

کاربرد تبدیل موجک گسسته دو بُعدی در برآورد مرز چشمه‌های گرانی

محمدعلی احمدی^۱، وحید ابراهیم‌زاده اردستانی^{۲*} و جمال‌الدین بنی‌عامریان^۳

^۱ کارشناس ارشد ژئوفیزیک، گرانی‌سنجی، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشیار، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۳ کارشناس ارشد ژئوفیزیک، ژئومغناطیس، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۶/۲۱، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۴/۷، دسترسی برخط: ۱۳۹۰/۱۲/۱)

چکیده

تبدیل موجک گسسته دو بُعدی کاربردهای متعددی در تحلیل و پردازش میدان‌های پتانسیل دارد. در این مقاله سعی کرده‌ایم، از روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی در برآورد مرزهای چشمه‌های میدان‌های پتانسیل گرانی و تضعیف اثر نوفه در داده‌های گرانی استفاده شود.

بر اساس این روش، مقادیر ضرایب جزئی تبدیل موجک متناظر با مرزهای چشمه، بیشینه یا کمینه می‌شود، بنابراین، با محاسبه و بازسازی ضرایب جزئی افقی، قائم و قطری، به ترتیب، مرزهای افقی (در راستای طول)، قائم (در راستای عرض) و گوشه‌های چشمه‌ها برآورد می‌شود.

به منظور بررسی دقت، روش فوق بر داده‌های مصنوعی و واقعی اعمال، و همچنین با روش مشتق افقی بهبود یافته، EHD، مقایسه شده است که در آن، نتایج حاصل از تحلیل به روش تبدیل موجک، دقیق‌تر از روش EHD بوده است. علاوه بر این، این امکان وجود دارد که با تحلیل داده‌ها در ترازهای خاصی بخش بسامد زیاد سیگنال (ناشی از اثر نوفه موجود در داده‌ها) را میرا کرد. بنابراین، با توجه به دامنه نوفه، به ترتیب، داده‌های مصنوعی همراه با نوفه (نوفه تصادفی به نسبت ۱٪) و داده‌های واقعی در ترازهای دوم و سوم تحلیل شده است.

در ادامه، مزایای این روش در مقایسه با روش EHD چنین لحاظ شده است: ۱- برآورد مرز چشمه‌ها نسبت به روش EHD دقیق‌تر بوده است. ۲- گوشه‌های چشمه‌ها برآورد شده است. ۳- پایداری نسبت به نوفه در این روش نسبت به روش EHD بیشتر است، زیرا آستانه شدت نوفه در روش تبدیل موجک ۴٪ ولی در روش EHD، ۱٪ است.

واژه‌های کلیدی: تبدیل موجک گسسته دو بُعدی، مشتق افقی بهبود یافته، برآورد مرز، داده گرانی

The use of two-dimensional discrete wavelet transform in the boundary estimation of gravity sources

Muhammad Ali Ahmadi¹, Vahid Ebrshimzadeh Ardestani^{1*} and Jamaledin Baniamerian¹

¹Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 12 September 2009, accepted: 28 June 2011, available online: 20 February 2012)

Summary

Wavelet transform is one of the new methods in potential data interpretation. This transform can be applied in both continuous and discrete forms. As the gravity data are discrete, the wavelet discrete transform is used to interpret the data. Moreover, this

*Corresponding author:

ebrahimz@ut.ac.ir

*نگارنده رابط:

transform can be used in two- and three-dimensional forms depending on the nature of the anomalies. The two-dimensional transform is applicable when the length of the anomaly is approximately more than 10 times its width.

For this kind of anomaly, the discrete transform can be used along the profile perpendicular to the strike of the linear anomalies. These perpendicular profiles can also be used for three-dimensional interpretation of the anomalies. The variety of the methods in wavelet transform provide widespread potential for estimating the unknown parameters in gravity interpretation, such as depth and shape. The results can also be tested with several routine algorithms. On the other hand, the toolboxes prepared in Matlab can facilitate the process. The two-dimensional discrete wavelet transform has different uses in analyzing and processing potential fields. This paper describes attempts to use this method in estimating boundaries of gravity potential fields and the attenuating effect of noise in gravity data. According to the theory of the method, the detail coefficient values of the wavelet transform correspond to the maximum or minimum boundaries of the source; consequently, horizontal boundaries (long direction), vertical boundaries (width direction), and corners of the sources are estimated by calculating and reconstructing the horizontal, vertical, and diagonal detail coefficients. To study the resolution of the method, it was applied on both synthetic and real data and the results were compared with those of the Enhanced Horizontal Derivative (EHD) method. Calculations show that the resolution of the method is more accurate than that of the EHD method. Moreover, data analysis at special levels makes it possible to mute high frequency properties of the signal (caused by the effects of existing noise in the data). Hence, corresponding to the amplitude of noise, the noisy synthetic data (%1 ratio of random noise) and real data were analyzed in the second and third levels, respectively. The following observations can be considered as the advantages of this method in preference to the EHD method:

1. The boundary estimation of sources is more accurate than that of EHD method.
2. The corners of sources are estimated.
3. The stability of this method against noise is higher than the stability of the EHD method because the magnitude of maximum amplitude of noise is %4 in the wavelet transform method whereas it is only %1 in the EHD method.

