

ارزیابی روش‌های زمین‌آماری مکانی در تعیین الگوی فضایی بارش: تحقیق موردی حوضه آبریز دریاچه نمک

بردیا بیات^۱، بنفشه زهرایی^۲، فرحناز تقوی^{۳*} و محسن ناصری^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، ایران

^۳ استادیار، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۴ دانشجوی دکتری مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۶/۲۴، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۷/۱۶، دسترسی برخط: ۱۳۹۰/۱۲/۲۵)

چکیده

اندازه‌گیری‌ها و برآورد مقدار متغیرهای طبیعی در محدوده مکان و زمان در معرض عدم قطعیت‌های قابل توجهی است. از این رو ارزیابی کمی مکانی عدم قطعیت‌ها و مدل‌سازی ویژگی‌های آماری این متغیرهای طبیعی و تأثیر آنها بر نتایج برآورد اهمیت قابل توجهی دارد. روش‌های زمین‌آماری مکانی و مکانی-زمانی مانند روش بیشینه آنتروپی بیزی (Bayesian Maximum Entropy, BME) در یک چارچوب کلان و روش‌های کریجینگ، پاسخی آماری به این نیاز فنی است. در این مقاله به منظور درون‌یابی‌های مکانی، ابتدا اطلاعات داده‌های مربوط به ایستگاه‌های باران‌سنجی در ۱۰۵ ایستگاه در محدوده حوضه آبریز دریاچه نمک و حوالی آن مورد بررسی قرار گرفته است و سپس با استفاده از روش‌های بیشینه آنتروپی بیزی مکانی و کریجینگ در حالت تک‌متغیره و بیشینه آنتروپی بیزی و کریجینگ همبسته (Cokriging) در حالت دومتغیره با استفاده از الگوی تغییرات ارتفاعی به منظور تبیین الگوی بلندمدت بارش بر اساس فن صحت‌سنجی تقاطعی مورد تحلیل قرار گرفته است. علاوه بر این در روش بیشینه آنتروپی بیزی با در نظر گرفتن داده‌های قطعی و غیرقطعی در محدوده مورد تحقیق به بررسی تغییرات عدم قطعیت نیز پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد که به‌رغم دقت مناسب کریجینگ (در دو حالت تک‌متغیره و دومتغیره)، روش بیشینه آنتروپی بیزی سطح دقیق‌تری از محاسبات را به‌دست داده است.

واژه‌های کلیدی: بیشینه آنتروپی بیزی مکانی، کریجینگ، کریجینگ همبسته، میانگین بارش سالانه، زمین‌آمار

Evaluating the efficiency of spatial geostatistical methods for identifying the spatial patterns of precipitation: a case study of Namak lake watershed

Bardia Bayat¹, Banafsheh Zahraie¹, Farahnaz Taghavi^{2*} and Mohsen Nasser¹

¹School of Civil Engineering, University of Tehran, Iran

³Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 15 September 2010, accepted: 28 September 2011, available online: 15 March 2012)

Summary

Measurement and estimation of natural variables in space and time domains involve considerable uncertainties. Precipitation is an important hydrologic variable with a significant spatial uncertainty. Different methods have been developed to estimate areal average values of precipitation, such as Thiessen, Inverse Distance Weighting, Adaptive Inverse Distance Weighting, and Kriging. Although these methods are simple, they suffer from lack of incorporating spatial dependencies and uncertainties of the available data.

The purpose of the current research is to investigate the uncertainties of spatial precipitation over NamakLake watershed in central Iran. For this purpose, both classical and modern spatial exploration analysis methods including Ordinary Kriging (OK) - Bayesian Maximum Entropy (BME) (for univariate cases) and BME-Cokriging (for multivariate cases) methods have been used.

BME is a method of spatial and spatiotemporal geostatistics which can rigorously and efficiently incorporate uncertain features of available data. BME is the method which can provide maps with lower uncertainties and more reliable measurements with the contribution of strong mathematical computations and combination with different knowledge bases and uncertainty sources. Generally, BME processing consists of three stages: (1) The prior stage, which uses general knowledge including statistical moments (mean, variogram, and covariance) and scientific or experimental laws or theories, (2) the meta stage, which takes site-specific knowledge including hard and soft data. Hard data are measured values which are considered accurate with low error and high uncertainty and soft data are data with high error and low uncertainty can have different shapes such as interval and probabilistic, and (3) the posterior stage, which is the integration of the prior and meta stages and aims to maximize posterior probability distribution function (PDF). In this stage, the prior PDF is updated with specific data. The prior and posterior PDFs are related based on Bayes' theorem. Based on our purpose of estimation, different conditions such as mean and mode (known as BME_{mean} and BME_{mode}) of the posterior PDF can be obtained. The BME_{mean} minimizes the mean square error, and the BME_{mode} is the most probable realization.

Kriging is one of the optimum classical geostatistical methods which can estimate unsampled stations with the contribution of sampled measurements. Kriging is a special case of BME. Under some assumptions (considering mean and covariance as general knowledge and hard/ soft data as site-specific knowledge), kriged and BME predictions become the same. Kriging is used in this study as a base for comparison.

One hundred and five rain gauge stations are located in and around the study area, out of which 44 have full records of observations for the period of 1977 through 2008. The records of these stations are considered as the hard dataset. The remaining stations have some missing data and therefore observations in these stations are classified as the soft dataset.

The stages of spatial modeling in this paper are as follows: (1) The primary processing of raw data, which includes investigating statistical missing data; the hard and soft data are distinguished in this stage. (2) The determination of variograms; the primary fitting of experimental variograms was done using GS+ software based on the maximum correlation coefficient and then these parameters are optimized by the Iterated Non-linear Weighted Least Squares (INWLS) method for univariate cases and Iterated Least Squares (ILS) method for multivariate cases. (3) The application of the optimum theoretical variograms obtained through the Kriging, Cokriging and BME methods, and, finally, (4) the estimation of precipitation.

The cross validation technique was used to evaluate the results of these two methods. The results of this study have shown that BME estimates were less biased and more accurate than those of the classical OK.

Key words: Bayesian maximum entropy, Kriging, Cokriging, annual mean precipitation, geostatistic

۱ مقدمه

(IDW Weight)، برازش اسپلاین (Spline fit)، چندجمله‌ای (Polynomial) اشاره کرد. روش هندسی تیسن (۱۹۱۱) که در آن بارش در هر نقطه به نزدیک‌ترین ایستگاه اندازه‌گیری در زیرحوضه‌های چندوجهی نسبت داده می‌شود، یکی از ساده‌ترین این روش‌ها است. سازمان ملی هواشناسی آمریکا (۱۹۷۲) روش معکوس فاصله وزنی را عرضه کرد که در آن وزن‌ها به‌طور معکوس با مربع فاصله بین ایستگاه باران‌سنجی و نقطه بدون ایستگاه متناسب هستند (دینگمن، ۲۰۰۲). بنا به نظر اکسترم و چاپل (۲۰۰۴)، اگرچه این روش‌ها سریع و آسان هستند ولی اطلاعاتی در خصوص وابستگی یا برآورد عدم قطعیت مکانی به‌دست نمی‌دهند و از این رو برای برآورد بهتر، روش‌های زمین‌آمار از جمله کریجینگ و کریجینگ همبسته توصیه شده‌اند. مجموعه‌ای از محاسن و محدودیت‌های مربوط به روش‌های بیان شده به‌طور خلاصه در جدول ۱ آورده شده است.

ب- روش‌های درون‌یابی کلاسیک زمین‌آمار

از جمله روش‌های درون‌یابی کلاسیک زمین‌آمار می‌توان به انواع روش‌های کریجینگ از جمله کریجینگ ساده (Ordinary Simple Kriging, SK)، کریجینگ معمولی (Universal Kriging, OK)، کریجینگ عمومی (Universal Kriging, UK)، کریجینگ بلوکی (Block Kriging)، کریجینگ ذاتی (Intrinsic Kriging, InK)، کریجینگ شاخص (Indicator Kriging, IK) و روش کریجینگ همبسته اشاره کرد. کریجینگ به‌منزله یکی از روش‌های کلاسیک زمین‌آمار، روش درون‌یابی آماری و

اطلاعات مربوط به توزیع بارش با توجه به کاربردهای گوناگون هیدرولوژیکی از جمله مدیریت صحیح منابع آب، برآورد حداکثر بارش محتمل و تخصیص الگوی مناسب کشت، از اهمیت زیادی برخوردار است. با توجه به تغییرات زیاد مکانی و زمانی بارش، برآورد مقدار این متغیر در مکان‌های فاقد ایستگاه اندازه‌گیری، به‌خصوص در مناطق کوهستانی و در زمانی که شبکه ایستگاه‌ها پراکنده باشند، امری دشوار می‌نماید. همچنین، یکی از مشکلاتی که هواشناسان و هیدرولوژیست‌ها در بررسی نمونه‌های مکانی بارش با آن مواجه هستند، درون‌یابی داده‌ها با استفاده از ایستگاه‌های باران‌سنجی دارای توزیع فضایی نامنظم است. به‌منظور برآورد بارش در مکان‌های فاقد اندازه‌گیری، روش‌های متفاوتی پیشنهاد شده است که به‌منظور درک بیشتر جایگاه این روش‌ها این بخش به سه قسمت روش‌های درون‌یابی سنتی (از جمله روش‌های تیسن، معکوس فاصله وزنی و مانند آن)، روش‌های درون‌یابی کلاسیک زمین‌آمار (از جمله انواع روش‌های کریجینگ، کریجینگ همبسته و مانند آن) و روش‌های درون‌یابی نوین زمین‌آمار (از جمله روش پیشینه آنتروپی بیزی) تقسیم‌بندی می‌شود و در هر بخش مختصری از محاسن و معایب روش‌های پیش‌گفته و بررسی‌های صورت گرفته، عرضه می‌شود.

الف- روش‌های درون‌یابی سنتی

از جمله روش‌های سنتی درون‌یابی می‌توان به روش‌های هندسی تیسن، معکوس فاصله وزنی (Inverse distance)

جدول ۱. محاسن و محدودیت‌های مربوط به روش‌های سنتی درون‌یابی (برگرفته باسیستا و همکاران (۲۰۰۸)).

