

مقایسه فیلترهای گاوسی و وینر در حذف خطاهای داده‌های GRACE

محمدعلی شریفی^{۱*}، مهدی نجفی علمداری^۲ و الهه مختاری^۳

^۱گروه مهندسی نقشه برداری-پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، ایران

^۲دانشکده مهندسی ژئودزی و ژئوماتیک-دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

^۳دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی نقشه‌برداری-ژئودزی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۶/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۷/۶، دسترسی برخط: ۱۳۹۰/۱۲/۲۵)

چکیده

ماموریت ماهواره‌های دوقلوی جاذبی GRACE (Gravity Recover and Climate Experiment) از سال ۲۰۰۲، تغییرات زمانی میدان جاذبه زمین را در مقیاس جهانی زیر نظر گرفته است. GRACE سری زمانی مدل‌های جاذبی زمین را تا درجه و مرتبه ۱۲۰ تولید کرده است و از طریق بازیابی تغییرات میدان جاذبه زمین به هدف عمده علمی خود یعنی اطلاعات جزئی در مورد تغییرات کلی ذخیره آب‌ها در مقیاس جهانی دست می‌یابد.

فیلتر کردن یا نرم کردن داده‌های GRACE کاری ضروری در جهت کاهش سهم مولفه‌های طول موج کوتاه میدان جاذبه زمین و در نتیجه دستیابی به سیگنال‌های قابل اعتماد جاذبی متغیر در زمان است. خطای داده‌های GRACE به سرعت با افزایش درجه هماهنگ‌های کروی افزایش یافته است و به شکل نوارهایی خطی که از شمال به جنوب کشیده شده‌اند، در نقشه‌های تغییرات جرم نشان داده می‌شوند.

عملگرهای میانگین‌گیری به دو دسته عمده قطعی و اتفاقی تقسیم می‌شوند. فیلترهای موجود در دسته اول، به شعاع میانگین‌گیری وابسته‌اند و نیازی به اطلاعاتی در مورد ساختار سیگنال و نوفه موجود در داده ندارند. در مقابل، عملگرهای اتفاقی که به آنها فیلترهای بهینه نیز می‌گویند، از مجموعه اطلاعات اضافی (مانند ساختار سیگنال مطلوب، برآوردی از نوفه موجود در داده و مانند آن) استفاده می‌کنند تا اینکه بهترین تصمیم در مورد تفکیک سیگنال و نوفه صورت گیرد.

در این مقاله عملگر میانگین‌گیری گاوسی از نوع فیلترهای قطعی و فیلتر بهینه وینر (Wiener) از نوع فیلترهای اتفاقی استفاده شده است. ضرایب وزن فیلتر گاوسی با استفاده از رابطه بازگشتی جکلی محاسبه می‌شود. فیلتر وینر بر مبنای اعمال شرط کمینه مجموع مربعات اختلاف‌های میان سیگنال‌های ورودی انتخابی و سیگنال‌های خروجی فیلتر شده متناظر طراحی شده است. ایجاد شرط کمینه مجموع مربعات نیاز به اطلاعاتی در مورد توان طیفی سیگنال‌های هماهنگ جاذبی انتخابی و نوفه موجود در آنها دارد که از متوسط درجه طیفی داده‌های GRACE قابل استخراج هستند. دیده می‌شود که توان طیفی سیگنال‌های جاذبی تقریباً مطابق تابع $10^a / l^{-b}$ با افزایش درجه هماهنگ کروی l کاهش می‌یابند که در آن مقادیر $a = 0.4$ و $b = 1/3$ برای $l < 21$ و مقادیر $a = 0.5$ و $b = 1/5$ برای $l > 14$ ، با استفاده از سرشکنی کمترین مربعات از روی داده‌های GRACE برآورد شده‌اند. $10^a / l^{-b}$ را قانون دوم کائولا می‌نامند که به‌طور تجربی از بررسی تغییرات ضرایب هماهنگ کروی در طول زمان‌های مختلف به دست آمده است. توان طیفی نوفه‌ها در مقیاس لگاریتمی با افزایش درجه l به صورت خطی افزایش می‌یابد. نشان داده شده که فیلتر بهینه وینر، فیلتر پایین‌گذری است که به‌طور کلی به فیلتر گاوسی شبیه است. به‌ویژه اختلاف میان کرنل (هسته) های فیلتر وینر با مدل کردن سیگنال با $b = 1/3$ و $b = 1/5$ و گاوسی به شعاع ۴ درجه کوچک است.

همچنین، ضرایب وزن مربوط به این دو فیلتر روی ۵۵ ماه از داده‌های ماهیانه جاذبی GRACE اعمال شده و تغییرات کلی ذخیره آب در منطقه ایران برآورد شده است. نتایج حاصل با تغییرات کلی ذخیره آب به دست آمده از مدل هیدرولوژیکی GLDAS (Global Land Data Assimilation System) یعنی تغییرات پوشش برف به علاوه رطوبت خاک به همراه تغییرات سطح

آب‌های زیرزمینی حاصل از داده‌های چاه‌های پیژومتری در سطح ایران، مقایسه شده است. روشن شده است که فیلتر بهینه وینر در مقایسه با فیلتر گاوسی، نتایج را بهبود نداده است. البته همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، یکی از مزایای روش وینر نیاز نداشتن به تعریف شعاع میانگین‌گیری و تعیین تابع گذر فیلتر براساس اطلاعات حاصل از اندازه‌گیری است.

واژه‌های کلیدی: میدان جاذبه، GRACE، فیلترگیری، تغییرات کلی ذخیره آب

A comparison of Gaussian and Wiener filters to suppress GRACE data errors

Mohammad Ali Sharifi^{1*}, Mehdi Najafi Alamdari² and Elahe Mokhtari²

¹*Department of Surveying and Geometrics engineering, University College of Engineering University of Tehran, Iran*

²*Faculty of Geodesy and Geomatics engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran*

(Received: 30 August 2010, accepted: 28 September 2011, available online: 15 March 2012)

Summary

The Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) twin-satellite gravimetry mission has been monitoring time-varying changes of the Earth's gravitational field on a near-global scale since 2002. GRACE has been producing monthly time series of Earth gravity models up to a degree and order of 120. Its major scientific objective is to obtain detailed information on global water storage changes via the recovery of gravity changes.

Filtering or smoothing of GRACE data is necessary to reduce the contribution of noisy short wavelength components of the geopotential models and, as a consequence, to obtain reliable estimates of time-varying gravity signals. Errors of GRACE data increase rapidly with the spherical harmonic degree and manifest themselves in maps of surface mass variability as long, linear features, generally oriented in north to south stripes.

The averaging operators or filters implemented on the GRACE data can be divided into two main categories: deterministic or stochastic. Deterministic filters are based on properly choosing an optimal averaging radius which leads to an optimal tradeoff between noise reduction and spatial resolution. In contrast, stochastic operators, or the so-called optimal filters, rely on the principal that external knowledge of the problem (such as desired signal structure and solution error estimates) can be used to set up the filter.

This study uses Gaussian averaging and Wiener optimal filters as examples of deterministic and stochastic operators, respectively. The Gaussian filter weighting coefficients can be computed by Jekeli's recursion formula. Wiener optimal filtering is designed based on the minimum sum of squares of differences between the desired and corresponding filtered signals. It uses the power spectra information of the desired gravitational signal and the observation noise which is inferred from the averaged GRACE degree power spectrum. It was found that the power of signal decreases with increasing harmonic degree l with approximately $10^a / l^{-b}$, where $a=0.4$ and $b=1.3$ for $l < 21$ and $a=0.5$ and $b=1.5$ for $l < 14$ are estimated by a least squares adjustment of GRACE data. The degree power of the noise increases in the logarithmic scale, linearly with the increasing l . We show that the Wiener optimal filter is a low-pass filter; that is, in general, it functions similarly to a Gaussian filter.

Moreover, these two filter coefficients have been applied to 55 monthly GRACE gravity models for the estimation of the monthly anomalies of total water storage over Iran. The results were compared with the output of the Global Land Data Assimilation

System (GLDAS) hydrological model (snow cover plus soil moisture variations) and groundwater variations from borehole pizometer data for the estimation of monthly total water storage variations over Iran. It is shown that Wiener optimal filtering outcomes are nearly identical to those of Gaussian averaging. However, designing the optimal Wiener filter based on the observation is the main advantage of the Wiener filter over the Gaussian one.

Key words: Gravitational field, GRACE, filtering, total water storage variations

۱ مقدمه

وارد بر ماهواره، همچون کشش جو، فشار ناشی از تابش‌های خورشیدی و مانند آن را اندازه‌گیری کنند. بازتاب‌کننده لیزر نصب شده در هر دو ماهواره امکان واسنجی (کالیبراسیون) خارجی گیرنده‌های GPS را فراهم کرده است و علاوه بر آن، با ترکیب مشاهدات حاصل از فاصله‌یابی لیزری از زمین با مشاهدات GPS، تعیین دقیق‌تر مدار ماهواره را امکان پذیر می‌سازد (گارسیا، ۲۰۰۲).

