۱۹۸۷) یک روش فوریهٔ سریع تکرار برای محاسبه ادامهٔ میدان پتانسیل از سطح توپوگرافی به سطح افقی که نزدیک سطح توپوگرافی قرار دارد پیشنهاد کرد که تقریباً پایداری خوبی برای ادامهٔ فراسوی میدان پتانسیل از آن حاصل شد. شی‌ژی‌سو (۲۰۰۷) یک روش تکرار برای محاسبه ادامهٔ فروسوی میدان پتانسیل عرضه کرد، و روش تکرار را برای محاسبه ادامهٔ فروسوی میدان پتانسیل داده‌های مصنوعی و هوابرد مغناطیس مورد امتحان قرار داد.

در این مقاله یک روش تکرار برای محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی از یک سطح به سطح افقی زیرین مطرح می‌شود که روشی پایدار برای محاسبه مقدار گرانی در سطح‌های پایین‌تر از سطح زمین در فاصلهٔ چند برابر فاصلهٔ نمونه برداری از سطح زمین است. با این‌حال به‌علت وجود حلقهٔ تکرار در این روش، زمان محاسبات نسبت به روش تبدیل فوریه بیشتر است. در این مقاله دو روش تکرار و تبدیل فوریه برای محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی بررسی و نتیجهٔ آنها با هم مقایسه می‌شود.

۲ نظریه روش تبدیل فوریه

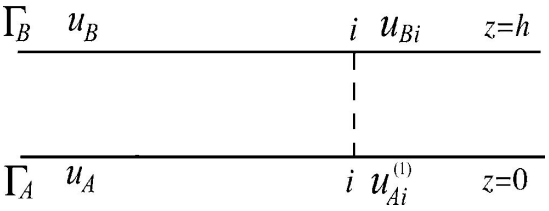
با استفاده از معادلهٔ دوم گرین میدان پتانسیل در هر نقطهٔ واقع در بالای صفحهٔ افقی، از اطلاعات کامل میدان در روی صفحهٔ افقی محاسبه می‌شود.

$$u(x,y,z_0-h)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{h}{2\pi}\frac{u(x',y',z_0)}{((x-x')^2+(y-y')^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}dx'dy',$$

$$u(x,y,z_0-h)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi_u((x-x'),(y-y'),h)u(x',y',z_0)dx'dy', \quad (۱)$$

که x و y مختصات نقاط روی سطح زمین است و روی سطح زمین ارتفاع صفر است $(z_0=0)$ و h فاصلهٔ ادامهٔ پتانسیل است.

شکل ۱ دو سطح افقی Γ_A و Γ_B با ارتفاع $z=0$ و $z=h$ را نشان می‌دهد. بین دو سطح هیچ بی‌هنجاری گرانی وجود ندارد. مقدار گرانی روی سطح Γ_A، به‌صورت تابع $u(x,y,0)$ تعریف می‌شود.



شکل ۱. صفحهٔ مشاهده Γ_A و دارای ارتفاع صفر است. صفحهٔ ادامهٔ گرانی Γ_B و دارای ارتفاع h است (شی‌ژی‌سو ، ۲۰۰۷).

در اینجا تابع U برابر است با:

$$\mathrm{U}(kx,ky,0)=F[u(x,y,0)], \quad (۲)$$

که kx و ky عددهای موج در جهت x و y هستند و $U(kx,ky,0)$ تبدیل فوریه تابع $u(x,y,0)$ است.

تبدیل فوریه تابع ψ_u به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

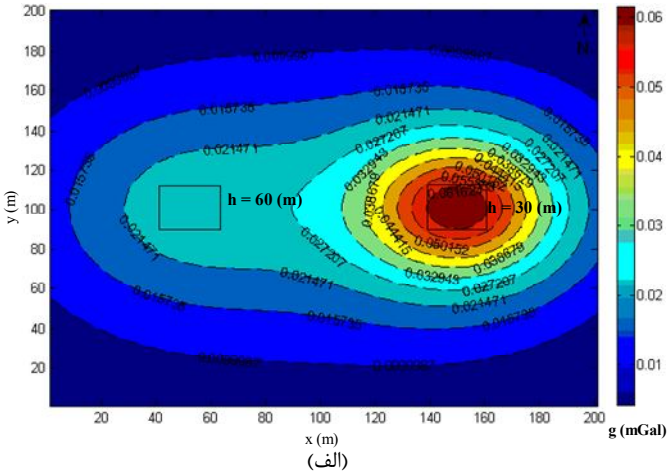
$$F(\psi_u)=e^{-|k|h}. \quad (۳)$$

رابطه ادامهٔ گرانی با روش تبدیل فوریه به شکل زیر تعریف می‌شود:

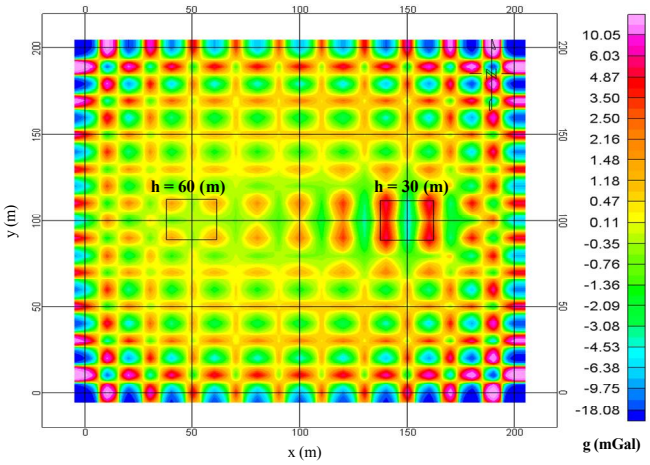
$$u(x,y,h)=F^{-1}[(e^{-\sqrt{kx^2+ky^2}h}U(kx,ky,0)], \quad (۴)$$

که h فاصلهٔ ادامهٔ گرانی است.

اگر در رابطهٔ (۴)، $h>0$ باشد، داده‌های گرانی در صفحه‌ای بالاتر محاسبه شده، یعنی ادامهٔ گرانی فراسو شده است و در نتیجه:



(الف)



(ب)

شکل ۲. دو مکعب‌مستطیل با چگالی $\frac{kg}{m^3}$ ۱۵۰۰ و اندازهٔ ۳۰ × ۲۰ × ۲۰ متر که فاصلهٔ افقی آنها روی سطح زمین ۱۰۰ متر است نشان داده شده‌اند. کمترین عمق مکعب‌مستطیل سمت چپ ۶۰ متر و کمترین عمق مکعب‌مستطیل سمت راست ۳۰ متر است. (الف) مقدار گرانی روی سطح زمین نشان‌دهندهٔ وجود بی‌هنجاری در زیر سطح زمین است. شدت گرانی در سمت راست شبکه بیشتر است. (ب) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تبدیل فوریه سریع در عمق ۳۰ متر نشان داده شده است. با توجه به واگرایی ادامهٔ فروسو از روش تبدیل فوریه و از بین رفتن حدود بی‌هنجاری، شکل ناپایدار است.

۱. رابطهٔ (۴) نشان می‌دهد که فرایند فراسو همه عدد موج‌ها به‌جز $|k|=0$ را میرا می‌کند.

۲. هر عدد موج تا یک درجهٔ بزرگ‌تر از همه عدد موج‌های پایین‌تر میرا می‌شود.

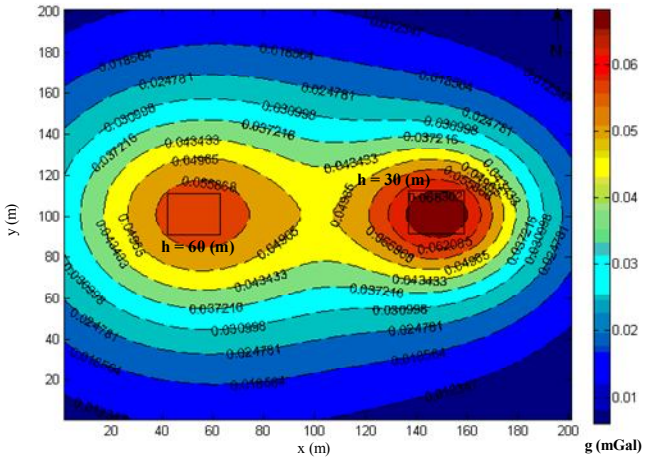
۳. درجهٔ میرا شدن با ازدیاد h افزایش پیدا می‌کند (بلیکلی، ۱۹۹۶).

با توجه به نکات بالا گرانی به‌دست آمده پایدار است.