Key words: Gravity data, two-dimensional wavelet transform, edge detection

۱ مقدمه

(سیمون سلی، ۱۹۹۷)، آشفتگی، رادار (زوو هارولد و گارسیا جوزف، ۱۹۹۸)، پیش‌گویی زلزله (لانگ شو ژو و همکاران، ۲۰۰۹) و جدایش بی‌هنجاری‌های مغناطیسی و گرانی (فدی و همکاران، ۲۰۰۴) اشاره کرد. ابتدا، هار (۱۹۰۹) به موجک‌ها اشاره کرد. موجک‌ها توابعی هستند که در یک فاصله محدود متراکم‌اند و گسترش محدودی دارند (compact support). در ۱۹۳۰ توابعی که برحسب مقیاس تغییر می‌کنند و انرژی آنها پایسته است از سوی چندین محقق مورد بررسی قرار گرفت، گراسمن و مارلت (۱۹۸۵) موجک‌هایی را در یک زمینه فیزیکی تعریف کردند و با استفاده از

موجک‌ها توابع ریاضی هستند که داده‌ها را براساس مولفه‌های بسامدی متفاوت از هم تفکیک می‌کنند. سپس، هر مولفه با توان تفکیکی که بر مقیاس خود مطابقت پیدا می‌کند بررسی می‌شود. تبدیلات موجک نسبت به روش‌های فوریه معمولی در تحلیل موقعیت فیزیکی سیگنال‌هایی که شامل نقاط ناپیوسته یا تیز است، ویژگی‌های خاصی دارد. موجک‌ها به طور مستقل در حوزه‌های ریاضی، فیزیک، مهندسی برق و ژئوفیزیک گسترش یافته است. در طول چند سال اخیر می‌توان به کاربردهای تبدیل موجک از قبیل؛ فشرده سازی تصویر

که در آن، $\psi(x)$ تابع موجک مادر (wavelet mother) نامیده می شود. پارامترهای a و b به ترتیب، پارامتر مقیاس و پارامتر انتقال موجک مادر است. که a نمایش میزان پهنای موجک و b نمایش موقعیت آن است.

تبدیل موجک گسسته (discrete wavelet transform (DWT)) آن نیز به صورت زیر تعریف می شود (مالات، ۱۹۸۹):

$$DWT_f(a, b) = \sum \sum f(x) 2^{-j/2} \psi(2^{-j} x - k) \quad (۳)$$

که در آن،

$$a = 2^{-j}, \quad b = a.k \rightarrow k \in Z \quad (۴)$$

مالات (۱۹۸۹)، یک الگوریتم کلی را برای تبدیل موجک گسسته معرفی کرد که در حکم آنالیز چند توان تفکیک شناخته می شود، و در آن نمایش سیگنال یا تصویر در چند مقیاس (دامنه های بسامدی متفاوت) با خانواده ای از توابع اورتوگونال است.

اگر A_j زیرمجموعه ای از فضای کل باشد، آن گاه تصویر سیگنال $f(x) \in A_0$ در فضای A_j به صورت زیر تعریف می شود (هار، ۱۹۰۹):

$$A_j f(x) = \sum_k c_{j,k} \phi_{j,k}(x) \quad (۵)$$

که در آن، $A_j f(x)$ برآورد گسسته (discrete approximation) تابع $f(x)$ ، نامیده می شود و $\phi_{j,k}(x)$ تابع پایه فضای A_j است. شکل ۱ آنالیز چند توان تفکیک سیگنال را در ترازهای اول و دوم، نشان می دهد (مالات، ۱۹۸۹).

تصویر سیگنال $f(x)$ روی زیرفضای D_j :

$$D_j f(x) = \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (۶)$$

الگوریتم های هرمی و پایه های موجک اورتونرمال به منظور پردازش دیجیتالی تصویر، آنها را تراز بندی کردند. دبیجیز (۱۹۹۰) روش مالات را برای بازسازی مجموعه ای از توابع پایه اورتونرمال که امروزه اساس کاربرد تبدیل موجک هستند به کار برد.

از آنجا که تبدیل موجک ابزاری قوی برای پردازش داده های ژئوفیزیکی است، در طول یک دهه اخیر، در حوزه ژئوفیزیک نیز وارد شده است. بعضی کاربردهای اخیر در حوزه ژئوفیزیک، پردازش داده های میدان پتانسیل (لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۷؛ فدی و کوارتا، ۱۹۹۸؛ ریدسیل اسمیت، ۲۰۰۰) و پردازش داده های لرزه ای (گروب و والدن، ۱۹۹۷) است.

در این مقاله از تبدیل موجک در تحلیل داده های گرانی به منظور برآورد مرز چشمه بی هنجاری استفاده شده است. در محل مرز چشمه بی هنجاری مقدار ضرایب جزئی افقی (reconstructed horizontal detail)، قائم (reconstructed vertical detail) و قطری (reconstructed diagonal detail) بازسازی شده، بیشینه یا کمینه خواهد شد (مالات، ۱۹۸۹).

۲ مروری بر تبدیل موجک

تابع $f(x)$ را در فضای $L^2(\mathbb{R})$ ، با شرط زیر تعریف شده است (مالات، ۱۹۸۹):

$$f(x) \in L^2(\mathbb{R}) \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx < \infty \quad (۱)$$

تبدیل موجک پیوسته (continuous wavelet transform (CWT)) آن به صورت زیر تعریف می شود:

$$CWT_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx \quad (۲)$$

که برای آن نیاز به سه تابع پایه به صورت زیر است (مالات، ۱۹۸۹):

$$\psi^1(x, y) = \varphi(x) \cdot \psi(y) \quad (12)$$

$$\psi^2(x, y) = \psi(x) \cdot \varphi(y) \quad (13)$$

$$\psi^3(x, y) = \psi(x) \cdot \psi(y) \quad (14)$$

رابطه بین توابع، براساس معادلات بازگشتی زیر است (مالات، ۱۹۸۹):

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) \\ = \sum_m \sum_n 2h_0(m, n) \cdot \varphi(2x - m, 2y - m) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \psi^p(x, y) \\ = \sum_m \sum_n 2h_p(m, n) \cdot \varphi(2x - m, 2y - m) \end{aligned} \quad (16)$$

چون تابع $\phi(x, y)$ تفکیک پذیر است، پس ضرایب یا فیلترهای $h_0(m, n)$ و $h_p(m, n)$ نیز قابل تفکیک اند (مالات، ۱۹۸۹):