محدودیت‌ها	مزیت‌ها
غیرمناسب در مناطق کوهستانی، تغییرات ناگهانی در مرزهای پلیگون	ساده، رایج
تفکیک نشدن اطلاعات اضافی به دست آمده از ایستگاه‌های اطراف در زمان نزدیکی نقاط	ساده‌تر بودن از سایر روش‌ها به خصوص روش کریجینگ، نبود نیاز به پیش‌مدل‌سازی، اجرای سریع‌تر
مشکوک بودن نسبت به مقادیر مرزی و مقادیر پرت (Outlier)	ساده و قابل فهم بودن، مدل شدن طیف وسیعی از مجموعه داده‌ها با استفاده از چندجمله‌ای با مرتبه پایین، سازگاری بهتر برآوردگرهای چندجمله‌ای با مجموعه داده‌های غیرایستا (Non-Stationary)
تفاوت زیاد مقادیر برآوردشده در حالت مجموعه داده‌های کم	اجرای سریع‌تر

و پالوتیکوف (۲۰۰۰) به برآورد بارش فصلی در ۳۵ ایستگاه باران‌سنجی و با دقت یک کیلومتر پرداختند و در نهایت به این نتیجه رسیدند که برای بهبود برآورد مکانی بارش، روش‌های زمین‌آمار می‌توانند متغیر ثانویه از جمله فاصله از نزدیک‌ترین ساحل و نظیر آن را در فرایند برآورد ترکیب کنند. مهدی‌زاده و همکاران (۱۳۸۵) کارایی روش‌های زمین‌آمار در پهنه‌بندی اقلیمی حوضه آبریز دریاچه ارومیه را براساس روش اعتبارسنجی حذفی مورد ارزیابی قرار دادند. حبیبی اربطانی و همکاران (۱۳۸۸) به مدل‌سازی تغییرات مکانی ویژگی‌های شیمیایی آب‌های زیرزمینی با استفاده از روش‌های زمین‌آمار (کریجینگ و کریجینگ همبسته) و روش‌های معین (اسپلاین، میانگین متحرک وزنی توان ۱ و ۲) پرداختند. نتایج ارزیابی تقاطعی اطلاعات نشان‌دهنده اولویت روش‌های زمین‌آمار نسبت به روش‌های معین در پهنه‌بندی پارامترهای کیفی آب در منطقه مورد بررسی است. باسیستا و همکاران (۲۰۰۸) به تهیه یک نقشه بارش سالانه نرمال با دقت یک کیلومتر با استفاده از ۴۴ ایستگاه پرداختند. آنها همچنین، روش‌های گوناگون درون‌یابی، از جمله IDW، چندجمله‌ای، اسپلاین، کریجینگ معمولی و کریجینگ عمومی را با یکدیگر مقایسه کردند و در نهایت

بهینه‌ای است که با استفاده از اطلاعات مشاهدات در مکان‌های مشاهداتی مجاور به برآورد مقادیر در مکان‌های نامعلوم می‌پردازد. تابیوس و سالاس (۱۹۸۵)، فیلیپس و همکاران (۱۹۹۲) و واقفی و همکاران (۱۳۸۸) رویکردهای زمین‌آمار را به این دلیل که بهترین برآورد ناریب خطی (Best Linear Unbiased Estimator) را با به حداقل رساندن واریانس نقاط همسایگی به دست می‌دهد، نسبت به این روش‌های وزنی فاصله ترجیح داده‌اند. لبل و همکاران (۱۹۸۷) برای برآورد بارش ۲۴ ساعته، روش‌های پلیگون تیسن، برازش اسپلاین و رویکردهای کریجینگ را با یکدیگر مقایسه کردند و به این نتیجه رسیدند که کریجینگ دقیق‌ترین روش در همه ایستگاه‌ها و دوره‌های زمانی در محدوده مورد بررسی ایشان بوده است. گووارتس (۲۰۰۰) روی استفاده از روش کریجینگ همبسته در ترکیب کردن تراز ارتفاعی با نقشه‌های بارش تجدید نظر کرد و به این نتیجه رسید که نتایج مربوط به ترکیب کردن اطلاعات ثانویه به دو عامل همبستگی بین متغیر اولیه و ثانویه قبل از برآورد و پیوستگی مکانی (ناجت یا اثر قطعه‌ای، Nugget) بستگی دارد و به همین دلیل خطاهای درون‌یابی کریجینگ همبسته در مواردی می‌تواند از کریجینگ بیشتر باشد. آگنه

بیشینه آنتروپی بیزی نسبت به هر دو روش کریجینگ (فقط با استفاده از اطلاعات قطعی و یا هر دو دسته اطلاعات غیرقطعی و قطعی) اریبی (Biased) کمتری دارند و در نهایت دقیق‌تر و صحیح‌تر هستند. ساولیه وا و همکاران (۲۰۰۵) برای برآورد وسعت و بزرگی مواد پرتوزا از روش بیشینه آنتروپی بیزی استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که روش بیشینه آنتروپی بیزی با داده‌های قطعی و غیرقطعی و برآوردهای به‌دست‌آمده از بیشینه آنتروپی بیزی با داده‌های غیرقطعی باعث بهبود برآورد و دقت نقشه‌کشی می‌شوند. نظریه در نظر گرفته شده از سوی آنها شامل روند میانگین میدان تصادفی مکانی و کوواریانس است. همچنین، یو و چو (۲۰۱۰) برای برآورد مکانی-زمانی تراز آب زیرزمینی و تولید این مقادیر با توزیع یکنواخت، از روش درونیابی بیشینه آنتروپی بیزی استفاده کردند. آنها از این روش به منظور حداقل کردن اریبی مقادیر نمونه برداری شده استفاده کرده‌اند. یو و همکاران (۲۰۱۰) به منظور تحقیق در سرطان دهان و تحلیل نقشه مکان-زمان این بیماری تحت عدم قطعیت موجود، از روش بیشینه آنتروپی بیزی تعمیم یافته (General Bayesian Maximum Entropy, GBME) استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که این روش بدون هیچ فرضی در مورد خطی یا نرمال بودن توزیع‌های احتمالاتی، به راحتی اغتشاش موجود در اطلاعات را برطرف می‌کند و نیز با در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در داده‌ها، نقشه‌های دقیق و مفهومی را به تصویر می‌کشد. در این مقاله برای اولین بار به منظور برآورد میانگین بلندمدت بارش در منطقه حوضه آبریز دریاچه نمک، از روش‌های کریجینگ معمولی و بیشینه آنتروپی بیزی در حالت تک‌متغیره (یعنی در نظر گرفتن مقادیر بارش به تنهایی) و کریجینگ همبسته و بیشینه آنتروپی بیزی در حالت دومتغیره (یعنی در نظر گرفتن بارش به کمک اطلاعات تراز ارتفاعی) استفاده شده است. این تلاش به

با استفاده از نتایج ارزیابی تقاطعی اطلاعات و خطاها روشن ساختند که روش کریجینگ عمومی با مدل تغییرنمای اثر حفره (Hole effect) بهترین روش است. عابدینی و همکاران (۲۰۰۸) به بهبود نتایج روش‌های کلاسیک زمین‌آمار در ترکیب با روش‌های خوشه‌بندی پرداختند. آماره‌های به‌کار گرفته شده در تحقیق آنها معرف بهبود نتایج به میزان ۵۰ درصد یا بیشتر با استفاده از خوشه‌بندی نسبت به سایر روش‌های کلاسیک بود. روش‌های سنتی و قدیمی تحلیل نقشه‌های مکانی مانند زمین‌آمار کلاسیک یا توابع پایه، فقط از اندازه‌گیری‌های موجود که در این تحقیق، داده‌های قطعی (Hard Data) نامیده شده‌اند، استفاده می‌کنند. در این روش‌ها به دلیل ضعف در محتوای فیزیکی و ذاتی (Epistemological) مبنای مدل‌سازی، از منابع مهم اطلاعات قبلی و داده‌های غیرقطعی (Soft Data) استفاده نمی‌شود.

ج- روش‌های درونیابی نوین زمین‌آمار

به منظور برآورد داده‌های قطعی و غیرقطعی ذکر شده در بخش قبل در زمان یا مکان از یکی از روش‌های نوین زمین‌آمار با نام بیشینه آنتروپی بیزی استفاده می‌شود. بیشینه آنتروپی بیزی یک روش دقیق و کاربردی برای آنالیز مکانی یا مکانی زمانی اطلاعات است به نحوی که روش کریجینگ و عمده مشتقات آن یک حالت خاص از روش اخیر محسوب می‌شود. تحقیقات کریستاکوس و لی (۱۹۹۸) نشان می‌دهد که بیشینه آنتروپی بیزی یک راه‌حل ساده را برای مشکل برآورد میدان‌های تصادفی بلوکی نیز به‌دست می‌دهد و در نهایت اینکه پیش‌بینی‌های صورت گرفته با بیشینه آنتروپی بیزی به‌طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به کریجینگ دقیق‌تر بوده‌اند. دوایک و همکاران (۲۰۰۵) برای شناسایی تغییرات شوری خاک از ابزارهای زمین‌آمار از جمله کریجینگ و بیشینه آنتروپی بیزی استفاده کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که پیش‌بینی‌های

که در آن، $Z(\bar{x}_i)$ مقدار متغیر در نقطه \bar{x}_i ، $Z(\bar{x}_i + h)$ مقدار متغیر در نقطه $\bar{x}_i + h$ به فاصله h از نقطه \bar{x}_i ، $N(h)$ تعداد جفت نقاط و $\gamma(h)$ مقدار شبه تغییرنا است. در حقیقت یک تغییرنا با سه پارامتر اصلی تعریف می‌شود که عبارت‌اند از ناچت یا اثر قطعه‌ای (Nugget)، سقف (Sill)، دامنه تاثیر یا محدوده (Range). ناچت مقدار تغییرنا به ازای $h=0$ است که در واقع نشان‌دهنده اثر باقی‌مانده همه تغییرات با محدوده‌ای کمتر از فواصل مشاهداتی موجود است. سقف به مقدار تغییرنا در جایکه تغییرات ثابت می‌شوند مربوط می‌گردد و دامنه تاثیر فاصله‌ای است که در آن ارتباط دو متغیر $Z(\bar{x}_i)$ و $Z(\bar{x}_i + h)$ از بین می‌رود.

کریجینگ درحکم یک میانگین متحرک وزن‌دار به صورت زیر تعریف می‌شود (حسنی پاک، ۱۳۸۶):

$$\hat{Z}(\bar{x}_p) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\bar{x}_i), \quad (2)$$

که در آن، $\hat{Z}(\bar{x}_p)$ مقدار برآورد شده در نقطه p است که فاقد ایستگاه اندازه‌گیری است، λ_i وزن نمونه i ام و $Z(\bar{x}_i)$ مقدار نمونه i ام است که مقدار آن برای ما معلوم است. فرمول‌بندی کریجینگ معمولی و شرایط ناریب آن به‌صورت زیر تعریف می‌شود (حسنی پاک، ۱۳۸۶):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(\bar{x}_i, \bar{x}_j) - \mu \\ = \gamma(\bar{x}_i, \bar{x}_p) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}, \quad (3)$$

در رابطه فوق، $\gamma(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$ مقدار تغییرنا بین دو نقطه \bar{x}_i و \bar{x}_j و μ ضریب لاگرانژ است. کریجینگ همبسته رویکردی برای ترکیب کردن اطلاعات ثانویه و حالتی چندمتغیره از کریجینگ است. کریجینگ همبسته یک ترکیب خطی و البته از جنس آماری از داده‌های همسایگی اولیه (مبنا) و ثانویه (هدف) است. با فرض

منظور درک بهتر الگوی مقدار بارش سالانه بلندمدت در حوضه دریاچه نمک صورت گرفته که تلاشی در به‌کارگیری اطلاعات به‌صورت آماری با در نظر گرفتن عدم قطعیت آنها بوده است.