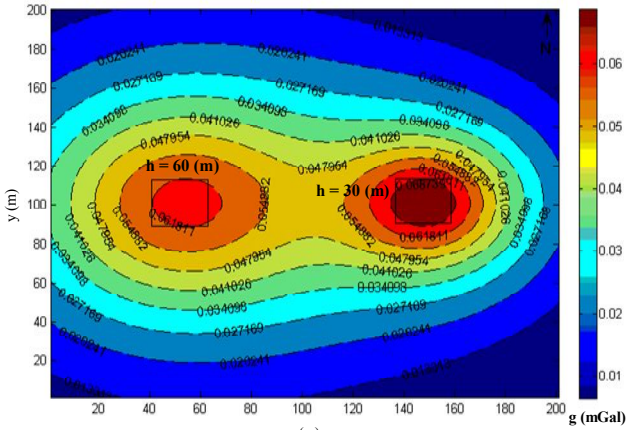
اگر در رابطهٔ (۴)، $h<0$ باشد، داده های گرانی در صفحه‌ای پایین‌تر محاسبه شده، یعنی ادامهٔ گرانی فروسو شده است و در نتیجه:

۱. کوتاه‌ترین طول موج داده‌های اندازه‌گیری شده در این فرایند، به مقدار بزرگی که تابع مقدار h و فاصلهٔ نمونه‌برداری است تقویت می‌شود.

۲. هر خطای موجود و شاید غیر مشهود در داده‌های اندازه‌گیری شده، ممکن است در میدان محاسبه شده،



(الف)



(ب)

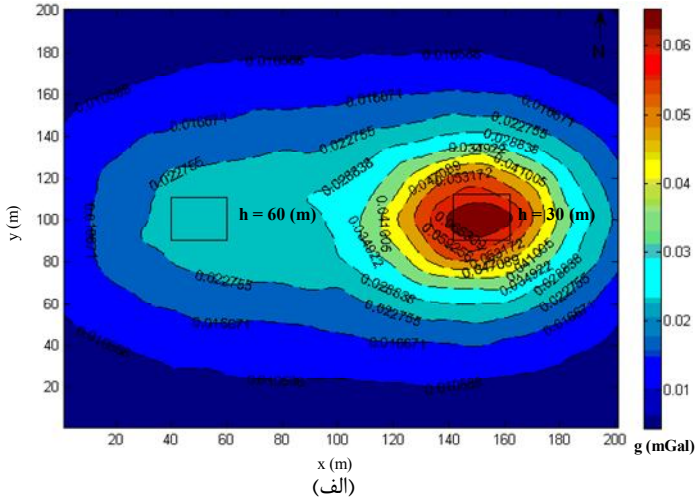
شکل ۳. (الف) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تکرار در عمق ۳۰ متر نشان داده شده است. با توجه به همگرایی ادامهٔ فروسو از روش تکرار و مشخص بودن حدود بی‌هنجاری، شکل پایدار است. مقدار گرانی در شکل افزایش یافته و بی‌هنجاری سمت چپ شکل پدیدار شده است. (ب) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تکرار در عمق ۶۰ متر نشان داده شده است. مقدار گرانی در سمت چپ شکل بیشتر شده و در سمت راست شکل تقریباً ثابت مانده است. این شکل پایدار است.

خیلی بزرگ و دارای تغییرات غیر واقعی باشد (بلیکلی، ۱۹۹۶). با توجه به نکات بالا، گرانی به‌دست آمده ناپایدار است.

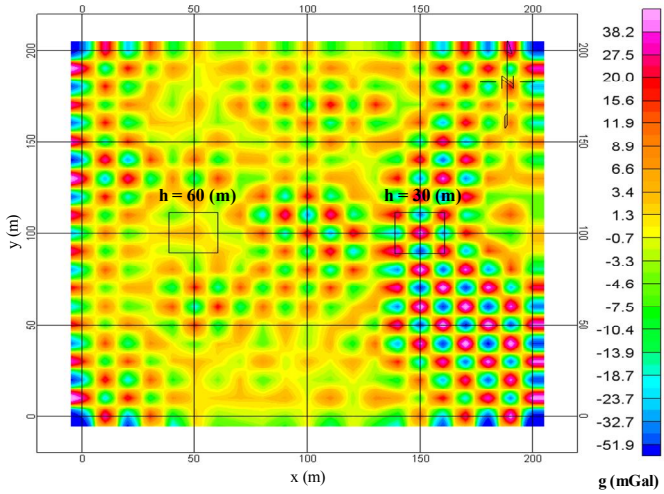
۳ نظریه روش تکرار

معمولاً در روش تکرار یک مقدار اولیه به تابع موردنظر نسبت داده می‌شود. سپس با عملی شدن محاسبات براساس رابطه اصلی، میزان تغییرات نسبت به مقدار اولیه محاسبه و اختلاف این دو مقدار به مقدار اولیه اضافه می‌شود. این محاسبات در حلقهٔ تکرار قرار داده می‌شود و در آخر با تعیین دقت محاسبات، تکرار متوقف و مقدار نهایی حلقه درحکم مقدار مطلوب در نظر گرفته می‌شود. از این روش می‌توان برای محاسبه ادامهٔ فروسوی پتانسیل استفاده کرد.