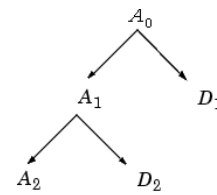
$$h_0(m, n) = h_0(m) \cdot h_0(n) \quad (17)$$

$$h_1(m, n) = h_0(m) \cdot h_1(n) \quad (18)$$

$$h_2(m, n) = h_1(m) \cdot h_0(n) \quad (19)$$

$$h_3(m, n) = h_1(m) \cdot h_1(n) \quad (20)$$

در روش تبدیل موجک به ترتیب با استفاده از فیلترهای پایین گذر h_0 و بالاگذر h_1 تصویر اصلی حداقل در دو تراز (مرحله) تفکیک شده که در شکل ۲ به صورت نمودار بلوکی نشان داده شده است و در شکل، LL، بخش اصلی تصویر انتقال یافته که متناظر با بسامدهای قائم و افقی پایین، HL، متناظر با بسامدهای قائم بالا و افقی پایین، LH، متناظر با بسامدهای قائم پایین و افقی بالا و HH، متناظر با بسامدهای بالا در هر دو جهت است (مالات، ۱۹۸۹). در شکل ۳ نیز نمایش دیگری از تبدیل موجک گسسته دو بُعدی نشان داده شده است. در



شکل ۱. آنالیز چند تفکیک تصویر (A_0) در ترازهای اول و دوم (پورت و آدلسون، ۱۹۸۳).

که در آن، $D_j f(x)$ ، سیگنال جزئی گسسته (discrete detail signal) نامیده می شود که $\psi_{j,k}(x)$ تابع پایه فضای D_j است. ضرایب $d_{j,k}$ به شکل زیر بسط داده می شود (مالات، ۱۹۸۹):

$$d_{j,k} = \sum_k g_{j-k} c_{j,k} \quad (7)$$

در تراز j ، $A_j = A_{j+1} \oplus D_{j+1}$ ، بنابراین، تابع $f(x) \in A_0$ ، به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$f(x) = \sum_k c_{j,k} \varphi(x) + \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (8)$$

ضرایب بسط در زیرفضاهای متفاوت، به شکل زیر به یکدیگر مرتبط می شود (مالات، ۱۹۸۹):

$$c_{j+1,k} = \sqrt{2} \sum_j h_{j-2k} c_{j,k} \quad (9)$$

$$d_{j+1,k} = \sqrt{2} \sum_j g_{j-2k} c_{j,k} \quad (10)$$

ضرایب $c_{j,k}$ و $d_{j,k}$ به ترتیب در حکم ضرایب برآورد و جزئی موجک شناخته می شوند.

۳ مبنای نظری روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی

در تحلیل به روش تبدیل موجک دو بُعدی از آنالیز چند توان تفکیک در دو بُعد استفاده می شود. تابع مقیاس تفکیک پذیر دو بُعدی $\phi(x, y)$ چنین تعریف می شود (مالات، ۱۹۸۹):

$$\varphi(x, y) = \varphi(x) \cdot \varphi(y) \quad (11)$$

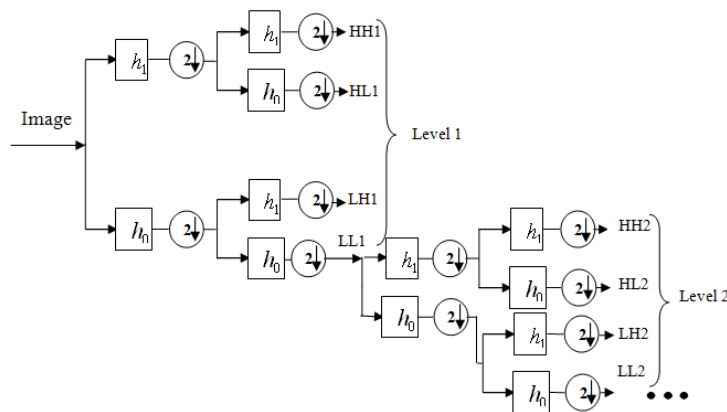
وجود دارد تابع موجک rbio3.1 مناسب در نظر گرفته شده است.

چون ضرایب جزئی بازسازی شده، شامل دامنه های بیشینه و کمینه در مرزهای افقی، قائم و گوشه های تصویر هستند، پس با بازسازی ضرایب جزئی موجک، پارامترهای متفاوت تصویر (یا چشمه) آشکار سازی می شود. نتیجه در جدول ۱ نشان داده شده است (مالات، ۱۹۸۹؛ موهیتین و همکاران، ۲۰۰۴). دیدگاه کلی از مفهوم آنالیز چند توان تفکیک در پیوست آمده است.

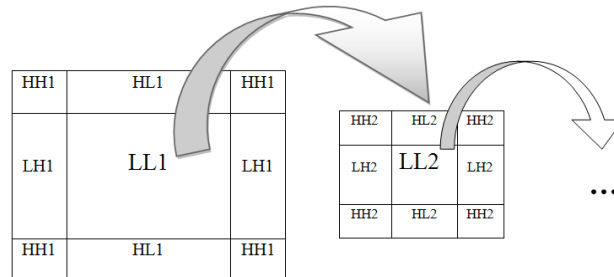
جدول ۱. ضرایب جزئی بازسازی موجک.

H	مرزهای افقی چشمه (تصویر ضرایب HL)
V	مرزهای قائم چشمه (تصویر ضرایب LH)
D	گوشه های چشمه (تصویر ضرایب HH)

واقع ضرایب جزئی متناظر با دامنه ای از اطلاعات ریزتصویر است که در هر مرحله از تصویر اصلی (به صورت تصویر انتقال یافته) محو می شود و باعث نرم تر شدن تصویر می شود. بنابراین در داده های میدان پتانسیل، بسته به دامنه نوفه ای که در آن موجود است باید تحلیل داده ها را در یک تراز مناسب عملی ساخت، به طوری که، تضعیف نوفه به اندازه کافی صورت گیرد و اطلاعات اصلی (زمخت) داده های میدان یا تصویر از بین نرفته باشد. البته با توجه به شکل تصویر و نوفه موجود در آن برای انتخاب نوع تابع موجک در برآورد نتایج دقیق تر اهمیت ویژه ای دارد زیرا هر چه شکل تابع موجک انطباق بیشتری با تصویر پیدا کند اطلاعات دقیق تری را بازسازی خواهد کرد (مالات، ۱۹۸۹)، که در اینجا با مقایسه نتایج برای تعدادی از توابع موجکی که در جعبه ابزار MATLAB



شکل ۲. نمودار بلوکی تبدیل موجک گسسته دو بُعدی، H فیلتر بالاگذر، L فیلتر پایین گذر و $2 \downarrow$ کاهش نمونه ها از مرتبه ۲ است.



