

## مقایسه خطای مکان‌یابی زمین‌لرزه‌های محلی در روش‌های خطی شده و غیرخطی با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی

وحید ملکی<sup>۱</sup>، محمدرضا حاتمی<sup>۱\*</sup>، ظاهر حسین شمالی<sup>۱</sup> و مهرداد پاکزاد<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۱۰/۱۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۳/۳۰)

### چکیده

در این تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی داده‌های زمان رسید فازهای لرزه‌ای، نحوه عملکرد روش غیرخطی و خطی شده در مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها و برآورد خطای مکان‌یابی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی صورت گرفته برای سه گروه زمین‌لرزه در ناحیه البرز مرکزی شامل ناحیه گسل مشا، ناحیه فیروزکوه و ناحیه قم است. برنامه مورد استفاده براساس روش غیرخطی برنامه NonLinLoc (لوماکس و همکاران، ۲۰۰۰) و برنامه مورد استفاده براساس روش‌های خطی شده، برنامه Hypo71 (لی و لاهر، ۱۹۷۲) است. سه گروه زمین‌لرزه دارای شرایط متفاوتی از نظر تعداد فازهای خوانده شده برای هر زمین‌لرزه، پوشش آزمون‌ی و فاصله ایستگاه‌ها تا رومرکز هر زمین‌لرزه هستند. در این تحقیق به منظور بررسی نحوه عملکرد روش‌های مکان‌یابی زمین‌لرزه دو آزمایش صورت می‌گیرد. آزمایش اول بررسی عملکرد روش‌های غیرخطی و خطی شده در حضور نوفه به شکل زنگوله‌ای در زمان رسیده‌ها و خطای ناشی از هندسه ایستگاه است و آزمایش دوم بررسی عملکرد روش‌های غیرخطی و خطی شده در حالت وجود هم‌زمان خطا در زمان رسیده‌ها به شکل زنگوله‌ای و غیرزنگوله‌ای است. به منظور ایجاد نوفه با توزیع غیرزنگوله‌ای در داده‌ها، از مدل سرعتی غیر واقعی (نسبت به آنچه زمین‌لرزه‌ها از آن تولید شده‌اند) استفاده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش غیرخطی در تعیین مکان دقیق‌تر زمین‌لرزه و همچنین برآورد عدم قطعیت مکان‌یابی حتی در شرایط نامناسب ایستگاهی بسیار مناسب عمل می‌کند. همچنین در این تحقیق مشخص شد که استفاده از روش‌های خطی شده (در این تحقیق برنامه Hypo71) در صورت فراهم نشدن شرایط بهینه شبکه ایستگاهی و مدل سرعتی مورد استفاده خطای برآورد شده از راه برنامه با خطای واقعی همخوانی ندارد و خطای برآورد شده عمدتاً کمتر از مقدار واقعی آن گزارش می‌شود.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها، روش‌های خطی شده، روش غیرخطی، عدم قطعیت

## Nonlinear versus linear local earthquake location and uncertainty calculation using simulated data

Vahid Maleki<sup>1</sup>, Mohammad Reza Hatami<sup>1\*</sup>, Zaher Hossein Shomali<sup>1</sup> and Mehrdad Pakzad<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 7 January 2012, accepted: 19 June 2012)

### Summary

A precise earthquake location and location error estimation is a crucial element in many seismological applications such as local earthquake tomography, seismicity and seismic hazard assessment. Location error estimates may also be crucial to establish whether the

\*Corresponding author:

mrhatami@ut.ac.ir

\*نگارنده رابط:

hypocenter trend of an earthquake sequence really marks the seismogenic structure or simply reflects ill-conditioning of the location process.

So far many methods have been introduced to locate earthquakes. Earthquake location methods have undergone many changes by Geiger's (1912) principles. One of the first programs based on Geiger's principles is Hypo71 (Lee and Lahr, 1972), which has already been used in many studies. The basic theory of Geiger (1912) is using Taylor series expansion of the travel time function of source to station. In order to simplify the earthquake location problem, Geiger used only the first term of Taylor series expansion that led to a straight-line equation. Therefore, they are known as linearized relationships. Using the linearized relationships results in a decrease in the accuracy of earthquake location due to losing the higher terms of Taylor series; it may lead to failure in determining the location of earthquakes using a suboptimal network, e.g. where earthquakes are located outside the seismic network. Because of the nonlinearity of the earthquake location problem, all of the algorithms and methods based on these linearized relationships solve the earthquake location equation iteratively. Thurber (1985) showed that when the depth of earthquake is smaller than the closest distance to station, determining the focal depth is not possible in the linearized methods. Furthermore, for using the higher terms of Taylor series, it is necessary to calculate higher degree derivatives, which are very complex, and sometimes impossible, using a three-dimensional velocity model. However, the non-linear earthquake location problem can also be solved directly by a range of probabilistic algorithms (Tarantola and Valet, 1982). Tarantola and Valet (1982) presented a method that determined the location of earthquakes with fully non-linear relationships without any need to calculate the partial derivatives. The basic theory of nonlinear probabilistic method to determine the location of the earthquakes was introduced by Tarantola and Valet (1982) and Tarantola (1987).

Reporting a reliable uncertainty for the location of an earthquake is one of the most important parts of earthquake location, so that presenting the epicenter and depth for an earthquake without the uncertainty is completely meaningless. Moreover, knowing the uncertainty of a location is very important in many other studies such as seismicity and tomography. Thus all the methods and algorithms designed to earthquake location; present an uncertainty for the depth and epicenter of the location. Calculation of uncertainty in an entire earthquake location problem, such as Hypo71 (Lee and Lahr, 1972) based on Geiger's principles and NonLinLoc (Lomax et al., 2000) is by calculation of a covariance matrix. The basic premise in these methods is that the uncertainties of the observed arrival times and their relationship with the predicted travel times are assumed to be Gaussian (bell-shaped). A bell-shaped error in the time of receipt will be achieved only if the error is observed at the time and is calculated from a random and independent model. However, apart from errors that result from picking the seismic phases (in arrival times); the biggest error in an earthquake location is given by the seismic network. Bondar et al. (2004) identified four main network criteria for epicenter accuracy: (1) the number of phases used in per location; (2) the distance to the closest station; (3) the azimuthal gap; and (4) the secondary azimuthal gap.

Thus, many studies are done to find optimal conditions for the use of a network station, e.g. Chatelain et al. (1980), Kissling et al. (1988), Gomberg et al. (1990). Based on the relocation of explosions, Bondar et al. (2004) introduced four characteristics for an optimal seismic network to achieve a location within a 95% confidence level and under 5 km error in depth and epicenter: (1) there are 10 or more stations, all within 250 km, (2) an azimuthal gap of less than  $110^\circ$ , (3) a secondary azimuthal gap of less than  $160^\circ$ , and (4) at least one station within 30 km.

Another source of related errors is to use an inappropriate velocity model of the

seismic waves to predict the travel times from source to stations.

In this work, to investigate the calculation of uncertainty in different location methods, we compared the performances of nonlinear and linear earthquake location methods with synthetic data by simulation of three clusters of earthquakes in Central Alborz region where the location problem was ill-conditioned. Comparisons were made between the non-linear probabilistic algorithm named NonLinLoc and linear location method known as Hypo71. We studied the performance of these algorithms under different suboptimal network conditions including primary and secondary (largest azimuthal gap by removing single station) azimuthal gaps, an inappropriate velocity model, phase-reading error and the distance to the nearest station using various synthetic tests in the same network-geometry conditions of the real earthquake sequences in Mosha, Firuzkuh and Qom regions.

We found out that in the suboptimal network conditions, the location error estimates from Hypo71 were, in general, less accurate than NonLinLoc's and NonLinLoc solutions were more reliable. For earthquakes occurred inside a dense seismic network, we concluded that linearized methods produced lower quality location error estimates with no overall bias in the hypocentral coordinates compared to non-linear methods.

