

کاربرد تحلیل موجک در شناسایی رفتار بارش در مناطق غربی ایران

فرهناز تقیوی^{*}، ابوالفضل نیستانی^۲، حسین محمدی^۳ و شیما رستمی جلیلیان^۴

^۱ استادیار، گروه فیزیک فضای مسیسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد هواشناسی، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۳ استاد، دانشکده جغرافیا، دانشگاه تهران، ایران

^۴ کارشناس ارشد اقلیم‌شناسی، دانشکده جغرافیا، دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۱/۱۲/۳۸۹، تاریخ پذیرش: ۶/۷/۱۳۹۰، دسترسی برخط: ۲۵/۱۲/۱۳۹۰)

چکیده

تحلیل طیفی ابزاری مناسبی برای بررسی محتوای بسامدی داده‌های اقلیمی است. تحلیل طیفی محتوای بسامدی سری زمانی اقلیمی را براساس فرض ایستایی (بدون روند) سری زمانی فراهم می‌کند، اما، زمان دقیق محتوای بسامدی را نشان نمی‌دهد. در حالی که تجزیه طیفی زمان-بسامد یا تحلیل موجک، روش مفیدی برای تحلیل تغییرات موضعی در حوزه زمان-بسامد و تعیین دوره بازگشت پدیده‌های اقلیمی است. در این تحقیق تحلیل موجک برای بررسی تغییرپذیری بارش ایستگاه‌های غرب ایران شامل کرمانشاه، سنتج، همدان و خرم‌آباد و مقایسه این ایستگاه‌ها با هم در یک دوره آماری ۱۹۶۵-۱۹۰۰ ساله از سال ۱۹۶۵-۱۹۰۰ صورت گرفته است. همچنین، بهمنظور بررسی رفتار بارش ایستگاه‌های گوناگون در مقیاس‌های متفاوت، عملیات فیلتر کردن با استفاده از تبدیل موجک معکوس بر سری‌های زمانی بارش اعمال شده است. با تجزیه به مقیاس‌های زمانی متفاوت و نرمال‌سازی سری‌ها در هریک از مقیاس‌ها، مقایسه رفتار نوارهای بسامدی بارش بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که در همه ایستگاه‌ها یک دوره بازگشت سالانه با سطح اطمینان بیش از ۹۰ درصد وجود دارد که تقویت و تضعیف آن وقوع دوره‌های ترسالی و خشکسالی در این مناطق را بهخوبی نشان می‌دهد. علاوه براین، در همه ایستگاه‌ها بعضی مولفه‌های درون‌سالی با سطح اطمینان آماری زیاد و دوره بازگشت طولانی مدت نسبتاً منظم در نوار بسامدی ۱۲۸-۲۵۶ ماهه وجود دارد. رفتار بارش در نوارهای بسامدی متفاوت روش ساخت که در مقیاس‌های محلی و بزرگ‌مقیاس، رفتار ایستگاه‌های مورد بررسی شباخت زیادی به یکدیگر دارد، اگر چه در بعضی از مقیاس‌ها، تفاوت قابل ملاحظه است. همچنین، روند تغییرات در نوار بسامدی ۳۲-۶۴ ماه، برخلاف دیگر نوارهای افزایش تغییرپذیری بارش در این نوار را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل موجک، رفتار بارش، خشکسالی و ترسالی، فیلتر، غرب ایران

Application of wavelet analysis to investigate precipitation variability at western regions of Iran

Farahnaz Taghavi^{1*}, Abolfazl Neyestani¹, Hosein Mohammadi², and Shima Rostami Jalilian²

¹ Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

² Faculty of Geography, University of Tehran, Iran

(Received: 02 March 2011, accepted: 28 September 2011, available online: 15 March 2012)

*Corresponding author:

ftaghavi@ut.ac.ir

*نگارنده رابطه:

Summary

Wavelet analysis is a major development in the methods of data analysis in the last twenty years, in both research and applications. With concern over current climate changes and their attribution, the analysis of natural climate variability on relatively long timescales has attracted much attention in recent years. While the short instrumental record provides only a tentative estimate of multi-decadal variability, in a long paleo-climatologic series the multi-decadal oscillation appears as a statistically significant mode of climatic variability with a heterogeneous spatial pattern (Datsenko *et al.*, 2001). A powerful method for analyzing the localized intermittent oscillations is the wavelet transform, which is known as one of the best-suited tools for tracing a given oscillation through a time series (Holschneider, 1995). The application of wavelet analysis in analyzing time-based data, particularly those with non-stationary characteristics, has been found to be very successful.

The wavelet transform of time series is a convolution with the local base functions or wavelets, which can be stretched and translated with a flexible resolution in both frequency and time. The wavelet transform decomposes a series into time-frequency space, enabling the identification of both the dominant modes of variability and the manner in which those modes vary with time. One of the wavelets which has both real and imaginary parts is the Morlet wavelet. This wavelet is the most commonly used complex wavelet in climate studies.

As with its Fourier counterpart, there is an inverse wavelet transform that allows the original signal to be recovered from its wavelet transform by integrating all scales and locations, a and b . If we limit the integration over a range of a scale rather than *all of scale a*, we can perform a basic filtering of the original signal.

In this study, time-frequency spectral decomposition has been conducted to investigate the precipitation variability in a western region of Iran, including Kermanshah, Sanandaj, Hamadan, and Khoram Abad, and to compare these stations with each other over a 43-year period from 1966 to 2009. The wavelet transform spectra were computed for the monthly total precipitation of each record. Results show that all stations had annual return periods with a confidence interval above 90 percent, and that in some years it became strong and in some years becomes weak, showing as well as the occurrence of wet and drought period in these regions. Moreover, at all stations there are some inter-annual components and a similar 128- to 256-month-long returning period with a high statistical confidence level. Precipitation behavior in various frequency bands showed that the local and large scale behaviors of the stations are very similar to each other, although in some scales the difference is significant. Additionally, the trend of variability in the 32-64 frequency band, unlike other bands, shows increased variability of precipitation.

Key words: Wavelet analysis, precipitation variability, wet and drought, filter, west of Iran

احتمالی از تغییرپذیری چنددهه‌ای اقلیم را نشان می‌دهند،

سری‌های با دوره طولانی، نوسانات چنددهه‌ای را در حکم مدهای با اهمیت آماری از تغییرپذیری اقلیم با الگوی فضایی نامتجانس نشان می‌دهند (داتسنکو و همکاران، ۲۰۰۱). همچنین، پدیده‌های حدی جوی نیز عامل تولید

۱ مقدمه

در سال‌های اخیر در ارتباط با تغییر اقلیم و جوانب آن، تحلیل تغییرپذیری طبیعی اقلیم در مقیاس‌های زمانی متفاوت توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در حالی که سری‌های با دوره آماری کوتاه فقط برآورده

۲/۵ تا ۴/۵ ماه را در حوضه های آبریز سدهای تهران نشان می دهد.

روش های طیفی شامل تحلیل طیفی کلی و تحلیل موجک از شاخه های آماری است که از یک سو در رشته های گوناگون علوم مانند ژئوفیزیک، مهندسی، هواشناسی و اقلیم شناسی کاربرد فراوانی دارد، و از سوی دیگر ادامه کاربرد آن روز به روز گسترده تر می شود و اهداف زیر را دنبال می کند: ۱- استفاده از فنون آماری نوین برای پیش بینی و شناسایی رفتار جوی. ۲- عرضه تحلیلی نو از توزیع زمانی بارندگی و دوره های بازگشت فصلی و درون سالی و روندهای بارش. ۳- تحلیل داده های اقلیمی با تجزیه آنها به مولفه های بسامدی سازنده که روش مناسبی برای بررسی تغییر پذیری داده های اقلیمی مانند بارندگی، رطوبت، دما و مانند آن است. ۴- پس از تجزیه این مولفه ها، بررسی علل فیزیکی رخداد هر بسامد یکی از اهداف در این زمینه است. در بعضی از موارد، ممکن است توابع و اداشت خاصی شناسایی شود و در موارد دیگری با قطعیت نمی توان چیزی را بیان کرد. همچنین، با تجزیه یک سری زمانی به فضای زمان- بسامد، مدهای غالب تغییر پذیری و چگونگی تغییرات این مدها در زمان مشخص می شود (کیم، ۲۰۰۴). در نتیجه با شناسایی این مدهای غالب مدل سازی ریاضی و فرایند پیش بینی رفتار سری زمانی امکان پذیر می شود.

روش تحلیل طیفی کلی ابزار مفیدی برای بررسی الگوهای اقلیمی سالانه است (ویلیامز، ۱۹۷۷؛ هنکوک و یارگر، ۱۹۷۸؛ گارسیا و همکاران، ۲۰۰۲؛ توسيک و آنکاسویک، ۲۰۰۵؛ لیوا و همکاران، ۲۰۰۸). در این روش، سری زمانی به مولفه های بسامدی سازنده تجزیه می شود و تصویری کلی از رفتار سری زمانی را نشان می دهد (تقوی و همکاران، ۱۳۸۹).

روش موثر تر در بررسی تغییر پذیری داده های اقلیمی و

بسیاری از ناهنجاری های بسامدی در داده های آب و هوایی هستند (تقوی و همکاران، ۱۳۸۹). یکی از روش های تحقیقی برای شناسایی این ناهنجاری ها، به خصوص در زمینه رفتار بارش و مدل سازی آن، روش تحلیل طیفی است. استفاده از روش های طیفی برای نمایش بهتر الگوی توزیع زمانی و بسامدی بارش در مناطق گوناگون حائز اهمیت است.