GRACE برآوردی از میدان جاذبه زمین را به صورت منظم و ماهیانه به شکل مدل‌های ژئوپتانسیلی تا درجه و مرتبه ۱۲۰ از ضرایب هماهنگ‌گ کروری در مقیاس‌های چندصد کیلومتر در اختیار قرار می‌دهد. بنابراین، فرایندی را که موجب جابه‌جایی جرم در این مقیاس زمانی و مکانی می‌شود (مانند تغییرات مربوط به فشارهای جو، فشارهای کف اقیانوسی و میزان ذخیره آب‌های سطحی) را می‌توان با داده‌های GRACE، زیر نظر گرفت (وار، ۲۰۰۶). به عبارتی دیگر، GRACE میزان تغییرات کلی ذخیره آب یا TWS (Total Water Storage) را که مجموع رطوبت موجود در لایه ریشه‌ای خاک، آب موجود در پوشش برف و تغییرات سطح آب‌های زیرزمینی است، برآورد می‌کند. برین ترتیب می‌تواند در ارزیابی کردن و بهبود دادن مولفه‌های هیدرولوژیکی موردنیاز در مدل‌های آب‌وهواشناسی در مقیاس‌های جهانی و حتی منطقه‌ای، مورد استفاده قرار گیرد (دل‌آرام، ۲۰۰۷). تا کنون، مطالعات بسیاری در بررسی قابلیت GRACE در نشان دادن تغییرات کلی ذخیره آب صورت گرفته است. وار و مولینار (۱۹۹۸) تغییرات میدان جاذبه

طرح Gravity Recovery And Climate Experiment یا به اختصار GRACE، یکی از ماموریت‌های ماهواره‌ای است که به منظور تعیین میدان جاذبی زمین صورت گرفته است، با کار مشترک میان ناسا (National Aeronautics and Administration Space) و DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) عملی شده و در ۱۷ مارچ ۲۰۰۲ از ایستگاه پلستیک (Plesetsk) در روسیه به فضا پرتاب شده است. هدف اولیه از این ماموریت، در یک دوره زمانی پنج ساله، به دست آوردن مدل‌های جهانی از پارامترهای متوسط و متغیر در زمان (Mean and time variables components) میدان جاذبی زمین است؛ چنین مدل‌هایی می‌توانند ورودی موردنیاز برای مدل‌های علمی چون: اقیانوس‌شناسی، آب‌شناسی، یخ‌شناسی و پوسته جامد زمین را تأمین کنند (گارسیا، ۲۰۰۲). هر دو ماهواره GRACE در یک مدار قطبی با زاویه میل ۸۹ درجه و تقریباً کروری در ارتفاع ۳۰۰-۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین و به فاصله 220 ± 50 کیلومتر از یکدیگر در حال پرواز هستند (ابارت، ۲۰۰۵). تغییرات فاصله نسبی میان دو ماهواره با دقت یک میکرومتر بر ثانیه به صورت پیوسته با سامانه KBR (K-Band Ranging System) تعیین شده در ماهواره‌ها، اندازه‌گیری می‌شود. در ضمن، هر کدام از ماهواره‌ها دارای گیرنده GPS (Global Positioning System) هستند که امکان تعیین دقیق مدار را فراهم می‌سازند و همچنین، مجهز به یک شتاب‌سنج با دقت 10^{-10} متر بر مجذور ثانیه‌اند تا شتاب‌های غیر جاذبی

جغرافیایی از شمال به جنوب کشیده شده‌اند. این نوارها با توجه به ساختار قطبی این ماهواره که با زاویه میل ۸۹ درجه در حال گردش به دور زمین هستند، ایجاد می‌شوند (وار، ۲۰۰۶). به همین دلیل حجم زیادی از داده‌ها در مسیر پرواز شمالی-جنوبی ماهواره‌ها تولید، و به‌نوعی موجب ایجاد وابستگی‌های مکانی در این راستا می‌شود (اوانگه و همکاران، ۲۰۰۸). به‌ویژه خطاهای موجود در داده‌های GRACE، با افزایش درجه و مرتبه، به سرعت افزایش می‌یابند و استفاده مستقیم از آنها در مناطق کوچک‌تر و در کاربردهایی مثل زیر نظر گرفتن چرخه هیدرولوژیکی که به دقت بیشتری در برآورد کردن سیگنال‌های موردنظر نیاز دارد، منجر به تولید شدن نتایج غیرواقعی از تغییرات کلی سطح آب در منطقه مورد بررسی می‌شود. به همین دلیل، ضرورت استفاده از فیلترها با هدف کاهش سهم ضرایب با درجات بالاتر در محاسبات که خود موجب کاهش خطاهای مدل و رسیدن به نتایج دقیق‌تر می‌شود، از سوی جکلی (۱۹۸۱) مطرح شد.

در این مقاله نخست، ضرورت استفاده از فیلترها روی مدل‌های ماهیانه جاذبی GRACE، بیان، و سپس چگونگی به‌دست آوردن وزن‌های فیلتر گاوسی و چگونگی طراحی فیلتر بهینه وینر و به‌دست آوردن درجه هماهنگی (هارمونیک) طیفی جداکننده سیگنال از نوفه موردنیاز در این فیلترگیری از روی داده‌های GRACE، توضیح داده می‌شود. در ادامه توضیح کوتاهی نیز در مورد کمیت و کیفیت داده‌های چاه‌های پیزومتری بیان خواهد شد. سرانجام ضرایب وزن این دو فیلتر، روی ماه پنجم از سال ۱۳۸۷ اعمال و چگونگی کاهش یافتن نوارها بررسی می‌شود. سپس، متوسط تغییرات کلی سطح آب از سال ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۷ در منطقه ایران حساب می‌شود. همچنین، برای ارزیابی قابلیت GRACE در نشان دادن تغییرات ذخیره آب در ایران، مشاهدات حاصل از ترکیب مدل

زمین را با استفاده از خروجی مدل‌هایی چون هیدرولوژی، اقیانوس‌نگاری و جوئی برآورد کرده و با استفاده از مشاهدات شبیه‌سازی شده نشان دادند که GRACE می‌تواند میزان تغییرات ضخامت لایه آب (Water thickness) را با دقتی حدود ۲ میلی‌متر و تغییرات فشارهای کف اقیانوسی را با دقتی بهتر از ۰/۱ میلی‌بار فراهم کند. اشمیت و همکاران (۲۰۰۶)، داده‌های ماهیانه جاذبی GRACE را در برآورد کردن میزان تغییرات کلی سطح آب در مقیاس قاره‌ای بررسی کرده‌اند. بعد از آن تپلی و همکاران (۲۰۰۴) پس از بررسی داده‌های ماهیانه GRACE، نتایج اولیه از قابلیت این ماهواره‌ها در حس کردن سیگنال‌های هیدرولوژیکی را عرضه کردند که در آن به‌دست آوردن تغییرات کلی ذخیره آب با استفاده از این داده‌های ماهیانه تا درجه و مرتبه ۷۰، با دقتی در حد ۲ سانتی‌متر را نشان می‌دهد. همچنین، تحقیقات وار و همکاران (۲۰۰۴) دقتی در حد ۱/۵ سانتی‌متر را برای تغییرات ماهیانه ضخامت لایه آب روی خشکی‌ها و اقیانوس‌ها، بیان می‌کند. در همین راستا سونسن و همکاران (۲۰۰۶) مقایسه‌ای میان میزان تغییرات کلی ذخیره آب حاصل از داده‌های GRACE با مشاهدات زمینی، در منطقه‌ای به مساحت ۲۸۰ هزار کیلومترمربع به انجام رسانده‌اند. همچنین، ایکساگونگ و همکاران (۲۰۰۶) با داده‌های GRACE به بررسی تغییرات فصلی ذخیره آب در رودخانه یانگتز (Yangtze) در چین پرداخته‌اند. از دیگر تحقیقات می‌توان به اوانگه و همکاران (۲۰۰۸) و (۲۰۰۹) اشاره کرد که کاربرد GRACE را در بررسی میزان تغییرات کلی سطح آب و خطر بروز خشکسالی را در منطقه استرالیا بررسی کرده‌اند.

علاوه بر خطاهای سامانمند و تصادفی موجود در مدل‌های ماهیانه جاذبی GRACE، یکی از بزرگ‌ترین مشکلات موجود در مدل‌های ماهیانه جاذبی GRACE، وجود نوارهایی (Strips) است که روی نقشه‌های

(اوانگه و همکاران، ۲۰۰۸). به همین دلیل، ضرورت استفاده از فیلترها با هدف کاهش سهم ضرایب با درجات بالاتر در محاسبات که خود موجب کاهش خطاهای مدل و رسیدن به نتایج دقیق‌تر می‌شود، از سوی جکلی (۱۹۸۱) مطرح شد. استفاده از فیلترها، متناظر با اضافه کردن ضرایب وزنی وابسته به درجه h_l ، در فضای بسامد است. برای نمونه، تغییرات کلی سطح آب نرم شده $\Delta\sigma$ با اضافه کردن ضرایب وزن h_l ، به صورت زیر نوشته می‌شود (وار، ۲۰۰۶):

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = \frac{R\rho_{ave}}{3} \sum_{l,m} \frac{2l+1}{1+k_l} h_l \bar{P}_{lm}(\cos\theta) (\Delta C_{lm} \cos m\lambda + \Delta S_{lm} \sin m\lambda) \quad (1)$$

که در آن، (λ, θ) به ترتیب متمم عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی نقطه محاسبه، R شعاع کره زمین برحسب متر، ρ_{ave} متوسط چگالی زمین برابر با ۵۵۱۷ برحسب کیلوگرم بر متر مکعب، k_l اعداد لاو از درجه l (وار و مولینار، ۱۹۹۸)، \bar{P}_{lm} توابع وابسته لژاندر نرمال شده از درجه l و مرتبه m و ΔC_{lm} ، ΔS_{lm} ضرایب استوکس باقی‌مانده در این مقاله از کم کردن مدل‌های ماهیانه جاذبی از متوسط GRACE (میدان مرجع GRACE) که از متوسط‌گیری از ۹۱ ماه از مدل‌های جاذبی (۴۷ ماه از داده‌های موجود در پوشه CSR (Center for Space Research) و ۴۴ ماه از داده‌های موجود در پوشه GFZ (GeoForschungsZentrum)) در بازه زمانی ۲۰۰۲ تا ۲۰۰۶ تولید شده است.