**Key words:** Earthquake location, linearized methods, nonlinear method, uncertainty

## ۱ مقدمه

این بسط استفاده کرد و با توجه به اینکه این جمله معادله یک خط راست را مشخص می‌کند، بدین ترتیب به روش خطی شده معروف است. استفاده از روابط خطی شده علاوه بر کاهش دقت به دلیل از دست دادن جملات بالاتر سری تیلور، موجب نارسایی‌هایی در تعیین محل زمین‌لرزه‌ها، به‌ویژه در شرایطی نظیر قرار داشتن زمین‌لرزه در خارج از شبکه می‌شود. تربر (۱۹۸۵) از جملات بیشتری در بسط تیلور معادلات گایگر استفاده کرد و روشن ساخت که تعیین عمق کانونی زمین‌لرزه‌های با عمق کم بدون استفاده از جملات غیرخطی امکان‌پذیر نیست. تعیین محل زمین‌لرزه‌ها به روش غیرخطی و براساس معادلات گایگر در استفاده از مدل‌های سرعتی با ساختار پیچیده، مانند مدل‌های سرعتی سه‌بُعدی با مشکلات بسیاری همراه خواهد شد، که این به لحاظ پیچیده‌تر شدن مشتقات بالاتر در روابط زمان سیر امواج در مسیر چشمه تا ایستگاه است. تاراتولا و والت (۱۹۸۲) مبانی نظری روش تعیین محل غیرخطی احتمالاتی را مطرح کردند که با آن مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها بدون نیاز به محاسبه مشتقات درجات بالاتر و به صورت کاملاً غیرخطی صورت می‌گیرد.

یکی از تحقیق‌های مهم در زلزله‌شناسی که آن را می‌توان سنگ‌بنای بسیاری از تحقیقات دیگر، مانند توموگرافی، لرزه‌خیزی و تحلیل خطر زمین‌لرزه در یک منطقه دانست، تعیین محل مناسب زمین‌لرزه‌ها و عرضه عدم قطعیت مناسب با خطای مکان‌یابی است. تاکنون روش‌های زیادی برای مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها پیشنهاد شده است. روش‌های مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها با مقاله گایگر (۱۹۱۲) دستخوش تغییرات زیادی شدند. با پیشرفت رایانه‌ها، برنامه‌های رایانه‌ای براساس روش گایگر به کار گرفته شدند. برنامه Hypo71 لی و لاهر (۱۹۷۲) یکی از قدیمی‌ترین برنامه‌ها براساس اصول گایگر (۱۹۱۲) است که هم‌اکنون نیز در بسیاری از تحقیقات مورد استفاده قرار می‌گیرد. این برنامه دارای محدودیت‌هایی است که به کارگیری آن در شرایط غیر ایده‌آل که در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفت، منجر به افزایش خطای چشمگیر در مکان‌یابی و به‌ویژه تعیین عمق زمین‌لرزه می‌شود. اساس روش گایگر (۱۹۱۲) استفاده از بسط سری تیلور زمان سیر امواج، از محل چشمه تا به ایستگاه است. به‌منظور ساده‌سازی حل مسئله تعیین محل، گایگر فقط از جمله اول

یافتن شرایط بهینه در استفاده از یک شبکه ایستگاهی صورت گرفته است (چاتلین و همکاران، ۱۹۸۰؛ کیسلینگ، ۱۹۸۸؛ گامبرگ و همکاران، ۱۹۹۰). بندار و همکاران (۲۰۰۴) براساس آزمایش‌های صورت گرفته در تعیین محل انفجارها، چهار معیار را برای یک شبکه ایستگاهی محلی مناسب برای مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها با سطح اعتماد ۹۵٪ و خطایی کمتر از ۵ کیلومتر معرفی می‌کنند: ۱- موجود بودن حداقل ۱۰ ایستگاه در یک فاصله ۲۵۰ کیلومتری ۲- گپ آزیموتی حداقل ۱۱۰ درجه ۳- گپ آزیموتی ثانویه حداقل ۱۶۰ درجه ۴- فاصله نزدیک‌ترین ایستگاه به رومرکز زمین‌لرزه حداقل ۳۰ کیلومتر.

یکی دیگر از منابع ایجاد خطای وابسته و غیرزنگوله‌ای در مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها، استفاده از یک مدل سرعتی نامناسب به‌منظور پیش‌بینی زمان سیر امواج لرزه‌ای است. به‌این‌صورت با برآورد نامناسب سرعت حرکت موج، به یک میزان و به‌صورت وابسته همه‌ی زمان رسیدها دارای خطا خواهند شد (پائولیس، ۱۹۸۶). علاوه بر اینکه در روش‌های خطی‌شده، حل غیر دقیق معادلات می‌تواند باعث خطا در مکان‌یابی و محاسبه عدم قطعیت‌ها شود، در روش غیرخطی نیز در شرایطی که مقدار نوفه در داده‌ها زیاد باشد و همچنین شرایط ایستگاهی نامناسب (فقدان پوشش آزیموتی کافی و پراکندگی ایستگاه‌ها)، نقاط توزیع احتمال به‌شدت پراکنده می‌شوند و مکان‌یابی با مشکلاتی همراه می‌شود که معمولاً موجب برآورد خطای بیش از مقدار واقعی خواهد شد.

حال این سؤال مطرح می‌شود که نحوه عملکرد روش‌های گوناگون مکان‌یابی در گزارش عدم قطعیت چگونه است و عدم قطعیت عرضه شده تا چه اندازه با خطای واقعی مکان‌یابی مطابقت دارد. آگاهی از خطای واقعی مکان‌یابی فقط در صورتی امکان‌پذیر است که مکان به وقوع پیوستن زمین‌لرزه مشخص باشد و این امر فقط در صورت استفاده از داده‌های مصنوعی و انفجار صورت می‌گیرد. با توجه به این موضوع در این تحقیق با استفاده از داده‌های

محاسبه عدم قطعیت برای مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها یکی از مهم‌ترین بخش‌های مکان‌یابی است به‌طوری که عرضه مکان برای یک زمین‌لرزه بدون ذکر عدم قطعیت رومرکزی و عمقی آن کاملاً بی‌معنی است. علاوه بر این آگاهی از عدم قطعیت مکان‌یابی در بسیاری از بررسی‌ها مانند توموگرافی و بررسی لرزه‌خیزی دارای اهمیت بالایی است. به‌این‌ترتیب همه‌ی روش‌ها و الگوریتم‌های طراحی شده برای مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها، علاوه بر مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها مقدار عدم قطعیت مکان عرضه شده را گزارش می‌کنند. محاسبه عدم قطعیت مکان‌یابی در بسیاری از برنامه‌های مکان‌یابی مانند Hypo71 (لی و لاهر، ۱۹۷۲)، Hypoellipse (لاهر، ۱۹۸۹) و مانند آنها که براساس نظریه‌ی گایگر عمل می‌کنند، و نیز روش غیرخطی Nonlinloc (لوماکس و همکاران، ۲۰۰۰) براساس محاسبه ماتریس کوواریانس مدل صورت می‌گیرد. فرض اساسی در بیان عدم قطعیت در این برنامه‌ها این است که عدم قطعیت در داده‌ها دارای توزیع زنگوله‌ای (Gaussian) باشند و فقط در این صورت مولفه‌های ماتریس کوواریانس می‌توانند نمایش مناسبی از عدم قطعیت‌ها باشند. زنگوله‌ای بودن شکل خطاها در زمان رسیدها فقط در صورتی محقق خواهد شد که خطا در زمان رسیدهای مشاهده‌ای و محاسبه شده از یک مدل پیش‌فرض، به‌صورت تصادفی و غیروابسته باشند. اما جدا از خطای خوانش فاز در زمان رسیدهای ثبت شده در هر ایستگاه که می‌توان آن را به صورت تصادفی فرض کرد، عوامل متعددی در مکان‌یابی باعث بروز خطاهای وابسته می‌شوند. قسمت زیادی از این خطاها به علت وضعیت قرارگیری ایستگاه‌ها نسبت به زمین‌لرزه است (گامبرگ و همکاران، ۱۹۹۰؛ بندار و همکاران، ۲۰۰۴). بندار و همکاران (۲۰۰۴) چهار مشخصه اصلی را برای ارزیابی یک شبکه ایستگاهی معرفی می‌کنند: ۱- تعداد فازهای مورد استفاده ۲- فاصله رومرکزی زمین‌لرزه تا ایستگاه‌ها ۳- گپ آزیموتی ۴- گپ آزیموتی ثانویه. به‌این‌ترتیب تحقیقات زیادی به‌منظور