شکل ۳. در سمت چپ تصویر اصلی در تراز اول و در سمت راست تصویر تبدیل یافته از تصویر اصلی (LL1) در تراز دوم تحلیل شده است.

۴ تحلیل داده‌های مصنوعی

همان‌طور که در شکل ۴ دیده می‌شود دو منشور متعامد به‌منزله مدل مصنوعی در نظر گرفته شده‌اند که ابعاد و مشخصات گوشه‌های آن در جدول ۲ آمده است. میدان گرانی حاصل از این منشورها روی شبکه $200 \times 200 m^2$ با فاصله نقاط یک متر در هر دو جهت X و Y، به‌دست آمده و در شکل نمایش داده شده است.

تحلیل و پردازش شده که تصویر ضرایب بازسازی جزئی افقی (H1)، قائم (V1) و قطری (D1) در تراز اول در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ نشان داده شده است.

۲-۴ تحلیل داده‌ها با استفاده از روش مشتق افقی بهبود یافته (EHD)

تحلیل داده‌های حاصل از مدل با استفاده از مشتق افقی بهبود یافته داده‌های میدان نیز به‌دست آمده که در شکل ۸ نمایش داده شده است. فرمول ریاضی آن به شکل زیر است (فدی و فلوریو، ۲۰۰۱):

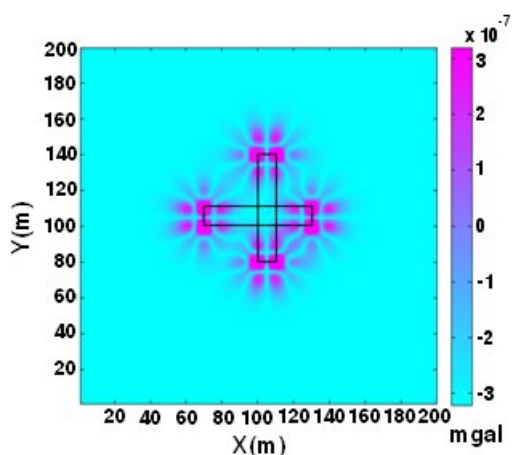
$$EHD(x, y) = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right]} \quad (21)$$

۱-۴ تحلیل داده‌ها با استفاده از روش تبدیل موجک گسسته

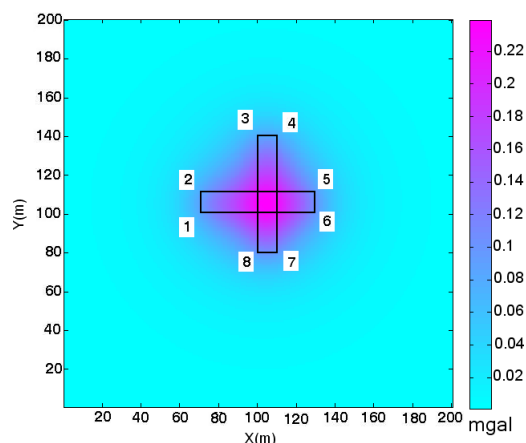
داده‌های حاصل از مدل با استفاده از تبدیل موجک گسسته دو بُعدی در تراز اول، با تابع موجک rbio 3.1

جدول ۲. نتایج به‌دست آمده از هر دو روش برای داده‌های همراه با نوفه ۱٪.

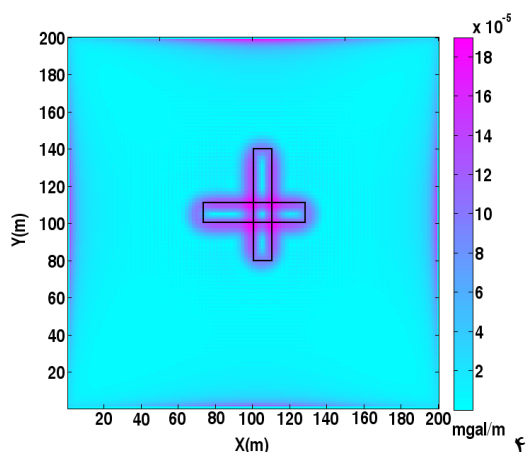
	روش تبدیل موجک گسسته		روش EHD		مقادیر واقعی	
	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
1	69.5	101	71	98	70	100
2	69.5	109	71	112	70	110
3	100.5	140.5	98	139	100	140
4	109	140.5	112	139	110	140
5	130.5	111	132	112	130	110
6	130.5	100.5	132	101	130	100
7	111	79.5	112	82	110	80
8	101	79.5	98	82	100	80



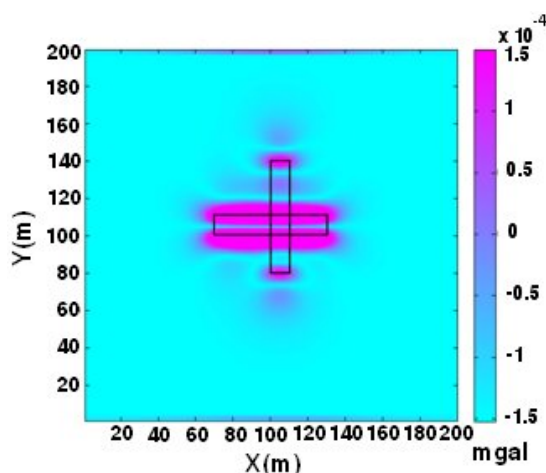
شکل ۷. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قطری در تراز اول (D1).



شکل ۸. میدان گرانی حاصل از دو منشور متعامد.