چنانچه از ضرایب وزن فیلتر h_l در رابطه (۱) استفاده نشود و از ضرایب هماهنگ‌کروی حاصل از GRACE به طور مستقیم در به دست آوردن تغییرات کلی ذخیره آب در منطقه ایران استفاده شود، نتایج حاصل در شکل ۱، نقشه‌هایی با حضور نوارهای شمالی-جنوبی است که تغییرات کلی ذخیره آب را میان ۸۰۰۰ - تا ۸۰۰۰

جهانی هیدرولوژی GLDAS یعنی تغییرات پوشش برف به‌علاوه رطوبت خاک به همراه تغییرات سطح آب‌های زیرزمینی حاصل از داده‌های چاه‌های پیژومتری در سطح ایران و در همان بازه زمانی، با نتایج برآمده از GRACE مقایسه خواهد شد.

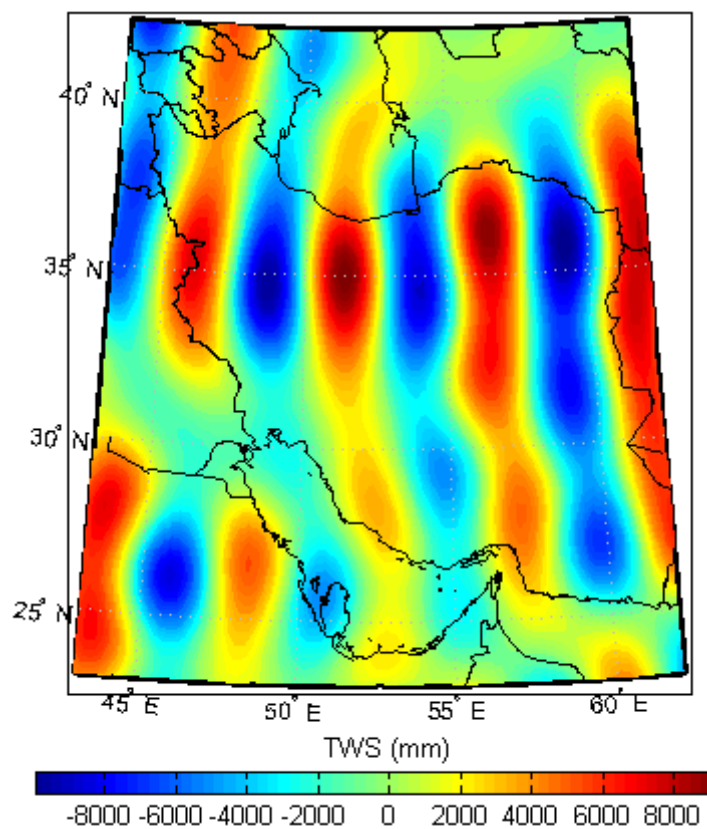
۲ ضرورت استفاده از فیلترها روی مدل‌های ماهیانه جاذبی GRACE

همواره استفاده از مدل‌های ماهیانه جاذبی GRACE با محدودیت‌هایی همراه است که از آن جمله می‌توان به خطاهای تولید شده به سبب فن اندازه‌گیری با ماهواره‌های GRACE، محدودیت در قدرت تفکیک مکانی ماهواره، خطاهای ناشی از چگونگی پردازش مشاهدات GRACE، درست مدل نشدن نیروهای غیر جاذبی وارد بر ماهواره و وجود سایر خطاهای سامانمند به غیر از خطاهای تصادفی موجود در داده‌های GRACE اشاره کرد که همگی دست به دست هم می‌دهند تا به‌ویژه ضرایب مراتب و درجات بالاتر ضعیف تعیین شوند؛ به عبارتی می‌توان گفت که با افزایش درجه و مرتبه، خطاهای موجود در داده‌های GRACE، به سرعت افزایش می‌یابند و استفاده مستقیم از آنها مخصوصاً در مناطق کوچک‌تر و در کاربردهایی مثل زیر نظر گرفتن چرخه هیدرولوژیکی که به دقت بیشتری در برآورد سیگنال‌های موردنظر، نیاز دارد، ما را با مشکلاتی روبه‌رو می‌کند. با این حال شاید بتوان یکی از بزرگ‌ترین مشکلات موجود در مدل‌های ماهیانه جاذبی GRACE را وجود نوارهایی دانست که روی نقشه‌های جغرافیایی از شمال به جنوب کشیده شده‌اند. علت وجود نوارها به ساختار قطبی این ماهواره که با زاویه میل ۸۹ درجه در حال گردش به دور زمین است، مربوط می‌شود (وار، ۲۰۰۶). به همین دلیل حجم زیادی از داده‌ها در مسیر پرواز شمالی-جنوبی ماهواره‌ها تولید، و به‌نوعی موجب ایجاد وابستگی‌های مکانی در این راستا می‌شود

فیلترهای بهینه مشهورند و با داشتن مجموعه‌ای از اطلاعات اضافی مانند استفاده از مدل‌های ژئوفیزیکی، میزان خطای موجود در سیگنال را مدنظر قرار می‌دهند، تا اینکه بهترین تصمیم در مورد اینکه چه چیز سیگنال و چه چیز نوفه است، صورت گیرد (کلیس و همکاران، ۲۰۰۸). فیلترهای دسته اول به دلیل ساده بودنشان، بیشتر از فیلترهای دسته دوم مورد استفاده قرار گرفته‌اند. بنابراین، در این مقاله نخست فیلتر گاوسی در حکم یکی از فیلترهای دسته اول شرح داده می‌شود و سپس چگونگی طراحی و به دست آوردن وزن‌های موردنظر برای یکی از فیلترهای تصادفی به نام فیلتر بهینه وینر، بیان می‌شود. بعد از آن نتایج حاصل از این دو فیلتر، مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

میلی‌متر نشان می‌دهد. همان‌طور که بعداً نشان داده خواهد شد، این نتایج در مقایسه با نتایج حاصل از داده‌های مدل‌های هیدرولوژی به‌علاوه چاه‌های پیژومتری، غیر واقعی است.

به‌طور کلی، فیلترهای مورد استفاده روی داده‌های ماهیانه GRACE را به دو دسته تقسیم‌بندی می‌کنند. دسته اول فیلترهایی هستند که به میانگین‌گیری‌های قطعی (Deterministic) مشهورند و کیفیت مناسب آنها به مقدار شعاع میانگین‌گیری در آنها که به طور تجربی تعیین می‌شود و کوشش دارد از طریق کاهش قدرت تفکیک مکانی در داده‌ها از یکسو و افزایش قدرت تفکیک مکانی با برآورد و تصحیح خطای داده‌ها از سوی دیگر، نوفه‌های موجود در داده را کاهش دهد، بستگی دارد. اما دسته دوم که به فیلترهای تصادفی (Stochastic) و یا



شکل ۱. تغییرات کلی سطح آب در ایران حاصل از ضرایب خام GRACE برای ماه پنجم از سال ۱۳۸۷.

۳ فیلتر گاوسی

ضرایب وزن فیلتر گاوسی h_l را جکلی (۱۹۸۱) با یک رابطه بازگشتی به صورت زیر به دست آورد (وار، ۲۰۰۶):

$$h_0 = 1, \quad h_1 = \left(\frac{1 + e^{-2b}}{1 - e^{-2b}} - \frac{1}{b} \right),$$

$$, \dots, \quad h_{l+1} = -\frac{2l+1}{b} h_l + h_{l-1} \quad (2)$$

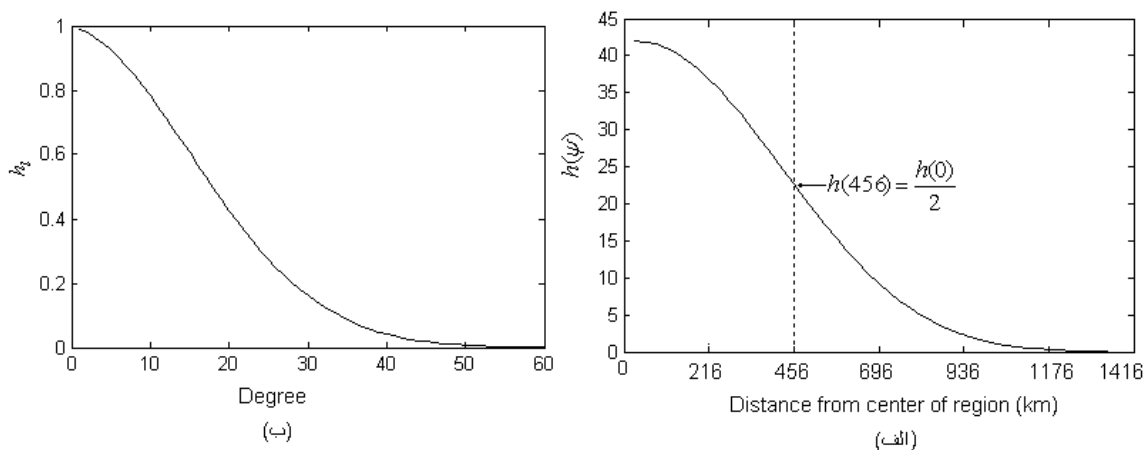
استفاده از ضرایب بالا، متناظر با انتخاب تابع وزن $h(\psi)$ در فضای مکانی به صورت زیر است (وار، ۲۰۰۶):

$$h(\psi) = \frac{b \cdot \exp(-b(1 - \cos \psi))}{1 - e^{-2b}} \quad (3)$$

که در آن، $b = \frac{\ln 2}{a \left(1 - \cos\left(\frac{r}{a}\right)\right)}$ شعاع میانگین گیری r و a شعاع استوایی زمین است.