$$E(x) = \frac{1}{n} \sum_n x_n \quad (2)$$

$$C_{xx} = E[(x - E(x))(x - E(x))^T] \quad (3)$$

$$C_{xy} = E[(x - E(x))(y - E(y))^T] \quad (4)$$

که  $E(x)$  عملگر میانگین است و  $x$  و  $y$  مختصات رومرکزی یک نقطه pdf هستند و  $T$  عملگر ترانپوز است.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود مولفه‌های ماتریس کوواریانس در روابط (۴) و (۳) از حاصل ضرب دو متغیر مکانی که واحد اندازه‌گیری هر کدام واحد طول است (در برنامه غیرخطی این واحد کیلومتر است) حاصل می‌شوند. پس در واقع واحد کوواریانس طول×طول است. ریشه دوم مولفه‌های قطر اصلی این ماتریس بزرگی خطای مکان‌یابی زمین‌لرزه را به دست می‌دهند و مولفه‌های غیرقطری جهت‌گیری نقاط گوناگون pdf، که در واقع جهت‌گیری و شکل خطای مکان‌یابی را مشخص می‌کنند. برای مثال به منظور واضح شدن مفهوم جهت‌گیری خطا می‌توان به گپ آزیموتی (Azimuthal gap) اشاره کرد که می‌تواند نقاط pdf را در جهتی که پوشش ایستگاهی وجود ندارد پراکنده سازد.

روش‌های خطی شده در مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها براساس بسط سری تیلور رابطه (۵) حول یک پاسخ اولیه (حدس اولیه) است که در آن به منظور ساده‌سازی مسئله تعیین محل زمین‌لرزه، فقط از جمله اول بسط استفاده می‌شود. برای استفاده از همه زمان‌های رسیده‌های مشاهده‌ای در ایستگاه‌ها به منظور یافتن پارامترهای مکان‌یابی رابطه (۵) به صورت ماتریسی نوشته می‌شود (رابطه ۶). با توجه به غیرخطی بودن مسئله تعیین محل در روش‌های خطی شده برای یافتن پاسخ مناسب، از تکرار حل معادله به دفعات زیاد استفاده می‌شود.

$$t_{obs} = t_0 + \int_{X_{source}}^{X_{station}} U(x) dx \quad (5)$$

که  $t_{obs}$  زمان رسید مشاهده شده در ایستگاه و  $t_0$  زمان وقوع

مصنوعی و شبیه‌سازی زمین‌لرزه‌های ناحیه البرز مرکزی، نحوه محاسبه عدم قطعیت مکان‌یابی در دو روش خطی شده (Hypo71) و غیرخطی (NonLinLoc) و میزان تطابق عدم قطعیت گزارش شده با خطای واقعی، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲ روش محاسبه عدم قطعیت در مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها

اساس روش غیرخطی احتمالاتی، ساختن تابع چگالی احتمال (Probability Density Function (PDF)) براساس کمینه کردن عدم تطابق میان زمان رسیده‌های محاسبه شده و محاسبه شده از یک مدل سرعتی پیش‌فرض است. محاسبه نقاط PDF برای همه زمان وقوع‌های ممکن و همه نقاط یک شبکه صورت می‌گیرد و در نتیجه مقدار احتمال محاسبه شده فقط برای مکان کانونی زمین‌لرزه و مستقل از زمان وقوع آن است (تاراتولا و والت، ۱۹۸۲). روش برآورد عدم قطعیت‌های مکانی بر مبنای محاسبه ماتریس کوواریانس برای مکان همه نقاط PDF محاسبه شده است.

کوواریانس (Covariance) تابعی است که با آن می‌توان وضعیت یک متغیر را نسبت به دیگر متغیرها بررسی کرد، به کمک این تابع پراکندگی نقاط PDF با محاسبه ماتریس کوواریانس  $3 \times 3$  مختصات کانونی هر نقطه نسبت به نقطه دیگر مشخص می‌شود. ماتریس کوواریانس حاصل دارای ۹ مولفه است که هر کدام گویای مفهومی اساسی در برآورد خطای تعیین محل زمین‌لرزه به روش احتمالاتی هستند.

$$C = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

مولفه‌های ماتریس کوواریانس از رابطه زیر محاسبه می‌شود (در اینجا برای مثال دو مولفه  $C_{xx}$  و  $C_{xy}$  محاسبه می‌شود).

شده است و  $N$  تعداد فازهای مشاهده شده مورد استفاده است.

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 \\ \sigma_{yx}^2 & \sigma_{yy}^2 & \sigma_{yz}^2 \\ \sigma_{zx}^2 & \sigma_{zy}^2 & \sigma_{zz}^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

مولفه‌های این ماتریس کوواریانس نیز بیانگر مفاهیم ذکر شده برای کوواریانس در روش غیرخطی احتمالاتی است. برنامه‌های غیرخطی مانند Hypo71 (لی و لاهر، ۱۹۷۱) از ریشه دوم مولفه‌های قطری این ماتریس برای عرضه خطا ERZ و ERH به ترتیب برای نشان دادن خطای رومرکزی و عمقی استفاده می‌کنند.

### ۳ شبیه‌سازی داده‌ها

زمان رسیدهای مصنوعی تولید شده در این تحقیق با استفاده از برنامه Time2EQ یکی از بخش‌های برنامه NonLinLoc (لوماکس و همکاران، ۲۰۰۰) است. الگوریتم مورد استفاده در این برنامه براساس طرح پودین و لوکومت (۱۹۹۱) برای شبیه‌سازی حرکت موج در یک محیط (لایه‌ای و سه‌بُعدی) صورت می‌گیرد. به‌منظور شبیه‌سازی داده‌های ناحیه البرز مرکزی، سه گروه زمین‌لرزه با ویژگی‌های متفاوت، اعم از پوشش ایستگاهی، فاصله ایستگاه‌ها از رومرکز زمین‌لرزه و تعداد فازهای ثبت شده انتخاب شده است. هر گروه شامل ۶۰ زمین‌لرزه است که در سه ناحیه گسل مشا، فیروزکوه و قم واقع شده‌اند. رومرکز زمین‌لرزه‌های مصنوعی با توجه به داده‌های فهرست‌نامه مرکز لرزه‌نگاری کشوری (IRSC) وابسته به موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران انتخاب شده است و عمق زمین‌لرزه‌ها از ۲ تا ۴۰ کیلومتر و به صورت یکنواخت انتخاب شده است.