تحقیقات زیادی با استفاده از روش های آماری متفاوت در زمینه رفتار شناسی بارش در ایران صورت گرفته است. برای نمونه، تقوی و محمدی (۱۳۸۵) به بررسی دوره بازگشت رویدادهای اقلیمی مانند سیل و خشکسالی پرداختند و با محاسبه شاخص های مرتبط، افزایش بسامد شاخص های حدی دما و بارش را در دهه اخیر به دست آوردند. خلیلی و بذرافشان (۱۳۸۷) نیز به ارزیابی دوره بازگشت و مخاطره تداوم خشکسالی با استفاده از داده های بارندگی سالانه قرن گذشته در ایستگاه های قدیمی ایران پرداختند و دوره بازگشت طولانی ترین تداوم خشکسالی و مخاطره خشکسالی به ازای ۵۰ درصد احتمال وقوع آن را برای ایستگاه های تحت بررسی به دست آوردند. ایران نژاد و همکاران (۱۳۸۸) نیز به بررسی توزیع مکانی روند بارش سالانه در ایران در یک دوره آماری ۴۰ ساله پرداخته و نتیجه گرفتند که روند در مناطق غرب و شمال غرب دارای مقدار منفی و در نواحی مرکزی و جنوبی دارای مقدار مثبت بوده است. روزبهانی و همکاران (۱۳۸۹) برای پیش بینی بارش، شناخت تغییرات زمانی و توزیع فصلی بارش و همچنین تعیین دوره های ترسالی و خشکسالی به منظور ظرفیت سازی برای ذخیره آن از روش خوش بندی (Genetic Algorithm-Clustering) استفاده کردند. نتایج تحقیقات آنها امکان سنجی تدوین دستور العمل برای پیش بینی دوره های کم بارش و پُربارش با زمان پیش دید

تغییرات انسو در قرن اخیر به دست آورده‌ند که طیف زمان-بسامد است-
بسامدی مشابه مقادیر مشاهده شده داشت. تورنسی و
کامپو (۱۹۹۸) نیز کاربردهای عملی این روش را در
هواشناسی و اقلیم با مثال‌هایی از سری‌های زمانی نوسانات
جنوبی النیو بیان، و مفاهیم سطوح اطمینان در تحلیل
موجک را با جزئیات کامل تشریح کردند. سانتوس و
همکاران (۲۰۰۱) با استفاده از این روش به بررسی و
تحلیل داده‌های بارش شهر ماتسویاما پرداخته و نتایج قابل
توجهی در ارتباط با تغییرپذیری بارش در مقیاس‌های
متفاوت به دست آورده‌ند. توشی‌کایانو و سانسی گولو
(۲۰۰۹) براساس تحلیل موجک به بررسی تغییرات دهه‌ای
و سالانه دما و بارش در جنوب برزیل پرداختند. چاوو کو
و همکاران (۲۰۱۰) نیز تغییرپذیری، پیوند از دور و قابلیت
پیش‌بینی بارش را در تایوان با کمک این روش بررسی
کردند و پس از به دست آوردن مدهای غالب بارش
فصیلی، با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی و الگوریتم
ژنتیک، مدلی را برای شبیه‌سازی بارش در تایوان معرفی
کردند. نیستانی و تقوی (۱۳۸۹) از این فن در زمینه
تغییرپذیری بارش استفاده کردند. آنها در این بررسی
داده‌های بارش ماهانه تهران را در تحلیل طیفی کلی و
موجک مورد استفاده قرار دادند و با بررسی طیف توان
کلی در مقیاس لگاریتمی پیک بسامدی ۱۲ ماه و
پیک‌های بسامد کم با اهمیت کمتر از بسامد سالانه را
یافتند. آنان همچنین، با جداسازی نوار بسامدی ۸ تا ۱۶
ماه در طیف توان موجک، سال‌های خشکسالی و تراسالی
را از دیدگاه طیفی تفسیر کردند.

در این تحقیق طیف سری‌های زمانی بارش ماهانه با
روش تبدیل موجک پیوسته یک‌بعدی به منظور تحقیق در
مورد تغییرات اقلیم و جنبه‌های آن در مناطق غربی ایران
آزمایش شده است.

تحلیل موجک یا تجزیه طیفی در حوزه زمان-بسامد است
که در ردبایی مسیر نوسانات در امتداد سری زمانی به کار
می‌رود (هاسینیدر، ۱۹۹۵). به کارگیری این فن در پردازش
و تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی کاربرد فراوانی دارد (روشنل
و سیاه‌کوهی، ۱۳۸۸؛ روشنل و سلاجه، ۱۳۸۸).

تحلیل طیفی کلی در تفکیک سری زمانی اقلیمی به
مولفه‌های بسامدی تشکیل دهنده آن بسیار موثر عمل می-
کند، ولی متناسبانه پس از این تفکیک، اطلاعات زمانی
آن از بین می‌رود. بدین معنی وقتی که به تحلیل طیفی
یک سری زمانی نگاه می‌شود، غیرممکن است که بتوان
گفت این مولفه‌ها در چه زمانی روی سری زمانی اولیه
قرار دارند. در حالی که تجزیه طیفی زمان-بسامد قادر است
اطلاعات مدهای غالب بسامدی سری زمانی اقلیمی را به
صورت موضعی در حوزه زمان-بسامد مشخص سازد.
همچنین، این روش در سری‌های زمانی دارای روند نیز
قابل استفاده است.

استفاده از تحلیل موجک در بررسی‌های اقلیمی و
آب‌وهوایی سابقه کوتاهی دارد. اولین کاربرد این روش
در هواشناسی را گمیچ و بلومن (۱۹۹۳) عملی ساختند.
آنها به مقایسه کاربرد تحلیل طیفی کلی، تحلیل موجک و
توابع متعامد تجربی بر داده‌های مربوط به جبهه‌های سرد
سطوح پایین پرداخته و نتیجه گرفتند که تحلیل موجک
نسبت به دو روش دیگر ابزار بسیار موثرتری در درک
رفتار جبهه‌های سرد سطوح پایین است. لو و ونگ
(۱۹۹۵) از تحلیل موجک برای شناسایی سیگنال‌های
اقلیمی استفاده کردند. کستین و همکاران (۱۹۹۸) با این
روش تغییرات زمانی-بسامدی انسو و شبیه‌سازی تصادفی
آن را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها با بررسی
شخص‌های مرتبط با انسو در حوزه زمان-بسامد، با
استفاده از مدل‌سازی آرما (ARMA)، مدلی را برای

مشاهده می‌شود. از دیدگاه ریاضی، تبدیل موجک همایخت (Convolution) توابع موجک مادر با سیگنال اصلی است. موجک‌های مادر می‌توانند در مکان‌های مختلف سیگنال اصلی حرکت کنند و همچنین، می‌توانند کشیده و فشرده شوند. نقشه تبدیل موجک که مقیاس نما (Scalogram) نامیده می‌شود، همبستگی بین سیگنال و موجک در مقیاس‌های مختلف و در مکان‌های گوناگون درنتیجه ساختارهای همسان در سری زمانی را نشان می‌دهد. اگر موجک و سیگنال در یک مقیاس خاص به خوبی همبسته باشند، مقدار تبدیل موجک بزرگ، و در غیر این صورت کوچک خواهد بود. انواع گوناگونی از موجک‌ها را که دارای شرط مقبولیت و انرژی محدود باشند، می‌توان در این زمینه به کار برد. شرط مقبولیت بیانگر صفر بودن مولفه بسامد صفر در تبدیل فوریه موجک مادر است. برای تحقیقات اقلیمی در شناسایی ساختارهای همسان در سری زمانی، معمولاً موجک مادر مورلت (Morlet) به کار می‌رود. این موجک که برای تحلیل زمانی-بسامدی به کار می‌رود در واقع ضرب یک موج سینوسی مخلوط در یک پوش گاوسی است (گوپیلود و همکاران، ۱۹۸۴):

$$\psi(t) = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}} e^{i2\pi f_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (1)$$

که در آن، t زمان، f_0 بسامد بی بعد و $\pi^{\frac{1}{4}}$ عاملی برای نرمال کردن است تا موجک مادر انرژی واحدی داشته باشد. رابطه تبدیل موجک برای سیگنال پیوسته نسبت به موجک مادر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد (ادیسون، ۲۰۰۲):

$$T(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (2)$$

که در آن، $x(t)$ سری زمانی ورودی و $\psi_{a,b}^*$ مزدوج مخلوط تابع موجک مادر نرمال شده، انتقال یافته و مقیاس

۲ داده‌ها و روش تحقیق

۱-۲ داده‌ها

در این تحقیق داده‌های بارش ماهانه چهار ایستگاه سینوپتیک غرب کشور شامل: کرمانشاه، سنترج، همدان و خرم‌آباد طی دوره آماری ۱۹۶۶-۱۹۰۹، برای تحلیل طیفی کلی و موجک مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به اینکه، داده‌های بارش در بسیاری از ایستگاه‌های غرب کشور کامل نیست و از طول دوره آماری کافی برای تحلیل موثر در حوزه زمان-بسامد برخوردار نیستند، بنابراین، این بررسی فقط برای چهار ایستگاه اصلی در غرب ایران که به نوعی بیانگر رفتار کلی بارش در این منطقه هستند صورت گرفته است. از طرف دیگر، هدف از به کارگیری فن زمان-بسامد، شناسایی رفتار بارش در یک منطقه است و شهرهای گوناگون در یک منطقه معمولاً دارای رفتار مشابهی، به خصوص در بسامدهای کم (دوره‌های بازگشت طولانی مدت) هستند ولی در مقدار بارش، به دلیل موقعیت جغرافیایی و ارتفاع، مختلف‌اند.