استفاده از این نوع فیلتر در فضای طیفی که فقط به درجه هماهنگ‌های کروی l بستگی دارد، در فضای مکانی به شعاع میانگین گیری وابسته است. به عبارتی دیگر

این فیلتر در فضای مکانی، میانگین گیری وزن داری است که وزن‌های متفاوتی به نقاط موجود در همسایگی نقطه محاسبه با توجه به فاصله‌شان، اختصاص می‌دهد. همواره با کاهش شعاع میانگین گیری، خطاهای موجود در داده‌ها افزایش می‌یابد اما به کار بردن شعاع‌های میانگین گیری بزرگ‌تر نیز منجر به از دست دادن قسمت زیادی از سیگنال‌های جاذبی، به ویژه در مناطق با مساحت‌های کوچک‌تر می‌شود (وار، ۲۰۰۶). بنابراین، یک شعاع میانگین گیری مناسب که در بیشتر مواقع به صورت تجربی انتخاب می‌شود، در جهت از بین بردن خطاها و حفظ شدن قدرت تفکیک مکانی بسیار اهمیت دارد. پاسخ فیلتر مربوط به این فیلتر به شعاع ۴۵۶ کیلومتر، در دو فضای مکان و طیفی در شکل ۲ قرار داده شده است. همان‌طور که در شکل پیدا است، شکل هسته (پاسخ فیلتر) در هر دو فضا یکسان است. در این حالت، اگر r شعاع فیلتر باشد و $h(\psi)$ هسته موردنظر در فضای مکان باشد، مقدار هسته به ازای $r = \psi$ برابر با نصف مقدار آن در مبدا یعنی $\psi = 0$ است.



شکل ۲. هسته میانگین گیری گاوسی به شعاع ۴۵۶ کیلومتر: (الف) فضای مکانی و (ب) فضای طیفی.

۴ فیلتر بهینه وینر

۱-۴ همامیخت روی کره

سیگنال خروجی y با همامیزی تابع پاسخ فیلتر h با سیگنال ورودی اندازه‌گیری شده x روی کره، در فضای مکان به صورت زیر نوشته می‌شود (وار، ۲۰۰۶):

$$y(\theta, \lambda) = (h * x)(\theta, \lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi h(\psi) x(\theta, \lambda) \sin \theta d\theta d\lambda, \quad (4)$$

که در آن، λ, θ به ترتیب متمم عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی مربوط به نقطه انتگرال‌گیری، λ, θ مختصات نقطه محاسبه و ψ فاصله کره‌ی میان این دو نقطه است. با فرض اینکه سیگنال‌های $x(\theta, \lambda)$ و $y(\theta, \lambda)$ ، توابعی مربعی-انتگرال پذیر روی کره واحد باشند، می‌توان آنها را به صورت سری‌های عددی از همهانگ‌های کره‌ی $Y_{lm}(\theta, \lambda)$ از درجه l و مرتبه m نمایش داد (جکلی، ۱۹۸۱):

$$\begin{bmatrix} x(\theta, \lambda) \\ y(\theta, \lambda) \end{bmatrix} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \begin{bmatrix} x_{lm} \\ y_{lm} \end{bmatrix} Y_{lm}(\theta, \lambda), \quad (5)$$

که در آن، x_{lm} و y_{lm} ضرایب همهانگ کره‌ی و $Y_{lm}(\theta, \lambda) = P_{lm}(\cos \theta) \begin{cases} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{cases}$ است که در آن، $P_{lm}(\cos \theta)$ را توابع وابسته لژاندر نرمال شده می‌گویند. بنابراین، تابع پاسخ فیلتر یعنی $h = h(\psi)$ به صورت زیر نوشته می‌شود (وار، ۲۰۰۶):

$$h(\psi) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} h_l \bar{P}_l(\cos \psi), \quad (6)$$

که در آن، h_l را طیف یا ضریب همهانگ کره‌ی مربوط به $h(\psi)$ و $P_l(\cos \psi)$ که همان چندجمله‌ای‌های معروف لژاندرند.

به لحاظ رابطه همامیختی (۴) در فضای مکانی، می‌توان رابطه زیر را بین طیف (دامنه) های توابع همهانگ x, y و h در فضای طیفی (بسامد) نوشت (ساسگن و همکاران، ۲۰۰۶):

$$y_{lm} = h_l x_{lm}, \quad (7)$$

۲-۴ طراحی فیلتر بهینه وینر

فیلتر بهینه وینر با توجه به شکل ۳، به گونه‌ای طراحی می‌شود که (ساسگن و همکاران، ۲۰۰۶):

۱. سیگنال خروجی حقیقی از فیلتر یعنی $y(\Omega)$ ، با اعمال شرط کمترین مربعات به سیگنال مطلوب یعنی $d(\Omega)$ را تقریب کند؛ یعنی تابع زیر کمینه شود

$$E^2 = \int_{\Omega_0} |y(\Omega) - d(\Omega)|^2 d\Omega = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l |y_{lm} - d_{lm}|^2 \rightarrow \min, \quad (8)$$

که در آن، $\Omega := (\theta, \lambda)$ و Ω_0 محدوده انتگرال‌گیری روی کل کره است.

سیگنال اندازه‌گیری شده $x(\Omega)$ برابر با مجموع سیگنال واقعی (True) $s(\Omega)$ و نوفه $n(\Omega)$ موجود در آن است:

$$x(\Omega) = s(\Omega) + n(\Omega), \quad (9)$$

۲. $s(\Omega)$ و $n(\Omega)$ ناهمبسته‌اند، لذا، ضرب داخلی آنها روی کل کره، صفر است:

$$\int_{\Omega_0} s(\Omega) n(\Omega) d\Omega = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l s_{lm} n_{lm}^* = 0, \quad (10)$$

۳. سیگنال خروجی به‌نحوی برآورد می‌شود که $d(\Omega)$ همان سیگنال ورودی اصلی $s(\Omega)$ و عاری از نوفه باشد:

$$d(\Omega) = s(\Omega), \quad (11)$$

تحت شرایط بالا، می‌توان رابطه (۸) را به شکل زیر باز نویسی کرد:

۳-۴ تعیین درجه توان طیفی تفکیک کننده سیگنال از نوفه در داده‌های GRACE

تعیین نمودن ضرایب وزن فیلتر وینر بر طبق معادله (۱۴) نیاز به برآوردی از درجه توان طیفی سیگنال جاذبی $\sigma_{s,l}^2$ درجه l و توان طیفی نوفه موجود در آن $\sigma_{n,l}^2$ دارد. برای این برآورد از مقایسه داده‌های GRACE و اطلاعات موجود در مدل هیدرولوژی GLDAS به صورت زیر استفاده می‌شود (ساسگن و همکاران، ۲۰۰۶):

۱. متوسط درجه توان طیفی مدل‌های GRACE برای هماهنگ درجه l که $2 \leq l \leq 120$ است، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\langle \sigma_{GRACE,l}^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_{GRACE_{n,l}}^2, \quad (15)$$

که در آن، N تعداد مدل‌های به کار رفته در متوسط‌گیری است که در این مقاله برابر با ۹۱ است.

توان طیفی $\sigma_{GRACE_{n,l}}^2$ مدل‌های ماهیانه برحسب ارتفاع ژئوئید متناظر با واحد میلی‌متر مربع از معادله زیر به دست می‌آید (کوچ، ۲۰۰۵):

$$\sigma_{GRACE_{n,l}}^2 = \left(\frac{GM \times 1000}{R\gamma} \right)^2 \sum_{m=0}^l (\Delta C_{lm}^2 + \Delta S_{lm}^2), \quad (16)$$

که در آن، GM حاصل ضرب جرم زمین در ثابت جهانی نیوتن برحسب متر مکعب بر مجذور ثانیه، R شعاع کره زمین برحسب متر، $\gamma = 9.81$ شتاب جاذبه نرمال برحسب متر بر مجذور ثانیه، ΔC_{lm} و ΔS_{lm} اختلاف ضرایب هماهنگ کروی نرمالیزه میدان ماهیانه و میدان متوسط GRACE هستند. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، متوسط توان‌های طیفی حاصل از GRACE تا درجه ۲۰، مانند توان‌های طیفی متوسط حاصل از مدل هیدرولوژی GLDAS، روند کاهشی از خود نشان می‌دهند (وار و همکاران، ۲۰۰۴). اما بعد از آن، به دلیل

$$E^2 = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l |h_l x_{lm} - s_{lm}|^2, \quad (12)$$

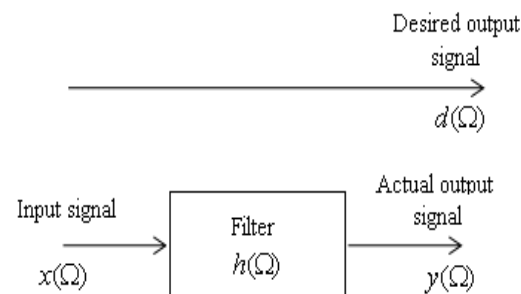
و سپس، رابطه (۱۲) را به صورت زیر نوشت:

$$E^2 = \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \sigma_{s,l}^2 (1 - h_l)^2 + \sigma_{n,l}^2 h_l^2 \right\}, \quad (13)$$