۲ روش‌شناسی

۱-۲ کریجینگ

همان‌طور که در بخش (۱-۲) نیز بیان شد، روش کریجینگ انواع گوناگونی دارد که در این مقاله از روش کریجینگ معمولی استفاده می‌شود. کیتانیدیس (۱۹۹۷) کریجینگ را یک نام کلی از یک خانواده بزرگ‌تر رویکردهای آماری در درون‌یابی مکانی می‌داند که اساس روش امروزی آن را ریاضی‌دانی فرانسوی به نام ماترون بنیاد نهاد. مهم‌ترین مزیت کریجینگ، طبیعت درون‌یابی دقیق ذاتی آن است که در آن مقادیر مشاهداتی را می‌توان به‌طور دقیق، دوباره برآورد کرد. کریجینگ دقیقاً براساس ساختار داده‌ها است که در آن ترم ساختار، به توزیع مکانی مقادیر نسبت داده شده و کوواریانس آنها مربوط می‌شود. به‌طور کلی کریجینگ مجموعه‌ای از روش‌های رگرسیون خطی تعمیم داده شده در ابعاد بزرگ است که در آن علاوه بر برآورد مقادیر در نقاط، خطای برآورد نیز به‌دست می‌آید و این یک خصیصه مهم در زمینه طراحی شبکه‌های پایش عوامل طبیعی است. این روش در واقع بهینه‌سازی برآورد یک پارامتر دارای توزیع مکانی یا زمانی در نقطه‌ای دلخواه است. تغییرات مکانی یک متغیر ناحیه‌ای با شبه تغییرنا (Semi-variogram) تعریف می‌شود. فرمول تغییرنا (Variogram) به‌صورت زیر تعریف می‌شود (تقوی، ۱۳۸۴):

$$\gamma(h) = \frac{\sum_{i=1}^{N(h)} [Z(\bar{x}_i) - Z(\bar{x}_i + h)]^2}{2N(h)}, \quad (1)$$

ب- خطای متوسط مربعات نرمال شده (Normalized Mean Square Error, NMSE) که از رابطه زیر محاسبه می‌شود و در آن S^2 واریانس مقادیر نمونه‌برداری شده است:

$$NMSE = \frac{1}{S^2 N} \sum_{i=1}^N \{Z(\bar{x}_i) - \hat{Z}(\bar{x}_i)\}^2 \quad (۶)$$

ج- مقدار R^2 که ضریب همبستگی مقادیر واقعی و برآورد شده است.

برای مقایسه، از دو رویکرد خطای متوسط (Mean Square Error, ME) و خطای متوسط مربعات (Mean Square Error, MSE) نیز استفاده شده است که روابط محاسبه آنها به ترتیب

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z(\bar{x}_i) - \hat{Z}(\bar{x}_i)\}$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z(\bar{x}_i) - \hat{Z}(\bar{x}_i)\}^2$$

شده ناریب خواهند بود در صورتی که PAEE از نظر آماری نزدیک صفر باشد و همچنین، مدلی دقیق‌تر است اگر NMSE نزدیک صفر باشد. مناسب‌ترین تغییرنا براساس بیشترین R^2 و با سعی و خطا انتخاب می‌شود که نشان دهنده ارتباط قوی بین مقادیر مشاهداتی و برآورد شده است.

۳-۲ مدل میدان تصادفی مکان-زمان

توزیع مقادیر بارش را به‌طور مناسبی می‌توان با میدان تصادفی مکان-زمان $X(p)$ در میدان پیوسته E تعریف کرد که در آن اجزای مکانی و زمانی میدان مربوطه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید (کریستاکوس و همکاران، ۲۰۰۲):

$$\begin{aligned} E : (P, |dP|) & P \\ & = (s, t) \in E \\ & = S \times T, \quad s \\ & = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in S \subset R^n \quad t \in T \subset R^1, \end{aligned} \quad (۷)$$

$Z_1(x)$ و $Z_2(x)$ به‌صورت وابسته، برآورد Z_1 (یا Z_2) با کریجینگ همبسته، با استفاده از برآوردگر بهینه خطی به‌صورت زیر صورت می‌گیرد (حسینی پاک، ۱۳۸۶):

$$Z_1^*(x_0) = \sum_{j=1}^n \lambda_1^j Z_1(x_j) + \sum_{l=1}^m \lambda_2^l Z_2(x_l), \quad (۴)$$

که در آن، $Z_1^*(x_0)$ ، برآورد Z_1 در موقعیت x_0 ، $Z_1(x_j)$ مقادیر اندازه‌گیری شده Z_1 در موقعیت‌های $j=1, \dots, n$ و $Z_2(x_l)$ مقادیر اندازه‌گیری شده Z_2 در موقعیت‌های $l=1, \dots, m$ هستند.

۲-۲ معیارهای ارزیابی

مناسب بودن و معتبر بودن مدل تغییرنا می‌تواند با استفاده از روش ارزیابی صحت‌سنجی تقاطعی (Cross Validation) ارزیابی می‌شود. این شیوه بدین صورت است که ابتدا تغییرنا می‌تواند از روی اطلاعات محاسبه شده و تغییرنا نظری روی آن برازش داده می‌شود. سپس با استفاده از مدل انتخاب شده و دستگاه معادلات کریجینگ، مقدار $Z(\bar{x}_i)$ در هر نقطه با حذف این مقدار از میان سایر نقاط برآورد می‌شود و این عمل برای همه نقاط تکرار می‌شود. آماره‌های زیادی به منظور ارزیابی مقادیر برآوردی و مشاهده شده در مدل‌سازی فرایندهای طبیعی وجود دارد. در این مقاله براساس پیشنهاد هوسی و همکاران (۱۹۹۲) از سه آماره زیر استفاده شده است:

الف- خطای درصد میانگین برآورد (Percent Average Estimation Error, PAEE) که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$PAEE = \frac{1}{ZN} \sum_{i=1}^N \{Z(\bar{x}_i) - \hat{Z}(\bar{x}_i)\} \quad (۵)$$

در رابطه فوق، $Z(\bar{x}_i)$ مقدار واقعی، $\hat{Z}(\bar{x}_i)$ مقدار برآورد شده، \bar{Z} میانگین مقادیر و N ، تعداد نقاط دارای اندازه‌گیری است.

با توجه به اینکه تابع توزیع تجمعی یا تابع چگالی احتمال چندمتغیره مشخص نیستند، بنابراین، میدان تصادفی مکانی زمانی با ممان‌های مرتبه اول و دوم مشخص می‌شوند. ممان مرتبه اول، تابع میانگین $m_x(p)$ و ممان مرتبه دوم، تابع کوواریانس $c_x(p, p')$ بین دو نقطه p و p' است. حال با توجه به این دو تابع، میدان‌های همگن و ناهمگن و ایزوتروپ و غیر ایزوتروپ از نظر مکانی و میدان‌های ایستا و غیر ایستا از نظر زمانی تعریف می‌شوند. میدان تصادفی مکانی زمانی را در صورتی همگن و ایستا گویند که هر دو تابع میانگین و کوواریانس در مکان و زمان تغییر نکنند و نیز هیچ روند (Trend) مکانی و زمانی وجود نداشته باشد. در این حالت، تابع میانگین ثابت است و تابع کوواریانس نیز فقط به تاخیر مکانی $r = s - s'$ و تاخیر زمانی $\tau = t - t'$ در دو نقطه $p = (s, t)$ و $p' = (s', t')$ به شکل زیر بستگی دارد:

$$c_x(p, p') = c_x(s - s', t - t') = c_x(r, \tau). \quad (11)$$

میدان تصادفی را در صورتی ایزوتروپ گویند که تابع کوواریانس آن مطابق رابطه زیر فقط به فاصله مکانی بستگی داشته باشد و نه به جهت:

$$c_x(r, \tau) = c_x(|r|, \tau). \quad (12)$$

در صورتی که روند وجود داشته باشد با کسر این روند از میدان تصادفی از نظر مکانی غیرهمگن و از نظر زمانی غیر ایستا و به دست آوردن مقدار باقی‌مانده (Residual)، می‌توان از آن به منزله میدان تصادفی از نظر مکانی همگن و از نظر زمانی ایستا استفاده کرد.

۲-۴ بیشینه آنتروپی بیزی

در نقشه‌های مکانی-زمانی، هدف به دست آوردن میدان تصادفی $X(p)$ در یک نقطه برآورد p_k است. محل تقاطع تابع توزیع تجمعی مربوط به m نقطه مشاهداتی و نقطه

که در آن، P دستگاه مختصات، $|dP|$ دستگاه اندازه‌گیری، S معرف مکان و t معرف زمان است. رابطه (۷) بدین معنا است که یک نقطه در داخل میدان با یک دستگاه مختصات و یک دستگاه اندازه‌گیری مشخص می‌شود که دستگاه اندازه‌گیری آن با مکان و زمان مشخص می‌شود. دستگاه مکانی n بُعدی و دستگاه زمانی یک‌بُعدی است. در نهایت اجزای این میدان به صورت کلی رابطه (۸) تعریف می‌شود که در آن m نقاط مشاهداتی و k معرف نقطه برآورد است (کریستاکوس و همکاران، ۲۰۰۲):

$$\begin{aligned} x_{map} &= (x_1, \dots, x_m, x_k), P_{map} \\ &= (p_1, \dots, p_m, p_k), \mathcal{X}_{map} \\ &= (\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m, \mathcal{X}_k), \end{aligned} \quad (8)$$

در این رابطه، x_i معرف متغیر تصادفی و \mathcal{X}_i معرف مقادیر رویدادهای این متغیر تصادفی است. توزیع مقادیر \mathcal{X}_i با تابع توزیع تجمعی (Cumulative Distribution Function, CDF) که به صورت $F_x(\mathcal{X}_i) = \text{Prob}[x_i \leq \mathcal{X}_i]$ تعریف می‌شود، نشان داده می‌شود. مشتق تابع توزیع تجمعی نسبت به \mathcal{X}_i نیز تابع چگالی احتمال (Probability Density Function, PDF) را به دست می‌دهد. در واقع متغیر تصادفی x_i به‌طور کامل از توزیعی از مقادیر به شکل تابع توزیع تجمعی یا تابع چگالی احتمال به دست می‌آید. میدان تصادفی $X(P)$ که مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی x_i است با توجه به تابع توزیع تجمعی چندمتغیره به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} F_x(\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m, \mathcal{X}_k) \\ = \text{Prob}[x_1 \leq \mathcal{X}_1, \dots, x_m \leq \mathcal{X}_m, x_k \leq \mathcal{X}_k]. \end{aligned} \quad (9)$$

مشتق رابطه (۹) نیز تابع چگالی احتمال چندمتغیره را به دست می‌دهد که رابطه آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} f_x(\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m, \mathcal{X}_k) \\ = \delta^{m+1} F_x(\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m, \mathcal{X}_k) \\ / \delta \mathcal{X}_1 \dots \delta \mathcal{X}_m \delta \mathcal{X}_k. \end{aligned} \quad (10)$$

شامل ممان‌های آماری، آماره‌های چندنقطه‌ای و مانند آن مربوط می‌شود. هدف در این مرحله حداکثر کردن محتوای اطلاعات تنها با استفاده از نظریه شناخته شده یا عمومی است. تابع چگالی احتمال چندمتغیره پیشین با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$f_G(\mathcal{X}_{map}) = Z^{-1} \exp\left[\sum_{\alpha=1}^{N_c} \mu_{\alpha} g_{\alpha}(\mathcal{X}_{map})\right], \quad (16)$$

که در آن، $Z = \exp(-\mu_0)$ یک ثابت نرمال و μ_{α} ضرایب لاگرانژ هستند.