۲-۲ روش تحلیل موجک

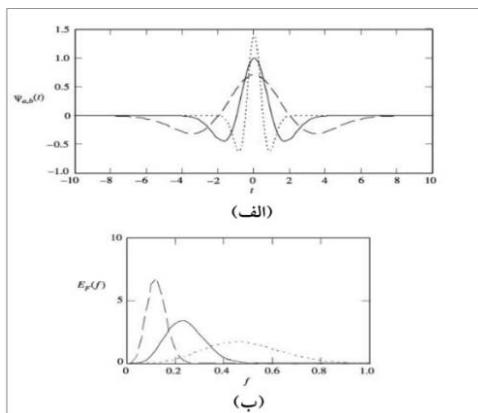
اساس روش‌های تحلیل طیفی بر پایه تعریف سری‌های فوریه است. در این روش‌ها سری زمانی شامل تعداد زیادی مولفه‌های تناوبی است. اهمیت نسبی هر مولفه تناوبی با طیف‌نگار (Periodogram) که بیانگر توزیع واریانس سری زمانی در حوزه بسامد است، معنکس می‌شود. پیک‌ها در طیف‌نگار برابر با بسامدهای با اهمیتی هستند که در سری زمانی مورد بررسی وجود دارد و یافتن علل فیزیکی ایجاد پیک‌ها در حوزه بسامد یکی از اهداف در این زمینه است (برلینگر، ۱۹۹۳). همچنین، این روش برای سری‌های زمانی ایستا (بدون روند) اعمال می‌شود. در روش تحلیل موجک برخلاف روش تحلیل طیفی کلی، یک تصویر زمانی-بسامدی از تغییرات واریانس

بسامدی سری زمانی و تابع موجک مادر در حوزه بسامد است که مفهوم یک فیلتر میانگذر را دارد که نوار گذر بسامدی آن با تغییر پارامتر مقیاس موجک مادر (a) تعیین می‌شود. نحوه تغییر نوار گذر بسامدی یک موجک خاص در شکل ۱ نشان داده شده است. رابطه تبدیل موجک به ازای همه زمان‌های سری زمانی و همه پارامترهای مقیاس (a) و پارامترهای انتقال (b) محاسبه و نقشه مقیاس‌نما سری زمانی مربوط به دست می‌آید که این فرایند در شکل ۲ نشان داده شده است.

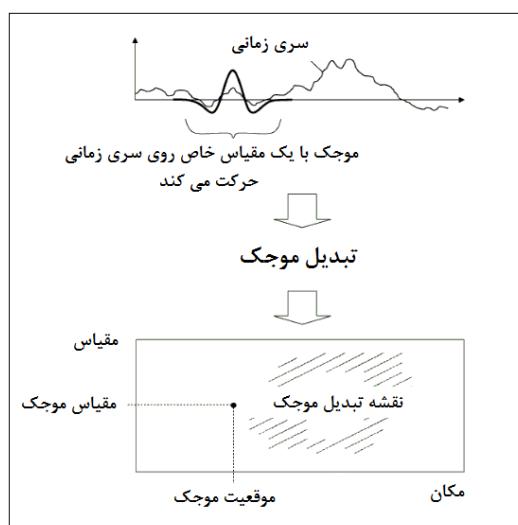
شده است که این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود (ادیسون، ۲۰۰۲):

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

رابطه تبدیل موجک در واقع رابطه‌ای انتگرالی از حاصل ضرب یک سری زمانی در مزدوج تابع موجک مادر است که این عمل در اصطلاح ریاضی، همامیخت دو تابع نامیده می‌شود. اگر از حوزه زمان به حوزه بسامد برویم همامیخت در حوزه زمان معادل با ضرب محتوای



شکل ۱. (الف) نمایش یک تابع موجک مادر خاص در حوزه زمان به ازای سه مقدار متفاوت پارامتر مقیاس a و (ب) نوار بسامدی گذر همان موجک مادر.



شکل ۲. نمایش نحوه عمل تابع موجک مادر روی سری زمانی به ازای یک پارامتر مقیاس خاص به منظور نمایش محتوای واریانس سری زمانی در نقشه مقیاس‌نما، برای کامل شدن کل نقشه مقیاس‌نما، باید این عمل با مقادیر متفاوت پارامتر مقیاس صورت بگیرد.

اگر انتگرال گیری روی مجموعه‌ای از مقادیر پارامتر مقیاس محدود شود در واقع یک فیلتر کردن اساسی روی سیگنال اصلی صورت گرفته است. در حالت ایجاد یک فیلتر پایین گذر، رابطه به صورت زیر است که a^* مقیاس قطع است:

$$x(t) = \frac{1}{C_g} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{a^*}^{\infty} T(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (6)$$

علاوه بر این می‌توان با تبدیل معکوس، عملیات فیلتر کردن را به منظور بازسازی سری زمانی در مقیاس‌های انتخابی به انجام رساند.

۴-۲ سطوح اطمینان

به منظور تعیین سطوح اطمینان برای طیف موجک و فوریه، ابتدا نیاز است که یک طیف پس‌زمینه مناسب انتخاب شود. سپس فرض می‌شود که تحقیق‌های گوناگون از فرایند ژئوفیزیکی به طور تصادفی در پیرامون این میانگین یا پس‌زمینه مورد انتخاب، توزیع شده است و طیف واقعی را می‌توان نسبت به این توزیع تصادفی مقایسه کرد. برای بسیاری از پدیده‌های ژئوفیزیکی طیف پس‌زمینه مناسب یا نوافه سفید است (با طیف فوریه هموار) یا نوافه سرخ (افزایش توان با کاهش بسامد). برای توضیحات بیشتر درباره نحوه محاسبه سطوح اطمینان به تورنسی و کمپو (۱۹۹۸) مراجعه شود.

۳ بحث

۱-۳ بررسی موردنی

با به کارگیری موجک مادر مورلت و محاسبه تبدیل موجک برای داده‌های بارش، مقیاس‌نما برای ایستگاه‌های موردن بررسی در این تحقیق به دست آمد. مقیاس‌نما دامنه موجک‌ها و نوسانات آنها را در زمان‌های متفاوت نشان می‌دهد و بیانگر تصویری کامل از تغییرپذیری بارش

ذکر این مطلب ضروری است که در روش‌های تحلیل طیفی، سه مفهوم نوافه (noise) پس‌زمینه سرخ، سفید و آبی مطرح می‌شود، که در مشابهت با محتوای بسامدی نور در علم فیزیک به کار می‌رود. اگر محتوای بسامدی یک سری زمانی در همه بسامدها تقریباً یکنواخت توزیع شده باشد، طیف سری زمانی، از الگوی طیف سفید پیروی می‌کند و اگر بیشتر محتوای بسامدی در بسامدهای کم (دوره‌های بازگشت طولانی‌تر) قرار گیرد، طیف پس‌زمینه سرخ است و در غیر این صورت طیف پس‌زمینه را آبی در نظر می‌گیرند (امری و تامسون، ۲۰۰۴).

۲-۲ تبدیل موجک معکوس

همان‌طور که بیان شد با هماییخت موجک مادر با سری زمانی، تبدیل موجک مستقیم به ازای پارامترهای مقیاس متفاوت محاسبه می‌شود. برای بازیابی سری زمانی اولیه از نقشه تبدیل موجک از تبدیل موجک معکوس استفاده می‌شود. رابطه تبدیل موجک معکوس به صورت زیر تعریف می‌شود (ادیسون، ۲۰۰۲):

$$x(t) = \frac{1}{C_g} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} T(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (4)$$

این رابطه امکان بازیابی سیگنال اصلی با انتگرال گیری روی همه مقیاس‌ها و همه مکان‌ها را می‌دهد. در این رابطه مزدوج تابع موجک مادر به کار نمی‌رود بلکه از خود موجک استفاده می‌شود. در اینجا C_g با توجه به تبدیل فوریه تابع موجک مادر به دست می‌آید. اگر $\hat{\psi}(t)$ تبدیل فوریه تابع موجک مادر باشد، در این صورت مقدار C_g از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C_g = \int_0^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(f)|^2}{f} df \quad (5)$$

ایستگاه کرمانشاه، طی سال‌های ۱۹۹۹-۲۰۰۱ یک دوره تضعیف که بیانگر خشکسالی است در طیف توان موجک مشاهده می‌شود و در سال‌های ۱۹۹۸-۱۹۹۴ یک دوره تقویت موجود است که نشان‌دهنده تراسالی است. در شکل ۴ برای ایستگاه سنتدج نیز در طیف توان موجک رفتار مشابهی مشاهده می‌شود. شکل ۵ نشان می‌دهد که در ایستگاه خرم‌آباد طیف توان موجک در مقیاس‌نما نظم زیادی را در نوار بسامدی سالانه نسبت به ایستگاه‌های دیگر نشان می‌دهد و در شکل ۶، سال‌های خشکسالی و تراسالی متفاوتی برای ایستگاه همدان در طیف توان موجک مشاهده می‌شود. برای نمونه، طیف توان موجک، طی سال‌های ۱۹۷۵-۱۹۷۷ و ۱۹۹۹-۲۰۰۰ دو دوره تضعیف یا به عبارتی خشکسالی و بین سال‌های ۱۹۹۴-۱۹۹۶ یک دوره تراسالی شدید را نشان می‌دهد.