تولید هر زمین‌لرزه متناسب با تعداد فازهای ثبت شده در ایستگاه‌های مورد استفاده در این تحقیق در فهرست‌نامه است. زمین‌لرزه‌ها در یک مدل پنج‌لایه (اشتری و

زمین‌لرزه است.  $U(x)$  تابعی است که زمان سیر موج را از محل چشمه ( $X_{source}$ ) تا رسیدن به محل ایستگاه ( $X_{station}$ ) محاسبه می‌کند (گایگر، ۱۹۱۲).

$$GX = d, \quad (6)$$

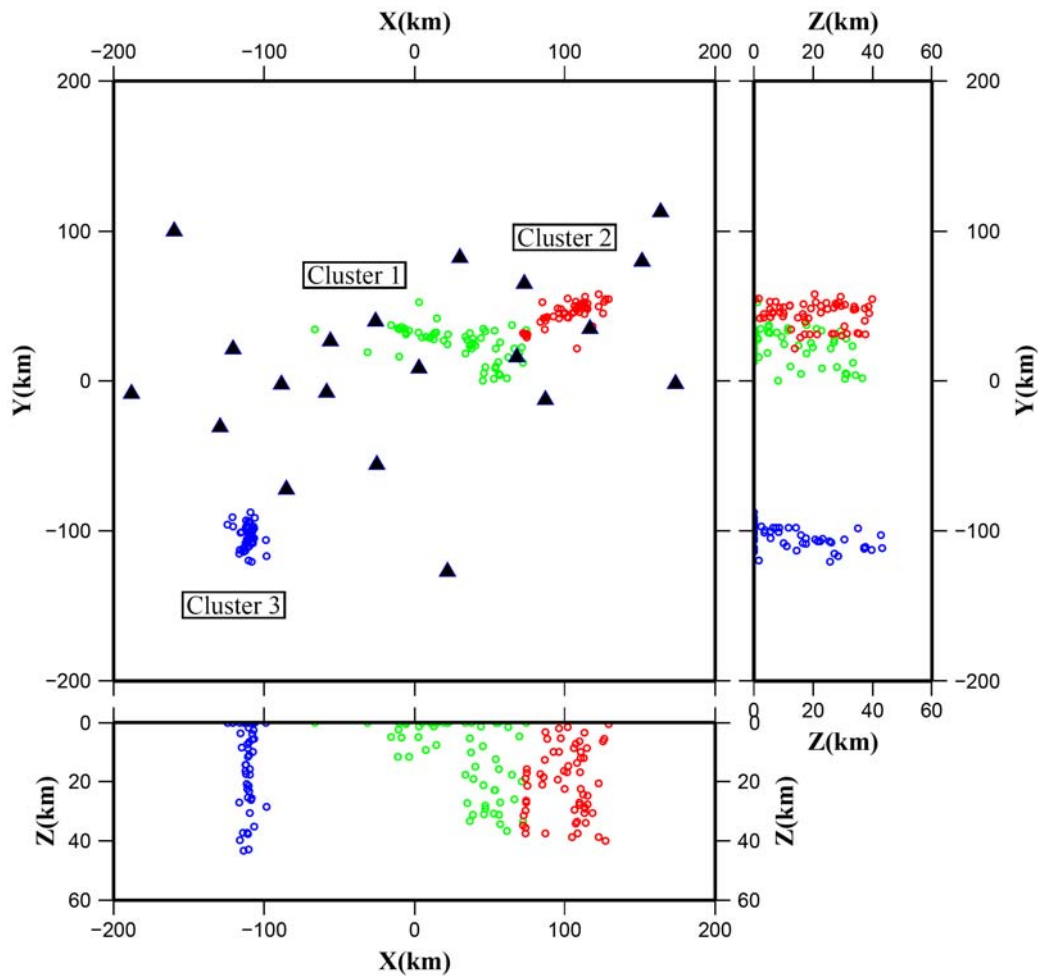
که ماتریس  $X$  پارامترهای مجهول مکان‌یابی را شامل می‌شود  $(x, y, z, t_0)$ ، و ماتریس  $d$  عدم تطابق میان داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده را بیان می‌کند. ماتریس  $G$  در این معادله بیان‌کننده روابط زمان سیر امواج از چشمه تا به ایستگاه است و در واقع مولفه‌های ماتریس  $G$  مشتقات فضایی (Special derivatives) زمان سیر موج از چشمه تا ایستگاه نسبت به پارامترهای مکانی مجهول زمین‌لرزه در هر دوره تکرار هستند. مقادیر مشتقات (ماتریس  $G$ ) به مدل سرعتی مورد استفاده و همچنین به زاویه خروج موج از چشمه بستگی دارد. زاویه خروج موج از چشمه به موقعیت زمین‌لرزه نسبت به هندسه شبکه ایستگاهی وابسته است و به‌این ترتیب مولفه‌های ماتریس  $G$  به شدت تحت تاثیر هندسه شبکه ایستگاهی مورد استفاده، واقع می‌شوند (هوسن و هاردبک، ۲۰۱۰) به‌این ترتیب در حالتی مسئله مکان‌یابی زمین‌لرزه‌ها دارای حالت پایدار خواهد بود که مولفه‌های ماتریس  $G$  مستقل از یکدیگر باشند (لی و استوارت، ۱۹۸۱).

ماتریس کوواریانس در برنامه‌های خطی شده براساس اصول گایگر (۱۹۱۲) از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$C = \sigma^2 (G^T G)^{-1} \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i^2 \quad (8)$$

که  $\sigma$ ، واریانس تفاضل داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای و  $G$  ماتریس مشتقات زمان سیر فازهای لرزه‌ای نسبت به پارامترهای مجهول است. جمله  $(G^T G)^{-1}$  به‌منزله ماتریس تشخیص (Identity matrix) شناخته شده است. در رابطه (۸)،  $\Gamma$  مقادیر پسماند میان داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه



شکل ۱. موقعیت رومرکزی و عمقی سه دسته زمین‌لرزه شبیه‌سازی شده در ناحیه البرز مرکزی. رنگ‌های سبز، سرخ و آبی به‌ترتیب نشان‌دهنده گروه زمین‌لرزه‌های ۱ و ۲ و ۳ هستند. مثلث‌ها موقعیت ایستگاه‌ها را نشان می‌دهند. دو پنجره سمت راست و پایین به‌ترتیب نمای شرقی و جنوبی از عمق زمین‌لرزه‌ها را نمایش می‌دهند.

دارای شرایط مناسب‌تری نسبت به دو گروه دیگر است اما تعداد ایستگاه‌ها و فازهای مورد استفاده در آن کمتر از دو گروه دیگر است. در گروه شماره ۲ که در برگرفته زمین‌لرزه‌های ناحیه فیروزکوه است نیز دارای شرایط نسبتاً مناسبی است. اما گروه شماره ۳ که شامل زمین‌لرزه‌های ناحیه قم است، دارای شرایط نامناسبی از جمله، فاصله زیاد تا نزدیک‌ترین ایستگاه و گپ آزمون‌های و گپ آزمون‌های ثانویه زیاد است که می‌تواند مکان‌یابی دقیق زمین‌لرزه‌ها را با مشکل روبه‌رو کند. در اینجا به‌منظور شبیه‌سازی خطای موجود در زمان رسیده‌ها به هر زمان رسید موج P،

همکاران، (۲۰۰۵) تولید شده‌اند (جدول ۱). مشخصات و محل قرارگیری زمین‌لرزه‌ها در ناحیه مورد بررسی به‌ترتیب در جدول ۲ و شکل ۱ نشان داده شده است. سه گروه زمین‌لرزه به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که براساس معیارهای معرفی شده بنادر و همکاران (۲۰۰۴) دارای شرایط گوناگونی از قبیل، تعداد ایستگاه‌ها و فاز مورد استفاده، گپ آزمون‌های، گپ آزمون‌های ثانویه و فاصله ایستگاه تا رومرکز زمین‌لرزه باشند. بدین ترتیب گروه زمین‌لرزه شماره ۱ که شامل زمین‌لرزه‌های محدوده گسل مشا است از نظر پوشش آزمون‌های و فاصله تا ایستگاه‌ها

۰/۳ ثانیه و به هر فاز S، ۰/۶ ثانیه خطا به شکل توزیع نرمال زنگوله‌ای وارد شده است.

جدول ۱. مدل سرعتی مورد استفاده برای تولید زمین‌لرزه‌های مصنوعی.