۲. مرحله دوم (Meta Stage)، که به نظریه جزئی یا خاص (Site-Specific Knowledge) یا همان داده‌های قطعی و غیرقطعی مربوط است. نظریه جزئی یا خاص در اثر تجربه در شرایط خاص مسئله به دست می‌آید و شامل داده‌های قطعی و غیرقطعی به شکل زیر است (کریستاکوس و همکاران، ۲۰۰۲):

$$\begin{aligned} S: \mathcal{X}_{data} \\ = (\mathcal{X}_{hard}, \mathcal{X}_{soft}) = (\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m), \mathcal{X}_{hard} \\ = (\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_{m_h}), m_h < m, \mathcal{X}_{soft} \\ = (\mathcal{X}_{m_h+1}, \dots, \mathcal{X}_m), \end{aligned} \quad (17)$$

\mathcal{X}_{hard} نشان‌دهنده داده‌های قطعی و \mathcal{X}_{soft} گویای داده‌های غیرقطعی است. منظور از داده‌های قطعی مقادیری است که به صورت صحیح اندازه‌گیری می‌شود و حاصل مشاهدات معتبر است و در مقابل داده‌های غیرقطعی معرف مقادیر مشکوک و یا خروجی مدل‌های احتمالاتی و از این دست است. در نهایت دانش کل به صورت $K = G \cup S$ به دست می‌آید.

۳. مرحله سوم یا پسین (Posterior Stage) که به یکپارچه کردن دو مرحله قبلی می‌پردازد و منجر به نتایج نهایی تحلیل می‌شود. هدف در این مرحله حداکثر کردن تابع چگالی احتمال پسین است که از نظریه شناخته شده یا عمومی و خاص حاصل می‌شود. توابع چگالی احتمال‌های

برآورد k و مقدار متناظر تابع چگالی احتمال آن که از رابطه (۱۰) به دست می‌آید، تابع چگالی احتمال پیشین را به شکل $f_G(\mathcal{X}_{map})$ به دست می‌دهد. در روش پیشینه آنتروپی بیزی از معیار اطلاعات شنن (۱۹۴۸) به شکل زیر استفاده می‌شود (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$Info(x_{map}) = -\text{Log}[f_G(\mathcal{X}_{map})], \quad (13)$$

که در آن، $f_G(\mathcal{X}_{map})$ همان تعریف رابطه (۱۰) است، با این تفاوت که در آن G جایگزین x شده است. رابطه (۱۳) بدین معنا است که تابع چگالی احتمال پیشین فقط به نظریه شناخته شده یا عمومی (General Knowledge) مورد استفاده بستگی دارد. امید ریاضی اطلاعات به شکل زیر تعریف می‌شود (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$\begin{aligned} E[Info(x_{map})] \\ = -\int \text{Log}[f_G(\mathcal{X}_{map})] f_G(\mathcal{X}_{map}) d\mathcal{X}_{map}. \end{aligned} \quad (14)$$

رابطه (۱۴) را تابع آنتروپی شنن می‌گویند. امید ریاضی اطلاعات یا تابع آنتروپی بایستی حداکثر شوند. با توجه به اینکه برآوردگر میدان تصادفی یعنی $\hat{X}(p_k)$ را عموماً می‌توان با امید ریاضی‌های مجموعه توابع $X(p)$ تعریف کرد، بنابراین، محدودیت‌های فیزیکی مربوط به G را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$\begin{aligned} E[g_{\alpha}] \\ = \int g_{\alpha}(\mathcal{X}_{map}) f_G(\mathcal{X}_{map}) d\mathcal{X}_{map} \\ \alpha = 0, \dots, N_c, \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن، g_{α} ها توابعی هستند که به گونه‌ای انتخاب می‌شوند تا نظریه شناخته شده یا عمومی یعنی G به طور کامل د فرایند برآورد در نظر گرفته شود و مقادیر امید ریاضی‌های آنها یعنی $E(g_{\alpha})$ ، ممان‌های آماری مکان-زمان را میسر کنند. تحلیل پیشینه آنتروپی بیزی از سه مرحله اصلی تشکیل شده است:

۱. مرحله اول یا پیشین (Prior Stage)، که به نظریه شناخته شده یا عمومی یا همان توابع همبستگی آماری

مقادیر میانگین توزیع پسین در واقع میانگین خطای مربعات برآورد را حداقل می‌کند و آن را با BMEmean نشان می‌دهند، و همان‌طور که از رابطه آن برمی‌آید، یک رابطه غیرخطی است. عدم قطعیت موجود در داده‌های برآورد شده را با استفاده از همین واریانس خطای برآورد می‌سنجند. مقادیر مد توزیع پسین که در واقع نشان دهنده محتمل‌ترین مقدار است، با BMEmode نشان داده می‌شود. در هنگامی که نظریه‌شناخته شده یا عمومی فقط به ممان‌های مرتبه اول و دوم و نظریه جزئی یا خاص فقط به داده‌های قطعی محدود شوند، در این صورت برآوردهای کریجینگ با میانگین توزیع پسین یعنی همان رابطه (۲۱) معادل خواهند شد.

۳ داده‌ها و نحوه تحقیق

۳-۱ داده‌ها و منطقه مورد بررسی

حوضه آبریز دریاچه نمک در دامنه طول و عرض جغرافیایی ۳۹-۴۰ درجه شرقی و ۵۱-۵۲ درجه شمالی واقع شده است. این حوضه دربرگیرنده ۸۷ ایستگاه باران‌سنج است که در این مقاله برای کمک به امر برآورد از تعدادی از ایستگاه‌های واقع در حوضه‌های مجاور (۱۸ ایستگاه) نیز استفاده شده است. میانگین، حداقل و حداکثر بارش سالانه که در این حوضه اتفاق افتاده است به ترتیب معادل با ۳۶۸/۲، ۳ و ۱۳۹۷ میلی‌متر است. به‌منظور تحلیل مقدار میانگین بارش سالانه بلندمدت و مقدار تراز ارتفاعی با استفاده از ۱۰۵ ایستگاه و ۳۰ سال آمار ثبت شده آنها از سال آبی ۱۳۵۶-۱۳۵۵ تا ۱۳۸۵-۱۳۸۴ استفاده شده است. در میان این ایستگاه‌ها فقط ۴۴ ایستگاه از ۳۰ سال طول آماری به‌طور کامل برخوردارند و ۶۱ ایستگاه باقی‌مانده بین ۲ تا ۱۹ سال خلأ اطلاعاتی دارند. موقعیت جغرافیایی حوضه آبریز دریاچه نمک به همراه ایستگاه‌های موجود در حوضه، در شکل ۱ آورده شده است. لازم به ذکر است که در این مقاله، همه ابعاد مربوط به مکان‌ها، مختصات

پیشین و پسین با قانون احتمالاتی شرطی و براساس نظریه بیزی به شکل زیر به یکدیگر مربوط می‌شوند (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$f_K(\chi_k / \chi_{data}) = f_G(\chi_{map}) / f(\chi_{data}), \quad (18)$$

که در آن، $f_G(\chi_{map})$ و $f_K(\chi_k / \chi_{data})$ به ترتیب توابع چگالی احتمال‌های پسین و پیشین‌اند. تابع چگالی احتمال پسین باید نسبت به χ_i حداکثر شود. در این مرحله تابع چگالی احتمال براساس K به شکل زیر به دست می‌آید (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$f_K(\chi_k) = A^{-1} \int_I f_G(\chi_{map}) d\chi_{soft}, \quad (19)$$

که در آن، $A = \int_I f_G(\chi_{data}) d\chi_{soft}$ یک ثابت نرمال شده است و بازه I در این دو انتگرال مربوط به بازه انتگرال‌گیری داده‌های غیرقطعی است. با جایگزین کردن تابع چگالی احتمال پیشین (رابطه (۱۶)) در رابطه (۱۹)، تابع چگالی احتمال پسین به شکل زیر به دست می‌آید (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

$$f_K(\chi_k) = (AZ)^{-1} \int_I \exp\left[\sum_{\alpha=1}^{N_c} \mu_{\alpha} g_{\alpha}(\chi_{map})\right] d\chi_{soft}. \quad (20)$$

تابع چگالی احتمال پسین به دست آمده از رابطه (۲۰) که لزوماً، گاوسی هم نیست، به‌طور کامل میدان تصادفی مکانی زمانی، عدم قطعیت برآوردگر و توزیع کامل آماری را توصیف می‌کند. همچنین، با استفاده از همین رابطه می‌توان بازه‌های اطمینان (Confidence Interval) را که لزوماً متقارن نیستند، محاسبه کرد. برآوردهای مناسب مکان- زمان $(\hat{\chi}_k)$ به شکل زیر تعیین می‌شوند (کریستاکوس، ۲۰۰۰):