علاوه بر مؤلفه سالانه، با مشاهده دوره‌های بازگشت درون‌سالی ۲ تا ۸ ماه در مقیاس‌نما، توان‌هایی با سطح اطمینان ۹۰ درصد در بعضی سال‌ها مشخص است. ولی این توان‌ها در همه سال‌ها دیده نمی‌شود که خود بیانگر ناظم بودن آنها است. اما چیزی که به خوبی جلب توجه می‌کند، تضعیف مؤلفه‌های درون‌سالی در سال‌هایی است که مؤلفه سالانه تضییف و تقویت آن در سال‌هایی است که مؤلفه سالانه تقویت می‌شود که این بیانگر آن است که مؤلفه‌های درون‌سالی همبستگی مثبتی با مؤلفه‌های بازگشت سالانه دارند. نمونه این تغییرات را در مورد تضعیف در سال‌های ۱۹۹۹-۲۰۰۱ و در مورد تقویت سال‌های ۱۹۹۶-۱۹۹۴ می‌توان در نوار ۲ تا ۸ ماهه برای ایستگاه کرمانشاه مشاهده کرد. همچنین، می‌توان گفت که سال‌های تقویت مؤلفه سالانه معادل با تراسالی‌ها و سال‌های تضعیف معادل با خشکسالی‌ها است. همچنین از این شکل‌ها مشخص است که در ایستگاه همدان سال‌های خشکسالی نسبت به ایستگاه‌های دیگر بیشتر و دوره‌های تراسالی ضعیف‌ترند و توان کمتری دارد.

است. در مقیاس‌نما، پنج سطح پربندی (Contour) توان با رنگ‌های متفاوت نشان داده شده است که رنگ سرخ مشخصه بیشترین توان موجک و رنگ سفید مشخصه کمترین توان موجک است. خط مشکی تیره که بعضی از نواحی داخل مقیاس‌نما را احاطه کرده، سطح اطمینان ۹۰ درصد با استفاده از نوافه پس‌زمینه سرخ است. دلیل انتخاب نوافه پس‌زمینه سرخ رفتار طیفی بارش ماهانه در این مناطق است، زیرا بیشتر توان طیفی کلی در بسامدهای کم قرار دارد. علاوه بر این، هدف از تحلیل مقیاس‌نماها، یافتن دوره‌های بازگشت با مقیاس‌های متفاوت در رفتار بارش است. بی‌نظمی‌های بارش در بیشتر نقاط ایران، عمدتاً ناشی مدت و بلندمدت را نشان می‌دهد. به‌طور کلی هر چه تغییرپذیری دارای دوره بازگشت کوتاه‌تری باشد، نشانگر آن است که آن واداشت جوی دارای مقیاس منطقه‌ای است و هر چه تغییرپذیری دارای دوره بازگشت طولانی‌تری باشد، واداشت جوی دارای مقیاس بزرگ‌تری است. با انتخاب موجک مادر مورلت برای تحلیل، ضرایب موجک برای مقیاس‌ها و زمان‌های متفاوت محاسبه شد. از این دوره‌های بازگشت باساده‌زیاد است. با دقت بیشتر در نقشه مقیاس‌نما، دوره‌های بازگشت کمتر و بیشتر از یک سال، مشخص است که تغییرپذیری‌های بارش کوتاه سری زمانی داده‌های بارش هر چهار ایستگاه همراه با مقیاس‌نما و طیف‌نگار آنها در شکل‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ نشان داده شده است. توان بالایی برای هر چهار ایستگاه بین نوار بسامدی ۸ تا ۱۶ ماه به وضوح مشخص است که نشانگر مؤلفه سالانه قوی در این سری زمانی است. بنابراین، سری زمانی بارش دارای رفتار تقریباً منظم ناشی از مؤلفه سالانه بیانگر گردش کلی جو (ناشی از چرخش زمین به دور خورشید و ایجاد فصل‌ها) است. البته شدت این مؤلفه سالانه در همه سال‌ها یکسان نیست. برای مثال، در این مورد مؤلفه سالانه در بعضی سال‌ها ضعیف‌تر و در بعضی سال‌ها قوی‌تر است. برای نمونه در شکل ۳ برای

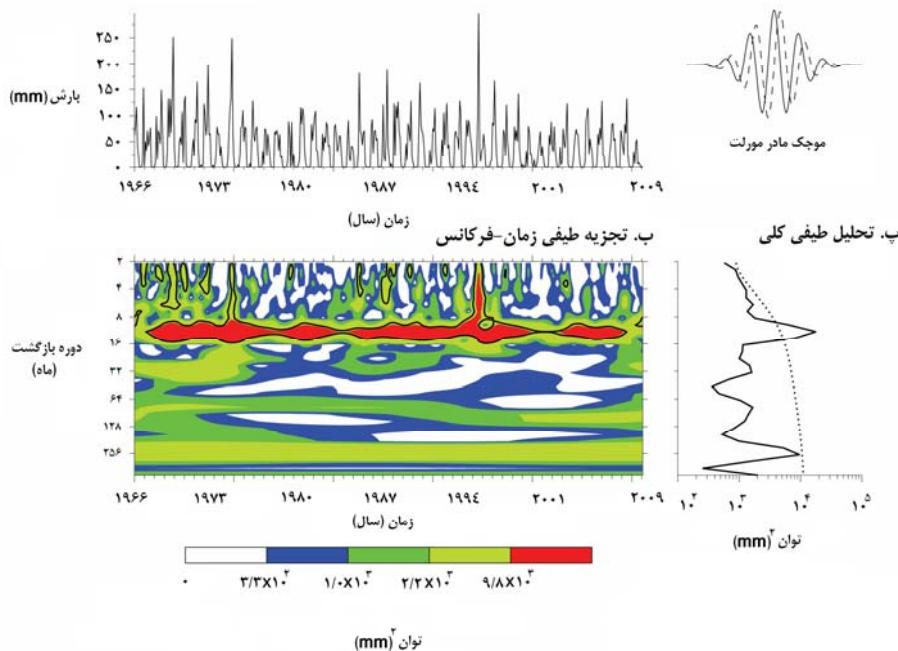
می‌شود که مولفه سالانه دارای سطح اطمینان بالای ۹۰ درصد، اما، مولفه ۱۹۲ ماهه و مولفه ۹۶ ماهه دارای سطح اطمینان آماری کمتر از ۹۰ درصد است.

دوره بازگشتی تقریباً قوی و منظم دیگری به مرکزیت ۲۵۶ ماه، و دوره بازگشت نامنظم ۱۲۸-۶۴ ماه در شکل ۵ مشخص است که در بعضی سال‌ها قوی و در بعضی سال‌ها ضعیف می‌شود. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که طیف توان کلی مولفه سالانه دارای سطح اطمینان بالای ۹۰ درصد و مولفه درون‌سالی دارای سطح اطمینان آماری حدود ۹۰ درصد است. در شکل ۶ یک دوره بازگشت نامنظم به مرکزیت ۳۲ ماه، تقریباً معادل با یک چرخه ۲/۵ مشخص است. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که مولفه سالانه دارای سطح اطمینان بالای ۹۰ درصد است.

یک دوره بازگشت تقریباً قوی و منظم به مرکزیت ۲۵۶ ماه، که تقریباً معادل با یک چرخه ۲۱ ساله است و یک دوره بازگشت ضعیف‌تر بین ۶۴ تا ۱۲۸ ماه نیز در شکل ۶ دیده می‌شود. با بررسی طیف توان کلی در این شکل مشاهده می‌شود که مولفه سالانه دارای سطح اطمینان بالای ۹۰ درصد و مولفه ۲۵۶ ماهه دارای سطح اطمینان حدود ۹۰ درصد می‌باشد، اما مولفه ۶۴-۱۲۸ ماهه دارای سطح اطمینان آماری بالای نیست.

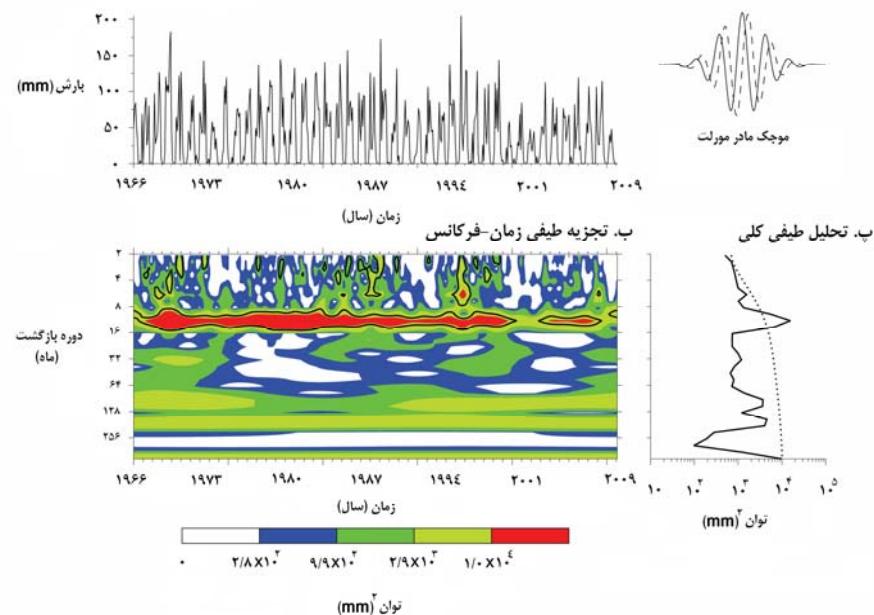
یک دوره بازگشت تقریباً قوی و منظم بین ۱۲۸ تا ۲۵۶ به مرکزیت ۱۹۲ ماه که تقریباً معادل با یک چرخه ۱۶ ساله است و دوره بازگشت دیگر بین ۶۴ تا ۱۲۸ ماه با مرکزیت ۹۶ ماه یا به عبارتی ۸ سال در شکل ۴ مشخص است. در این شکل در بخش طیف توان کلی مشاهده