فرض می‌شود که پتانسیل گرانی u_B روی سطح Γ_B معلوم است. مقدار گرانی با استفاده از روش تکرار، روی سطح Γ_A که در فاصلهٔ h زیر سطح Γ_B قرار دارد به‌صورت زیر محاسبه می‌شود (شی‌ژی‌سو، ۲۰۰۷).



(الف)



(ب)

شکل ۴. دو مکعب‌مستطیل با چگالی $\frac{kg}{m^3}$ ۱۵۰۰ و اندازه ۳۰×۲۰×۲۰ متر که فاصلهٔ افقی آنها روی سطح زمین ۱۰۰ متر است نشان داده شده‌اند. کمترین عمق مکعب‌مستطیل سمت چپ ۶۰ متر و کمترین عمق مکعب‌مستطیل سمت راست ۳۰ متر است. (الف) مقدار گرانی با ۴ درصد نوفه روی سطح زمین نشان‌دهندهٔ وجود بی‌هنجاری در زیر سطح زمین است. شدت گرانی در سمت راست شبکه بیشتر است. (ب) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با نوفه با استفاده از روش تبدیل فوریه سریع در عمق ۳۰ متر نشان داده شده است. با توجه به واگرایی ادامهٔ فروسو از روش تبدیل فوریه سریع و از بین رفتن حدود بی‌هنجاری، شکل ناپایدار است.

نقطهٔ i روی سطح Γ_B به نقطهٔ i روی سطح Γ_A تصویر می‌شود، سپس:

۱. پتانسیل گرانی u_{Bi} متناظر آن به $u_{Ai}^{(1)}$ تصویر می‌شود و درحکم مقدار گرانی اولیه نقطهٔ i روی سطح Γ_A در نظر گرفته می‌شود. $u_{Ai}^{(1)}=u_{Bi}$، به‌همین‌ترتیب برای همهٔ نقاط رابطه به‌صورت زیر است.

$$u_A^{(1)}=u_B .$$

۲. ازآنجاکه ناحیهٔ بین Γ_A و Γ_B بدون منبع پتانسیل گرانی است، و در معادلهٔ لاپلاس صدق می‌کند، پس می توان از رابطه (۴) برای محاسبه پتانسیل گرانی $u_B^{(1)}$ استفاده کرد.

۳. اختلاف بین u_B و $u_B^{(1)}$ برای تصحیح مقدار $u_A^{(1)}$ استفاده می‌شود و $u_A^{(2)}$ طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$u_A^{(2)}=u_A^{(1)}+s(u_B-u_B^{(1)}),\qquad 0<s\le 1, \qquad (۵)$$

که s گام تکرار است و هر چه کوچک‌تر باشد نتیجهٔ ادامهٔ فروسو پایدارتر و زمان محاسبات بیشتر است.

با تکرار مرحله ۲ و ۳ رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$u_A^{(n+1)} = u_A^{(n)} + s \times (u_B - u_B^{(n)}), \qquad (۶)$$

بعد از n تکرار،

$$\left| u_B - u_B^{(n)} \right| < \varepsilon,$$

که در آن ε مقدار بسیار کوچکی است.

پس:

$$\left| u_A^{(n+1)} - u_A^{(n)} \right| < s\varepsilon,$$

و می‌توان مقدار $u_A^{(n+1)}$ را به عنوان مقدار تقریبی گرانی لایهٔ زیرین در نظر گرفت.

$$u_A \approx u_A^{(n+1)}.$$

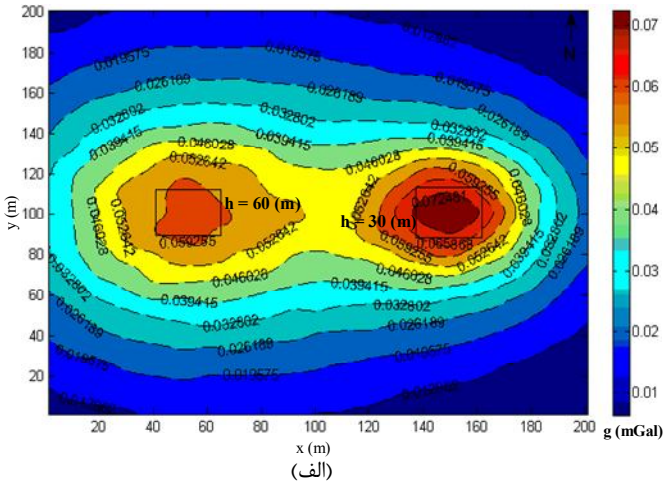
در حالت کلی مقدار گرانی پایدار بعد از ۱۰۰ تا ۲۰۰ تکرار به‌دست می‌آید.

