وارون غیرخطی داده‌های مغناطیسی با استفاده از روش گرادیان زیرفضا

علی نجاتی کلاته[۱*]، حمیدرضا سیاه‌کوهی[۲]، محمود میرزایی[۳] و ناصر حسین‌زاده گویا[۲]

[۱] دانشجوی دکتری ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران
[۲] دانشیار، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
[۳] استادیار، دانشگاه اراک، ایران

nejati_ali@yahoo.com, hamid@ut.ac.ir, m-mirzaei@araku.ac.ir, n_guya@yahoo.com

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۹/۳، تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۶/۳۰)

چکیده

این مقاله یک روش پایدار، موثر وقابل انعطاف برای حل مسائل معکوس غیر خطی را برای مدل‌سازی معکوس داده‌های مغناطیسی معرفی می‌کند. روش تکراری عرضه شده در این مقاله به‌خوبی با مسائل معکوس غیر خطی با حجم زیاد پارامترهای مدل، سازگار است. روش گرادیان زیرفضا از پارامترسازی استفاده می‌کند که در آن عمق بالایی بلوک‌ها ثابت و عمق پایینی آنها متغییر است. در این روش پارامترهای مدل با توجه به بعد ابعادی متغییر، در زیرفضاهای مجزا رده‌بندی می‌شوند. روش عرضه شده روشی مبتنی بر تکرارهای متوالی است که در هر تکرار، تغییرات پارامترهای مدل در یک زیرفضای Pبُعدی از فضای Mبُعدی پارامترها به‌دست می‌آید (که با استفاده از این تغییرات، مدل اولیه به‌روز خواهد شد). بردارهای اساسی و تشکیل دهنده این زیرفضای Pبُعدی از آنالیز تجزیه به مقادیر منفرد ماتریس مشتقات دوم پارامترهای مدل استخراج می شود. از این بردارهای پایه ماتریس تصویر از فضای Mبُعدی پارامترهای مدل به زیرفضای Pبُعدی از پارامترهای مدل استفاده می شود.

این روش در وارون‌سازی داده‌هایی با درصد زیاد نوفه، نتایج خوبی را نشان داده است. همچنین وارون‌سازی با روش گرادیان زیرفضا با وارون‌سازی به روش مارکوارت–لونبرگ که روشی متداول ومرسوم در وارون‌سازی‌های مسائل غیر خطی است، مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهند که روش گرادیان زیرفضا علاوه بر همگرایی زمانی با سرعت بیشتر، دارای پایداری قابلِ‌ملاحظه‌ای نسبت به روش ذکر شده است. به منظور نشان دادن قابلیت‌های روش عرضه شده درموارد عملی ژئوفیزیک، وارون‌سازی داده‌های واقعی برداشت شده در ناحیه مغان در راستای یک نیم‌رخ صورت گرفته است که نتایج، همخوانی خوبی با نتایج حاصل از حفاری در این منطقه دارد.

واژه‌های کلیدی: داده‌های مغناطیسی، مدل‌سازی معکوس، روش گرادیان زیرفضا، همگرایی، مارکوارت– لونبرگ

Non-linear inversion of magnetic data using Gradient subspace method

Ali Nejati Kalateh[1*], Hamid Reza Siahkoohi[2], Mahmood Mirzaei[3], and Nasser Hosseinzadeh Guya[2]

[1]*Shahrood University of Technology, Iran*
[2]*Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran*
[3]*Arak University, Iran*

(Received: 23 November 2008, accepted 21 September 2010)

[*]Corresponding author: nejati_ali@yahoo.com نگارنده رابط:[*]

Summary

Inverse theory was developed by scientists and has been used in different scientific applications, such as geophysical tomography, image enhancement, curve fitting and determination of earth structure from geophysical data. Inverse theory provides mathematical techniques to obtain useful information about measurements (data). The information resulting from inversion usually reveals some specific properties of the geological structures, called model parameters. Inverse theory, in contrast to forward theory, which predicts results of measurements on the basis of a suggested model relevant to the problem, uses models that are adjusted and estimates the model parameters by using the data and some general principles. It should be noted that inverse theory provides information about unknown model parameters directly using measured data. In contrast to forward theory, inverse theory doesn't provide a basis for the model itself. Recently, considerable effort has been devoted to the explanation of gravity and magnetic anomalies by employing data inversion in the spatial domain.

Three major types of gravity and magnetic data inversion are discussed in geophysical literature. The first is "Inverting data for solving both physical and shape parameters". In this case, the inverse problem is completely non-unique. The non-uniqueness of the problem is visible in the two-dimensional section as a large number of well-defined local minima, some of which are distinguished as unfeasible. In this class, unacceptable solutions can be confined by specifying some of the model parameters. The second type of gravity and magnetic data inversion is "Inverting data for solving physical parameters". In this approach, the earth is divided into a limited number of cells of fixed size with unknown physical parameters, such as density and magnetization. The non-uniqueness of the solution is evident and algorithms have been developed to produce a single model by minimizing an objective function. The third type of gravity and magnetic data inversion is "Inverting data for solving shape parameters". In this class, physical parameters are assumed to be known and nonlinear operators must be design to determine geometry of the geophysical sources. However, geophysical inversion methods are most effective when a linear operator is applied; thus, the problem is usually linearized about some initial model and the inverse problem is solved iteratively.

This paper presents a robust, flexible and efficient algorithm to solve large scale non-linear inverse problems in geomagnetic surveys (the third type of gravity and magnetic data inversion). Considering the sensitivity of inverting magnetic data and the high level of noise in data acquisition, the inversion of magnetic data should be performed using advanced methods. These methods have high performance to handle noise data. The method is iterative, and at each iteration a perturbation of model parameters in a P-dimensional subspace of an M-dimensional model space are sought (the primary model is updated using perturbation values of the model parameters at each iteration).