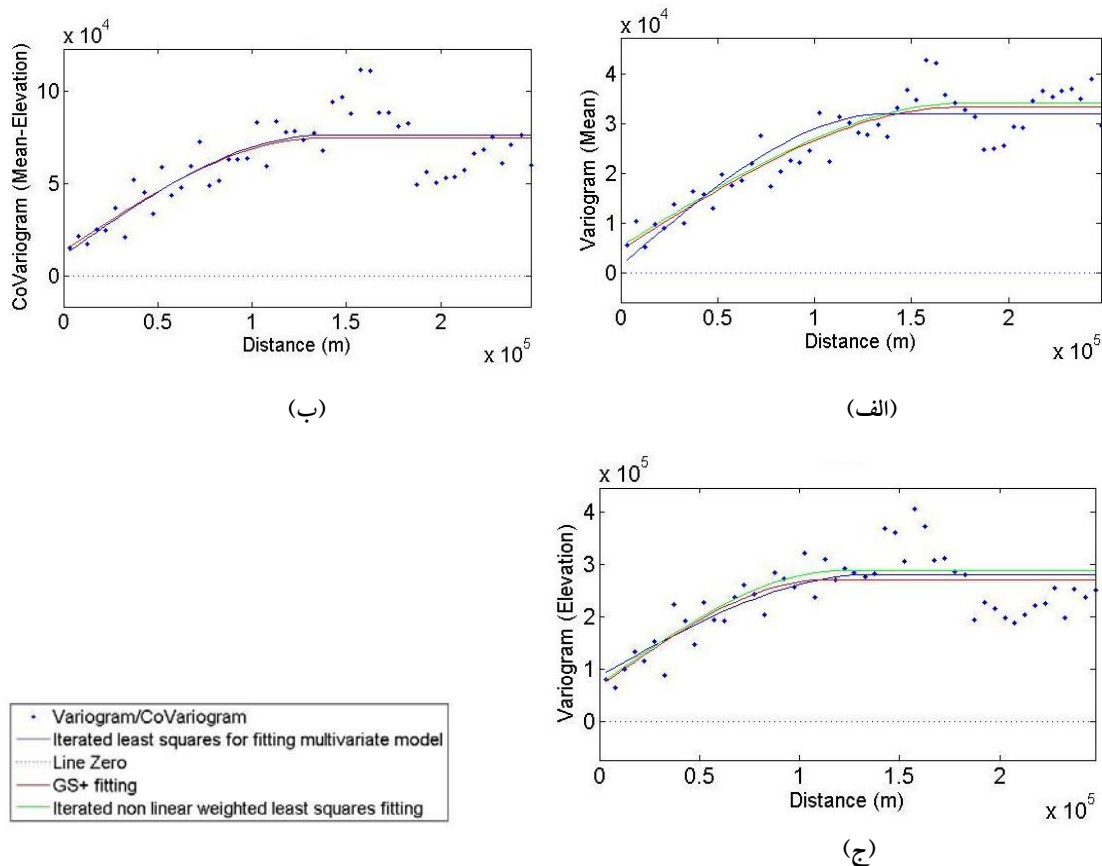
$$\begin{aligned} BME \text{ mode} &\rightarrow \hat{\chi}_{k, \text{mode}} : \max_{\chi_k} f_K(\chi_k), \\ BME \text{ mean} &\rightarrow \hat{\chi}_{k, \text{mean}} : \int \chi_k f_K(\chi_k) d\chi_k \end{aligned} \quad (21)$$

حداقل کردن به صورت غیرخطی نامحدود Nelder-Mead چندمتغیره است که در آن تابع هدف برای حداقل کردن، مجموع مربعات وزنی را حداقل می‌کند. روش الگوریتم حداقل مربعات تکراری در واقع فقط در جست‌وجوی سقف مدل است. مقادیر وزنی که در این روش در نظر گرفته می‌شود با توجه به تعداد جفت نقاط موجود در هر زیربازه تعیین می‌شوند. در نهایت مقدار بهینه پارامترهای مدل براساس حداقل خطای مدل به دست می‌آید. تغییرنمای مربوط به حالت‌های تک‌متغیره میانگین بارش سالانه و تراز ارتفاعی و تغییرنمای همبسته حالت دومتغیره یعنی میانگین بارش سالانه-تراز ارتفاعی در شکل ۲ ترسیم شده است. در این نمودار، نقطه‌های موجود مقادیر تغییر نما و تغییر نما همبسته را نشان می‌دهند. خطوط سرخ‌رنگ مقادیر به دست آمده از نرم‌افزار GS+ است. خطوط سبز رنگ نشانگر برازش براساس روش تکراری حداقل مربعات وزنی غیرخطی و در نهایت خطوط آبی‌رنگ در نمودارها معرف برازش براساس الگوریتم حداقل مربعات تکراری است. در این مدل‌سازی فرض بر یکنواختی تغییرات پارامتر هدف است. در این تحقیق، یک مدل تغییرنمای تودرتو شامل اثر قطعه‌ای و ساختار اسفیریکال که مقادیر اثر قطعه‌ای، سقف و محدوده آن قبل و پس از برازش به شرح جدول ۲ است، مورد استفاده قرار گرفته است.

در انتخاب زیربازه‌های مربوط به مدل تغییر نمای تجربی باید در نظر داشت که با افزایش این مقدار، روی تعداد بیشتری از نقاط، متوسط گرفته می‌شود و با این کار نوسان‌های تغییرنمای خام یا اولیه کاهش می‌یابد ولی ممکن است باعث ناهموار شدن انحنای تغییرنما شود. انتخاب مناسب‌ترین زیربازه امری وقت‌گیر است، چراکه با توجه به تأثیر عوامل گوناگون حقیقتاً بهترین تغییرنمای تجربی وجود ندارد (کیتانیدیس، ۱۹۹۷). بنابراین، در نهایت مقدار و تعداد زیربازه‌ها به ترتیب ۵۰۰۰ متر و ۵۰ در نظر گرفته شد. مقدار ۵۰۰۰ متر برای هر زیربازه به گونه‌ای انتخاب شده است که در هر زیربازه حداقل یک نقطه قرار گیرد. به منظور به دست آوردن بهترین تغییرنمای نظری مسئله در حالت تک‌متغیره و دومتغیره از نرم‌افزار GS+ استفاده شده است به گونه‌ای که نام و پارامتر انتخابی براساس بیشترین R^2 (مربع ضریب همبستگی)، که در واقع نشان‌دهنده بهترین برازش تغییرنما است، انتخاب می‌شود. سپس این پارامتر مدل برای حالت تک‌متغیره با استفاده از روش تکراری حداقل مربعات غیرخطی وزن‌دار و برای حالت دومتغیره با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات بهینه می‌شود تا بهترین برازش را با تغییرنمای تجربی داشته باشد. در روش تکراری حداقل مربعات غیرخطی وزن‌دار، وزن‌ها براساس تعداد جفت نقاط واقع در هر زیربازه انتخاب می‌شوند. ایده اصلی این روش،

جدول ۲. مقادیر پارامترهای به کار رفته قبل و پس از برازش.

پارامترهای مدل	اولیه در حالت تک‌متغیره	بهینه در حالت تک‌متغیره	اولیه در حالت دومتغیره	بهینه در حالت دومتغیره
Nugget	۴۲۲۳	۵۱۰۴	۶۳۰۰	۵۳۶۹
Sill	۲۹۲۰۰	۲۹۲۹۶	۵۴۴۵۰	۵۶۴۳۵
Range	۱۷۴۸۰۰	۱۸۱۷۸۸	۱۴۶۷۰۰	۱۴۶۷۰۰



شکل ۲. نمودار تغییرنما و تغییرنمای همبسته، برازش براساس GS+، برازش با روش حداقل مربعات وزنی غیرخطی تکراری و برازش با الگوریتم حداقل مربعات تکراری برای (الف) میانگین بارش سالانه، (ب) میانگین بارش سالانه-تراز ارتفاعی و (ج) تراز ارتفاعی در این نمودار، نقطه‌های موجود مقادیر تغییرنما و تغییرنمای همبسته را نشان می‌دهند. خطوط سرخ‌رنگ مقادیر به‌دست آمده از نرم‌افزار GS+ است. خطوط سبز رنگ برازش براساس روش تکراری حداقل مربعات وزنی غیرخطی است و در نهایت خطوط آبی‌رنگ در نمودارها معرف برازش براساس الگوریتم حداقل مربعات تکراری است.

معنا است که در سناریو دوم ۶۱ داده غیرقطعی موجود نیز به ۴۴ داده قطعی اضافه شده‌اند. به منظور اجرای کریجینگ همبسته (همانند کریجینگ معمولی) و برآورد مقدار میانگین، از مقادیر تراز ارتفاعی به‌منزله پارامتر تصادفی کمکی بهره گرفته شده است. قبل از آنکه نقشه‌های مربوط به حالت دومتغیره تهیه شود، مقدار ضریب تبیین (R^2) و نمودار همبستگی بین میانگین بارش و ارتفاع نقاط به‌صورت شکل ۳ ترسیم شده است. این نمودار نشان‌دهنده یک وابستگی بین میانگین بلندمدت بارش و تراز ارتفاعی قبل از برآورد به روش کریجینگ همبسته است.

برآورد کریجینگ با استفاده از الگوریتم کریجینگ خطی صورت می‌پذیرد. در این الگوریتم با توجه به مدل و پارامتر به‌دست آمده از تغییرنمای نظری و تعریف حداکثر تعداد داده قطعی و حداکثر فاصله اقلیدسی برای برآورد در نقطه شبکه، مقدار محاسبه شده در نقطه برآورد به‌دست می‌آید. در این الگوریتم همچنین، مرتبه میانگین چندجمله‌ای مشخص می‌شود. در این مقاله از دو سناریو برای مقایسه بین روش‌های مدل‌سازی تغییرات مکانی استفاده شده است. در سناریو اول از ۴۴ داده درحکم داده قطعی و در سناریو دوم از ۱۰۵ داده به‌منزله داده قطعی (همه ایستگاه‌های) موجود استفاده شده است. این بدین

برای اطلاعات بیشتر در مورد این روش به کریستاکوس (۱۹۹۲) مراجعه شود) به دست آمدند. در این رویکرد، از دو مبنای مقدار میانگین و مد تابع چگالی احتمال پسین استفاده شده است. توزیع داده‌های قطعی و غیرقطعی در شکل ۴ نمایش داده شده، که در آن داده‌های قطعی مربع شکل است و داده‌های غیرقطعی دایره شکل هستند. اندازه این دایره‌ها به تناسب مقدار داده غیرقطعی احتمالاتی است. برای ترسیم داده‌های غیرقطعی احتمالاتی از مقادیر میانگین آنها استفاده شده است. در این مقاله در هر سه روش کریجینگ، کریجینگ همبسته و بیشینه آنتروپی بیزی مقدار روند ثابت در نظر گرفته شده است.