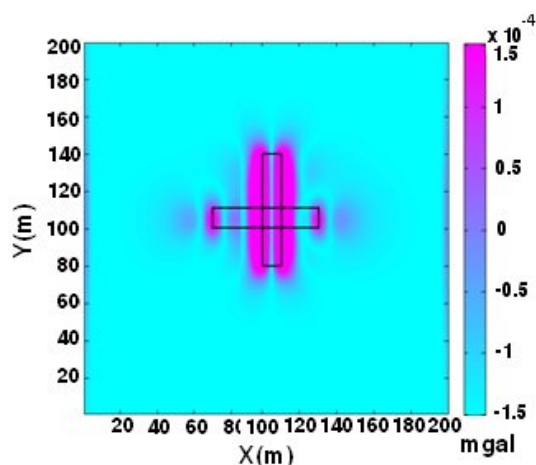
شکل ۹. تحلیل تصویر سیگنال به روش مشتق افقی بهبود یافته (EHD) برای داده های بدون نوفه.



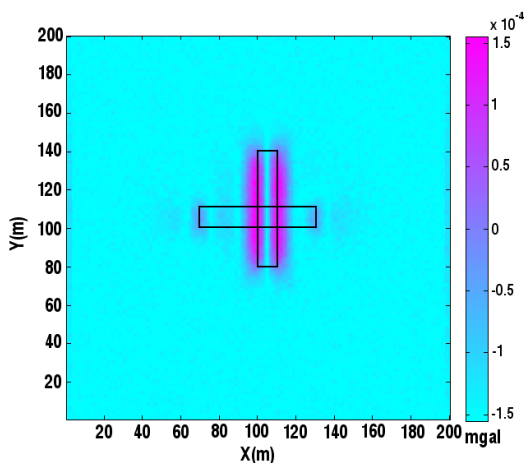
شکل ۱۰. تصویر ضرایب بازسازی جزئی افقی در تراز اول (H1).

۳-۴ تحلیل داده های همراه با نوفه ۱٪

با توجه به آنالیز چند توان تفکیک، تحلیل تصویر در ترازهای بالاتر متناظر با تضعیف هرچه بیشتر اطلاعات بسامد بالا است و با توجه به میزان نوفه ای (نوفه تصادفی با دامنه ۱٪ که در نرم افزار «مطلب» تهیه شده است) که به داده ها اضافه شده، نتایج تحلیل داده های میدان، در تراز دوم بهتر بوده است. در شکل ۹ میدان پتانسیل گرانی نشان داده شده است و مرزهای افقی و قائم به ترتیب با استفاده از ضرایب بازسازی جزئی افقی و قائم در شکل های ۱۰، ۱۱ و در شکل ۱۲ به کمک ضرایب بازسازی جزئی

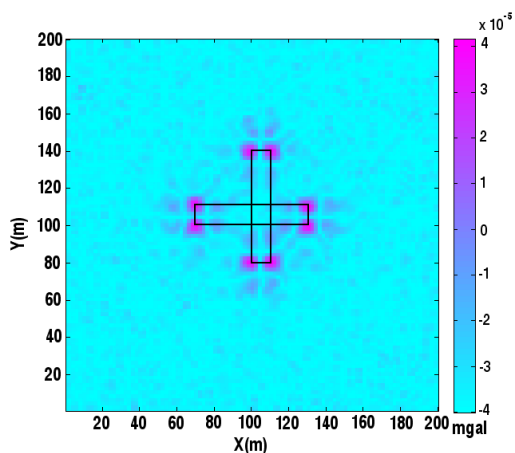


شکل ۱۱. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قائم در تراز اول (V1).

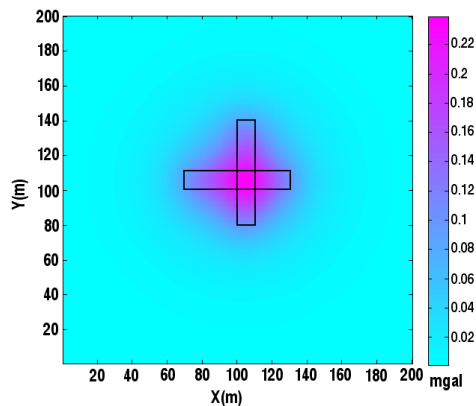


شکل ۱۱. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قائم در تراز دوم (V2) برای داده‌های همراه با نوفه ۱٪.

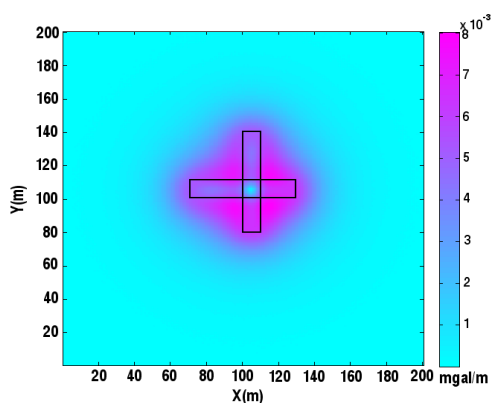
قطری، گوشه‌های مدل در تراز دوم با توجه به شکل برآورد شده است. پس با انتخاب تراز مناسب، ابتدا، تاثیر نوفه موجود در داده‌ها تضعیف می‌شود، سپس، به منظور برآورد پارامترهای چشمه، داده‌ها مورد تحلیل قرار می‌گیرند که این باعث برآورد نتایج دقیق‌تری می‌شود. شکل ۱۳ تحلیل داده‌های میدان را با استفاده از روش EHD نشان می‌دهد، اما در این روش به دلیل تاثیر بیشتر در برابر نوفه و با توجه به نکته بالا، نتایج برآورد شده نسبت به روش تبدیل موجک گسسته از دقت کمتری برخوردار است. در جدول ۲، نتایج حاصل از هر دو روش، ذکر شده است.