که در آن، $\sigma_{n,l}^2 := \sum_{m=-l}^l |n_{lm}|^2$ و $\sigma_{s,l}^2 := \sum_{m=-l}^l |s_{lm}|^2$ به ترتیب درجه توان طیفی (Degree-power spectrum) سیگنال $s(\Omega)$ و نوفه $n(\Omega)$ هستند. از مساوی صفر قرار دادن مشتق تابع E^2 نسبت به h_l معادلاتی تشکیل می‌شود که از حل آنها مقادیر بهینه برای مجهول‌های h_l که برحسب آنها تابع E^2 کمینه خواهد شد، به دست می‌آید.

$$h_l = \frac{\sigma_{s,l}^2}{\sigma_{s,l}^2 + \sigma_{n,l}^2}, \quad l = 0, 1, \dots, \quad (14)$$

از رابطه (۱۴) به روشنی بر می‌آید که وقتی نوفه قابل صرف نظر کردن باشد، وزن‌ها یا به عبارتی h_l ها به واحد نزدیک شده و در صورتی که نوفه شدید باشد، به صفر نزدیک می‌شود؛ بنابراین، این رابطه، وزن‌هایی بهینه میان این دو مقدار را تولید می‌کند. فیلتر وینر طراحی شده در این مقاله، مانند فیلتر گاوسی فیلتری یک‌روند (ایزوتروپیک) است و فقط به درجه توانی سیگنال و نوفه مدل وابستگی دارد.



شکل ۳. فیلتر بهینه وینر روی کره.

(خط مشکی در شکل ۴ نشان دهنده پخش درجه توان طیفی برای $b = 1/3$). همچنین، برای اینکه ضرایب را که تحت تاثیر پدیده تشدید (Resonance) از اغتشاشات مداری ماهواره تعیین شده‌اند، از سرشکنی جدا شوند و همچنین، نشان دادن حساسیت این فیلتر به پارامتر b ، بار دیگر سرشکنی کمترین مربعات برای $l < 14$ نیز انجام شده و مقادیر $a = 0/5$ و $b = 1/5$ بر آورد شده است (خط مشکی در شکل ۴ نشان دهنده پخش درجه توان طیفی برای $b = 1/5$).

۳. با توجه به روند افزایشی و خطی که متوسط توان‌های طیفی مربوط به خطاهای GRACE، از خود نشان می‌دهند، رفتار خطاهای موجود در متوسط درجه توان طیفی‌های حاصل از GRACE، از درجه ۲۹ به بعد، با یک تابع خطی در مقیاس لگاریتمی به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\log \sigma_{n,l}^2 = c + d \cdot l, \quad (19)$$

که در آن، مقادیر $c = -2/40$ و $d = 0/05$ ، با استفاده از سرشکنی کمترین مربعات برای متوسط توان‌های طیفی مربوط به درجات $l > 29$ ، برآورد شده‌اند.

به این ترتیب، با برآورد نمودن رفتار نوفه و سیگنال، می‌توان $\sigma_{s,l}^2$ درجه توان طیفی سیگنال و $\sigma_{n,l}^2$ درجه توان طیفی نوفه مورد نیاز برای تولید نمودن ضرایب وزن فیلتر بهینه وینر دست یافت. در این مقاله وزن‌های مربوط به محدوده $l < 21$ و $l < 14$ که محدوده‌های عاری از خطا می‌باشند، یک در نظر گرفته می‌شود و برای درجات دیگر با توجه به مقادیر برآورد شده برای a و b به برآوردی از توان طیفی سیگنال و پارامترهای به دست آمده برای c و d می‌توان به برآوردی از توان طیفی نوفه دست یافت.

خطاهای موجود در مشاهدات GRACE، روند افزایشی در آن‌ها آغاز می‌شود؛ این موضوع کمک می‌کند تا مرز یا درجه هماهنگی جدا کننده ضرایب بدون خطا (سیگنال) و ضرایب خطادار (نوفه) مشخص شود. از شکل ۴ پیدا است درجات هماهنگی در محدوده $l < 21$ عمدتاً عاری از خطا بوده و بیشتر سیگنال هستند $s(\Omega)$ و ضرایب واقع در محدوده $l > 29$ محدوده‌ای است که در آنجا تسلط نوفه $n(\Omega)$ بیشتر از سیگنال $s(\Omega)$ است. ضرایب واقع در محدوده $20 < l < 30$ را می‌توان گفت نوفه یا سیگنال باشند.

۲. کائولا به صورت تجربی، نشان داده است که با افزایش درجه هماهنگی l ، دامنه مولفه هماهنگی ارتفاع ژئوئید (A_l) با فرمول زیر کاهش می‌یابد (ونچچک و کراوسکی، ۱۹۸۶):

$$A_l \cong \frac{R}{(l^2 10^5)}, \quad (17)$$

بنابراین، با در نظر گرفتن این قانون می‌توان درجه توان‌های طیفی متوسط را به صورت تابعی متناسب با عکس درجه l به صورت زیر فرموله کرد:

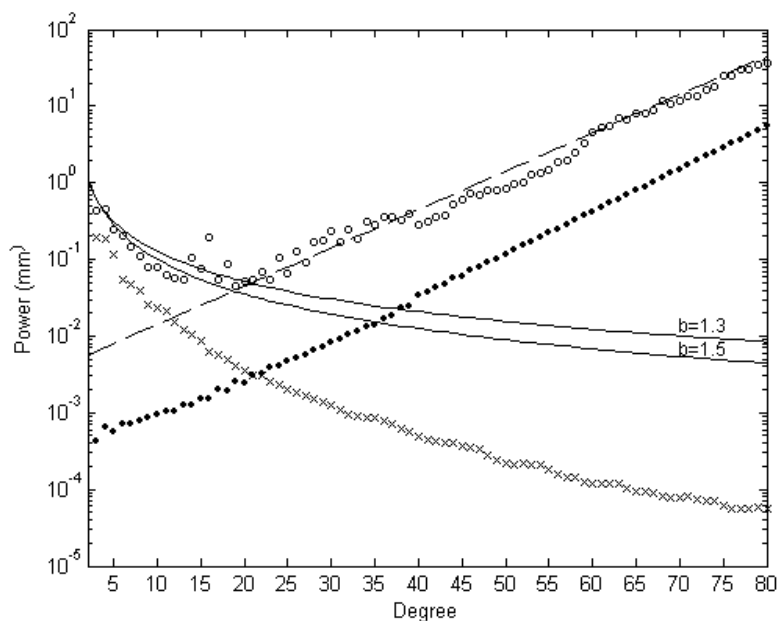
$$\langle \sigma_{GRACE,l}^2 \rangle = \frac{10^a}{l^b}, \quad (18)$$

رابطه (۱۸) را قانون دوم کائولا می‌نامند که به طور تجربی از بررسی تغییرات ضرایب هماهنگی میدان پتانسیل برحسب بسامد آنها و در زمان‌های مختلف به دست آمده است. با اعمال شرط کمینه مربعات اختلافات در محدوده $l < 21$ روی ضرایب پتانسیل GRACE مقادیر $a = 0/4$ و $b = 1/3$ برای پارامترهای مجهول a و b به دست آمده‌اند. سپس، با استفاده از مدل بهینه به دست آمده برای قانون دوم کائولا ضرایب هماهنگی میدان جاذبه برای محدوده $l > 20$ ، با استفاده از روش برون‌یابی برآورد زده می‌شوند

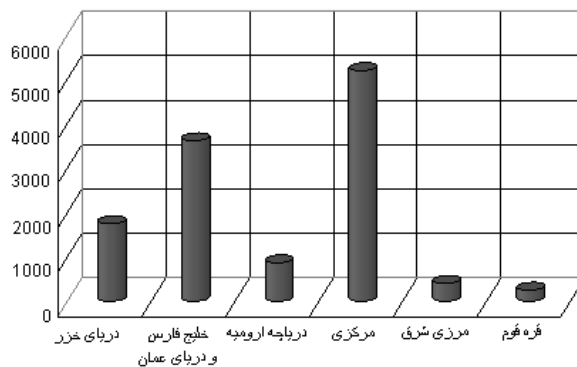
۵ مشاهده سطح آب‌های زیرزمینی در چاه‌های پیزومتری

پیش از وارد شدن به بخش ارزیابی نتایج، بهتر است که کمی در مورد کمیت و کیفیت داده‌های چاه‌های پیزومتری در ایران توضیحاتی داده شود. ایران براساس ریخت‌شناسی زمین و نحوه حرکت نهایی جریان‌های سطحی آب روی آن، به شش حوضه آبریز اصلی درجه

یک به نام‌های: ۱- دریای خزر ۲- خلیج فارس و دریای عمان ۳- دریاچه ارومیه ۴- مرکزی ۵- مرزی شرق و ۶- قره‌قوم تقسیم شده است. تعداد چاه‌های مشاهده‌ای در هر حوضه مربوط به سال ۸۵-۸۶، در شکل ۵ دیده می‌شود. تعداد این چاه‌ها در بیشترین تعداد به نزدیک ۶۰۰۰ حلقه در حوضه مرکزی و در کمترین تعداد یعنی نزدیک به ۱۰۰۰ حلقه چاه در حوضه قره‌قوم می‌رسد (همتی، ۱۳۸۷).