به منظور برآورد مقدار بارش در دامنه مورد بررسی از یک شبکه منظم با فواصل ۱۰ کیلومتر در هر دو جهت عمودی و افقی (x و y) بهره گرفته شده که حاصل آن با نتایج مدل بیشینه آنتروپی بیزی مکانی مقایسه شده است. نظریه شناخته شده یا عمومی یا همان G شامل تابع میانگین ثابت و تابع کوواریانس است. داده‌های قطعی همان مقادیر مربوط به داده‌های ایستگاه‌ها هستند و برای در نظر گرفتن داده‌های غیرقطعی از داده‌های دارای خلأ آماری با توجه به عدم قطعیت موجود در آن و به صورت میانگین، بهره گرفته شده است. همچنین، مقادیر رویدادها که ملاک ارزیابی قرار گرفته‌اند و در حکم مقادیر واقعی در نظر گرفته می‌شوند، با استفاده از روش شبیه‌سازی Cholesky

جدول ۴. مقایسه نتایج در حالت دو متغیره.

آماره‌های ارزیابی	کریجینگ		بیشینه آنتروپی بیزی	
	۱۰۵ داده قطعی	۴۴ داده قطعی	بر اساس میانگین اطلاعات	بر اساس مد اطلاعات
ME	۶۴	۱۱۷	۵۸	۵۵
MSE	۲۹۰۲۱	۴۱۷۳۷	۱۸۸۰۵	۱۸۳۸۴
PAEE	۰/۱۷	۰/۳۲	۰/۱۶	۰/۱۵
NMSE	۱/۱۱	۱/۶۰	۰/۷۲	۰/۷۰

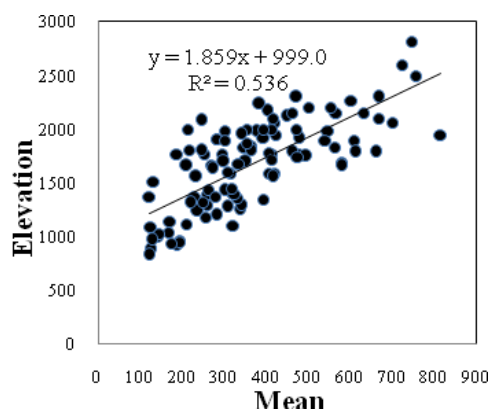
جدول ۳. مقایسه نتایج در حالت تک متغیره.

آماره‌های ارزیابی	کریجینگ		بیشینه آنتروپی بیزی	
	۱۰۵ داده قطعی	۴۴ داده قطعی	بر اساس میانگین اطلاعات	بر اساس مد اطلاعات
ME	۶۸	۱۲۳	۵۳	۵۴
MSE	۲۸۰۴۹	۴۱۶۱۲	۱۷۷۷۶	۱۷۸۴۷
PAEE	۰/۱۸	۰/۳۴	۰/۱۵	۰/۱۵
NMSE	۱/۰۷	۱/۵۹	۰/۶۸	۰/۶۸

سناریوی کریجینگ کوچک‌تر بوده است که این نشان‌دهنده دقیق‌تر بودن و اریبی کمتر نتایج روش بیشینه آنتروپی بیزی نسبت به روش‌های کلاسیک زمین‌آمار است.

نقشه مربوط به واریانس برآورد در حالت با ۴۴ داده قطعی نشان می‌دهد که با توجه به نبود داده‌های قطعی در قسمت‌های جنوب، شرق و غرب، مقادیر واریانس برآورد در این قسمت‌ها بسیار زیاد است. گرچه براساس نقشه‌های آورده شده در شکل ۵ با ورود و تغییر تعداد اطلاعات قطعی و غیرقطعی، الگوی بارش دستخوش تحول شده است، اما، بررسی مقادیر واریانس برآورد در شکل ۶ گویای این واقعیت است که به کارگیری این اطلاعات نه فقط باعث افزایش عدم قطعیت در مدل نشده، بلکه باعث کاهش دامنه واریانس برآورد در مناطق غربی و شمال غربی و تا حدودی در مرکز منطقه مورد بررسی نیز شده است. این نتیجه گویای وجود ساختار بارشی معین و تا حدودی پایدار در منطقه مورد تحقیق است. مقایسه شکل‌های (۶-الف) و (۶-ج) نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن داده‌های ناقص به صورت داده‌های بلندمدت و قطعی، مقادیر واریانس برآورد به صورت چشمگیری کاهش یافته است.

همان‌طور که نقشه‌های شکل ۵-ج، ۵-ه و ۶-ج، ۶-ه هرکدام از نقشه‌ها نشان می‌دهد، در صورتی که نظریه شناخته شده یا عمومی فقط به مقادیر میانگین و کوواریانس و نظریه جزئی یا خاص فقط به داده‌های قطعی موجود محدود شود، تابع چگالی احتمال پسین به صورت گاوسی به دست می‌آید که مشابه میانگین و واریانس پسین در روش کریجینگ معمولی می‌شود. در حالی که اگر در نظریه جزئی یا خاص، داده‌های غیرقطعی را اضافه کنیم، در این صورت تابع چگالی احتمال پسین واقعی‌تر و به صورت غیر گاوسی و البته دقیق‌تر خواهد شد. مقایسه بین نقشه‌های مربوط به شکل ۵-الف و ۵-ج نشان می‌دهد که



شکل ۳. همبستگی بین میانگین بارش سالانه و تراز ارتفاعی قبل از انجام برآورد با کریجینگ همبسته.

۴ نتایج مدل‌سازی

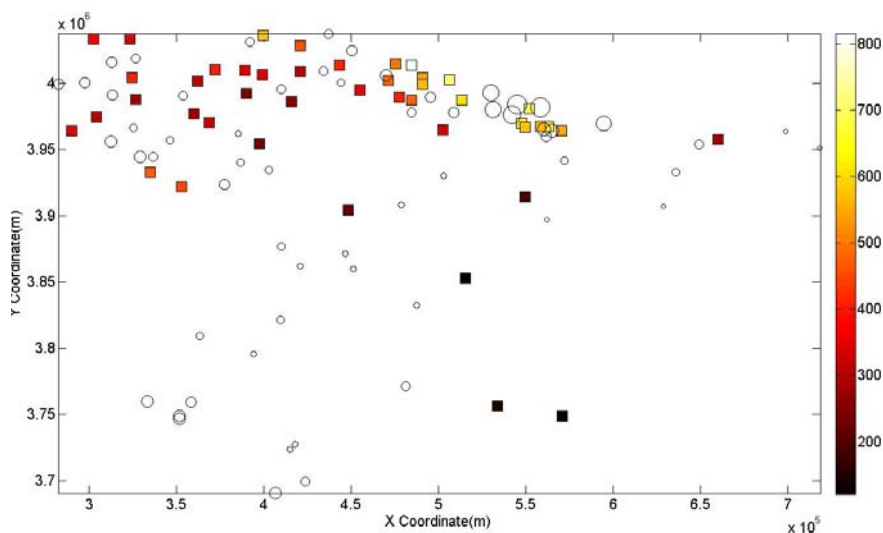
نقشه‌های مربوط به مقادیر برآورد شده در شکل ۵ و نیز نقشه مربوط به واریانس برآورد در شکل ۶ آمده است. در این نقشه‌ها همچنین، داده‌های قطعی و غیرقطعی به ترتیب با علامت ضربدر و مربع تفکیک شده‌اند. با مقایسه نقشه ۴ که توزیع داده‌ها را در منطقه مورد بررسی به دست می‌دهد و نقشه (۶) که مربوط واریانس خطای برآورد است مشخص است که در مناطق غربی، شرقی و قسمت‌هایی از جنوب حوزه آبریز دریاچه نمک که پراکندگی داده‌ها و یا کمبود داده‌ها مشاهده شده است، واریانس برآورد بیشتر است؛ به خصوص در مناطق غربی که تعداد داده‌ها بسیار اندک است. همچنین، مشاهده می‌شود که در مجموع در مناطق شمالی حوزه آبریز که تمرکز داده‌ها در آن خیلی بیشتر است، مقادیر واریانس برآورد به مقدار قابل مشاهده‌ای کاهش یافته است.

نتایج مربوط به مقادیر این چهار رویکرد در حالت‌های تک‌متغیره و دومتغیره به ترتیب و به طور خلاصه در جدول‌های ۳ و ۴ آمده است. همان‌طور که نتایج این جدول‌ها نشان می‌دهد، مقادیر اریبی یا ME، MSE، PAEE و NMSE در هر دو حالت تک‌متغیره و دومتغیره برای مقادیر مد و میانگین بیشینه آنتروپی بیزی از هر دو

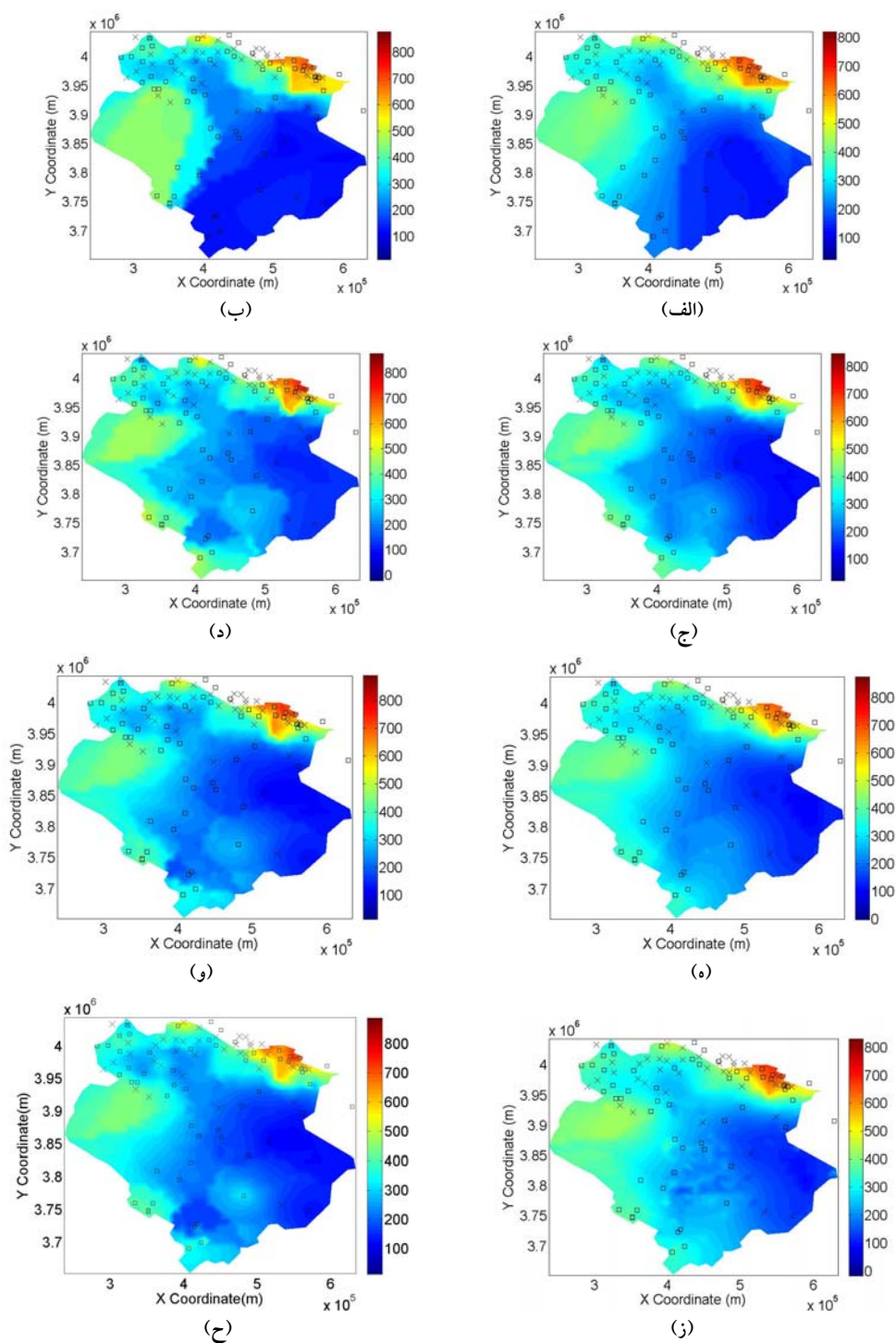
رویکرد استفاده شده است. رویکردهای اول و دوم به ترتیب مربوط به حالت‌هایی هستند که در آنها برای برآورد نقطه موردنظر از داده‌های غیرقطعی استفاده نشده و یا شده باشد. نتایج مربوط به این آماره‌ها برای حالات تک و دومتغیره به ترتیب در جدول‌های ۷ و ۸ آمده است. در این جدول‌ها با توجه به اینکه در روش بیشینه آنتروپی بیزی، داده‌های غیرقطعی در فرایند برآورد در نظر گرفته می‌شوند، فقط یک رویکرد برای این روش وجود دارد. همان‌طور که نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد، در مجموع استفاده از رویکرد دوم باعث بهبود نتایج شده است که دلیل آن در نظر گرفتن داده غیرقطعی در فرایند برآورد است. همچنین، در مقایسه بین حالت‌های تک و دومتغیره مشخص می‌شود که در هر سه روش کریجینگ با ۴۴ داده قطعی، کریجینگ با ۱۰۵ داده قطعی و روش بیشینه آنتروپی بیزی، حالت دومتغیره از حالت تک‌متغیره نتایج بهتری دارد است. به‌طور کلی نتایج جدول‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ گویای اهمیت ورود ارتفاع و افزونی ایستگاه‌های قطعی به نسبت مواردی بدون آنها است.