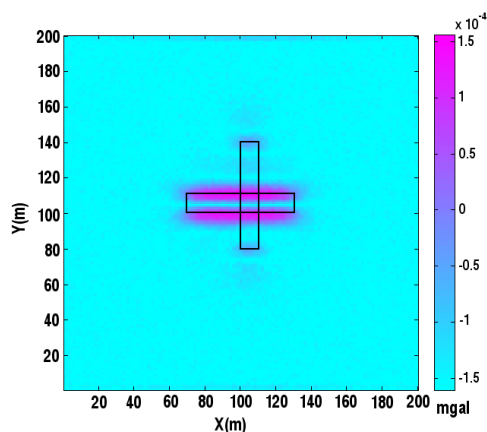
شکل ۱۲. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قطری در تراز دوم (D2) برای داده‌های همراه با نوفه ۱٪.



شکل ۹. میدان گرانی حاصل از دو منشور متعامد همراه با نوفه ۱٪.



شکل ۱۳. تحلیل تصویر سیگنال به روش مشتق افقی بهبود یافته (EHD) برای داده‌های همراه با نوفه ۱٪.



شکل ۱۰. تصویر ضرایب بازسازی جزئی افقی در تراز دوم (H2) برای داده‌های همراه با نوفه ۱٪.

۴-۴ آستانه شدت نوفه

در حالت قبل داده های همراه با نوفه ۱٪ به دو روش پیش گفته تحلیل شد و اما در اینجا به منظور سنجش پایداری روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی در مقابل نوفه، داده های مصنوعی همراه با بیشترین مقدار شدت نوفه (آستانه شدت نوفه) حدود ۴٪ در تراز دوم تحلیل شده است. در شکل های ۱۴ و ۱۵ مرزهای افقی و قائم مدل با توجه به تصویر ضرایب H2 و V2 نشان داده شده است.

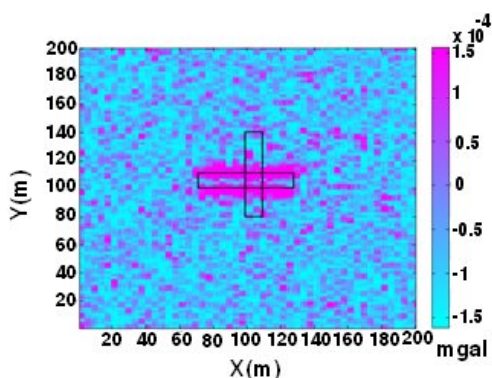
۵ تحلیل داده های واقعی

از لحاظ زمین شناسی، محل مورد نظر برای بررسی های میکروگرانی سنجی مسیر در نظر گرفته شده برای حفر تونل انتقال آب سبزکوه در استان چهارمحال و بختیاری در نزدیکی شهر بلداجی، به مختصات نقطه شروع ۵۴۳۸۴۶ متر شرقی و ۳۵۹۴۱۰۷ متر شمالی است. محدوده مورد بررسی جزئی از رشته کوه های زاگرس است که عمده تشکیلات زمین شناسی آن مربوط به رسوبات دوران دوم و از پایین به بالا شامل خانه کت (تریاس) نیریز و فهلیان و داریان می شود. تشکیلات خانه کت از سنگ آهک مارنی نازک لایه که به تدریج به رسوبات شامل سنگ آهک دولومیتی تبدیل می شود، تشکیل شده است. در روی رسوبات تریاس سنگ های دولومیتی و آهکی مارنی مربوط به تشکیلات نیریز (ژوراسیک) قابل تشخیص است و تشکیلات داریان و فهلیان در قسمت خروجی تونل رخنمون ندارد.

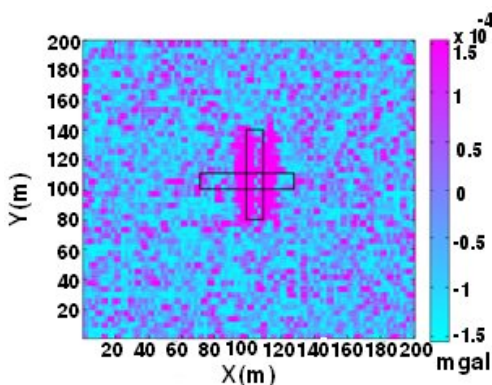
داده های واقعی مربوط به عملیات برداشت داده های گرانی به صورت شبکه با فاصله برداشت ۴۰ متر، به منظور جست و جوی حفره های آهکی است که نقشه بی هنجاری باقی مانده آن در شکل ۱۶ نمایش داده شده است، که در آن، نواحی شامل حفره های آهکی مشخص شده است. تحلیل داده های واقعی از روش تبدیل موجک گسسته را می توان چنین بیان کرد؛ برای تضعیف نوفه تا حد ممکن،

داده ها در تراز سوم، تحلیل شده است. بنابراین، مرزهای افقی و قائم، با استفاده از ضرایب بازسازی جزئی افقی و قائم، در شکل های ۱۷ و ۱۸ برآورد شده و در شکل ۱۹ به کمک ضرایب بازسازی جزئی قطری، گوشه های چشمه های بی هنجاری ها با توجه به شکل برآورد شده است. سپس با جمع آوری اطلاعات به دست آمده از هر کدام از شکل هایی که در بالا ذکر شد، تصویر دو بُعدی هر کدام از چشمه های مشخص شده (به جز ناحیه سوم به دلیل ضعیف تر بودن اثر میدان ناشی از آن) به صورتی که در شکل ۲۰ دیده می شود بازسازی شده است.

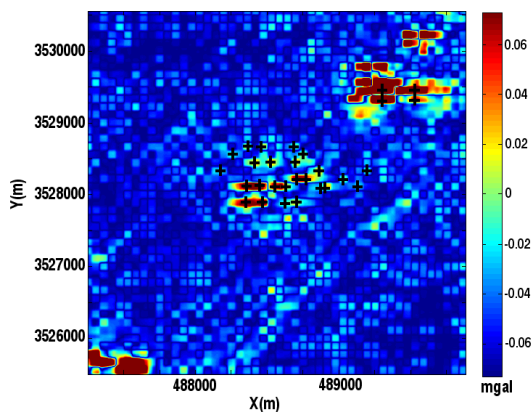
نتایج به دست آمده از روش EHD نیز در شکل ۲۱ نشان داده شده است و به صورتی که در شکل نیز مشخص شده فقط اطلاعات کلی از محدوده بی هنجاری را برآورد می کند.