This style of iterative subspace procedure is well adapted to non-linear inverse problems with many parameters and can be successfully applied to a variety of geopotential problems. The gradient subspace algorithm utilizes a model of parameterization in which the depth of each block is described as an unknown parameter. Model parameters are allocated to separate subspaces on the basis of different physical dimensionality (in this case, model parameters have the same physical dimension). Basis vectors of P-dimensional subspace are extracted by the SVD of a Hessian matrix (the second derivation of model parameters). M-dimensional model space is projected onto P-dimensional subspace using basis vectors.

If effective basis vectors are chosen for inversion procedures, the projected matrix is accurate with respect to original one. In new and small dimensions, inversion can be performed with great speed and is stable against noise. This procedure is very effective in accelerating convergence and obtaining a more accurate solution. Also, the inversion is robust with respect to data errors and poor initial estimations. The efficiency of the method is compared with one of the conventional methods of inversion of non-linear problems (Marquardt-Levenberg); the results show that the gradient subspace has fast and stable convergence in comparison to its performance in the conventional method. The practical effectiveness of this method is demonstrated by inversion of synthetic and real examples. The real magnetic data is acquired over the MOGHAN area, in the northwest of Iran. The results compared with those of seismic interpretation at the study area.

Key words: Magnetic data, modeling, inversion, subspace Gradient method, convergence, Marquardt-Levenberg

۱ مقدمه

در اغلب مسائل وارون ژئوفیزیکی رابطه‌ای غیر خطی میان مقادیر مشاهده‌ای و پارامترهایی که مدل را توصیف می‌کنند وجود دارد. راه عمومی به منظور حل مسائل وارون غیر خطی در ژئوفیزیک، استفاده از یک بسط خطی در همسایگی یک مدل مرجع است. در این صورت یک دستگاه معادلات خطی برای تغییرات پارامترهای مدل خواهیم داشت که با روش‌های خاص عددی قابل حل است (برخلاف مسائل وارون خطی که دستگاه معادلات را برای برآورد خود پارامترهای مدل حل می‌کنیم). در هر تکرار، از مدل به‌روز شده بعد از اعمال تغییراتی که از تکرار قبل به‌دست آمده است، درحکم مدل مرجع استفاده می‌کنیم. این روند را تا زمانی که به همگرایی مطلوب برسیم ادامه می‌دهیم، برای مثال وقتی که تغییرات پارامترهای مدل در دو تکرار کمتر از یک مقدار آستانه باشد.

روش کلی ذکر شده در وارون‌سازی غیر خطی داده‌های گرانی و مغناطیس به‌منظور به‌دست آوردن پارامترهای هندسی را کرباتو (۱۹۶۵)، کاناراتنام (۱۹۷۲)، پدرسون (۱۹۷۷)، مینچیتی (۱۹۸۳) و میکاس (۱۹۹۲) به‌کار برده‌اند. حل هم‌زمان دستگاه‌های معادلات خطی هنگامی که داده‌ها و پارامتر هایی که در مدل‌سازی به‌کار می‌رود افزایش می‌یابد، دارای پیچیدگی‌های زیاد محاسباتی است. دراین‌صورت استفاده از روش‌های خاص که بتواند بدون وارون‌سازی ماتریس‌های حجیم و بروزخطای محاسباتی زیاد،ا به همگرایی مطلوب دست یابد، برای حل مسائل ذکر شده مناسب است. در این تحقیق برای غلبه بر این مشکل و حل مسئله، از روش زیرفضا استفاده می‌شود. روش زیرفضا از کمینه‌سازی محلی تابع هدف در زیرفضای افراز شده با تعداد محدودی از بردارها در فضای پارامترهای مدل استفاده می‌کند. بردارهایی که برای افراز زیرفضای مزبور مورد استفاده قرار می‌گیرند، بردارهای پایه نامیده می‌شوند. میزان تاثیر و موفقیت روش زیرفضا بستگی به تعداد ونحوهٔ انتخاب این بردارهای پایه دارد. روش زیرفضا و کاربردهای آن در حل مسائل بزرگ‌مقیاس به خوبی در کنت و ویلیامسون (۱۹۸۸)، میرزایی و بریدوود (۱۹۹۶)، اولدنبرگ و همکاران (۱۹۹۳) و سمبریج (۱۹۹۱) مورد بحث قرار گرفته است. در این مقاله روش گرادیان زیرفضا در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی مصنوعی و واقعی مورد استفاده قرار می‌گیرد، این روش به دلیل قابلیت پایداری در برابر نوفه، روش مناسبی برای مدل‌سازی معکوس داده های ژئوفیزیکی که دارای درصد نوفه زیادی هستند (مانند داده های مغناطیسی) به‌شمار می‌رود.

۲ نظریهٔ روش گرادیان زیرفضا

مسائل وارون را می‌توان عمدتا به صورت مسائل کمینه‌سازی مطرح کرد تارانتولا (۲۰۰۵)، منکه (۱۹۸۹) و زادانف (۲۰۰۲)، که در آنها یک تابع هدف وابسته به داده‌های مشاهده‌ای و پیش‌بینی‌های نظری می‌بایست کمینه شود. شکل عمومی این توابع در ژئوفیزیک به صورت زیر است:

$$F(m) = \langle C_D^{-1}(d - d_{obs}), (d - d_{obs})\rangle \qquad (۱)$$

که $\langle .,. \rangle$ نشانگر حاصل‌ضرب داخلی، C_D ماتریس کواریانس داده‌ها و m بردار پارامترهای مدل است که خصوصیات فیزیکی خاصی از مدل تعریف شده را بیان می‌کند. هدف مسائل وارون در ژئوفیزیک به‌دست آوردن یک بردار بهینه است که تابع هدف را کمینه کند. در صورتی که تابع $F(m)$ یک تابع هموار برای پارامترهای مدل باشد، می‌توان با استفاده از بسط تیلور محدود شده برای این تابع روابط زیر را نوشت سمبریج (۱۹۹۱):

$$\begin{aligned} &F^Q(m+\delta m) \\ &= F(m) + \langle \gamma, \delta m\rangle + \frac{1}{2}\langle H\delta m, \delta m\rangle \end{aligned} \qquad (۲)$$