Depth (km)	P Velocity (km/s)	S Velocity (km/s)
0	5.40	2.38
2	5.70	3.57
8	6.00	3.75
12	6.30	4.17
35	8.00	4.67

#### ۴ اجرای آزمایش

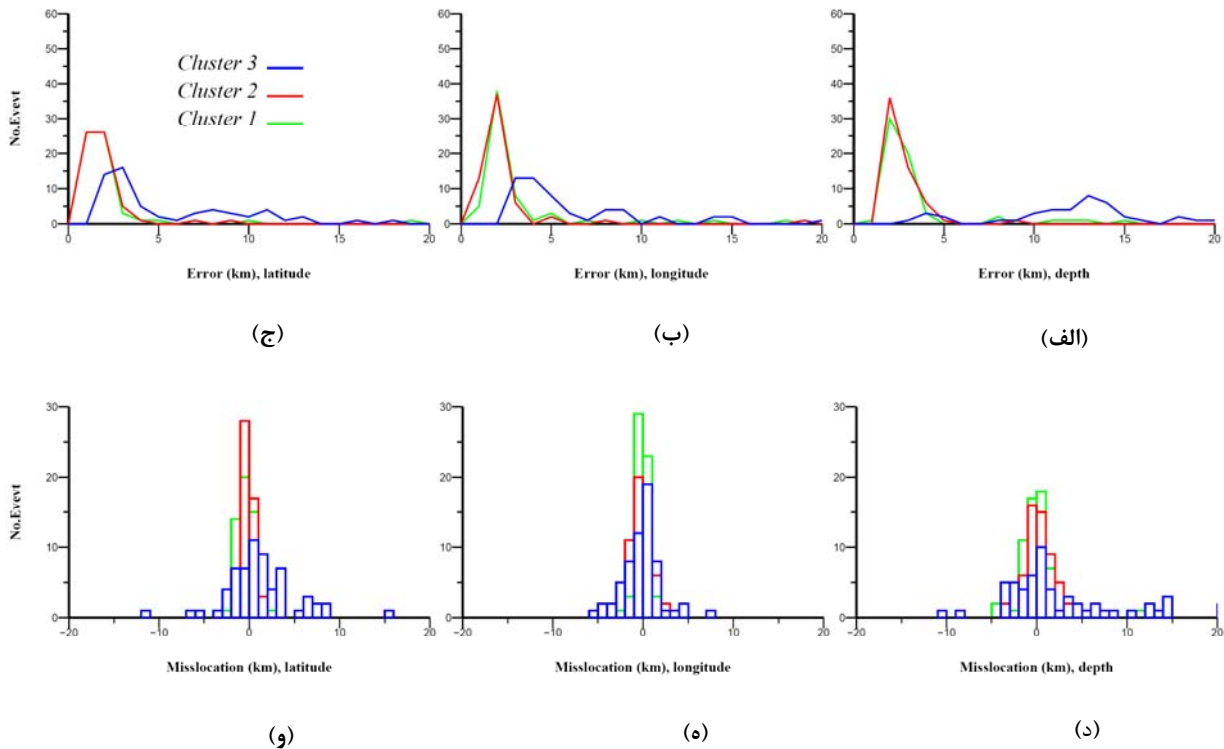
در این تحقیق دو آزمایش متفاوت براساس داده‌های شبیه‌سازی شده صورت می‌گیرد. نخست، تعیین محل زمین‌لرزه‌ها که فقط با وجود خطای زنگوله‌ای به زمان رسیده‌ها صورت می‌گیرد. بدین منظور زمین‌لرزه‌ها با آن مدل سرعتی تعیین محل خواهند شد که با آن تولید شده‌اند (جدول ۱). در این صورت می‌توان فرض کرد خطای موجود در داده‌ها همگی از نوع زنگوله‌ای و نرمال خواهد بود که در این حالت انتظار می‌رود خطای وارد شده در مکان‌یابی صرفاً متأثر از هندسه شبکه ایستگاهی مورد استفاده باشد. در حالت دوم با حفظ شرایط حالت اول (وجود نوفه به صورت زنگوله‌ای در زمان رسیده‌ها) زمین‌لرزه‌ها در مدلی سرعتی غیر از مدل واقعی (که با آن تولید شده‌اند) تعیین محل می‌شوند (جدول ۳). این حالت می‌تواند خطای زیادی (در زمان رسیده‌های محاسبه‌ای) را به همه داده‌های محاسبه شده از مدل پیش فرض وارد کند. این خطا که به صورت کلی به همه داده‌ها با توجه به فاصله بین کانون زمین‌لرزه و ایستگاه وارد می‌شود، نوعی خطای سامان‌مند (سیستماتیک) محسوب می‌شود و تاثیر بسیاری

در دقت مکان‌یابی و برآورد عدم قطعیت‌ها دارد. در مناطقی که امکان استفاده از مدل سرعتی دقیق و سه‌بُعدی وجود ندارد و نیز روش‌های خطی شده که امکان استفاده از مدل‌های سه‌بُعدی را ندارند، غالباً این نوع خطا در تعیین محل زمین‌لرزه‌ها وارد می‌شود. همان‌گونه که عنوان شد، ورود خطای سامان‌مند، برآورد عدم قطعیت‌ها را با مشکل زیادی مواجه می‌سازد که در این بخش با استفاده از داده‌های مصنوعی سعی بر آن است تا نحوه عملکرد روش غیرخطی مورد بررسی قرار گیرد. همچنین به منظور مقایسه، آزمایش‌های در نظر گرفته شده با استفاده از روش خطی شده نیز صورت می‌گیرد. تکرار آزمایش با روش‌های خطی شده در اینجا از آن جهت صورت می‌پذیرد که این روش هم‌اکنون نیز به صورت گسترده مورد استفاده قرار دارد و شناسایی نحوه رفتار این روش می‌تواند در تحقیقات آینده نتیجه‌بخش باشد.

۵ بررسی تاثیر وجود خطاهای زنگوله‌ای در زمان رسیده‌ها شکل ۲ نتایج حاصل از خطای واقعی به شکل بافت‌نما (هیستوگرام) و خطای برآورد شده با کمک برنامه را به صورت نمودار نشان می‌دهد. رنگ نمودارها منطبق بر رنگ دسته زمین‌لرزه‌های آورده شده در شکل ۱ است. در شکل ۲ سه نمودار بالایی ۲-الف، ۲-ب و ۲-ج، به ترتیب خطای برآورد شده در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی در روش غیرخطی را نشان می‌دهند و بافت‌نماهای پایینی شکل ۲-د، ۲-ه و ۲-و، به ترتیب خطای واقعی در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی زمین‌لرزه، حاصل از تفاضل بین پارامترهای مکانی زمین‌لرزه تعیین محل شده و مکان اولیه (تولید شده) است.

نتایج حاصل نشان می‌دهد که در گروه‌های ۱ و ۲ که به ترتیب با رنگ‌های سبز و سرخ نمایش داده شده‌اند، خطای واقعی مکان‌یابی به‌طور عمده کمتر از ۲ کیلومتر