شکل ۴. نمودارهای توزیع توان‌های طیفی مرجع GRACE برحسب درجه هماهنگ طیف و مقایسه آن با میدان مرجع نظیر محاسبه شده از مدل هیدرولوژی GLDAS: دایره‌های توخالی متوسط درجه توان‌های طیفی GRACE، نمودار ضربدر متوسط درجه توان‌های طیفی مدل هیدرولوژی GLDAS (وار و همکاران، ۲۰۰۴). دایره‌های توپر متوسط درجه توان‌های طیفی مربوط به خطاهای GRACE. خطوط مشکی سیگنال‌های جاذبی با در نظر گرفتن $b = 1/3$ و $d = 0.05$ و $b = 1/5$ و خط چین مشکی: نوفه موجود در سیگنال‌های جاذبی با در نظر گرفتن $c = -2/40$ و $d = 0.05$



شکل ۵. تعداد چاه‌های مشاهده‌ای به تفکیک حوضه‌های آبریز اصلی در سال آبی ۸۵-۸۶ (همتی، ۱۳۸۷).

همین شکل قرار داده شده است. به طور کلی، فیلتر بهینه وینر، فیلتر پایین گذری است که شباهت زیادی به فیلتر گاوسی دارد. هسته فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه به هر دو هسته فیلتر بهینه وینر با $b = 1/3$ و $b = 1/5$ شباهت دارد. همچنین، هسته فیلتر گاوسی به شعاع ۴/۵ درجه تقریباً به هسته فیلتر بهینه وینر با $b = 1/5$ نزدیک تر است.

با قرار دادن وزن‌های به دست آمده در رابطه (۱)، میزان تغییرات ذخیره کلی آب نرم شده مربوط به ماه پنجم از سال ۱۳۸۷ بر می‌آید. چگونگی کاهش یافتن نوارهای موجود به دلیل خطاهای موجود در ضرایب مراتب بالا GRACE پس از اعمال هر فیلتر در شکل ۷ دیده می‌شود. وزن‌های مربوط به فیلتر گاوسی به شعاع‌های ۴ و ۴/۵ درجه و فیلتر بهینه وینر با $b = 1/3$ و $b = 1/5$ روی درجات توان طیفی مدل ماهیانه برحسب ارتفاع ژئوئید متناظر با واحد میلی‌متر مربع برای ماه پنجم از سال ۱۳۸۷ نیز اعمال شده است. نتایج حاصل در شکل ۸، روند کاهشی درجه توان طیفی‌ها را بر طبق قانون تجربی کائولا بعد از فیلتر کردن نشان می‌دهد. همان‌طور که درجه توان طیفی تصحیح شده با فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه به فیلتر بهینه وینر با $b = 1/5$ نزدیک تر است، نتایج یکسانی نیز برای این دو فیلتر در نقشه‌های مکانی برای تغییرات ذخیره کلی آب حاصل شده است. نقشه مربوط به فیلتر وینر با $b = 1/3$ نتایج نه چندان نرمی را در مقایسه با فیلترهای گاوسی و وینر با $b = 1/5$ نشان می‌دهد.

از سوی دیگر، وزن‌های به دست آمده از فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه و فیلتر وینر با $b = 1/5$ روی تغییرات کلی سطح آب از ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۷ یعنی روی ۵۵ ماه از مدل‌های ماهیانه جاذبی استوکس، اعمال، و متوسط تغییرات کلی سطح آب در طول این سال‌ها محاسبه شده است. سپس، خروجی حاصل از این دو فیلتر با نمودار تغییرات سطح آب حاصل از ترکیب مدل GLDAS یعنی

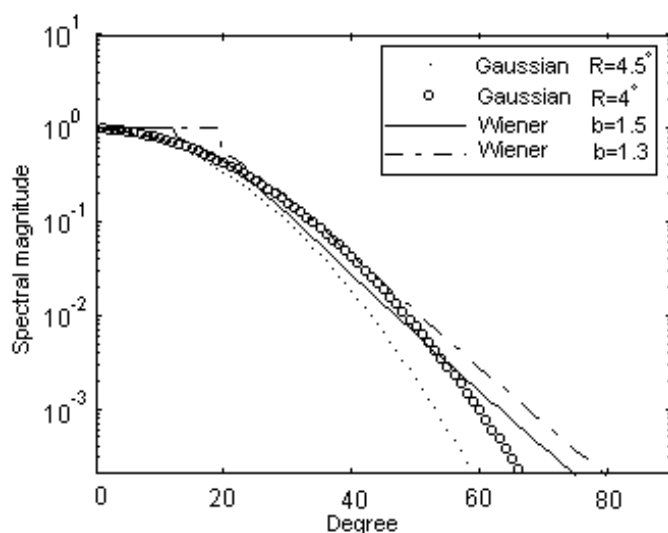
تغییراتی که GRACE از آب‌های زیرزمینی در اختیار قرار می‌دهد تغییراتی کلی و ماهانه در سطح ایران است و نه اینکه تغییرات مربوط به سطح آب را در هر آبخوان به‌طور محلی نشان دهد. بنابراین، برای اینکه بتوان تغییرات ماهانه سطح آب‌های زیرزمینی حاصل از آبخوان‌های پراکنده در سطح ایران را متناظر با تغییرات کلی سطح آب‌های زیرزمینی حاصل از GRACE دانست، بایستی ضریبی را به تغییرات حاصل از مشاهدات زمینی یعنی عمق سطح آب حاصل از چاه‌های مشاهده‌ای ضرب کرد (سونسن و همکاران، ۲۰۰۶). به دست آوردن این ضریب کاری کاملاً هیدرولوژیکی است و به پارامترهای متفاوتی چون شرایط آب‌وهوایی، میزان بارندگی، نوع پوشش گیاهی منطقه و مانند آن بستگی دارد. نحوه به دست آوردن این ضریب در منطقه Illinois آمریکا در مقاله یه و همکاران (۱۹۹۸) شرح داده شده است. این ضریب هر ساله در کشور آمریکا برای مناطق گوناگون آن از سوی موسسه USGS منتشر می‌شود که از ۰/۰۲ تا ۰/۳۲ متغیر است و چنانچه به جای فقط ضرب کردن یک ضریب به همه آبخوان‌ها، بتوان ضریب مناسب و مخصوص به هر آبخوان را تهیه کرد، دقت کار بیشتر نیز خواهد شد (رودل و همکاران، ۲۰۰۷).

۶ ارزیابی نتایج

با برآورد نمودن $\sigma_{s,l}^2$ درجه توان طیفی سیگنال و $\sigma_{n,l}^2$ درجه توان طیفی نوفه و جایگذاری آن در رابطه (۱۴) ضرایب وزن مربوط به فیلتر بهینه وینر در فضای بسامد محاسبه می‌شوند. هسته‌های مربوط به فیلتر وینر برای $l < 21$ با $b = 1/3$ و $l < 14$ با $b = 1/5$ را می‌توان در شکل ۶ دید. برای مقایسه نمودن وزن‌های این فیلتر، هسته مربوط به فیلتر گاوسی به شعاع‌های ۴ درجه (معادل با ۴۵۶ کیلومتر) و ۴/۵ درجه (معادل با ۵۱۳ کیلومتر)، نیز در

تغییرات پوشش برف به علاوه رطوبت خاک به همراه تغییرات سطح آب‌های زیرزمینی حاصل از داده‌های چاه‌های پیژومتری در سطح ایران و در همان بازه زمانی با یکدیگر مقایسه شده‌اند (دل‌آرام، ۲۰۰۷)؛ این نمودارها در شکل ۹ دیده می‌شوند. میانگین اختلاف‌های تغییرات کلی آب برآمده در منطقه ایران بعد از اعمال فیلتر وینر با $b=1/5$ روی داده‌های GRACE با تغییرات کلی سطح آب حاصل از ترکیب مدل GLDAS و چاه‌های پیژومتری به اندازه ۹/۱۵ میلی‌متر با انحراف معیار ۲۵/۷۷ میلی‌متر است و میانگین اختلاف‌های خروجی فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه با نمودار حاصل از ترکیب مدل GLDAS و چاه‌های پیژومتری به اندازه ۶/۶۱ میلی‌متر با انحراف معیار