که γ بردار گرادیان و H ماتریس Hessian یا ماتریس مشتق دوم تابع هدف است. گرادیان تابع هدف به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\gamma = \nabla_m F(m) = G^T C_D^{-1}\left[f(m) - d_{obs}\right] \qquad (۳)$$

که در آن

$$G = \nabla_m F(m) \qquad (۴)$$

و G ماتریس مشتقات فرشه برای تابع هدف نسبت به پارامترهای مدل است، که در مسائل وارون به آن ژاکوبی نیز می‌گویند. همچنین $G_{ij} = \frac{\partial f_i(m)}{\partial m_j}$ مشتق اول i امین داده را نسبت به تغییرات j امین پارامتر مدل نشان می‌دهد. ماتریس هسه‌ای تابع هدف را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} H &= \nabla_m \nabla_m F(m) \\ &= G^T C_D^{-1} G + \nabla_m G^T C_D^{-1}\left[f(m) - d_{obs}\right] \end{aligned} \qquad (۵)$$

که در آن عبارت $\nabla_m G = \nabla_m \nabla_m f(m)$ وابستگی غیر خطی داده‌ها وپارامترهای مدل را بیان می‌کند و در مقایسه با عبارت اول رابطه (۵) دارای مقدار قابل توجهی نیست، لذا در محاسبه ماتریس هسه‌ای قابل صرف‌نظر کردن است. وانگ و هوسمان (۱۹۹۴). حال با درنظرگرفتن ماتریس C_M به‌منزلهٔ ماتریس کواریانس پارامترهای مدل ، بردار شیب بالارونده Γ در فضای پارامترهای مدل، بر مبنای تعریف بردار گرادیان به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$\Gamma = C_M \gamma \qquad (۶)$$

روش شیب پایین‌رونده (SD) پارامترهای مدل را در راستای بردار $(-\Gamma)$ به‌روز می‌کند. برای تقریبی از مسائل معکوس خطی می‌توان روش Conjugate Gradient (CG) را به‌کار بردکه دارای آهنگی با سرعت مناسب برای همگرایی است. اما این روش برای مسائلی که در آنها وابستگی غیر خطی قوی میان داده‌ها و پارامترهای مدل وجود دارد، معمولا به نتایج خوبی منجر نخواهد شد.

روش گرادیان زیرفضا ازاین‌روکه از بردار گرادیان برای کمینه‌کردن تابع هدف F^Q استفاده می‌کند، به روش شیب پایین‌رونده در حل مسائل معکوس شباهت دارد. اما در این روش با استفاده از ماتریس مشتقات دوم تابع هدف هسه‌ای و ماتریس تصویر مسئله معکوس به جای حل در فضای پارامترهای مدل به زیرفضاهای کوچک‌تر تصویر می‌شود. در این صورت پارامترهای مدل نیز در این زیرفضاهای کوچک‌تر دارای تعریف جدید خواهند بود. پیامد روند ذکر شده به‌دست آوردن

سرعت و دقت در همگرایی و پایداری وارون‌سازی در برابر نوفه است.

ماتریس تصویر A را به‌صورت زیر در نظر بگیرید سمبریج (۱۹۹۱):

$$A_{ij} = a_i^{(j)} \qquad i = 1,...,N \qquad j = 1,...,K \tag{۷}$$

که K تعداد بردارهای پایه $\{a^{(j)}\}$، N طول بردارهای پایه است. تغییرات پارامترهای مدل در زیرفضای افراز شده برحسب بردارهای پایه برابر است با:

$$\delta m = -\sum_{j=1}^{K} \alpha_j a^{(j)} \tag{۸}$$

ضرایب α_j از کمینه‌کردن تابع هدف (رابطه ۲) به‌دست می‌آیند. بدین‌منظور $\frac{\partial F^Q}{\partial \alpha_j} = 0, \quad j = 1,..., K$ است. بنابراین یک دستگاه معادلات با K مجهول به‌دست می‌آید، در این صورت برای ضرایب بسط به‌صورت ماتریسی داریم:

$$\alpha = (A^T HA)^{-1} A^T \gamma \tag{۹}$$

ماتریس هسه‌ای تصویر شده $(A^T HA)$ دارای ابعاد $K \times K$ است که نسبت به وارون‌سازی ماتریس هسه‌ای با ابعاد $M \times M$ دارای شرایط بهتری است. بردارهای پایه‌ای که برای تعریف ماتریس تصویر از آنها استفاده می‌شود، وابسته به بردار Γ هستند. درصورتی‌که بتوان پارامترهای مدل را به L ردهٔ متفاوت بسته به شرایط هندسی یا تفاوت در بُعد فیزیکی تقسیم کرد، داریم:

$$\gamma_L = \nabla_{m_L} F(m), \qquad L = A, B,... \tag{۱۰}$$

بردار شیب بالارونده را در فضای کامل پارامترهای مدل به صورت زیر بازسازی می‌کنیم:

$$\Gamma_A = C_M \begin{bmatrix} \gamma_A \\ . \\ . \\ 0 \\ . \\ 0 \end{bmatrix}, \quad ...., \Gamma_L = C_M \begin{bmatrix} \gamma_L \\ . \\ . \\ 0 \\ . \\ 0 \end{bmatrix} ... \tag{۱۱}$$

حال بردارهای پایه با بردار Γ به صورت زیر تعریف می‌شوند کنت و سمبریج (۱۹۹۸):

$$a^{(1)} = \left\|\Gamma_A\right\|^{-1} \Gamma_A, \qquad a^{(2)} = \left\|\Gamma_B\right\|^{-1} \Gamma_B \tag{۱۲}$$

با داشتن ضرایب بسط و بردارهای پایه و با استفاده از رابطه (۸) تغییرات پارامترهای مدل در هر تکرار به‌دست می‌آید و مدل اولیه در نظر گرفته شده در هر تکرار به‌روز خواهد شد.