در ادامهٔ فروسو به‌روش تکرار از رابطه ادامهٔ فراسو استفاده می‌شود، که در آن توان تابع نمایی دارای علامت منفی است، تا با استفاده از آن از ناپایداری ادامهٔ فروسو اجتناب شود. با توجه به اینکه زمین یک ساختار پیچیده دارد، در قسمت‌هایی که یک بی‌هنجاری واضح نسبت به زمینه وجود داشته باشد، می‌توان از این روش استفاده کرد و ناحیه بین دو صفحهٔ افقی (یکی سطح زمین و دیگری سطحی که در آن ادامهٔ فروسو موردنظر) را بدون منبع پتانسیل گرانی در نظر گرفت و از روش تکرار استفاده کرد.

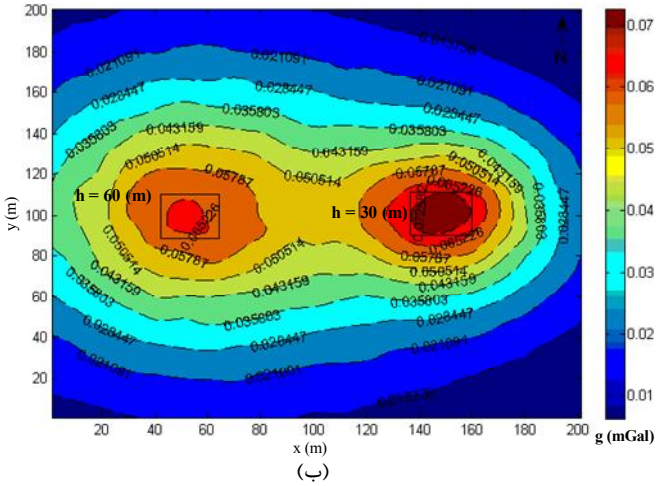
۴ مقایسه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی از روش تکرار با روش تبدیل فوریه روی داده‌های تولید شده با مدل مصنوعی

معمولاً برای مشخص شدن درستی نظریه، روش روی مدل‌های مصنوعی امتحان می‌شود و با استفاده از نتایج به‌دست آمده، ویژگی‌های مدل مصنوعی در نظر گرفته شده به اثبات می‌رسد. در این‌جا مدلی در نظر گرفته شده است که در آن دو مکعب‌مستطیل با ابعاد یکسان و در عمق‌های متفاوت قرار دارند.

دو مکعب‌مستطیل با چگالی ۱۵۰۰ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و اندازهٔ $30\times20\times20$ متر در نظر گرفته شده است که فاصلهٔ افقی مرکز دو مکعب‌مستطیل روی سطح زمین ۱۰۰ متر است. مکعب‌مستطیل غربی در عمق ۶۰ تا ۹۰ متری سطح زمین و مکعب‌مستطیل شرقی در عمق ۳۰ تا ۶۰ متری سطح زمین قرار دارد. شبکه‌ای با ابعاد ۲۰۰ متر روی این بی‌هنجاری‌ها تعبیه شده و فاصلهٔ نمونه‌برداری ۱۰ متر در نظر گرفته شده است. گرانی این بی‌هنجاری‌ها محاسبه شده و در شکل ۲-الف نشان داده شده است. مقدار گرانی نشان داده شده روی زمین در محل مکعب‌مستطیل سمت راست ۰/۰۶۱ میلی‌گال و در محل مکعب‌مستطیل سمت چپ ۰/۰۲۱ میلی‌گال است. همان‌طور که مشاهده می‌شود به‌علت اینکه مکعب‌مستطیل غربی در عمق بیشتری قرار دارد بی‌هنجاری آن به‌خوبی نشان داده نمی‌شود. ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی در صفحه‌ای با عمق ۳۰ متر با استفاده از روش تبدیل فوریه (رابطهٔ (۴)) محاسبه شده و در شکل ۲-ب نشان داده شده است، با توجه به دلایل گفته شده در نظریه روش تبدیل فوریه (بخش ۲) و اینکه $h<0$ است، این شکل ناپایدار است. ناپایداری به این معنی است که در ادامهٔ فروسو برای عمق‌های چند برابر فاصلهٔ نمونه‌برداری به‌علت مثبت بودن توان تابع نمایی، مقدار تابع واگرا می‌شود، نوفه غالب می‌شود و شکل بی‌هنجاری از بین می‌رود. ادامهٔ فروسو با استفاده از روش تبدیل فوریه فقط در ۲ تا ۳ برابر فاصلهٔ نمونه‌برداری پایدار است. در این مدل در فاصله‌های بیش از ۳۰ متر ادامهٔ فروسو از روش تبدیل فوریه ناپایدار است. در مرحلهٔ بعد ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی در صفحه‌ای با عمق ۳۰ متر با استفاده از روش تکرار (رابطهٔ (۶)) محاسبه شده و در