الف. بارش ماهانه کرمانشاه



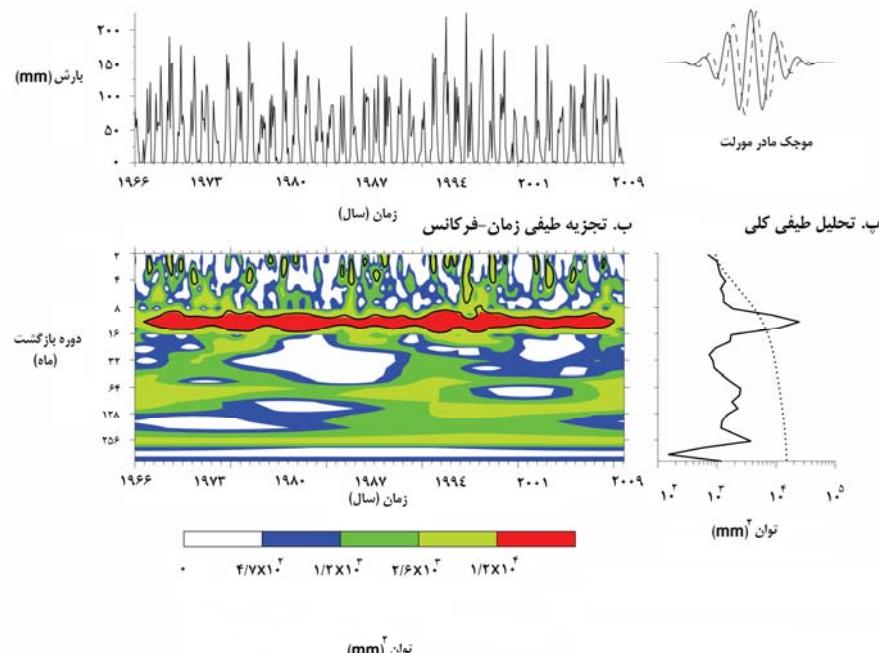
شکل ۳. سری زمانی بارش ماهانه کرمانشاه طی دوره آماری ۱۹۶۶-۲۰۰۹، طیف توان موجک و طیف توان کلی آن (خط مشگی تیره)، سطوح پربندی در طیف توان موجک طوری انتخاب شده‌اند که به ترتیب ۷۵٪، ۵۰٪ و ۲۵٪ توان موجک بالای آن سطوح است. خط مشگی تیره سطح اطمینان ۹۰٪ با استفاده از نویه پس زمینه سرخ است.

الف. بارش ماهانه سنتنچ

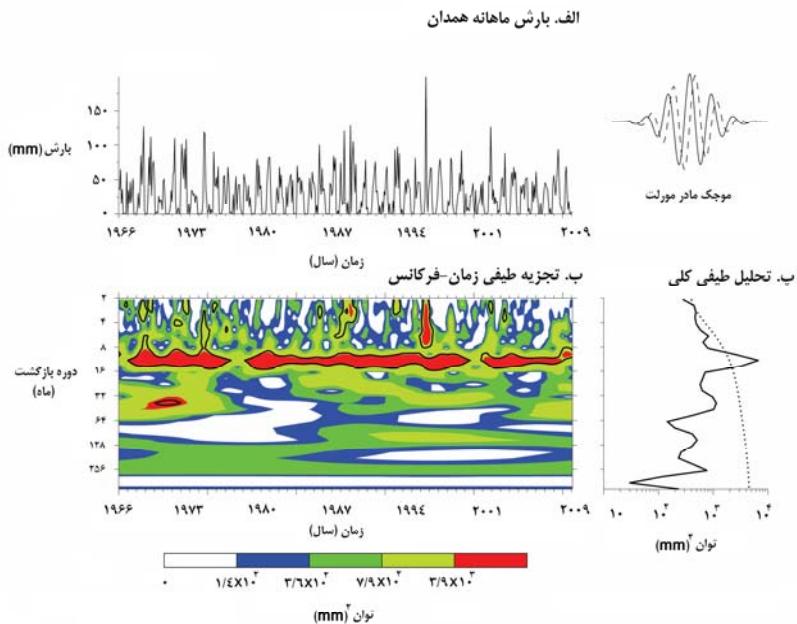


شکل ۴. سری زمانی بارش ماهانه سنتنچ طی دوره آماری ۱۹۶۶-۲۰۰۹ به همراه طیف توان موجک و طیف توان کلی آن.

الف. بارش ماهانه خرم‌آباد



شکل ۵. سری زمانی بارش ماهانه خرم‌آباد طی دوره آماری (۱۹۶۶-۲۰۰۹) به همراه طیف توان موجک و طیف توان کلی آن.



شکل ۶. سری زمانی بارش ماهانه همدان طی دوره آماری ۱۹۶۶-۲۰۰۹ به همراه طیف توان موجک و طیف توان کلی آن.

هر چهار ایستگاه به هم‌دیگر نزدیک باشد. برای مثال نوسان ۴ ماهه در تحلیل طیف توان هر چهار ایستگاه مشاهده می‌شود ولی شدت این نوسان برای ایستگاه کرمانشاه زیادتر است. نوسان قابل توجهی نیز با دوره بازگشت ۶ ماه مخصوصاً برای همدان و سندج در این شکل دیده می‌شود. روند خطی نرمال شده تغییرات نوسانات در این نوارهای بسامدی ۸-۲، ۱۶-۸ و ۳۲-۱۶ ماه در شکل ۹ نشان داده شده است که برای هر چهار ایستگاه، روند کاهشی است. مقدار این کاهش برای نوار ایستگاه، (شکل ۹-الف) برای کرمانشاه و خرمآباد بیشتر و یکسان است، به طوری که بر هم منطبق شده‌اند.

نوسان سالانه (۱۶-۸ ماهه) که اهمیت قابل توجهی دارد در شکل ۷-ب نشان داده شده است. رفتار نوسان برای هر چهار ایستگاه بر هم منطبق است و دامنه‌ها رفتار تقریباً مشابهی دارند. بررسی طیف توان موجک نیز این مطلب را تایید می‌کند. روند خطی تغییرپذیری نوسانات

۲-۳ جداسازی نوارهای بسامدی خاص

پس از درک رفتار کیفی سری‌های زمانی بارش، در این بخش جداسازی نوارهای بسامدی خاص با استفاده از تبدیل موجک معکوس با انتخاب پارامتر مقیاس برای جداسازی هر نوار بسامدی به ازای همه پارامترهای انتقال در سری زمانی، صورت گرفته است. با این روش می‌توان تغییرپذیری بارش در مقیاس‌های زمانی متفاوت را بررسی کرد. شش نوار بسامدی برای جداسازی انتخاب شد و برای هر کدام سری زمانی معادل و روند خطی تغییرات رفتار آن محاسبه شد. نتایج در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است. شکل ۷ نوار بسامدی ۸-۲ ماه، ۱۶-۸ ماه و ۳۲-۱۶ ماه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۷-الف مشاهده می‌شود رفتار نوسانات فصلی در سری‌های زمانی چهار ایستگاه در نظر گرفته شده در این بررسی، دارای بی‌نظمی زیادی بهویژه در دامنه نوسانات است، اگرچه ممکن است دوره‌های بازگشت این نوسانات برای

داده شده است. بیشترین تاثیرپذیری با توجه به دامنه نوسانات و منحنی طیف توان برای سنتدج و کرمانشاه مشاهده می‌شود و رفتار این نوار برای سنتدج کاملاً سینوسی و بسیار قابل توجه است. برای کرمانشاه نیز رفتار تقریباً منظم است ولی برای همدان و خرمآباد رفتار منظمی در طول دوره آماری مشاهده نمی‌شود. روند نوسانات برای کرمانشاه در طول دوره آماری کاوش بیشتری داشته است (شکل ۱۰-ج).

خلاصه نتایج به دست آمده از به کارگیری تحلیل موجک در بررسی رفتار بارش در ایستگاه‌های مورد بررسی در جدول ۱ نشان داده شده است. در مقایسه ایستگاه‌ها با هم، همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، در همه ایستگاه‌ها یک دوره بازگشت سالانه با ضریب اطمینان بالاتر از ۹۰ درصد وجود دارد، که به‌غیر از ایستگاه خرمآباد که این مولفه تضعیف نشده است، در دیگر ایستگاه‌ها در بعضی سال‌ها تضعیف و در بعضی سال‌ها تقویت شده که به‌ترتیب نشان‌دهنده وقوع خشکسالی و تراسالی است. در ایستگاه همدان دوره‌های بازگشت خشکسالی بیشتر و دوره‌های تراسالی ضعیف‌تر و با توان کمتری وجود دارد. در همه ایستگاه‌ها مولفه درون‌سالی با سطح اطمینان آماری حدود ۹۰ درصد همراه با دوره بازگشت سالانه تضعیف یا تقویت می‌شود. همچنین، ایستگاه‌های پیش‌گفته دارای یک دوره بازگشت طولانی مشابه در نوار ۱۲۸-۲۵۶ ماهه با سطح اطمینان آماری متفاوت هستند. به‌طور کلی در هر چهار ایستگاه، شباهت‌های زیادی از نظر وقوع دوره‌های بازگشت در بعضی نوارهای بسامدی وجود دارد. منظم یا نامنظم بودن دوره‌های بازگشت ماهانه و سالانه می‌تواند به ما در پیش‌بینی و مدل‌سازی رفتار متغیرهای جویی کمک کند.