۲-۱ حل مسئله مستقیم برای داده‌های دوبُعدی مغناطیسی

به منظور مدل‌سازی دوبُعدی داده‌های میدان مغناطیسی ابتدا باید به حل مسئله مستقیم موضوع پرداخت. همچنان‌که در مدل‌سازی‌های دوبُعدی در مسائل میدان پتانسیل معمول است از یک مجموعه بلوک‌های قائم با عمق متفاوت که در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، برای وارون‌سازی داده‌های میدان مغناطیسی کلی جهت مدل‌سازی ناپیوستگی‌ها استفاده می‌شود. تباین مغناطیدگی و جهت آن در هر بلوک به دلخواه مفسر می‌تواند تغییر کند. ابتدا به محاسبه اثر یک بلوک به صورت مجزا می‌پردازیم بدین منظور، مطابق شکل، محورهای مختصات را به صورت متعامد در جهت (x, z) که جهت مثبت z به سمت پایین است در نظر می‌گیریم.

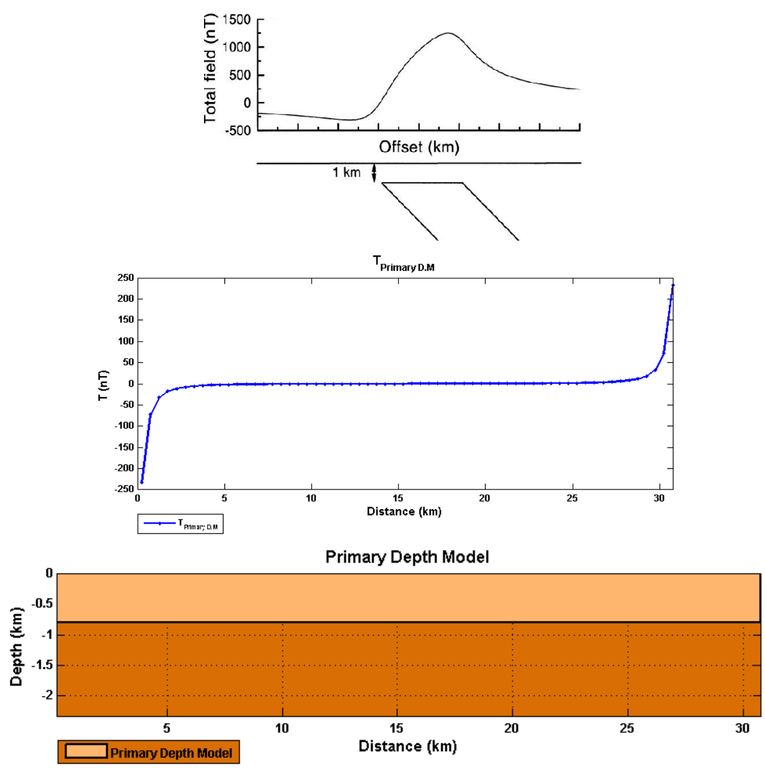
در مدل‌سازی‌های دوبُعدی (چون مدل‌سازی دوبُعدی در این مقاله مد نظر است، بنابراین محور y عمود بر صفحه

کاغذ است) در ژئوفیزیک فرض اساسی و متداول بر آن است که داده‌ها در راستای عمود بر بی‌هنجاری برداشت شده است و در راستای نیمرخ یعنی همان راستای محور y ها بی‌هنجاری دارای تغییرات فاحشی نباشد. در مدل‌سازی حوضه‌های رسوبی این روش از اهمیت زیادی برخوردار است، زیرا در یک حوضه رسوبی می‌توان با انتخاب مناسب جهت نیم رخ، به مدل‌سازی هندسه دوبُعدی حوضه پرداخت.

در شکل ۱- قسمت بالا بی هنجاری میدان کلی مغناطیسی برحسب نانوتسلا برای یک دایک شیب‌دار با عمق ۱ کیلومتر و شیب ۴۵ درجه. زاویه میل مغناطیسی ۴۵ درجه رسم شده است. اگر میدان مغناطیسی کلی ناشی از یک دایک با عمق نامحدود همانند آنچه در شکل ۱- قسمت بالا آمده است را با $M(x,z)$ نشان دهیم، داریم:

$$M(x,z) = 2kT\sin\delta(1-\cos^2\alpha\cos^2 i) \qquad (۱۳)$$
$$\times\left[\left(\tan^{-1}\frac{(x-x_0)+b}{h}-\tan^{-1}\frac{x-b}{h}\right)\cos\theta + \frac{1}{2}\ln\frac{((x-x_0)-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}\sin\theta\right]$$

که در آن x,z به ترتیب مختصات قائم و افقی، x_0 مختصات افقی مرکز دایک، h عمق بالایی دایک، T,k به ترتیب مغناطیس‌پذیری و شدت میدان مغناطیسی محیط δ,i به ترتیب زاویه میل میدان مغناطیسی و زاویه شیب دایک، $\theta = 2I-\delta-90$، $I=\tan^{-1}\left(\frac{\tan i}{\sin\alpha}\right)$ و α راستای دایک است.



شکل ۱. (قسمت بالا) میدان مغناطیسی کلی ناشی از یک دایک در عمق ۱ کیلومتر، شیب ۴۵ درجه و زاویه میل مغناطیسی ۴۵ درجه. تاستون و همکاران (۲۰۰۲)، قسمت وسط- بی‌هنجاری میدان کلی مغناطیسی عمق مدل اولیه، (قسمت پایین) مدل عمقی اولیه (پایین) محور عمودی عمق مدل اولیه را برحسب کیلومتر نشان می‌دهد.

به منظور محاسبه اثر یک دایک قائم با عمق محدود می‌توان میدان کلی به‌دست آمده از دو دایک را با اختلاف عمقی مورد نظر با یک میزان مغناطیس‌پذیری اما با علامت مخالف را جمع جبری کرد. محاسبات مستقیم ازاین‌روکه همهٔ روش‌های بُعدی و محاسبات وارون‌سازی بر مبنای آنها صورت می‌گیرد، اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد.