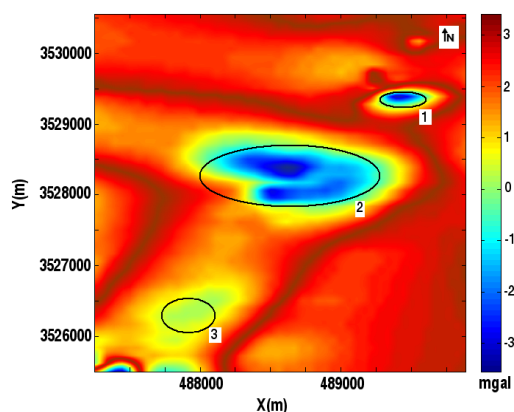
شکل ۱۴. تصویر ضرایب بازسازی جزئی افقی در تراز دوم (H2) برای داده های همراه با نوفه ۴٪.



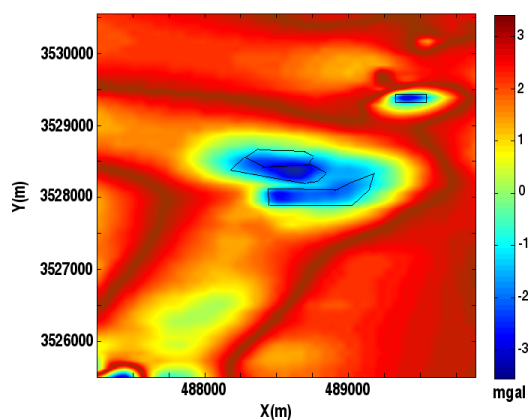
شکل ۱۵. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قائم در تراز دوم (H2) برای داده های همراه با نوفه ۴٪.



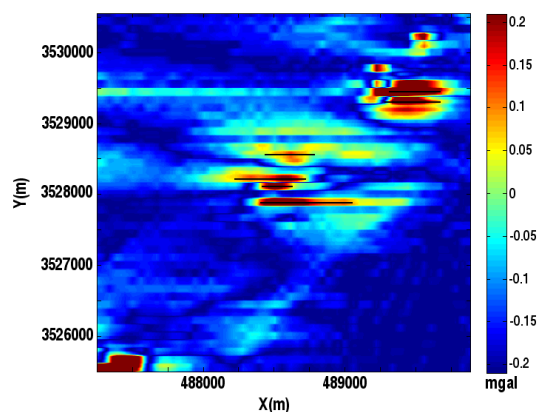
شکل ۱۹. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قطری در تراز سوم (D3) برای داده‌های واقعی.



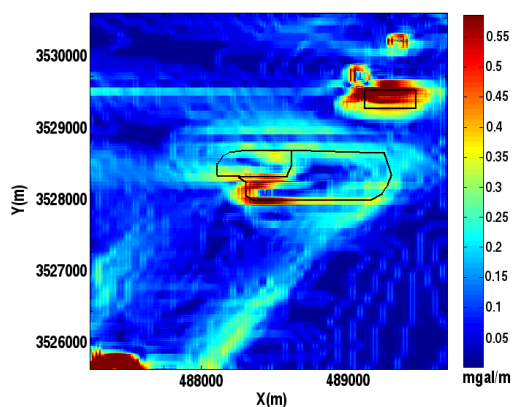
شکل ۱۶. نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده مربوط به داده‌های واقعی.



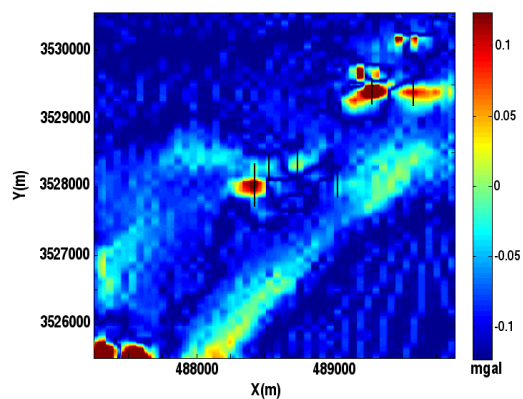
شکل ۲۰. بازسازی نهایی بی‌هنجاری‌ها پس از محاسبه کل ضرایب موجک.



شکل ۱۷. تصویر ضرایب بازسازی جزئی افقی در تراز سوم (H3) برای داده‌های واقعی.



شکل ۲۱. تحلیل تصویر سیگنال به روش مشتق افقی بهبود یافته (EHD) برای داده‌های واقعی.



شکل ۱۸. تصویر ضرایب بازسازی جزئی قائم در تراز سوم (V3) برای داده‌های واقعی.

۶ نتیجه گیری

همان طور که گفته شد در روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی، تصویر یا داده های میدان پتانسیل در ترازهای خاصی تحلیل می شود که این باعث خواهد شد ابتدا تاثیر نوفه تا حد کافی تضعیف شود و سپس پارامترهای چشمه برآورد شود. بنابراین از چند نظر می توان به اهمیت این روش در حکم ابزاری توانمند در تحلیل و پردازش داده های ژئوفیزیکی اشاره کرد، اول اینکه با تحلیل داده ها، هم تاثیر نوفه تضعیف می شود و هم پارامترهای چشمه برآورد می شود. دوم اینکه این ویژگی باعث می شود به دلیل تضعیف نوفه، پارامترهای چشمه دقیق تر برآورد شود. همچنین علاوه بر مرزهای افقی و قائم، گوشه های چشمه نیز به خوبی برآورد می شود. اما، در روش EHD بر خلاف روش تبدیل موجک به دلیل استفاده از عملگرهای مشتق گیری، نه تنها اثر نوفه تضعیف نمی شود، بلکه تقویت نیز می شود. پس در این روش حساسیت نسبت به نوفه بیشتر است. بنابراین همان طور که از نتایج بخش های ۴ و ۵ مقاله نیز به دست می آید، برآورد نتایج نسبت به روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی از دقت کمتری برخوردار، و پایداری آن در مقابل نوفه نیز کمتر است. همچنین تحلیل نتایج در روش EHD به صورت هاله ای در مرزهای چشمه نمایان است که این باعث می شود تا اطلاعات کلی از مرزهای چشمه به دست آید. در حالی که در روش تبدیل موجک، کسب اطلاعات کامل تری از مرزهای قائم، افقی و حتی گوشه های چشمه ممکن می شود. البته، علاوه بر نقاط قوتی که در روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی ذکر شد، می توان به نکته دیگری هم اشاره کرد و آن این است که در این روش، مرزهای مورب یا شیب دار به نسبت مرزهای افقی یا قائم به خوبی برآورد نمی شود، که این می تواند یکی از نقاط ضعف این روش به حساب آید.