(الف)



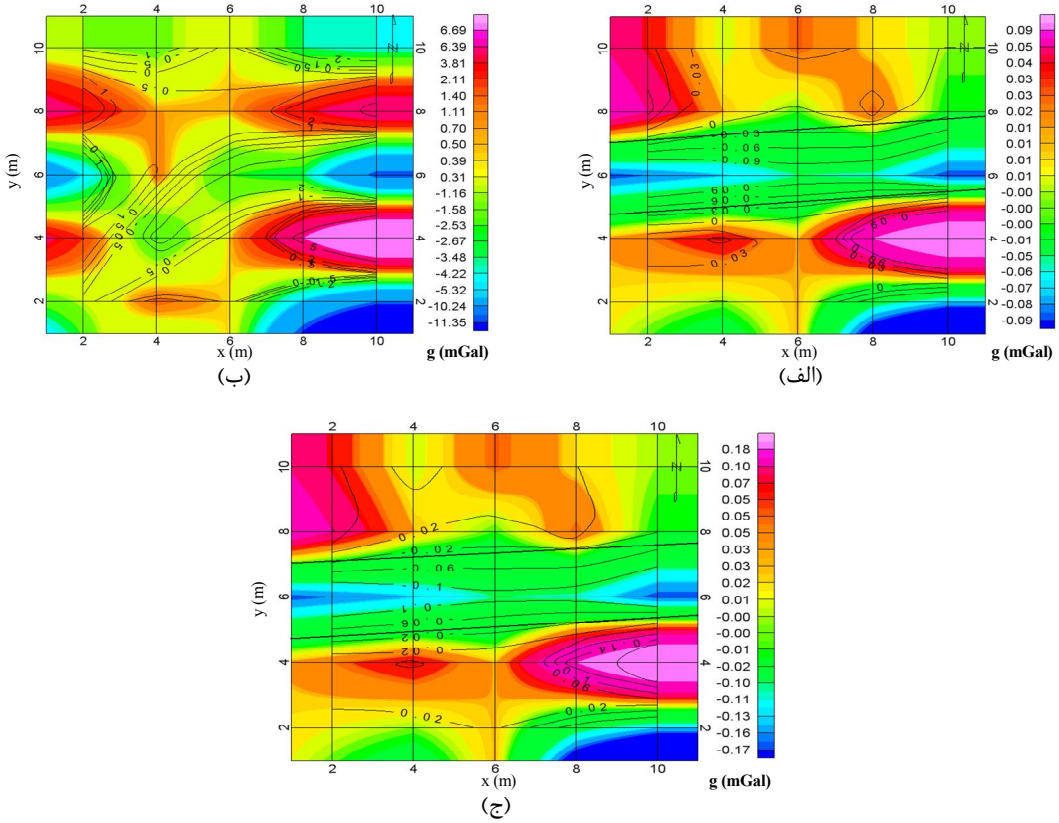
(ب)

شکل ۵. (الف) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با ۴ درصد نوفه با استفاده از روش تکرار در عمق ۳۰ متر نشان داده شده است. با توجه به همگرایی ادامهٔ فروسو از روش تکرار و مشخص بودن حدود بی‌هنجاری، شکل پایدار است. مقدار گرانی در شکل افزایش یافته است و بی‌هنجاری سمت چپ شکل پدیدار شده است. (ب) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با ۴ درصد نوفه با استفاده از روش تکرار در عمق ۶۰ متر نشان داده شده است. مقدار گرانی در سمت چپ شکل بیشتر شده و در سمت راست شکل تقریباً ثابت مانده است. این شکل پایدار است.

شکل ۳-الف نشان داده شده است، با توجه به اینکه در نظریه روش تکرار برای ادامهٔ فروسو از رابطهٔ (۴) استفاده می‌شود که در آن $h > 0$ است، پس این مقادیر همگرا هستند و شکل پایدار است. مقدار گرانی فروسو شده با عمق ۳۰ متر در محل مکعب‌مستطیل سمت راست ۰/۰۶۸ میلی‌گال و در محل مکعب‌مستطیل سمت چپ ۰/۰۵۵ میلی‌گال است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار گرانی بیشتر شده و اثر مکعب‌مستطیل غربی که عمق بیشتری دارد، پدیدار شده است. با نزدیک شدن صفحهٔ موردنظر به منبع بی‌هنجاری‌ها برای ادامهٔ فروسو، بی‌هنجاری ضعیف‌تر نیز آشکار شده است. سپس ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی در صفحه‌ای با عمق ۶۰ متر با استفاده از روش تکرار (رابطهٔ (۶)) محاسبه شده و در شکل ۳-ب نشان داده شده است. مقدار گرانی فروسو شده با عمق ۶۰ متر در محل مکعب‌مستطیل سمت راست ۰/۰۶۸ میلی‌گال و در محل مکعب‌مستطیل سمت چپ