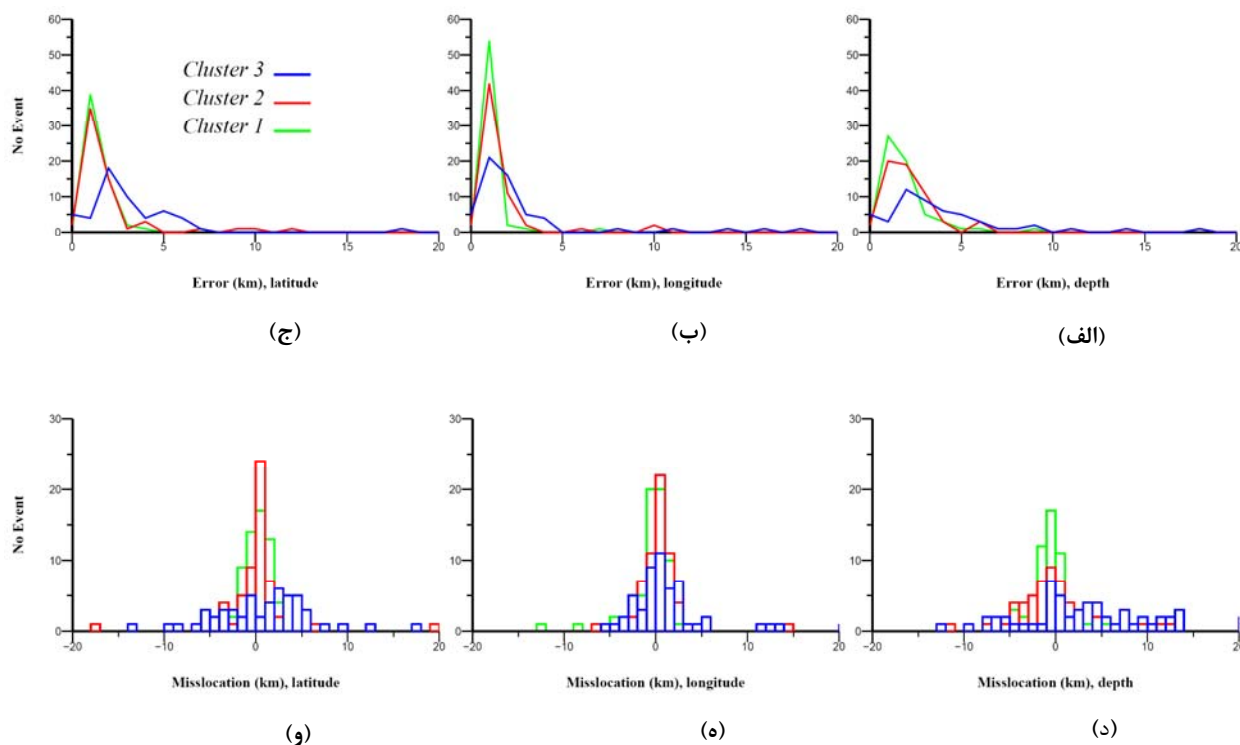


**شکل ۲.** نتایج حاصل از آزمایش مصنوعی داده‌های شبیه‌سازی شده براساس خطاهای زنگوله‌ای در زمان رسیده‌ها به روش غیرخطی (NonLinLoc). سه نمودار بالایی (الف)، (ب) و (ج)، به ترتیب خطای برآورد شده در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی در روش غیرخطی را نشان می‌دهند و بافت‌نماهای پایینی شکل (د)، (ه) و (و)، به ترتیب خطای واقعی در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی زمین‌لرزه، حاصل از تفاضل میان پارامترهای مکانی زمین‌لرزه تعیین محل شده و مکان اولیه (تولید شده) هستند. رنگ‌های سبز و سرخ و آبی، به ترتیب نشان‌دهنده دسته‌های ۱ و ۲ و ۳ هستند.

مطابقت مناسبی با خطای واقعی دارد. باین‌حال در این حالت گروه ۳ دارای خطای واقعی بسیار بیشتری نسبت به مکان‌یابی در روش غیرخطی است. در شکل ۳ مقایسه بافت‌نماهای ۳- و ۳-ه که به ترتیب خطای واقعی در راستای عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی هستند، نشان می‌دهد که میزان خطای واقعی در راستای عرض جغرافیایی بسیار بیشتر از راستای طول جغرافیایی است. این موضوع با توجه به پراکندگی طولی شبکه ایستگاهی مورد استفاده و بیشتر بودن پوشش در راستای طول جغرافیایی، توجیه‌پذیر است. مقایسه نتایج به دست آمده در شکل‌های ۲ و ۳ برای گروه زمین‌لرزه ۳ نشان می‌دهد که تاثیرپذیری از هندسه شبکه ایستگاهی (پوشش ایستگاهی) در روش غیرخطی نسبت به روش خطی شده کمتر است. با مقایسه

است. همچنین خطای برآورد شده در روش غیرخطی مطابقت مناسبی با خطای واقعی آن دارد. در گروه ۳ با توجه به فراهم نبودن شرایط مناسب ایستگاهی که بندار و همکاران (۲۰۰۴) معرفی کرده‌اند، میزان خطای واقعی نسبت به دو گروه دیگر زیادتر است، باین‌حال بیشتر زمین‌لرزه‌ها با خطای کمتر از ۵ کیلومتر تعیین محل شده‌اند و خطای برآورد شده در روش غیرخطی هم همخوانی زیادی با خطای واقعی دارد.

نتایج تکرار آزمایش بالا برای روش خطی شده (برنامه Hypo71) در شکل ۳ نشان داده شده است. در این حالت گروه‌های ۱ و ۲ مانند روش غیرخطی دارای مکان‌یابی مناسبی هستند و مقادیر خطای واقعی عمدتاً کمتر از ۲ کیلومتر است و خطای برآورد شده در برنامه Hypo71 نیز



شکل ۳. مانند شکل ۲ ولی به روش خطی شده (Hypo71).

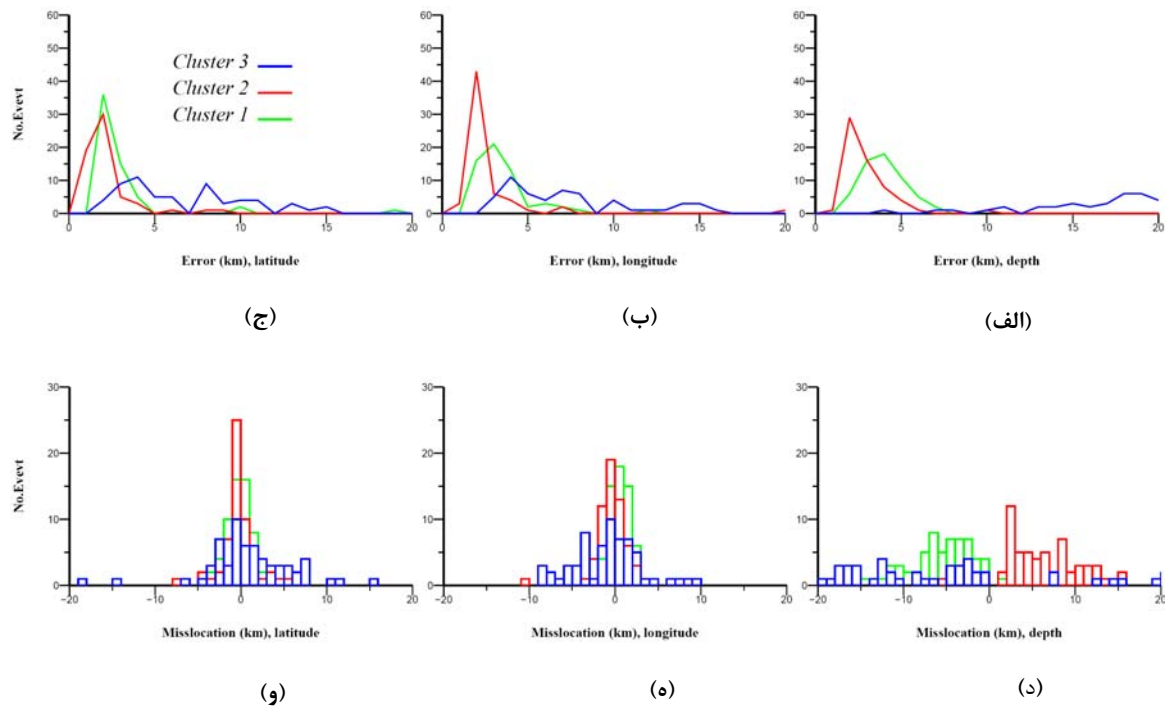
از موارد، زیر ۵ کیلومتر است، حال آنکه خطای واقعی عمقی بیشتر از این مقدار است. برآورد نامناسب خطا، به خصوص در تعیین عمق زمین لرزه‌ها در روش خطی شده نشان می‌دهد که در صورت استفاده نکردن از یک شبکه مناسب، خطاهای برآورد شده در این روش غیرقابل اعتماد هستند.