تشکر و قدردانی

برخود لازم می دانیم از بخش گرانی سنجی موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، برای در اختیار قرار دادن داده های واقعی، تشکر و قدردانی کنیم.

منابع

- A, Muhittin., Z, mumtaz hisarli. and Osman N. Ucan., 2004, Application of wavelet transform to magnetic data due to ruins of the Hittite, civilization in Turkey: Pure Appl. Geophys., **161**, 907-930.
- Burt, P. J., and Adelson, E. H., 1983, The laplacian pyramid as a compact image code: IEEE Trans. Commun., **31**, 532-540.
- Daubechies, I., 1990, The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence: **31**, 679-693.
- Fedi, M., and Quarta, T., 1998, Wavelet analysis for the regional- residual and local separation of potential field anomalies: Geophysical Prospecting, **44**, 507-525.
- Fedi, M., and Florio, G., 2001, Detection of potential fields sources boundaries by enhanced horizontal derivative method: Geophysical Prospecting, **49**, 40-58.
- Fedi, M., Primiceri, R., Quarta, T., Villani, A. V., 2004, Joint application of continuous and discrete wavelet transform on gravity data to identify shallow and deep sources: Geophys. J. Int., **156**, 7-21.
- Grossman, A., and Marlet, J., 1985, Mathematics and physic 2: Singapore, World Scientific Publishing.
- Grubb, H., and Walden, A., 1997, Characterizing seismic time series using the discrete wavelet transform Geophysical Prospecting, **45**(2), 183-205.
- Haar, A., 1909, Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme: (German) Mathematische Annalen., **69**(3), 331-371.
- Li, Y. and Oldenburg, D., 1997, Fast inversion of Large-scale magnetic data using wavelets: 67th Ann. Internat. Mtg. Soc. Exp. Geophysics. Expanded Abstract, 490-493.
- Longshou Zhou, Zehua Qiu, Lei Tang and

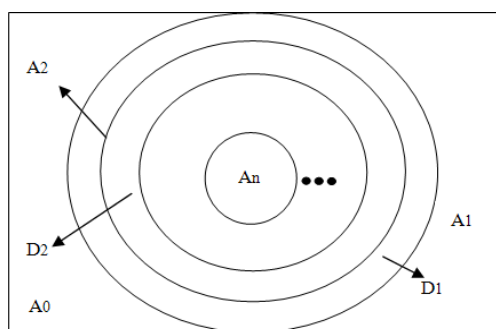
همچنین، با رجوع به فضای A_2 بخش دیگری از اطلاعات ریزسیگنال از دست می‌رود و این اطلاعات در زیرفضای D_2 ، تفاضل بین زیرفضاهای A_1 و A_2 واقع می‌شود:

$$A_1 = A_2 + D_2 \quad (A2)$$

$$\begin{aligned} A_0 &= A_1 + D_1 \\ &= A_2 + D_2 + D_1 \\ &= A_n + D_n + D_{n-1} + \dots + D_1 \end{aligned} \quad (A3)$$

از این رو، با رجوع به زیرفضاهای بالاتر، رفته‌رفته اطلاعات ریزتر یا بسامدهای زیاد حذف می‌شود و اطلاعات درشت یا زمخت باقی می‌ماند. که این بحث می‌تواند دید کلی و مختصر از آنالیز چند توان تفکیک باشد.

در صورتی که اطلاعات مورد نظر به شکل تصویر باشد، زیرفضاهای مربوط به اطلاعات ریز، D_n ، به سه بخش HL، LH، HH به صورتی که از قبل توضیح داده شد تقسیم بندی می‌شود. در شکل زیر زیرفضاهای A_n و D_n به صورت طرحوار نشان داده شده است.



شکل ۱-پ. زیرفضاهای A_n و D_n .

- Boxiang Kan, 2009, Systematic examination of 'precursor waves' of strong earthquakes by using the wavelet method: Earthquake Science, **22**, 83-91.
- Mallat, S., 1989, A theory for multi-resolution signal decomposition the wavelet representation: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, **31**, 679-693.
- Ridsdill-Smith., T., 2000, The application of the wavelet transform to the processing of aeromagnetic data: Thesis for degree of philosophy of the University of Western Australia Department of Geology and Geophysics.
- Simoncelli, E., 1997, Statistical models for images: compression, restoration and synthesis: IEEE 31st Asimolar Conf. Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA.
- Szu, H., and Garcia, J., 1998, Wavelet transform of super-resolutions based on radar and infrared sensor fusion, Patent Application,

پيوست

همان‌طور که در بخش مبنای نظری روش تبدیل موجک گسسته دو بُعدی ذکر شد، اگر فرض کنیم، A_0 ، فضایی حاوی کل اطلاعات سیگنال اصلی باشد، آن‌گاه، A_1 ، زیر فضایی است که بخشی از اطلاعات ریزسیگنال در آن موجود نیست؛ بلکه در فضای D_1 قرار گرفته است. در واقع D_1 ، تفاضل بین دو فضای A_1 و A_0 است و درحکم فضای موجک شناخته می‌شود:

$$A_0 = A_1 + D_1 \quad (A1)$$