۰/۰۶۱ میلی‌گال است. با نزدیک شدن به مکعب‌مستطیل با عمق بیشتر، مقدار گرانی در سمت چپ شکل بیشتر می‌شود و گرانی مکعب‌مستطیل شرقی تقریباً ثابت می‌ماند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود این شکل پایدار است.

در مرحلهٔ بعد به مدل مصنوعی نوفه اضافه شده است. شکل ۴-الف گرانی مدل مصنوعی که به آن ۴ درصد نوفه اضافه شده است را نشان می‌دهد. مقدار گرانی نشان داده شده روی زمین در محل مکعب‌مستطیل سمت راست ۰/۰۶۵ میلی‌گال و در محل مکعب‌مستطیل سمت چپ ۰/۰۲۲ میلی‌گال است. با استفاده از روش تبدیل فوریه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی برای صفحهٔ افقی با عمق ۳۰ متر محاسبه شده است که در شکل ۴-ب نشان داده شده است. با توجه به اینکه مقادیر واگرا هستند و روند بی‌هنجاری از بین رفته است، شکل ناپایدار است. اکنون با استفاده از روش تکرار ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی برای صفحه‌های افقی ۳۰ و ۶۰ متر محاسبه شده است که نتایج به‌ترتیب در شکل‌های ۵-الف و ۵-ب نشان داده شده است. با توجه به اینکه مقادیر همگرا هستند و حدود بی‌هنجاری مشخص است شکل‌ها پایدارند. همان‌طور که در شکل ۴-الف مشاهده می‌شود گرانی مکعب‌مستطیل شرقی روی سطح زمین بسیار قوی‌تر از گرانی مکعب‌مستطیل غربی است، زیرا به سطح زمین نزدیک‌تر است. در شکل ۵-الف مقدار گرانی فروسو شده با عمق ۳۰ متر در محل مکعب‌مستطیل سمت راست ۰/۰۷۲



شکل ۶. (الف) بی‌هنجاری باقی‌مانده قنات روی سطح زمین که کمترین عمق آن ۴/۵۰ متر است. محدوده قنات با خطوط مشکی مشخص شده است. (ب) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تبدیل فوریه سریع، در عمق ۳ متر نشان داده شده است. با توجه به واگرایی ادامهٔ فروسو از روش تبدیل فوریه سریع و از بین رفتن حدود بی‌هنجاری، شکل ناپایدار است. (ج) ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تکرار در عمق ۴ متر نشان داده شده است. با توجه به همگرایی ادامهٔ فروسو از روش تکرار و مشخص بودن حدود بی‌هنجاری، شکل پایدار است.

میلی‌گال و در محل مکعب‌مستطیل سمت چپ ۰/۰۵۹ میلی‌گال است، در نتیجه با نزدیک شدن به بی‌هنجاری، اثر مکعب‌مستطیل غربی نیز آشکار شده است. در شکل ۵-ب نیز مقدار گرانی فروسو شده با عمق ۶۰ متر در محل مکعب‌مستطیل سمت راست ۰/۰۷۲ میلی‌گال و در محل مکعب‌مستطیل سمت چپ ۰/۰۶۵ میلی‌گال است و با نزدیک شدن به مکعب‌مستطیل با عمق بیشتر، مقدار گرانی در سمت چپ شکل بیشتر می‌شود و گرانی مکعب‌مستطیل شرقی تقریباً ثابت می‌ماند.

۵ مقایسه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی از روش تکرار با روش تبدیل فوریه روی داده‌های تولید شده با مدل واقعی