۲-۲ کارایی روش گرادیان زیرفضا در وارون‌سازی

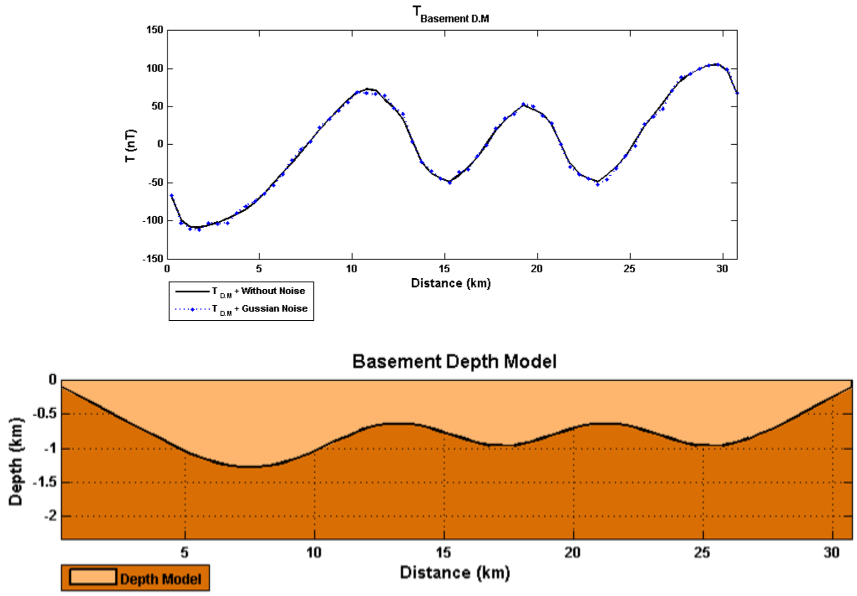
در مثال‌هایی که آورده خواهد شد، تباین مغناطیس‌پذیری لایه‌ها (علامت) با استفاده از اطلاعات زمین‌شناسی یا سایر اطلاعات ژئوفیزیکی تعیین و به‌مثابهٔ اطلاعات اولیه استفاده می‌شود. در این مثال‌ها ، مدل اولیهٔ به‌کار رفته برای وارون‌سازی عبارت‌است از ی مدلی ساده با عمق یکسان ۰/۸ کیلومتر برای همهٔ بلوک‌ها. این مدل و میدان مغناطیسی کلی ناشی از آن برحسب نانوتسلا در شکل ۱ (قسمت وسط و پایین) آمده است. قابل ذکر است که هرچه وابستگی یک روش در وارون‌سازی به مدل اولیه کمتر باشد، روش کارآمدتر و الگوریتم به‌کار رفته در آن قوی‌تر است. روش عرضه شده، از خصوصیت اخیر بهره‌مند است.

۲-۲-۱ وارون‌سازی داده‌های مصنوعی

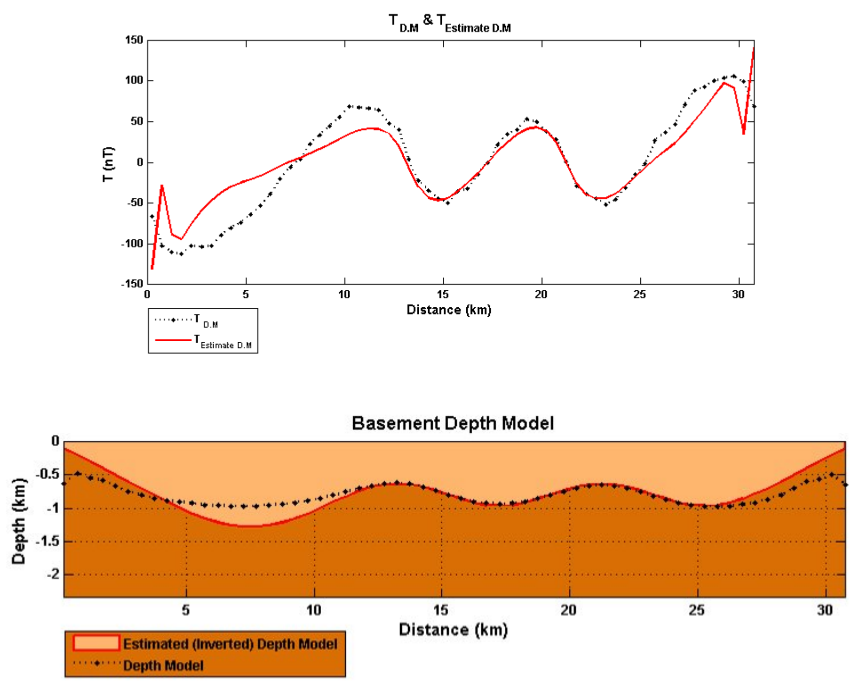
به منظور درک بهتر از چگونگی کارایی روش و جزئیات مربوط به آن از وارون‌سازی داده‌های مصنوعی در طول یک نیم‌رخ با طول ۳۰/۷۵ کیلومتر و فاصله نمونه‌برداری ۰/۵ کیلومتر برای داده‌های مولفه میدان مغناطیسی کلی استفاده شده است. سنگ کف یا ناپیوستگی مغناطیسی با استفاده از یک مجموعه از بلوک‌های قائم (همچنان‌که در اغلب مدل‌سازی‌های دوبُعدی مرسوم است) شبیه‌سازی می‌شود. برای این مجموعه از بلوک‌های قائم، ارتفاع بلوک‌ها درحکم پارامترهای ناشناخته وارون‌سازی و خودپذیری با استفاده از اطلاعات اولیه یا مشاهده مستقیم زمین‌شناسی به‌منزلهٔ پارامتر معلوم درنظر گرفته می‌شود. میدان مغناطیسی کلی (واحد میدان کلی مغناطیسی نانوتسلا، یعنی برابر با 10^{-9} تسلا است) زمینه با بزرگی ۴۸۰۰۰ نانوتسلا ، زاویه انحراف۴۵ درجه ، زاویه میل صفر و زاویه انحراف برای بردار مغناطیدگی در هر بلوک به تبعیت از میدان زمینه دارای زاویه انحراف ۴۵ درجه است. راستای نیم‌رخ نیز به گونه‌ای انتخاب شده است که عمود بر جهت شمال مغناطیسی باشد. خودپذیری مغناطیسی نیز در هر بلوک SI ۰/۰۰۲ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در مورد داده‌های واقعی، زوایای میل و انحراف میدان زمینه و مغناطیدگی جسم، درحکم پارامترهای معلوم با استفاده از IGRF یا به صورت مستقیم اندازه‌گیری می‌شود.