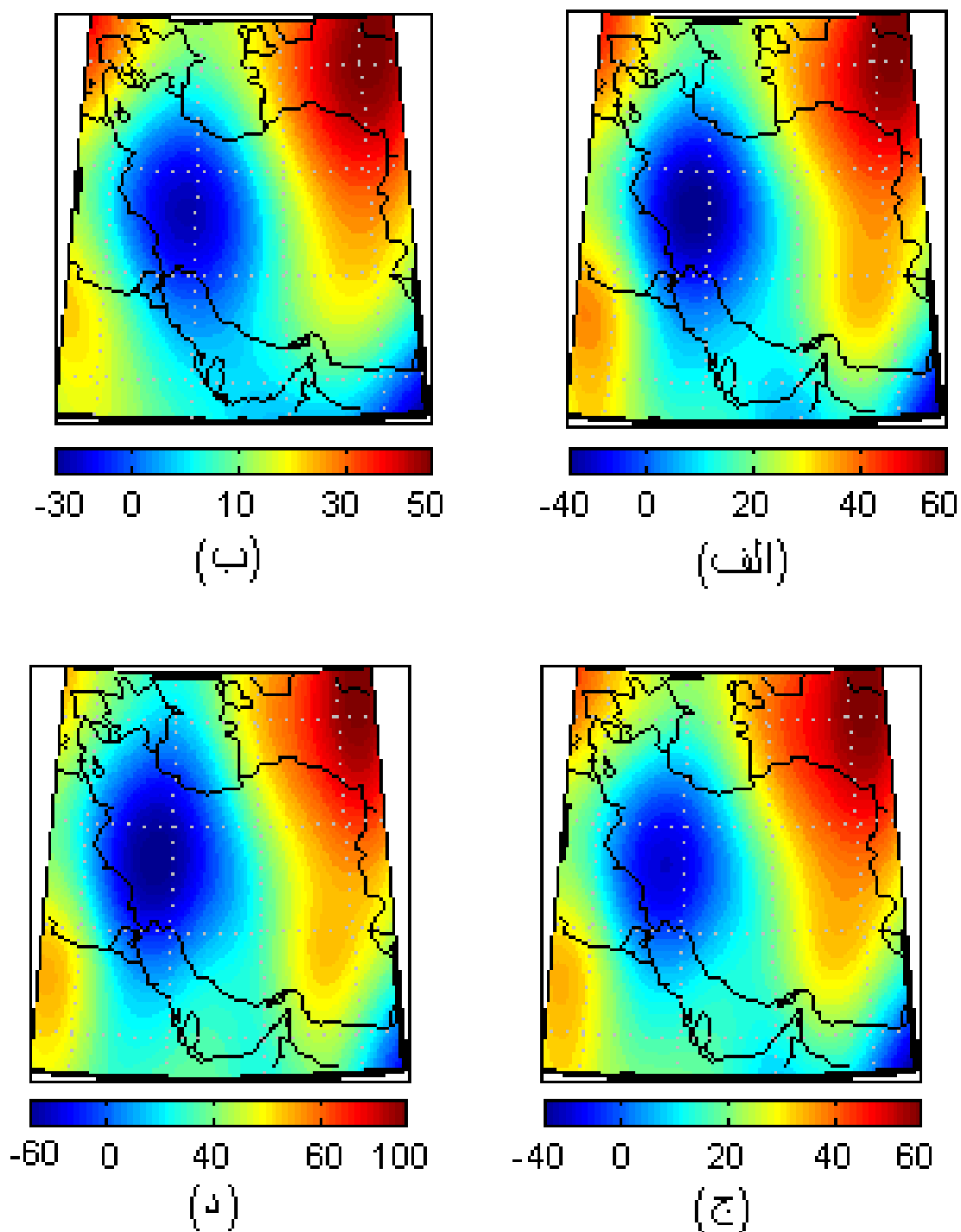
۲۴/۶۱ میلی‌متر به دست آمده است؛ در این حالت، دقت فیلتر گاوسی بیشتر از فیلتر وینر است. میانگین اختلاف‌ها و انحراف معیارهای خروجی فیلتر وینر با در نظر گرفتن $b=1/3$ برای $l < 21$ و $b=1/5$ برای $l < 14$ و فیلتر گاوسی به شعاع‌های ۴ و ۴/۵ درجه را با نمودار حاصل از ترکیب مدل GLDAS و چاه‌های پیژومتری، در جدول ۱ قرار داده شده است. با توجه به این جدول، دقت فیلتر وینر برای $l < 14$ و با در نظر گرفتن $b=1/5$ برای مدل کردن سیگنال، کمی بیشتر از $l < 21$ به دست آمده است درحالی‌که دقت هیچ‌کدام از حالت‌های فیلتر وینر از فیلتر گاوسی، بهتر نشده‌اند.



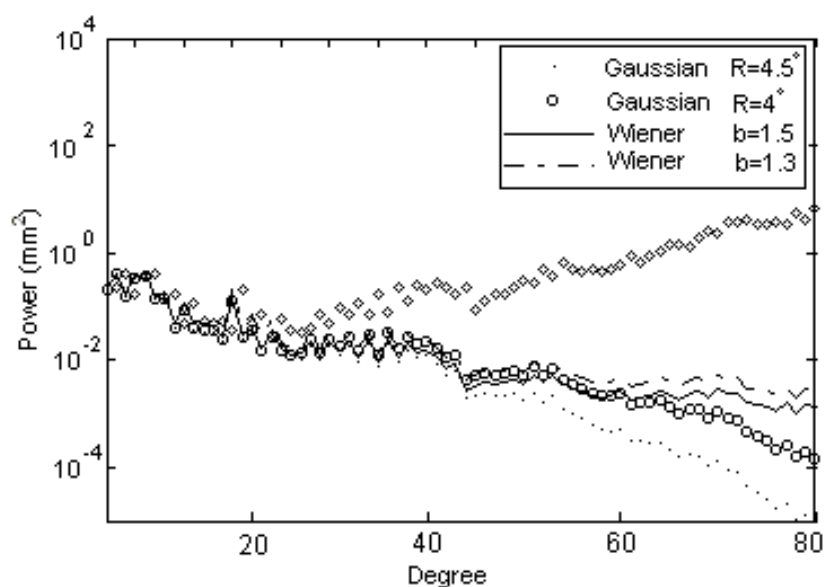
شکل ۶. ضرایب وزن فیلتر وینر و گاوسی در فضای طیفی - نمایش در مقیاس لگاریتمی.

جدول ۱. مقایسه میانگین و انحراف معیار اختلاف‌های میان متوسط تغییرات کلی ذخیره آب برآمده از GRACE بعد از اعمال فیلترهای وینر و گاوسی با متوسط تغییرات کلی ذخیره آب برآمده از ترکیب مدل GLDAS و چاه‌های پیژومتری (میلی‌متر) - در منطقه ایران - از سال ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۷.

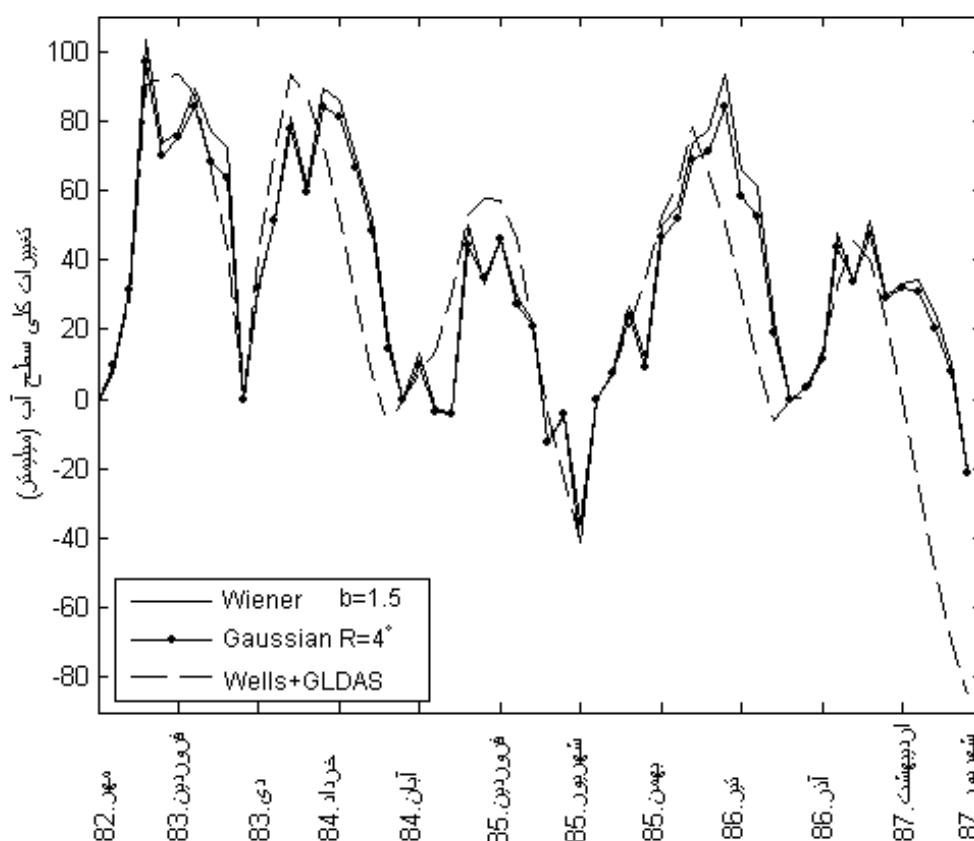
انحراف معیار	میانگین	حالت	نوع فیلترگیری
۲۴/۶۱	۶/۶۱	-	گاوسی به شعاع ۴ درجه
۲۳/۸۹	۶/۱۱	-	گاوسی به شعاع ۴/۵ درجه
۲۶/۵۲	۸/۲۷	$l < 21$	وینر با $b=1/3$
۲۵/۷۷	۹/۱۵	$l < 14$	وینر با $b=1/5$



شکل ۷. تغییرات کلی سطح آب برحسب میلی‌متر پس از اعمال فیلترهای وینر و گاوسی روی ماه پنجم از سال ۱۳۸۷: (الف) فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه (۴۵۶ کیلومتر)، (ب) فیلتر گاوسی به شعاع ۴/۵ درجه (۵۱۳ کیلومتر)، (ج) فیلتر وینر با در نظر گرفتن $b = 1/5$ و (د) فیلتر وینر با در نظر گرفتن $b = 1/3$.



شکل ۸. اعمال ضرایب وزن فیلتر بهینه وینر و گausی روی توان طیفی مدل ماهیانه برحسب ارتفاع ژئوئید برای ماه پنجم از سال ۱۳۸۷ (مربع‌های توخالی).



شکل ۹. مقایسه متوسط تغییرات کلی ذخیره آب برآمده از GRACE بعد از اعمال فیلتر وینر با $b = 1/5$ و گausی به شعاع ۴ درجه با متوسط تغییرات کلی ذخیره آب برآمده از ترکیب مدل GLDAS و چاه‌های پیرومتری در منطقه ایران.