مدل مورد بررسی یک قنات واقع در محوطه مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران است. کمترین عمق این قنات ۴/۵۰ متر است. شبکه‌ای به ابعاد ۸ متر مربع روی این قنات تعبیه شده است که فاصله‌های نمونه برداری ۲ متر است. بی‌هنجاری باقی‌مانده قنات روی سطح زمین در شکل ۶-الف نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تباین‌گرانی قنات با زمینه ۰/۰۶- میلی‌گال است. ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی از روش تبدیل فوریه در صفحهٔ افقی با عمق ۳ متر محاسبه شده است، که در شکل ۶-ب نشان داده شده است. با توجه به اینکه در ادامهٔ فروسو به روش تبدیل فوریه مقادیر گرانی واگرا هستند و شکل بی‌هنجاری از بین می‌رود این شکل ناپایدار است. در این مدل ادامهٔ فروسو از روش تبدیل فوریه در عمق‌های بیش از ۳ متر ناپایدار است. در مرحلهٔ بعد ادامهٔ فروسوی داده-های گرانی با استفاده از روش تکرار محاسبه شده، که در شکل ۶-ج نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تباین گرانی فروسو شده قنات با زمینه ۰/۰۸- میلی‌گال است. در نتیجه تباین گرانی قنات با زمینه در صفحهٔ افقی با عمق ۴ متر از تباین گرانی روی سطح زمین بیشتر است. با توجه به اینکه مقدار گرانی در شکل همگرا است و روند بی‌هنجاری حفظ شده، شکل پایدار است.

۶ نتیجه گیری

دو روش تبدیل فوریه و تکرار برای محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی در این مقاله بررسی شد. با توجه به اینکه مقدار فروسو شده از روش تبدیل فوریه برای فاصله‌های بیش از ۲ تا ۳ برابر فاصلهٔ نمونه‌برداری واگرا است و حدود شکل از بین می‌رود، روش تبدیل فوریه ناپایدار است و با توجه به اینکه مقدار فروسو شده از روش تکرار همگرا است و روند بی‌هنجاری حفظ می‌شود، روش تکرار، روشی پایدار است. این روش درصورتی پاسخ صحیح را به‌دست می‌دهد که بین سطح زمین و صفحهٔ افقی که روی آن ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی محاسبه می‌شود هیچ منبع پتانسیل گرانی وجود نداشته باشد. ملاحظه می‌شود که با اضافه کردن نوفه به مدل مصنوعی مقادیر ادامهٔ فروسوی گرانی محاسبه شده از روش تکرار تغییر چندانی نداشته و تقریباً حدود بی‌هنجاری حفظ شده است و این امر پایدار بودن این روش را به‌خوبی نشان می‌دهد. نکتهٔ مهم دیگری که از مدل مصنوعی به‌دست می‌آید این است که بی‌هنجاری با گرانی ضعیف‌تر (بی‌هنجاری در عمق بیشتر یا دارای حجم کوچک‌تر) که روی سطح زمین مشهود نیست، در ادامهٔ فروسو به روش تکرار پدیدار می‌شود. در مدل واقعی تباین گرانی قنات با زمینه در گرانی فروسو شده از روش تکرار نسبت به تباین گرانی قنات با زمینه روی سطح زمین بیشتر است. نتایج به‌دست آمده در دو مدل مصنوعی و واقعی در محاسبه ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی با استفاده از روش تکرار با واقعیت مطابقت دارد. زیرا هرقدر صفحهٔ افقی موردنظر به بی‌هنجاری نزدیک‌تر می‌شود، تباین گرانی نشان داده

شده بیشتر می‌شود، و شکل نشان داده شده در همهٔ صفحه‌ها، حدود بی‌هنجاری را تقریباً نشان می‌دهد.

منابع

ابراهیم‌زاده اردستانی، و، ۱۳۸۹، گرانی‌سنجی کاربردی (اکتشاف کانی، زمین‌شناسی مهندسی)، انتشارات دانشگاه تهران.

اصلانی‌فر، م، ۱۳۹۰، بررسی روش تکرار برای ادامهٔ فروسوی داده‌های گرانی به صفحه افقی (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)، ژئوفیزیک (گرانی‌سنجی)، دانشگاه تهران.

Bevington, P. R, 1969, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences: McGraw–Hill Book Co.

Blakely, R. J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications: Cambridge University Press.

Cooper, G, 2004, The stable downward continuation of potential field data: Exploration Geophysics, **35**, 260–265.

Fedi, M, and Florio, G, 2002, A stable downward continuation by using the ISVD method:Geophysical Journal International, **151**, 146–156.

Guspi, F, 1987, Frequence-domain reduction of potential field measurements to a horizontal plane: Geoexploration, **24**, 87–98.

Oppenheim, V., and Willsky, S., 1997, Signals & systems: Prentice Hall.

Pawlowski, R. S, 1995, Preferential continuation for potential-field anomaly enhancement: Geophysics, **60**, 390–398.

Strakhov, A. V., Devitsyn, V. N., 1965, The reduction of observed values of a potential field to values at a constant level: Physics of the Solid Earth, **4**, 256–261.

Telford, W. M, Geldart, L. P, and Sheriff, R. E, 1990, Applied Geophysics: Cambridge University Press.

Xu.Sh, 2007, The iteration method for downward continuation of a potential field from a horizontal plane: Geophysical Prospecting, **55**, 883–889.