درصورتی‌که در محیط مغناطیس بازماند نیز وجود داشته باشد، به دلیل اینکه مغناطیدگی بازماند در مقایسه با مغناطیس القایی دارای مقدار بسیار ناچیزی است، اغلب از این پارامتر در وارون‌سازی‌های داده‌های مغناطیسی صرف‌نظر می‌شود. این پارامتر در فیزیک سنگ و دیرینه‌مغناطیس بیشتر مورد توجه است و در این گونه تحقیقات، با ابزارهای خاصی میدان القایی را از نمونه‌ها حذف می‌کنند تا امکان بررسی مغناطیس بازماند (به دلیل مقادیر مغناطیدگی بازماند) فراهم شود. هندسه ساختار مدل زمین مصنوعی در نظر گرفته شده و داده‌های مربوط به میدان مغناطیسی کل ناشی از آن با اضافه کردن ۵٪ نوفه (نسبت نوفه به سیگنال ۵٪ در نظر گرفته شده) در شکل ۲آمده است.

بیشینه میزان نوفه اضافه شده به داده‌ها ۷/۹۶ نانوتسلا است و میانگین مجذور نوفه برای کل داده‌ها برابر با ۳/۰۸ نانوتسلا است. از داده‌های مصنوعی که بدین‌ترتیب تولید شده‌اند درحکم داده‌های ورودی به روند وارون‌سازی با روش زیرفضا استفاده می‌کنیم. در شکل ۳ نتایج



شکل ۲. (قسمت بالا) بی‌هنجاری میدان مغناطیسی کل ناشی از مدل مصنوعی. منحنی توپُر بی‌هنجاری بدون نوفه و منحنی خط‌چین بی‌هنجاری با نوفه ۵٪، (قسمت پایین) مدل مصنوعی با طول ۳۰/۷۵ کیلومتر و خودپذیری SI ۰۰۲/۰ است.

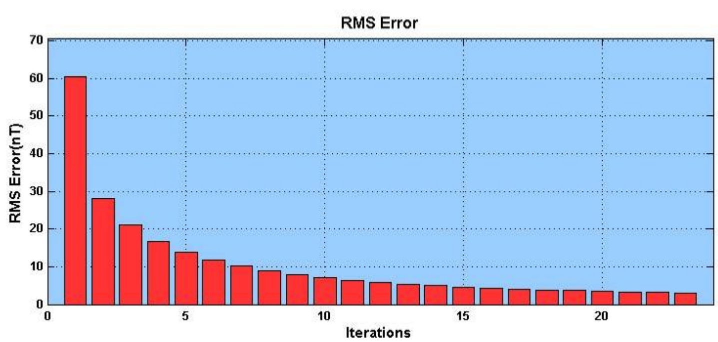


شکل ۳. (قسمت بالا) منحنی خط‌چین داده‌های ناشی از مدل مصنوعی به همراه نوفه و منحنی سرخ (توپُر) داده‌های برآوردشدهٔ ناشی از وارون‌سازی در تکرار اول، (قسمت پایین) منحنی خط‌چین مدل مصنوعی و منحنی سرخ مدل برآورد شده در تکرار اول است.

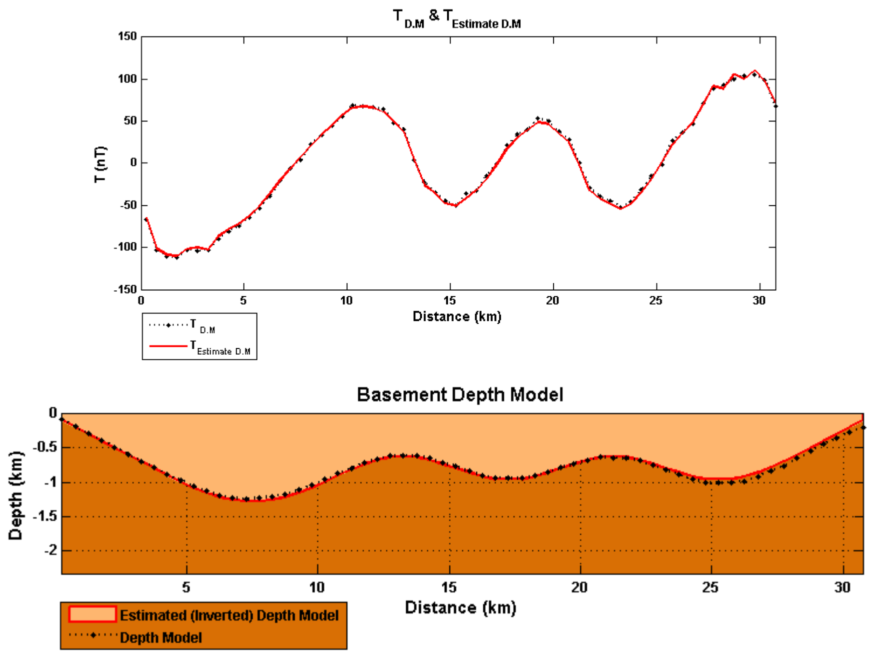
وارون‌سازی در تکرار اول نشان داده شده است. در تکرار اول خطای میانگین مجذور بین داده‌های مصنوعی تولید شده ونتایج برآورد شده با وارون‌سازی برابر با ۶۰/۴۰ نانوتسلا است. وارون‌سازی را برای تکرارهای متوالی تا زمانی ادامه می‌دهیم که این خطای میانگین مجذور کمتر از میانگین مجذور نوفه برای کل داده‌ها یعنی کمتر از۳/۰۸ نانوتسلا شود. وارون‌سازی برای ۲۳ تکرار متوالی صورت گرفته و خطای میانگین مجذور با روند همگرایی مناسب به۳/۰۶ نانوتسلا یعنی کمتر از حد خطای موجود در داده‌ها می‌رسد. روند کاهش خطای میانگین مجذور در تکرارهای متوالی در شکل ۴ نشان داده شده است. نتایج وارون‌سازی و میزان برازش داده‌های مصنوعی تولید شده با داده‌های برآورد شده ناشی از وارون‌سازی در شکل ۵ نشان داده شده است. برای نشان دادن پایداری روش وارون‌سازی گرادیان زیرفضا در برابر نوفه با شرایط مثال بالا نسبت نوفه به سیگنال را به ۲۰٪ افزایش می‌دهیم. به طور معمول در مقالات ژئوفیزیکی برای نشان دادن پایداری روش‌ها و الگوریتم‌های وارون‌سازی از درصدهای نوفه به سیگنال به مراتب کمتر از ۲۰٪ استفاده می‌شود. اما همان‌طور که در قبل اشاره شد، یکی از خصوصیات بارز این روش، پایداری زیاد در برابر نوفه است و این مقدار از درصد نوفه به سیگنال یک حد بالا در این زمینه به‌شمار می‌آید.