#### ۶ بررسی تاثیر وجود هم‌زمان خطاهای زنگوله‌ای و غیرزنگوله‌ای در داده‌ها

در این حالت زمین لرزه‌ها در یک مدل غیر واقعی تعیین محل می‌شوند. مدل مورد استفاده برای تعیین محل زمین لرزه‌ها به صورت جدول ۳ است. با توجه به جدول ۳ سرعت موج P در لایه اول این مدل حدود ۵/۴ کیلومتر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. حال آنکه سرعت واقعی

مشخصات گروه شماره ۳ می‌توان فهمید که فاصله تا ایستگاه و پوشش آزمون‌های در این گروه مقادیر بسیار بالاتری نسبت به دو گروه دیگر دارد. گروه زمین لرزه شماره ۲ با وجود گپ آزمون‌های بیشتر (۱۲۷ درجه) نسبت به گروه شماره ۱ (۷۴ درجه)، خطای هم‌ارز با گروه شماره ۱ است. این نتیجه ممکن است به علت موجود بودن تعداد فاز زیاد، (که یکی از معیارهای معرفی شده بندار و همکاران (۲۰۰۴) است) در گروه شماره ۲ (۱۵ فاز و ۱۰ ایستگاه) نسبت به گروه شماره ۱ (۱۰ فاز و ۶ ایستگاه) باشد.

بافت‌نمای آبی‌رنگ در شکل ۳-و تعیین محل زمین لرزه به روش خطی شده را نشان می‌دهد که مطابق آن خطای برآورد شده برای عمق در گروه شماره ۳ در روش خطی شده (نمودار آبی‌رنگ در قسمت ۳-الف) در بسیاری



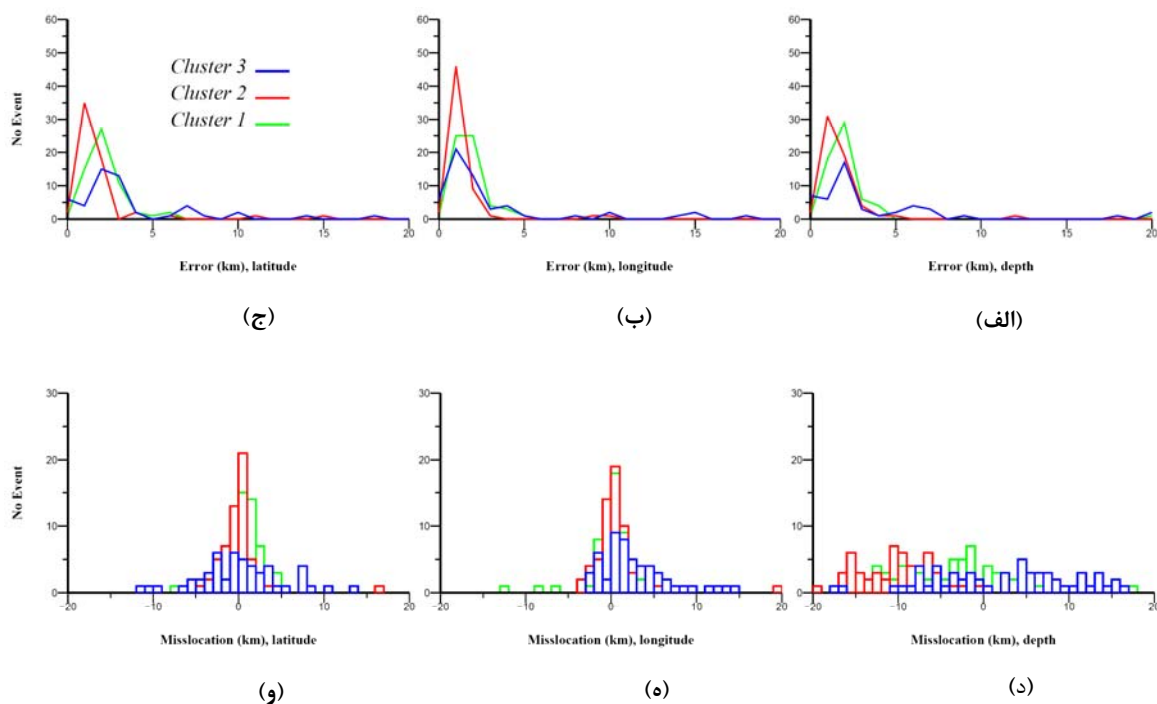
**شکل ۴.** نتایج حاصل از آزمایش مصنوعی داده‌های شبیه‌سازی شده براساس خطاهای زنگوله‌ای در زمان رسیدها و خطای غیرزنگوله‌ای (Systematic) ناشی از مدل سرعتی غیر واقعی به روش غیرخطی (NonLinLoc). نمودار بالایی (الف)، (ب) و (ج)، به ترتیب، خطای برآورد شده در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی در روش غیرخطی را نشان می‌دهند و بافت‌نماهای پایینی شکل (د)، (ه) و (و)، به ترتیب، خطای واقعی در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی زمین‌لرزه، حاصل از تفاضل میان پارامترهای مکانی زمین‌لرزه تعیین محل شده و مکان اولیه (تولید شده) هستند. رنگ‌های سبز و سرخ و آبی به ترتیب نشان‌دهنده دسته‌های ۱ و ۲ و ۳ هستند.

عرض جغرافیایی در روش غیرخطی را نشان می‌دهند و بافت‌نماهای پایینی شکل ۴-د، ۴-ه و ۴-و، به ترتیب خطای واقعی در راستای عمق، طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی زمین‌لرزه، حاصل از تفاضل میان پارامترهای مکانی زمین‌لرزه تعیین محل شده و مکان اولیه (تولید شده) است.

نتایج حاصل در این حالت نشان می‌دهد که به علت ورود خطای غیرزنگوله‌ای در هر سه گروه زمین‌لرزه، خطای واقعی تعیین عمق زمین‌لرزه‌ها بیشتر از حالت قبلی است به گونه‌ای که زمین‌لرزه‌ها به سمتی جابه‌جا می‌شوند. اما دقت در نمودارهای برآورد خطا در این حالت نیز مشخص می‌کند که روش غیرخطی در برآورد خطا با

که زمین‌لرزه‌ها با آن تولید شده‌اند از ۵/۴ تا ۶/۳ کیلومتر بر ثانیه تغییر می‌کند. این تفاوت در دو مدل سرعتی، به صورت یکسان خطایی را به همهٔ زمان سیرهای محاسبه شده از مدل وارد می‌کند و اکثر نقاط پراکنده توزیع احتمال به یک سمت خاص جابه‌جا می‌شوند که در نتیجه آن مدل‌کردن خطای مکان‌یابی با ماتریس کوواریانس مدل ممکن است بسیار مشکل و حتی در شرایطی غیرممکن باشد.

شکل ۴ نتایج حاصل از خطای واقعی تعیین محل به روش غیرخطی را به صورت نمودار نشان می‌دهد. در شکل ۴ سه نمودار بالایی ۴-الف، ۴-ب و ۴-ج، به ترتیب خطای برآورد شده در راستای عمق، طول جغرافیایی و



شکل ۵. مانند شکل ۴ ولی به روش خطی شده (Hypo71).

عمق زمین لرزه همراه با خطای بسیار بالا (به طور عمده بیش از ۱۰ کیلومتر) است برآورد خطای مکان‌یابی نیز به شدت تحت تاثیر قرار می‌گیرد و همان‌طور که در نمودارهای آبی‌رنگ ۵-الف، ۵-ب و ۵-ج، برای گروه شماره ۳ نشان داده شده است، خطای برآورد شده عمدتاً کمتر از ۵ کیلومتر محاسبه شده است.