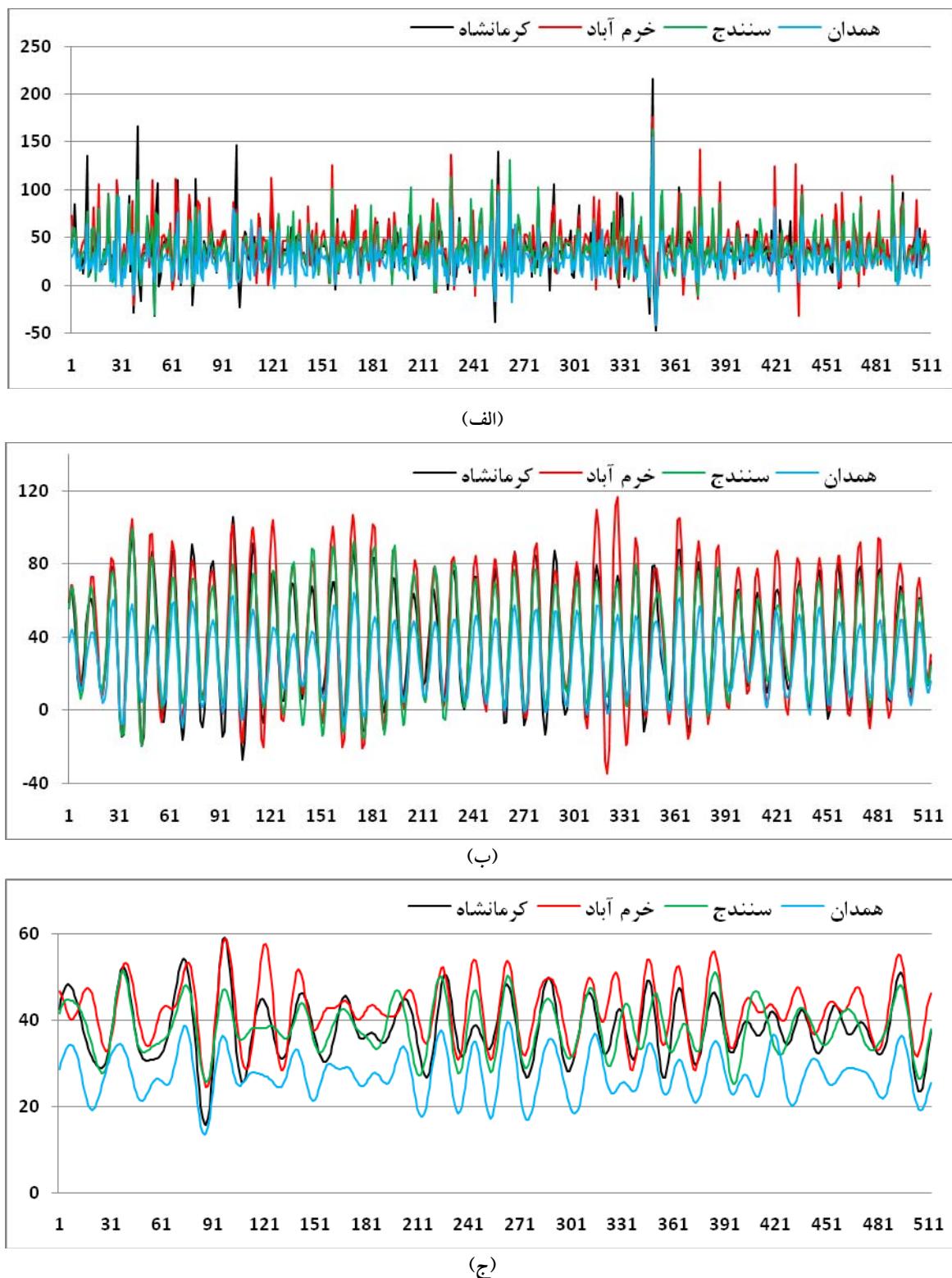
در این نوار بسامدی نیز کاوشی است و رفتار مشابهی دارند (شکل ۹-ب).

نوسانات ۳۲-۱۶ ماهه در شکل ۷-ج نشان داده شده است. اختلاف و بی‌نظمی در این نوار بسامدی بیشتر است و نوسانات، هم از لحاظ دامنه و هم فاز برای هر چهار ایستگاه در بعضی از زمان‌ها کاملاً متفاوت هستند. رفتار نوسانی برای هریک از ایستگاه‌ها به‌طور جداگانه نیز الگوی منظمی ندارد. روند خطی تغییرپذیری برای ایستگاه کرمانشاه در این نوار بسامدی شبکه کاوشی بیشتری دارد (شکل ۹-ج).

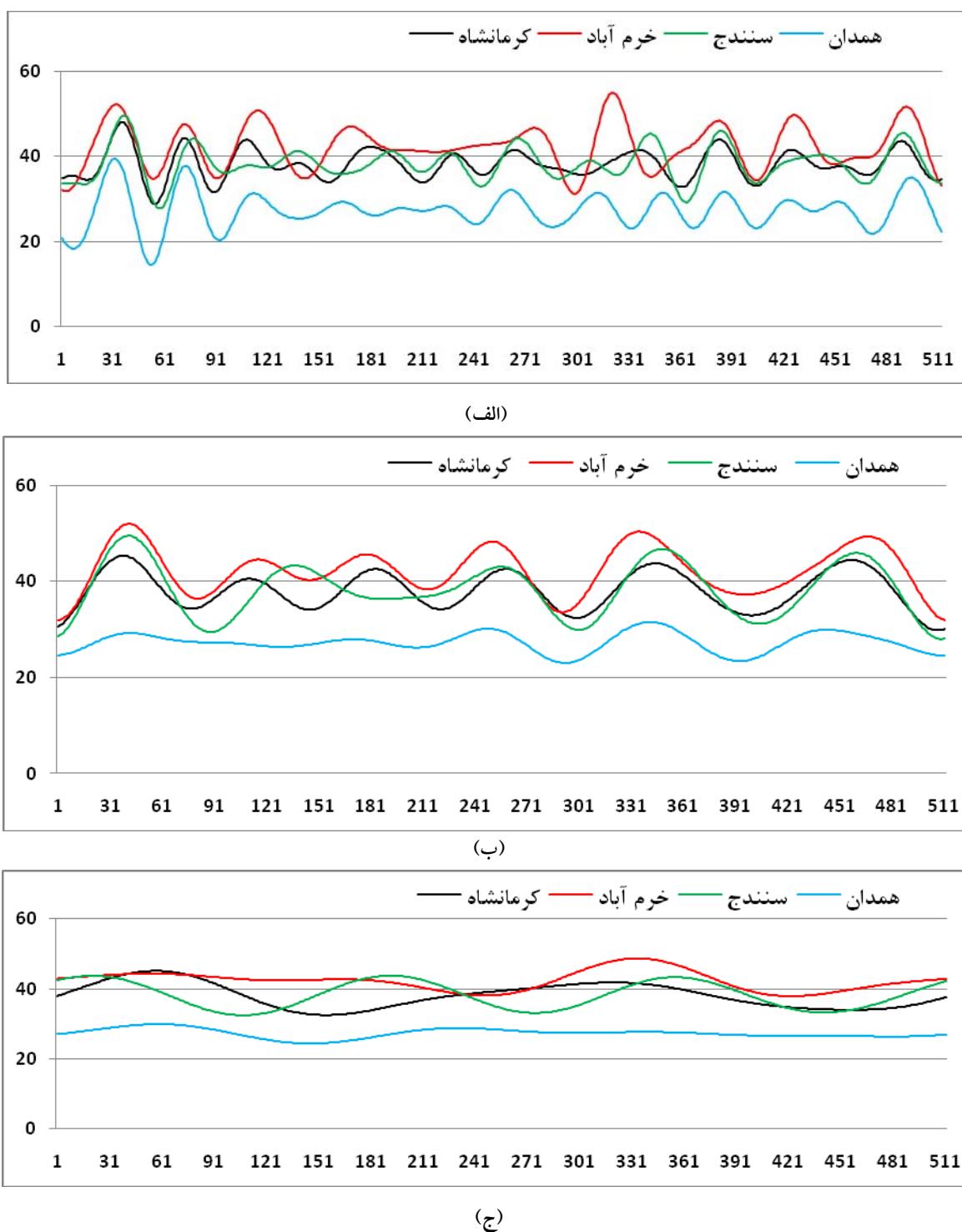
نوسانات با دوره بازگشت طولانی موثر بر رفتار بارش در نوارهای بسامدی ۶۴-۳۲ ماه، ۱۲۸-۶۴ ماه و ۲۵۶-۱۲۸ ماه در شکل ۸ نشان داده شده است. در شکل ۸-الف تاثیر نوار بسامدی ۶۴-۳۲ ماهه بر رفتار بارش مشاهده می‌شود. نوسانات در این نوار بسامدی بسیار نامنظم هستند و تاثیر این نوسانات بر تغییرپذیری بارش برای همدان نسبتاً قابل توجه است. روند تغییرپذیری در این نوار برخلاف نوارهای دیگر نسبتاً افزایشی است، به این معنا که شدت نوسانات در این نوار به‌طور کلی، به‌خصوص برای همدان افزایش دارد (شکل ۱۰-الف).