در جدول ۱ مقادیر میدان کلی مغناطیسی به‌ترتیب بدون نوفه، مقادیر نوفه با سطح نوفه ۵٪، میدان محاسبه شده در روند وارون‌سازی بعد از تکرار اول (در شکل ۳ نشان داده شده است)، میدان محاسبه شده در روند وارون‌سازی بعد از تکرار بیستم (این مقادیر در شکل ۵ رسم شده‌اند). به روشنی و با استناد به رسم مقادیر جدول ۱ (که در دو شکل ۳ و ۵ نمایش داده شده است) می‌توان دید که مقادیر میدان محاسبه شده در وارون‌سازی در تکرار بیستم (ردیف آخر) با داده هایی که از مدل مصنوعی استخراج شده‌اند (ردیف سوم) همخوانی و نزدیکی زیادی دارد. این داده‌ها در دو شکل ۵ با رنگ‌های مشگی خط‌چین برای داده‌های مدل مصنوعی و با رنگ سرخ برای داده‌های محاسبه شده در روند وارون‌سازی رسم شده است.

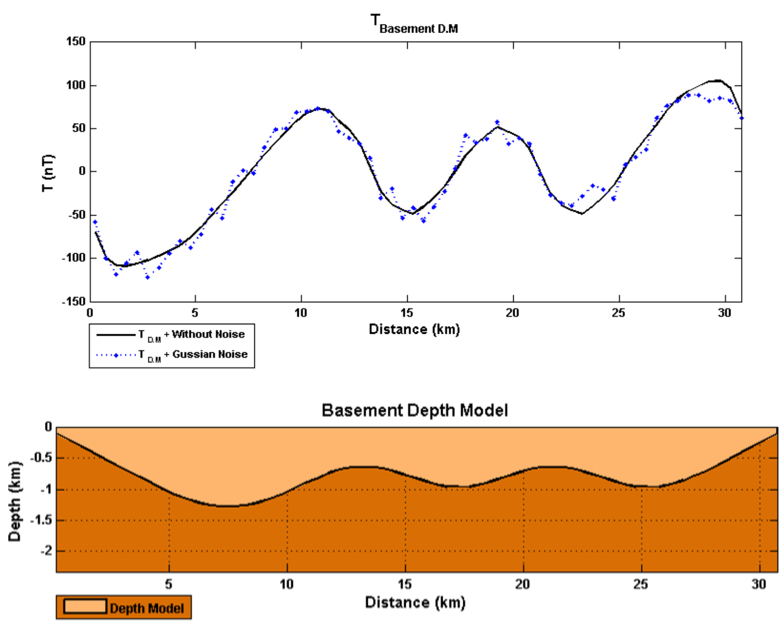
هندسه ساختار زمین در مدل مصنوعی در نظر گرفته شده و داده‌های میدان کل مغناطیس ناشی از آن با اضافه کردن ۲۰٪ نوفه در شکل ۶ آمده است. بیشینه میزان نوفه اضافه شده به داده‌ها در این حالت ۲۴/۲۰ نانوتسلا است و میانگین مجذور نوفه برای کل داده‌های مصنوعی ایجاد شده برابر با ۱۰/۹۳ نانوتسلا است. از داده‌های مصنوعی که بدین ترتیب تولید شده‌اند، همانند مثال قبل درحکم داده‌های ورودی به روند وارون‌سازی با روش زیرفضا استفاده می‌کنیم.



شکل ۴. خطای میانگین مجذور برای ۲۳ تکرار متوالی.



شکل ۵. (قسمت بالا) منحنی خط‌چین داده‌های ناشی از مدل مصنوعی و منحنی سرخ (توپُر) داده‌های برآوردشدهٔ ناشی از وارون‌سازی، (قسمت پایین) منحنی خط‌چین مدل مصنوعی و منحنی سرخ مدل برآورد شده با استفاده از وارون‌سازی بعد از ۲۳ تکرار است.



شکل ۶. (قسمت بالا) بی‌هنجاری میدان مغناطیسی کلی ناشی از مدل مصنوعی. منحنی توپُر بی‌هنجاری بدون نوفه و منحنی خط‌چین بی‌هنجاری با نوفه ۲۰٪، و (قسمت پایین) مدل مصنوعی با طول ۳۰/۷۵ کیلومتر و خودپذیری SI ۰/۰۰۲ است.

وارون‌سازی برای ۷ تکرار متوالی صورت گرفته است و خطای میانگین مجذور بین داده‌های مصنوعی تولید شده ونتایج برآورد شده با وارون‌سازی برابر بـا ۱۰/۸۴ نانوتسلا است. این مقدار کمتر از میانگین مجـذور نوفـه بـرای کـل داده‌ها (۱۰/۹۳ نانوتسلا) اسـت (بـا در نظـر گـرفتن نسـبت نوفه به سیگنال ۲۰٪) این امر نشان می‌دهد که تـلاش بـرای افـزایش دقـت وارون‌سـازی موجـب کمینـه سـازی نوفـه خواهد شد. نتایج وارون‌سـازی در شـکل ۷ و ۸ نشـان داده شـده اسـت. علـی‌رغـم اعمـال ایـن میـزان نوفـه بـه داده‌هـا همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، مـدل عمقـی در نظر گرفتـه شـده بـه‌خـوبی بـا الگـوریتم گرادیـان زیرفضـا بازیافت شده است.