۷ نتیجه گیری

در این مقاله فیلتر یک‌روند گاوسی با رابطه بازگشتی جکلی، درحکم یکی از فیلترهایی که کیفیت مناسب آنها به مقدار شعاع میانگین‌گیری در آنها بستگی دارد، استفاده شده است. این فیلتر کوشش می‌کند تا از طریق کاهش قدرت تفکیک مکانی در داده‌ها از یکسو و افزایش قدرت تفکیک مکانی با برآورد و تصحیح خطای داده‌ها از سویی دیگر، نوفه‌های موجود در داده را کاهش دهد. فیلتر گاوسی در این مقاله به شعاع‌های ۴ و ۴/۵ درجه روی داده‌های ماهیانه جاذبی GRACE اعمال شده است. همچنین، فیلتر بهینه و یک‌روند وینر روی کره درحکم یکی از فیلترهایی که با داشتن مجموعه‌ای از اطلاعات اضافی مانند مدل‌های ژئوفیزیکی، میزان خطای موجود در سیگنال را مدنظر قرار می‌دهد و بهترین تصمیم را در مورد جداسازی سیگنال و نوفه عملی می‌سازد، روی داده‌های ماهیانه جاذبی GRACE به کار رفته است. به کار بردن فیلتر وینر، نیازی به تعیین شعاع میانگین‌گیری از پیش ندارد، درحالی‌که فرضیات لازم به منظور تعیین درجه توانی سیگنال جاذبی مطلوب و نوفه موجود در داده، بایستی از پیش صورت گیرد. همان‌طور که روشن شد، درجه توان طیفی سیگنال با توجه به قانون دوم کائولا یعنی $10^a/l^b$ که به‌طور تجربی از بررسی تغییرات بسامدی ضرایب هماهنگ در زمان‌های متفاوت به دست آمده است و با افزایش درجه l ، کاهش پیدا می‌کند، مدل شده است. با در نظر گرفتن $l < 21$ مقدارهای $a = 0.4$ و $b = 1/3$ و $l < 14$ مقدار $a = 0.5$ و $b = 1/5$ با استفاده از سرشکنی کمترین مربعات، برای برآورد کردن توان‌های طیفی سیگنال، برآورد شده‌اند. همچنین، با توجه به روند افزایشی و خطی که متوسط توان‌های طیفی مربوط به خطاهای GRACE نشان می‌دهند، توان طیفی نوفه‌ها با یک تابع خطی در مقیاس لگاریتمی به طوری که با افزایش درجه، افزایش می‌یابد، مدل شده است و مقادیر

$c = -2/40$ و $d = 0.05$ با استفاده از سرشکنی کمترین مربعات، برای مدل کردن نوفه‌ها برای $l > 29$ ، برآورد شده است.

با توجه به شکل هسته‌های فیلتر وینر و گاوسی، می‌توان گفت که به‌طور کلی، فیلتر بهینه وینر، فیلتر پایین‌گذری است که شباهت زیادی به فیلتر گاوسی دارد. هسته فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه به هر دو هسته فیلتر بهینه وینر با $b = 1/3$ و $b = 1/5$ شباهت دارد و همچنین، هسته فیلتر گاوسی به شعاع ۴/۵ درجه تقریباً به هسته فیلتر بهینه وینر با $b = 1/5$ نزدیک‌تر است.

وزن‌های مربوط به فیلتر گاوسی به شعاع‌های ۴ و ۴/۵ درجه و فیلتر بهینه وینر با $b = 1/3$ و $b = 1/5$ روی درجات توان طیفی مدل ماهیانه برحسب ارتفاع ژئوئید متناظر با واحد میلی‌متر مربع برای ماه پنجم از سال ۱۳۸۷ نیز اعمال شده است. نتایج حاصل، روند کاهشی درجه توان طیفی‌ها را بر طبق قانون تجربی کائولا بعد از فیلتر کردن نشان می‌دهد. درضمن، همان‌طور که درجه توان طیفی تصحیح شده با فیلتر گاوسی به شعاع ۴ درجه به فیلتر بهینه وینر با $b = 1/5$ نزدیک‌تر است، نتایج یکسانی نیز برای این دو فیلتر در نقشه‌های مکانی برای تغییرات ذخیره کلی آب (تغییراتی میان ۴۰- تا ۶۰ میلی‌متر) حاصل شده است. نقشه مربوط به فیلتر وینر با $b = 1/3$ نتایج نه‌چندان نرمی را در مقایسه با فیلترهای گاوسی و وینر با $b = 1/5$ ، نشان می‌دهد.

در پایان، متوسط تغییرات کلی سطح آب از سال ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۷ در منطقه ایران با استفاده از داده‌های GRACE بعد از اعمال فیلترهای وینر با $b = 1/3$ برای $l < 21$ ، $b = 1/5$ برای $l < 14$ و فیلتر گاوسی به شعاع‌های ۴ و ۴/۵ درجه، محاسبه شده است. نتایج حاصل در مقایسه با تغییرات کلی سطح آب برآمده از ترکیب مدل جهانی هیدرولوژی GLDAS و چاه‌های مشاهده‌ای، نشان می‌دهد که دقت فیلتر وینر برای $l < 14$ و با در نظر

- Koch, K., 2005, Determining the maximum degree of harmonic coefficients in geopotential models by Monte Carlo methods: *Studia Geophysica et Geodaetica*, **49**, 259-275.
- Rodell, M., Chen, J., Kato, H., S.Famiglietti, J., Nigro, J., and R.Wilson, C., 2007, Estimating groundwater storage changes in the Mississippi river basin (USA) using GRACE: *Hydrology Journal*, **15**, 159-166.
- Sasgen, I., Martinec, Z., and Fleming, K., 2006, Wiener optimal filtering of GRACE data: *Studia Geophysica et Geodaetica*, **50**, 499-508.
- Schmidt, R., Schwintzer, P., Flechtner, F., Reigber, C., Gunter, A., Doll, P., Ramillien, G., Cazenave, A., Petrovic, S., Jochmann, and H., Wunsch, J., 2006, GRACE observations of change in continental water storage: *Global and Planetary Change*, **50**, 112-126.
- Swenson, S., Yeh, P. J. F., Whar, J., and Famiglietti, J., 2006, A comparison of terrestrial water storage variations from GRACE with in situ measurements from Illinois: *Geophysical Research Letters*, **33**, 1-5.
- Tapely, B., Bettadpur, S., Watkins, M., and Reigber, C., 2004, The gravity recovery and climate experiment: mission overview and early results: American Geophysical Union.
- Vanicek, P., and Krakiwsky, E., 1986, *Geodesy: the concepts*. North-Holland Pub. Co.
- Whar, J., 2006, Time-variable gravity from satellite: Department of Physics and Cooperative Institute for Research in Environmental Sciences. Boulder: University of Colorado.
- Whar, J., and Molenaar, M., 1998, Time variability of the earth's gravity field: hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE: *Geophysical research*, **103**(30), 205-30,229.
- Whar, J., Swenson, S., Zlotnicki, V., and Velicogna, I., 2004, Time-variable gravity from GRACE: first results: *Geophysical Research Letters*, **31**, 1-4.
- Xiaogong, H., Jianli, C., Yonghong, Z., Cheng, H., and Xinhao, L., 2006, Seasonal water storage change of the Yangtze river basin detected by GRACE. *Science in China: Series D Earth Sciences*, **49**, 483-491.
- Yeh, p. J. F., Irizarry, M., and A. B. Eltahir, E., 1998, Hydroclimatology of Illinois: a comparison of monthly evaporation estimates based on atmospheric water balance and soil water balance: *Geophysical Research*, **103**, 19823-19837.
- گرفتن $b = 1/5$ در مقایسه با $l < 21$ ، کمی بهتر است. درحالی که دقت هیچ کدام از حالت‌های فیلتر وینر از فیلتر گاوسی، بهتر نشده است.
- تقدیر و تشکر: از حمایت مالی دانشگاه تهران از این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره 27859/1/4 قدردانی می‌گردد.
- منابع**
- همتی، ی.، ۱۳۸۷، بررسی وضعیت منابع آب زیرزمینی کشور تا پایان سال آبی ۱۳۸۵-۱۳۸۶: وزارت نیرو، شرکت مدیریت منابع آب ایران، دفتر مطالعات پایه منابع آب، معاونت مطالعات پایه و مدیریت حوضه‌های آبریز.
- Abart, C., 2005, Assesment of solution strategies for GRACE gravity field processing: Institute of Navigation and Satellite Geodesy. Graz: Graz University of Technology.
- Awange, J., Sharifi, M., Baur, O., Keller, W., Featherstone, W., and Kuhn, M., 2008, GRACE hydrological monitoring of Australia: current limitations and future prospects: *Spatial Science*, **53**, 23-35.
- Awange, J., Sharifi, M., Keller, W., and Kuhn, M., 2009, GRACE application to the receding lake Victoria water level and Australian drought. Springer, 387-396.
- Delaram, A., 2007, Detection of regional surface water level using GRACE geopotential models and comparison with direct measurement on the Earth: Tehran: K. N.toosi University of technology.
- Garcia, V. R., 2002, Local geoid determination from GRACE mission: Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science . Columbus: The Ohio State University .
- Jekeli, C., 1981, Alternative methods to smooth the earth's gravity field: Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science . Ohio: Geodetic and GeoInformation Science.
- Klees, R., Revtova, E., Gunter, B., Ditmar, P., Oudman, E., winsemius, H., and Savenije, H. 2008, The design of an optimal filter for monthly GRACE gravity models: *Geophysics*, **175**, 417-432.