نقشه ۵-ج حاوی اطلاعات بیشتری است که دلیل آن افزایش تعداد داده‌های سخت است. خصوصاً در مناطقی که داده موجود نیستند، این نقشه دارای جزئیات بیشتری است. همچنین، مقایسه بین نقشه‌های مربوط به شکل ۵-ج و ۵-ه نشان می‌دهد نقشه مربوط به میانگین بیشینه آنتروپی بیزی با در نظر گرفتن داده‌های غیرقطعی، دقت بیشتری دارد؛ خصوصاً در مناطق بدون داده. به‌عبارت‌دیگر این نقشه‌ها از کنتورهای منظم‌تری دارند که به مقادیر برآورد شده آن بیشتر می‌توان اعتماد کرد.

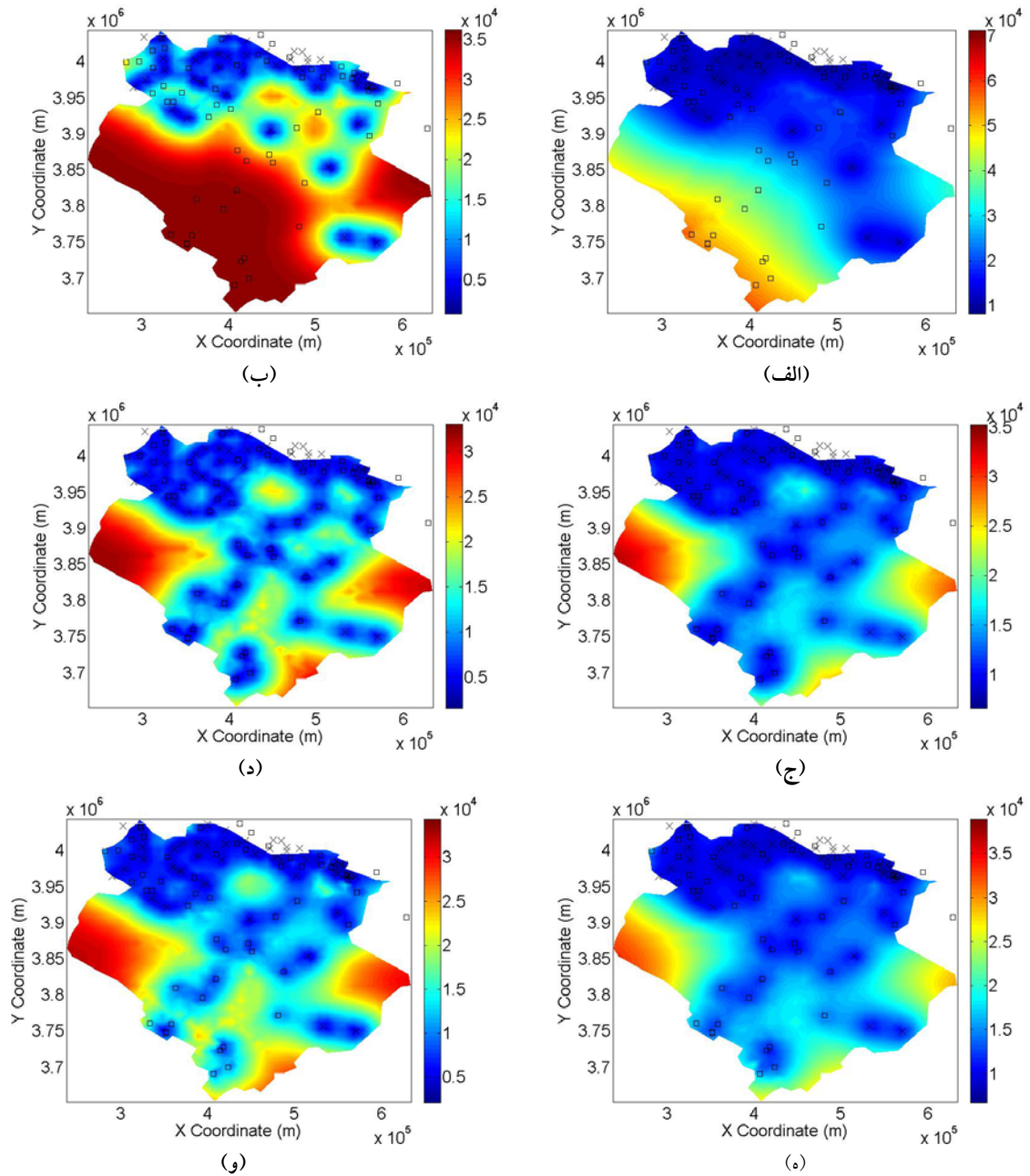
از میان دو روش کریجینگ نیز نتایج کریجینگ معمولی با ۱۰۵ داده قطعی (کل اطلاعات)، بهتر از کریجینگ معمولی با ۴۴ داده قطعی (ایستگاه‌های دارای سی سال آمار) است. نتایج مربوط به مقایسه نسبی نتایج که در جدول‌های ۵ و ۶ به ترتیب برای حالت‌های تک‌متغیره و دومتغیره آورده شده، گویای این نکته است که بهبود نسبی روش بیشینه آنتروپی بیزی نسبت به روش کریجینگ با ۴۴ داده قطعی، بیشتر از روش کریجینگ با ۱۰۵ داده قطعی است. در این تحقیق برای به‌دست آوردن مقادیر مربوط به آماره‌های نتایج صحت‌سنجی تقاطعی از دو



شکل ۴. توزیع داده‌های قطعی و غیرقطعی در محدوده مورد بررسی در این شکل داده‌های قطعی مربع شکل و داده‌های غیرقطعی دایره شکل هستند.



شکل ۵. نقشه مقادیر میانگین بارش بلندمدت سالانه، (الف) کریجینگ معمولی، تک‌متغیره، ۴۴ داده قطعی، (ب) کریجینگ معمولی، دومتغیره، ۴۴ داده قطعی، (ج) کریجینگ معمولی، تک‌متغیره، ۱۰۵ داده قطعی، (د) کریجینگ معمولی، دومتغیره، ۱۰۵ داده قطعی، (ه) بیشینه آنتروپی بیزی، میانگین، تک‌متغیره، (و) بیشینه آنتروپی بیزی، میانگین، دومتغیره، (ز) بیشینه آنتروپی بیزی، مد، تک‌متغیره و (ح) بیشینه آنتروپی بیزی، مد، دومتغیره؛ در این نقشه‌ها داده‌های قطعی و غیرقطعی به ترتیب با علامت‌های ضربدر و مربع نشان داده شده‌اند.



شکل ۶. نقشه واریانس برآورد میانگین بارش بلندمدت سالانه، (الف) کریجینگ معمولی، تک‌متغیره، ۴۴ داده قطعی، (ب) کریجینگ معمولی، دومتغیره، ۴۴ داده قطعی، (ج) کریجینگ معمولی، تک‌متغیره، ۱۰۵ داده قطعی، (د) کریجینگ معمولی، دومتغیره، ۱۰۵ داده قطعی، (ه) بیشینه آنتروپی بیزی، میانگین، تک‌متغیره و (و) بیشینه آنتروپی بیزی، میانگین، دومتغیره؛ در این نقشه‌ها داده‌های قطعی و غیرقطعی به ترتیب با علامت‌های ضربدر و مربع تفکیک شده‌اند.

جدول ۵. مقایسه نسبی نتایج در حالت تک متغیره (درصد).

آماره های ارزیابی	بهبود نسبی روش بیشینه آنتروپی بیزی (میانگین اطلاعات) نسبت به کریجینگ با ۱۰۵ داده قطعی	بهبود نسبی روش بیشینه آنتروپی بیزی (میانگین اطلاعات) نسبت به کریجینگ با ۴۴ داده قطعی
ME	۲۰/۹	۵۶/۷
MSE	۳۶/۶	۵۷/۳
PAEE	۲۰/۹	۵۶/۷
NMSE	۳۶/۶	۵۷/۳

جدول ۶. مقایسه نسبی نتایج در حالت دو متغیره (درصد).