#### ۷ نتیجه‌گیری

ویژگی مهم این تحقیق استفاده از داده‌های زمان رسید مصنوعی است. با توجه به آگاهی از مکان واقعی زمین لرزه در داده‌های مصنوعی و در نتیجه، محاسبه خطای واقعی پس از مکان‌یابی زمین لرزه، عملکرد دو روش غیرخطی (برنامه NonLnLoc) و روش خطی شده (Hypo71) مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه نتایج حاصل از روش غیرخطی و روش خطی شده نشان می‌دهد که روش غیرخطی در تعیین مکان دقیق‌تر زمین لرزه و همچنین برآورد عدم قطعیت مکان‌یابی بسیار مناسب‌تر

وجود خطای غیرزنگوله‌ای و سامانمند تا حد قابل‌قبولی در مدل کردن خطای مکان‌یابی موفق بوده است. در گروه شماره ۳ زمین لرزه‌ها که با رنگ آبی در نمودارها و بافت‌نماها مشخص‌اند، خطای واقعی زمین لرزه‌های نشان داده شده در قسمت ۴-د در بیشتر موارد بیشتر از ۵ کیلومتر است که برآورد خطای آن با روش غیرخطی در نمودار شماره ۴-الف این مطلب را تایید می‌کند. این موضوع در گروه‌های شماره ۱ و ۲ که شرایط بسیار مطلوب‌تری از گروه شماره ۳ دارند نیز به‌خوبی در نتایج مشخص است.

نتایج تکرار آزمایش بالا در حالت استفاده از روش خطی شده Hypo71 در شکل ۵ نشان داده شده است. در این حالت، تناسب خطای برآورد شده در روش خطی شده و خطای واقعی، کمتر از حالت استفاده از روش غیرخطی است. این نتایج نشان می‌دهد که ورود خطای غیرزنگوله‌ای در روش‌های خطی شده به شدت نتایج حاصل را تحت تاثیر قرار می‌دهد و علاوه بر اینکه تعیین

جدول ۲. مشخصات زمین‌لرزه‌های شبیه‌سازی شده. cluster no. شماره گروه زمین‌لرزه و no. event تعداد زمین‌لرزه‌های هر گروه را نشان می‌دهد. no. pha و no. station. به ترتیب متوسط تعداد فاز و تعداد ایستگاه‌ها را نشان می‌دهد. az. gap و sec. az. Gap به ترتیب نشانگر متوسط گپ آزیموتی و گپ آزیموتی ثانویه است. min. dist و max. dist و mean dist به ترتیب متوسط کمترین بیشترین و میانگین فاصله از ایستگاه را نشان می‌دهد.

cluster no.	no. event	no. pha	no. station	az. gap (°)	sec. az. gap (°)	min. dist (km)	max. dist (km)	mean dist (km)
1	60	10	6	79	93	17.3	131.8	67.5
2	60	15	10	126	156	19.8	248.5	86.3
3	60	13	9	247	266	106.9	278.9	147.3

جدول ۳. مدل سرعتی مورد استفاده برای تعیین محل زمین‌لرزه‌های

مصنوعی.

Depth (km)	P Velocity (km/s)	S Velocity (km/s)
0	5.40	2.38
35	8.00	4.67

### تشکر و قدردانی

نگارندگان بر خود لازم می‌دانند تا از زحمات جناب آقای پروفیسور آنتونی لوماکس به خاطر همراهی در این تحقیق و عرضه نظرات بسیار ارزنده ایشان سپاسگزاری کنند.

### منابع

- Bondar, I., Myers, S. C., Engdahl, E. R., and Bergman, E. A., 2004, Epicentre accuracy based on seismic network criteria: *Geophys. J. Int.*, **156**, 483-496.
- Chatelain, J. L., Roecker, S. W., Hatzfeld, D., and Molnar, P., 1980, Microearthquake seismicity and fault plane solutions in the Hindu Kush region and their tectonic implications: *Geophysics Research*, **85**, 1365-1387.
- Geiger, L., 1912, Probability method for the determination of earthquake epicenters from the arrival time only: (translated from Geiger's 1910 German article) *Bull. St. Louis Univ.*, **8**(1), 56-71.
- Gomberg, J. S., Shedlock, K. M., and Roecker, S. W., 1990, The effect of S-Wave arrival times on the accuracy of hypocenter estimation: *Bull. Seis. Soc. Am.*, **80**, 1605-1628.
- Husen, S., and Hardebeck, J. L., 2010, Earthquake location accuracy, *Community Online*

عمل می‌کند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که حتی در شرایط نبود خطای ناشی از مدل سرعتی مورد استفاده، و فقط وجود گپ آزیموتی مکان‌یابی در روش خطی شده با خطای زیاد همراه خواهد شد و همچنین خطای برآورد شده در این حالت با خطای واقعی تطابق کافی ندارد و کمتر از مقدار خطای واقعی تعیین خواهد شد. با این حال در روش غیرخطی مقدار این خطا بسیار کمتر است و خطای برآورد شده نیز با خطای واقعی همخوانی دارد.

در این تحقیق روشن شد که در شرایط نامناسب ایستگاهی (مانند گروه زمین‌لرزه شماره ۳ در تحقیق حاضر) که زمین‌لرزه‌ها در خارج از شبکه ایستگاهی قرار می‌گیرند و دارای گپ آزیموتی زیاد (بیش از ۲۴۰ درجه) و نیز فاصله زیاد تا نزدیک‌ترین ایستگاه باشند (بیش از ۱۰۰ کیلومتر) تعیین عمق زمین‌لرزه حتی به روش غیرخطی نیز با خطای زیاد همراه خواهد شد. اما نکته مهم در این حالت، میزان درستی برآورد خطای مکان‌یابی است که در روش غیرخطی با برآورد مناسبی همراه است. اما در روش خطی شده، خطای برآورد شده، بسیار کمتر از خطای واقعی معرفی می‌شود. می‌توان به طور خلاصه چنین عنوان کرد که در استفاده از روش‌های خطی شده (در این تحقیق برنامه Hypo71) و فراهم نشدن شرایط بهینه شبکه ایستگاهی و مدل سرعتی مورد استفاده، باید نتایج مکان‌یابی را با احتیاط زیاد به کار برد.

- with linear locations, in *Advances in Seismic Event Location* Thurber, C. H., and N. Rabinowitz (eds.), Kluwer, Amsterdam, 101-134.
- Pavlis, G. L., 1986, Appraising earthquake hypocenter location errors - a complete, practical approach for single-event locations, *Bull. Seis. Soc. Am.*, **76**, 1699-1717.
- Podvin, P. and Lecomte, I., 1991, Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools.: *Geophys. J. Int.*, **105**, 271-284.
- Tarantola, A., Valette, B., 1982, Inverse problems = quest for information: *Geophys.*, **50**, 159-170.
- Tarantola, A., 1987, *Inverse problem theory: Methods for data fitting and model parameter estimation*, Elsevier, Amsterdam, 613p.
- Thurber, C. H., 1985, *Nonlinear Earthquake Location: Theory and example*, *Bull. Seis. Soc. Am.*, **75**(3), 779-790.
- Resource for Statistical Seismicity Analysis, doi:10.5078/corssa-55815573. Available at <http://www.corssa.org>.
- Kissling, E., 1988, Geotomography with local earthquake data, *Reviews of Geophysics*, **26**, 659-698.
- Lahr, J. C., 1989, HYPOELLIPSE/Version 2.0: A computer program for determining local earthquake hypocentral parameters, magnitude and first motion pattern, U. S. Geological Survey Open-File Report, 89-116, 92p.
- Lee, W. H. K., and Stewart, S. W., 1981, *Principles and applications of microearthquake networks*: Academic Press, New York. pp. 293.
- Lee, W. H. K., Lahr, J. C., 1972, HYPO71: A computer program for determining hypocenter, magnitude, and first motion pattern of local earthquakes, U. S: Geological Survey Open-File Report.
- Lomax, A., Virieux, J., Volant, P., and Berge, C., 2000, Probabilistic earthquake location in 3D and layered models: Introduction of a Metropolis-Gibbs method and comparison