نوار بسامدی ۱۲۸-۶۴ در شکل ۸-ب نشان داده شده است. رفتار بارش در این نوار بسامدی، به‌خصوص در دهه‌های اخیر تا حدودی منظم تر شده و زمان بیشینه و کمینه شدن پیک‌های بسامدی تقریباً بر هم منطبق است. درصد تاثیرپذیری از نوسانات در این نوار برای بارش ایستگاه سنتدج بیشتر است. روند خطی تغییرپذیری کاوشی در طول دوره آماری مورد بررسی برای این نوار بسامدی به دست آمد (شکل ۱۰-ب).

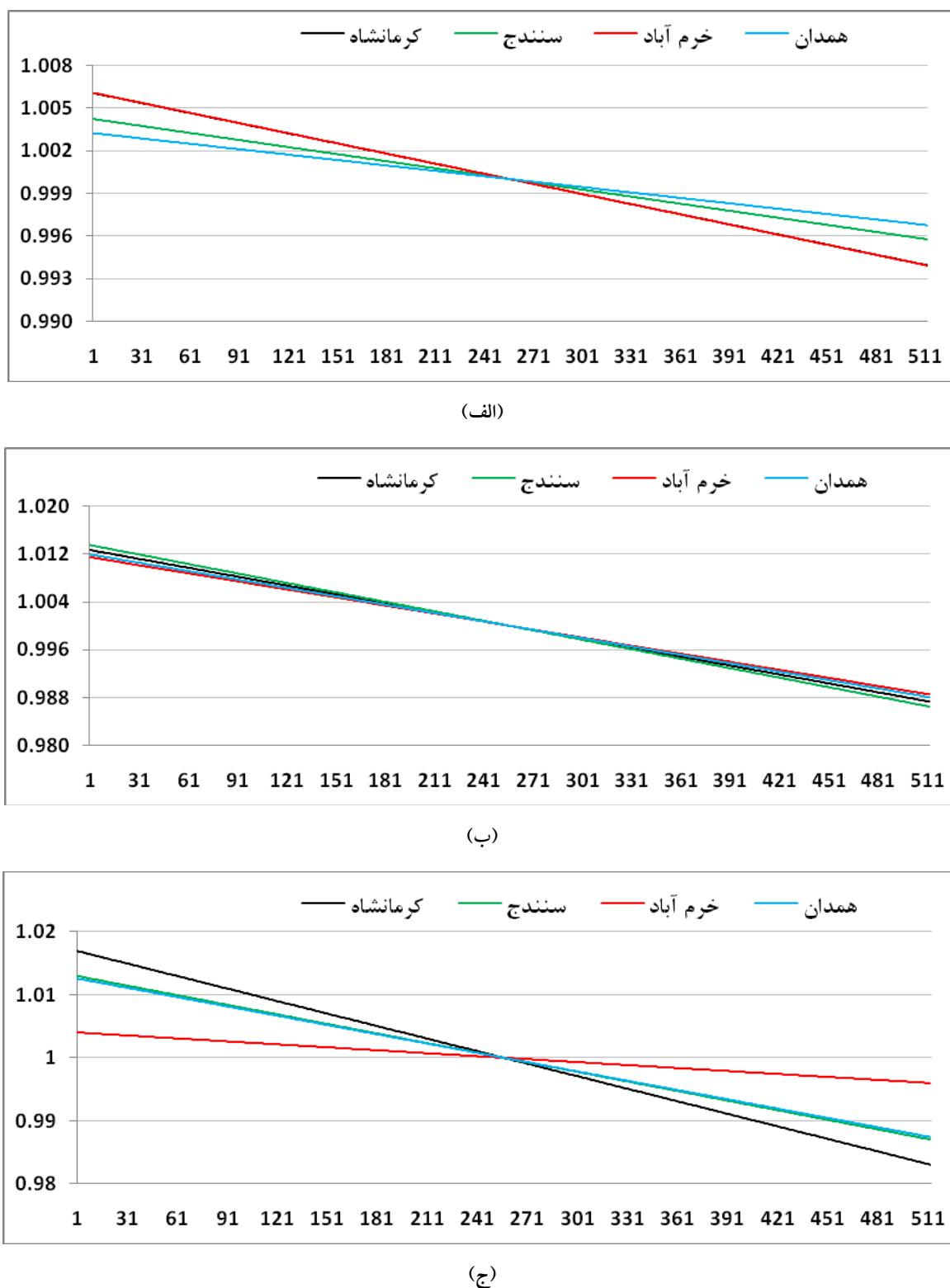
طولانی‌ترین دوره بازگشت مورد بررسی در این تحقیق، نوار بسامدی ۲۵۶-۱۲۸ ماهه در شکل ۸-ج نشان



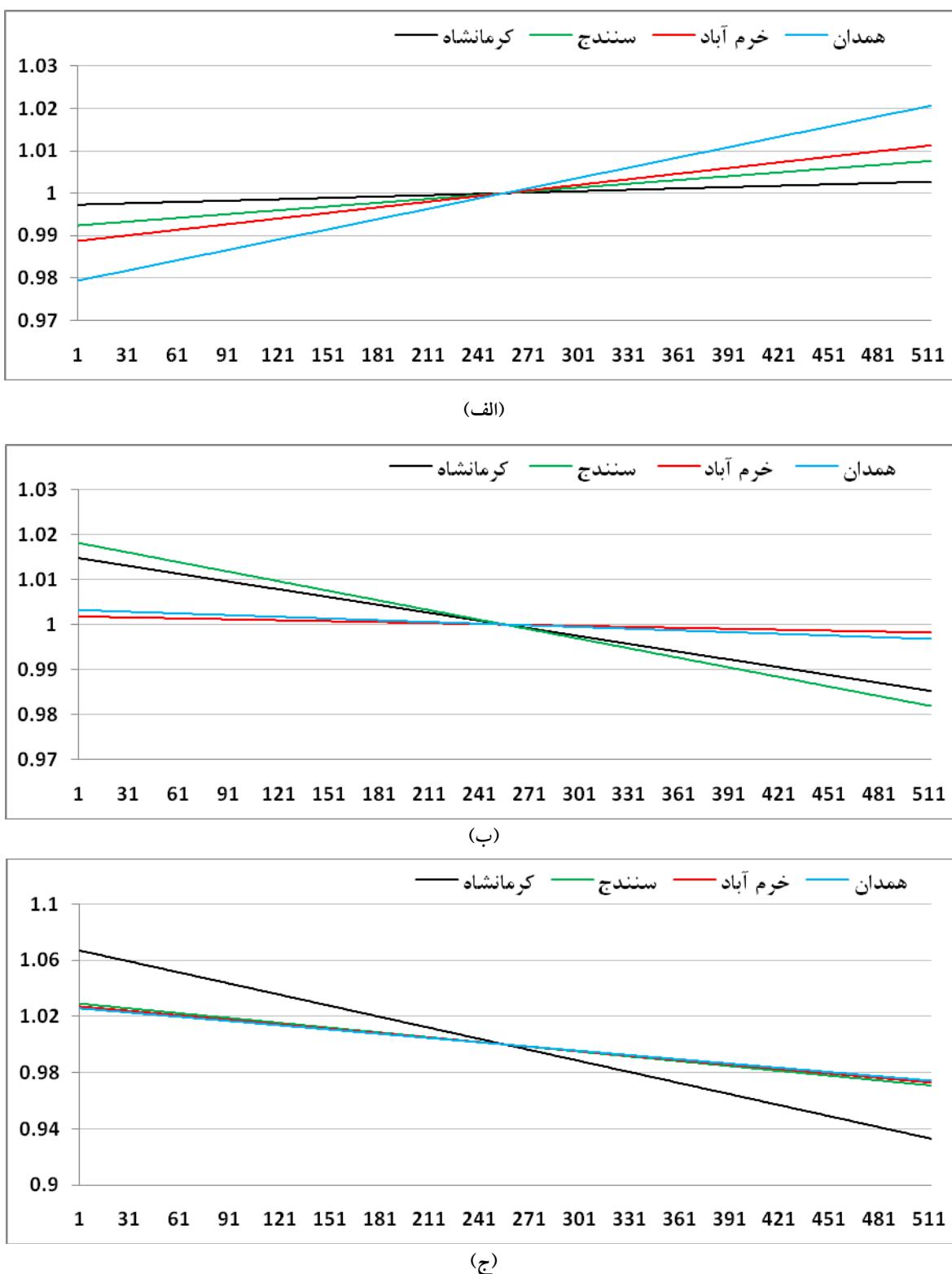
شکل ۷. (الف) نوسانات مرتبط با نوار بسامدی ۸-۲ ماهه (نوسان فصلی) سری های زمانی بارش در ایستگاه های تحت بررسی طی دوره آماری ۱۹۶۶-۱۹۶۹، (ب) نوسانات نوار بسامدی ۸-۱۶ ماهه (نوسان سالیانه) و (ج) نوسان نوار بسامدی ۳۲-۱۶ ماه.



شکل ۸ (الف) نوسانات مرتبط با نوار بسامدی ۳۲-۶۴ ماهه سری های زمانی بارش در ایستگاه های تحت بررسی طی دوره آماری ۱۹۶۶-۲۰۰۹ (۵۱۲ ماه)،
 (ب) نوسانات نوار بسامدی ۱۲۸-۶۴ ماهه و (ج) نوسان نوار بسامدی ۱۲۸-۱۲۸ ماه.