آماره های ارزیابی	بهبود نسبی روش بیشینه آنتروپی بیزی (میانگین اطلاعات) نسبت به کریجینگ با ۱۰۵ داده قطعی	بهبود نسبی روش بیشینه آنتروپی بیزی (میانگین اطلاعات) نسبت به کریجینگ با ۴۴ داده قطعی
ME	۸/۴	۵۰/۴
MSE	۳۵/۲	۵۴/۹
PAEE	۸/۴	۵۰/۴
NMSE	۳۵/۲	۵۴/۹

جدول ۷. مقادیر آماره ها براساس دو رویکرد در حالت تک متغیره.

آماره های ارزیابی	کریجینگ (۱۰۵ داده قطعی)		کریجینگ (۴۴ داده قطعی)		بیشینه آنتروپی بیزی براساس میانگین اطلاعات
	رویکرد دوم	رویکرد اول	رویکرد دوم	رویکرد اول	
ME	۴۴۹۶	۶۴۷۹	۶۲۱۸	۱۳۵۸۹	۶۳۶۵
MSE	۶/۶۶	۴/۵۹	۱۸/۱۶	۱۹/۳۴	۳/۳۸
PAEE	۰/۰۱۸۱	۰/۰۱۲۵	۰/۰۴۴۴	۰/۰۴۷۳	۰/۰۰۹۲
NMSE	۰/۱۷	۰/۲۵	۰/۲۲	۰/۴۸	۰/۲۴
R ²	۰/۸۳	۰/۷۵	۰/۷۹	۰/۵۴	۰/۷۶

جدول ۸. مقادیر آماره‌ها بر اساس دو رویکرد در حالت دومتغیره.

کریجینگ (۱۰۵ داده قطعی)		کریجینگ (۴۴ داده قطعی)		بیشینه آنتروپی بیزی براساس میانگین اطلاعات	آماره‌های ارزیابی
رویکرد دوم	رویکرد اول	رویکرد دوم	رویکرد اول		
۳۶۱۴	۵۳۹۷	۶۴۲۲	۸۹۰۵	۵۱۱۳	ME
۲/۰۴	۱/۹۰	۱۰/۳۹	۱۱/۹۹	۱۲/۰۷	MSE
۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۵۲	۰/۰۲۵۴	۰/۰۲۹۴	۰/۰۳۲۹	PAEE
۵/۳۰E-۰۶	۷/۹۰E-۰۶	۷/۹۴E-۰۶	۱/۱۰E-۰۵	۷/۴۸E-۰۶	NMSE
۰/۸۶	۰/۸۰	۰/۷۷	۰/۶۸	۰/۸۱	R ²

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از روش‌های زمین‌آماري کریجینگ، کریجینگ همبسته و بیشینه آنتروپی بیزی به بررسی توزیع مکانی مقدار میانگین بلندمدت بارش سالانه پرداخته شده است. به‌ویژه امکان و دقت ناشی از به‌کارگیری اطلاعات ارتفاع نقاط در برآورد بارش با توجه به همبستگی ارتفاع نقاط و مقدار میانگین بلندمدت بارش، مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۳ مبین ارتباط معنادار مقدار هدف (بارش) و متغیر مبنا (ارتفاع) در منطقه مورد بررسی است. با توجه به ارزیابی تقاطعی بارش با کریجینگ در ایستگاه‌های ثبت اطلاعات و بهبود نسبی نتایج معیارهای آماری در دو روش مدرن و کلاسیک زمین‌آمار، این نتیجه‌گیری قابل تأیید است. در این تحقیق، تأثیر ورود و به‌کارگیری اطلاعات دارای عدم قطعیت به‌صورت اطلاعات قطعی در مدل‌سازی، مورد واکاوی قرار گرفته است. برخلاف روش‌های آماری رگرسیون یا کریجینگ زمین‌آماري که بر مدل‌های تغییرنا یا کوواریانس مکانی و داده‌های قطعی تکیه می‌کنند و ممان‌های مکان-زمان با مرتبه بالاتر و قوانین فیزیکی و

آگاهی‌های غیرقطعی را در نظر نمی‌گیرند، روش بیشینه آنتروپی بیزی یک چارچوب کلی و دقیق را برای تجزیه و تحلیل داده‌ها و نقشه‌کشی فراهم می‌کند. بیشینه آنتروپی بیزی ابزاری جدید و قدرتمند را برای ترکیب کردن صورت‌های متفاوت دانش فیزیکی در فرایند پیش‌بینی و برآورد مقادیر مکان-زمان میسر می‌کند.

این روش عدم قطعیت موجود را به‌صورت توزیع احتمالاتی پسین بدون هیچ فرضی در نظر می‌گیرد. داده‌های قطعی با داده‌های غیرقطعی ترکیب می‌شود و مجموعه برآوردهای موثر و دقیقی در مناطق نمونه‌برداری نشده عملی می‌شود. درحالی‌که بیشتر روش‌های کریجینگ محدودیت‌هایی در مورد شکل برآوردگر دارند. ولی در هر صورت با وجود این، مزیت‌های بیشینه آنتروپی بیزی، از اهمیت و ارزش استفاده از روش‌های کلاسیک زمین‌آمار همانند کریجینگ نمی‌کاهد. از جمله نتایج قابل اشاره که احتمالاً در موارد مشابه دیگر نیز تا حدود زیادی قابل تعمیم است (براساس تجربه حاضر و تحقیقات گذشته) وجود اریبی کمتر و دقت بیشتر در نتایج پیش‌بینی‌های بیشینه آنتروپی بیزی نسبت به روش

- head: *Journal of Hydrology*, **351**, 360-367.
- Agnew, M. D., and Palutikof, J. P., 2000, GIS-based construction of baseline climatologies for the Mediterranean using terrain variables: *Climate Research*, **14**, 115-127.
- Basistha, A., Arya, D. S., and Goel, N. K., 2008, Spatial distribution of rainfall in Indian Himalayas—a case study of Uttarakhand region: *Water Resources Management*, **22**, 1325-1346.
- Christakos, G., 1992, *Random field models in earth sciences*: Academic Press, San Diego.
- Christakos, G., 2000, *Modern spatiotemporal geostatistics*: Oxford University Press, New York.
- Christakos, G., Bogaert, P., and Serre, M. L., 2002, *Temporal GIS*: Springer-Verlag Press, New York.
- Christakos, G., and Li, X., 1998, Bayesian maximum entropy analysis and mapping: a farewell to kriging estimators?: *Mathematical Geology*, **30**(4), 435-462.
- Dingman, L. S., 2002, *Physical hydrology*: Waveland Press, Prentice Hall.
- Douaik, A., Meirvenne, M. V., and Toth, T., 2005, Soil salinity mapping using spatio-temporal kriging and Bayesian maximum entropy with interval soft data: *Geoderma*, **128**, 234-248.
- Ekström, M., and Chappell, A., 2004, Spatial properties of seasonal rainfall in southeast England: *Geostatistics Banff*, 899-905.
- Goovaerts, P., 2000, Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall: *Journal of Hydrology*, **228**, 113-129.
- Hevesi, J. A., Flint, A. L., and Istok, J. D., 1992, Precipitation estimation in mountainous terrain using multivariate geostatistics, part I: structural analysis: *Journal of Applied Meteorology*, **31**, 661-676.
- Kitanidis, P. K., 1997, *Introduction to geostatistics: applications to hydrogeology*: Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Lebel, T., Bastin, G., Obled, C., and Creutin, J. D., 1987, On the accuracy of areal rainfall estimation: a case study: *Water Resources Research*, **23**(11), 2123-2138.
- Philips, D. L., Dolph, J., and Marks, D., 1992, A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitations in mountainous terrain: *Agr Forest Meteorol*, **58**, 119-141.
- Savelieva, E., Demyanov, V., Kanevski, M., Serre, M. L., and Christakos, G., 2005, BME-کریجینگ است. همچنین، افزودن اطلاعات هم در نوع (همانند مقدار موثر ارتفاع) و هم در کمیت (همانند اطلاعات غیرقطعی و ناقص بارش) منجر به تغییراتی جدی در نتایج می‌شود که گاهی اوقات بر خلاف انتظار عمومی و براساس وضعیت منطقه مورد بررسی، به بهبود نتایج می‌انجامد.
- تشکر و قدردانی**
- نویسندگان این مقاله از همکاری دکتر مارک سره که با در اختیار قرار دادن برنامه BMELIB2.0b در اجرای این تحقیق یاری کردند، کمال تشکر را دارند.
- منابع**
- تقوی، ف.، ۱۳۸۴، روند شاخص‌های حدی دما و بارش در ایران: پایان‌نامه دکتری اقلیم‌شناسی، دانشگاه تهران.
- حبیبی اربطانی، و.، احمدی، و.، و فتاحی، م. م.، ۱۳۸۸، مدل‌سازی تغییرات مکانی برخی از ویژگی‌های شیمیایی آب‌های زیرزمینی به کمک روش‌های زمین‌آماری: *مجله علوم و مهندسی آبخیزداری ایران*، **۳۳**(۷)، ۲۳-۳۴.
- حسینی پاک، ع. ا.، ۱۳۸۶، زمین‌آمار (ژئواستاتستیک): چاپ دوم، موسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران.
- مهدی‌زاده، م.، مهدیان، م.، و حجام، س.، ۱۳۸۵، کارایی روش‌های زمین‌آماری در پهنه‌بندی اقلیمی حوضه آبریز دریاچه ارومیه، *مجله فیزیک زمین و فضا*، **۳۲**(۱)، ۱۰۳-۱۱۶.
- واقفی، م.، احمدآبادی، ع.، فتح‌نیا، ا.، و قدسیان، م.، ۱۳۸۸، مقایسه روش‌های درونیابی در بررسی توپوگرافی بستر کانال‌های قوسی: *مجله علوم و مهندسی آبخیزداری ایران*، **۳**(۶)، ۱۷-۲۶.
- Abedini, M. J., Nasserli, M., and Ansari, A., 2008, Cluster-based ordinary kriging of piezometric

- Yu, H. L., Chiang, C. T., and Chang, T. K., 2010, Spatiotemporal analysis and mapping of oral cancer risk in Changhua County (Taiwan): an application of generalized Bayesian maximum entropy method: *Ann Epidemiol*, **20**(2), 99-107.
- Yu, H. L., and Chu, H. J., 2010, Understanding space-time patterns of groundwater system by empirical orthogonal functions: a case study in the Choshui River alluvial fan, Taiwan: *Journal of Hydrology*, **381**, 239-247.
- based uncertainty assessment of the Chernobyl fallout: *Geoderma*, **128**, 312-324.
- Shannon, C. E., 1948, A mathematical theory of communication: *Bell System Technical Journal*, **27**, 379-423.
- Tabios, G. Q., and Salas, J. D., 1985, A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of precipitation: *Water Resources Bulletin*, **21**(3), 365-380.
- Thiessen, A. H., 1911, Precipitation averages for large areas: *Monthly Weather Review*, **39**(7), 1082-1084.