شکل ۹. (الف) روند تغییرپذیری نرمال شده در نوار بسامدی ۸-۲ ماهه سری های زمانی بارش در ایستگاه های تحت بررسی طی دوره آماری ۱۹۶۶-۱۹۰۹، (ب) مشابه قسمت الف ولی برای نوار بسامدی ۸-۱۶ ماهه و (ج) مشابه قسمت الف ولی برای نوار بسامدی ۱۶-۳۲ ماهه.



شکل ۱۰. (الف) روند تغییرپذیری نرمال شده در نوار بسامدی ۶۴-۳۲ ماهه سری های زمانی بارش در ایستگاه های تحت بررسی طی دوره آماری ۱۹۶۶-۱۹۰۹، (ب) مشابه قسمت الف ولی برای نوار بسامدی ۱۲۸-۶۴ ماهه و (ج) مشابه قسمت الف ولی برای نوار بسامدی ۱۲۸-۲۵۶ ماهه.

جدول ۱. مقایسه شباهت‌ها و تفاوت‌های ایستگاه‌های منتخب غرب کشور در ارتباط با دوره‌های بازگشت ماهانه.

همدان	خرم آباد	سنندج	کرمانشاه	دوره تکرار ماهانه
سطح اطمینان آماری ۹۰ درصد و نامنظم	سطح اطمینان آماری ۹۰ درصد و نامنظم	سطح اطمینان آماری ۹۰ درصد و نامنظم	سطح اطمینان آماری ۹۰ درصد و نامنظم	۲-۸
سطح اطمینان آماری بالای ۹۰ درصد و نسبتاً منظم	سطح اطمینان آماری بالای ۹۰ درصد و نسبتاً منظم	سطح اطمینان آماری بالای ۹۰ درصد و نسبتاً منظم	سطح اطمینان آماری بالای ۹۰ درصد و نسبتاً منظم	۸-۱۶
ضعیف و نامنظم	ضعیف و نامنظم	ضعیف و نامنظم	ضعیف و نامنظم	۱۶-۳۲
سطح اطمینان پایین و نامنظم	ضعیف و نامنظم	ضعیف و نامنظم	ضعیف و نامنظم	۳۲-۶۴
ضعیف و نامنظم	ضعیف و نامنظم	سطح اطمینان آماری پایین و تقریباً منظم	ضعیف و تقریباً منظم	۶۴-۱۲۸
ضعیف و تقریباً منظم	ضعیف و تقریباً منظم	سطح اطمینان آماری کمتر از ۹۰ درصد و منظم	سطح اطمینان آماری کمتر از ۹۰ درصد و منظم	۱۲۸-۲۵۶

شمالی و دوره بازگشت لک‌های خورشیدی و مانند آن را می‌توان بررسی کرد. نقشه مقیاس‌نما کمک زیادی در یافتن ارتباط بین دوره‌های بارش و این پدیده‌ها و مدل‌سازی بارش یک منطقه خواهد کرد.

منابع

- ایران‌نژاد، پ.، کتیرایی بروجردی، پ. س.، و حجام، س.، ۱۳۸۸، توزیع مکانی روند بارش سالانه در ایران در دوره ۱۹۶۰-۲۰۰۱: مجله فیزیک زمین و فضا، ۳۵، ۷۹-۹۴
- تقوی، ف.، نیستانی، ا.، خاتبان، م.، و ناصری، م.، ۱۳۸۹، تحلیلی طیفی سری‌های زمانی داده‌های اقلیمی و اعمال تکنیک‌های فیلتر کردن دیجیتال جهت پردازش آنها: چهارمین کنفرانس منطقه‌ای تغییر اقلیم.
- تقوی، ف.، و محمدی، ح.، ۱۳۸۵، بررسی دوره بازگشت رویدادهای اقلیمی حدی به‌منظور شناخت پیامدهای زیست محیطی: محیط‌شناسی، ۴۳، ۱۱-۲۰.

۴ نتیجه‌گیری

تحلیل موجک ابزار مناسبی برای بررسی رفتار داده‌های اقلیمی است که در این پژوهش برای داده‌های بارش چهار ایستگاه غرب کشور از آن استفاده شده است و نتایج تغییرپذیری بارش در غرب کشور را به خوبی نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۱ و شکل‌های ۱، ۴، ۳، ۵ و ۶، مولفه سالانه در همه ایستگاه‌ها قوی و معنادار بوده که این ناشی از گردش کلی جو است. علاوه بر این، طیف زمان-بسامد همه سری‌ها، تغییرات چندساله نسبتاً قوی را در دوره آماری موردنظر نشان داد. بنابراین، بسامدهای غالب سری‌های زمانی بارش محدود به نوار بسامدی خاصی نبودند، اما قسمت قابل توجه آنها در نوار بسامدی سالانه توزیع شده است. با یافتن بسامدهای غالب تغییرپذیری بارش مدل‌سازی رفتار بارش در منطقه موردنظر ساده‌تر خواهد شد. برای دوره‌های بازگشت بزرگ‌تر از یک سال برای بارش ایستگاه‌های پیش‌گفته، تاثیر پدیده‌های بزرگ‌مقیاس و میان‌مقیاس همچون النینو، نوسانات اطلس

- decompositions: Mon. Wea. Rev., **121**, 2867-2878.
- Garcia, J. A., and Serrano, A., and De La Cruz Gallegos, M., 2002, A Spectral analysis of Iberian peninsula monthly rainfall: Theoretical and Applied Climatology, **80**, 67-77.
- Gouppillaud, P., Grossman, A., and Morlet, J., 1984, Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis: Geoexploration, **23**:85-102.
- Hancock, D. J., and Yarger, D. N., 1978, Cross-spectral analysis of sunspots and monthly mean temperature and precipitation for the contiguous United States: Journal of Atmospheric Science, **36**, 746-753.
- Holschneider, M., 1995, Wavelets, analysis tool: Oxford Univiversity Press, New York.
- Kestin, T. S., Karoly, D. J., and Yano, J., 1998, Time-Frequency variability of ENSO and stochastic simulations: Journal of Climate, **11**, 2258-2272.
- Kim, S., 2004, Wavelet analysis of precipitation variability in Northern California, USA: KSCE Journal of Civil Engineering, **8**, 471-477.
- Lau, K. M., and Weng, H. Y., 1995, Climate signal detection using wavelet transform, How to make a time series sing: Bull. Amer. Meteor. Soc., **76**, 2391-2402.
- Livada, I., Charambous, G., and Assimakopoulos, M. N., 2008, Spatial and temporal study of precipitation charactristics over Greece: Theoretical and Applied Climatology, **93**, 45-55.
- Santos, C., Calvao, C., Suzuki, K., and Trigo, R., 2001, Matsuyama city rainfall data Analysis using wavelet transform: Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE, **45**, 211-216.
- Torrence, C. H., and Compo, G. P., 1998, A practical guide to wavelet analysis: Bull Am Meteor Soc., **79**, 61-78.
- Toshie Kayano, M., and Sansigolo, C., 2009, Interannual to decadal variations of precipitation and daily maximum and daily minimum temperatures in southern Brazil: Theor Appl Climatol, **97**, 81-90.
- Tosic, I., and Unkasevic, M., 2005, Analysis of precipitation series for Belgrade: Theoretical and Applied Climatology, **80**, 67-77.
- Williams, J., 1977, Spectral analysis of seasonal precipitation data from North America and Europe: Monthly Weather Review, **106**, 898-900.
- خلیلی، ع.، و بذرافشان، ج.، ۱۳۸۷، ارزیابی مخاطره خشکسالی با استفاده از داده‌های بارندگی سالانه فرن گذشته در ایستگاه‌های قدیمی ایران، مجله ژئوفیزیک ایران، **۲**، ۲۲-۱۳.
- روشندل کاهو، ا.، و سلاجقه، ف.، ۱۳۸۸، تشخیص منبع‌های گرانی با استفاده از تبدیل موجک پیوسته، مجله فیزیک زمین و فضا، **۳۵**، ۱۵-۱.
- روشندل کاهو، ا.، و سیاه‌کوهی، ح. ر.، ۱۳۸۸، تعیین فاکتور کیفیت با استفاده از تبدیل‌های زمان-مقیاس و زمان-بسامد، مجله ژئوفیزیک ایران، **۳**، ۳۲-۱۹.
- روزبهانی، ع.، زهرایی، ب.، و تقوی، ف.، ۱۳۸۹، خوشبندی اطلاعات هواشناسی با هدف پیش‌بینی دوره‌های کمبارش حوضه‌های آبریز سدهای تهران، چهاردهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، تهران.
- نیستانی، ا.، و تقوی، ف.، ۱۳۸۹، بررسی تغییرپذیری بارش با استفاده از آنالیز طیفی و موجک، چهاردهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، تهران.
- Addison, P. S., 2002, The illustrated wavelet transform handbook: IOP Publishing Ltd., 351pp.
- Brilinger, D. R., 1993, The digital rainbow, some history and applications of numerical spectrum analysis: Canadian Journal of Statistics, **21**(1), 1-19.
- Chao Kuo, .C. T., Gan, and Yu, P., 2010, Wavelet analysis on the variability, teleconnectivity, and predictability of the seasonal rainfall of Taiwan: Mon. Wea. Rev., **138**, 162-175.
- Datsenko, N. M., Shabalova, M. V., and Sonechkin, D. M., 2001, Seasonality of multidecadal and centennial variability in European temperatures, The wavelet approach: J. Geophy. Res., **106**, 12449-12462.
- Emery, W. J., and Thomson, R. E., 2004, Data analysis method in physical oceanography: Elsevier, UK, 638pp.
- Gamage, N., and Blumen, W. 1993, Comparative analysis of low level cold fronts, Wavelet, Fourier, and empirical orthogonal function