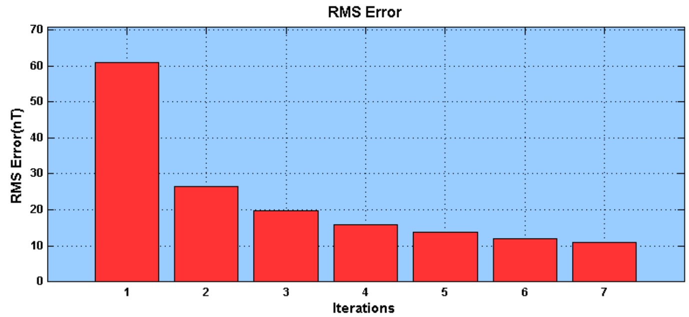
لازم به ذکر است که برای شکل‌های ۶ و ۸ نیز جـدول مشابه با آنچه در جدول ۱ بدان اشاره شد، وجود دارد ایـن مقادیر همان‌طور کـه گفتـه شـد در دو شـکل مزبـور رسـم شده است. روش مارکوارت–لونبرگ یکـی از روش‌هـای بســیار متــداول در وارون‌ســازی مســائل غیرخطــی در ژئوفیزیک است. مارکوارت (۱۹۶۳). به منظور مقایسه این روش با روش گرادیان زیرفضا، مثال ذکر شـده را بـا کلیـه پارامترهـا وشـرایط در نظـر گرفتـه شـده بـا ایـن روش نیـز بررسی می‌کنیم:

وارون‌سـازی بـا یـک رایانـه بـا مشخصـات 1GB رم و CPU Core 2Duo 1.66 صورت گرفته است، روش ذکـر شده بعد از ۱۵ تکرار متوالی همگرا می‌شود و زمان اجرای برنامه ۰/۹۲ ثانیه است، درصـورتی‌کـه زمـان اجـرای بـرای روش گرادیان زیرفضا برابر با ۰/۴۵ ثانیه اسـت. بنـابراین بـا مقایسه شکل ۷ و شکل ۹ مشاهده می‌شود که همگرایی در روش گرادیان زیرفضا، با آهنگی سریع‌تر و در زمان کمتـر صورت می‌گیرد. این مسئله زمانی بسیار حائز اهمیت است که هدف وارون‌سـازی مسـائل بـزرگ‌مقیـاس ژئـوفیزیکی است، دراین‌صورت، اختلاف زمان اجـرای میـان دو روش بسـیار زیـاد اسـت. نکتـه اساسـی قابـل تأمـل دیگـر در وارون‌سازی با این دو روش این است کـه در صـورتی کـه معیار توقف تکرارهای متوالی در هـر دو روش را از برنامـه حـذف و وارون‌سـازی را بـرای ۳۰ تکـرار متـوالی عملـی کنیم، منحنی‌هـای خطـای RMS در دو روش بـه صـورت زیرخواهد بود:

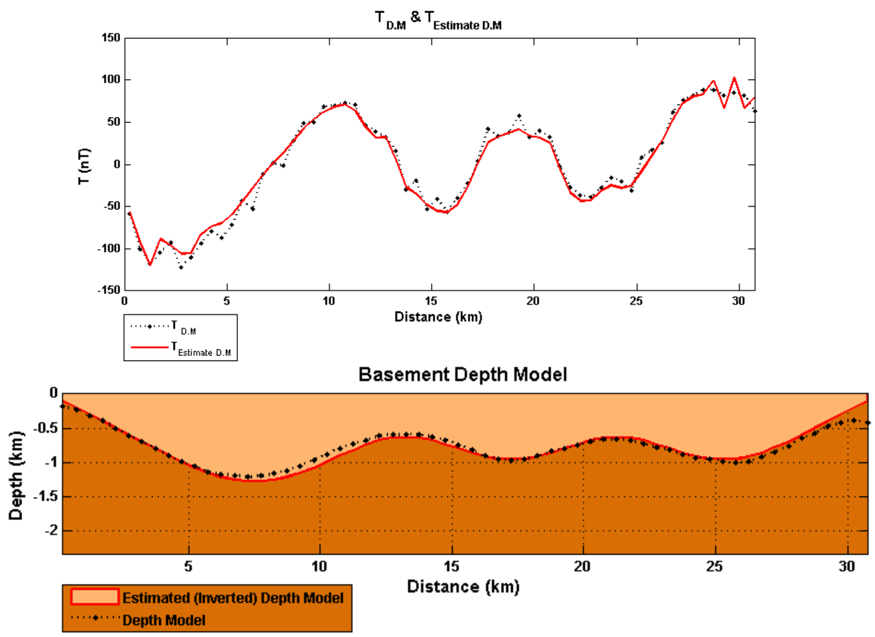
با مقایسه دو منحنی در شکل ۱۰ مشاهده مـی‌شـود کـه در روش گرادیان زیرفضا اگرچه همگرایی بعد از ۷ تکرار متوالی اتفاق می‌افتد اما در تکرارهـای بعـدی نیـز تغییـرات فاحشـی در میـزان خطـای RMS مشـاهده نمـی‌شـود و وارون‌سازی با یک روند کاملا پایدارصورت می‌گیرد. در مقابل در روش مارکوارت–لونبرگ، وارون‌سـازی بعـد از ۱۵ تکرار متوالی صورت می‌گیرد اما در تکرارهـای بعـدی نوفه موجود در داده‌ها کمینه شده و وارون‌سازی به سـمت واگرایی پیش می‌رود و از روند پایداری خارج می شود.

۲-۲-۲ وارون‌سازی داده‌های واقعی

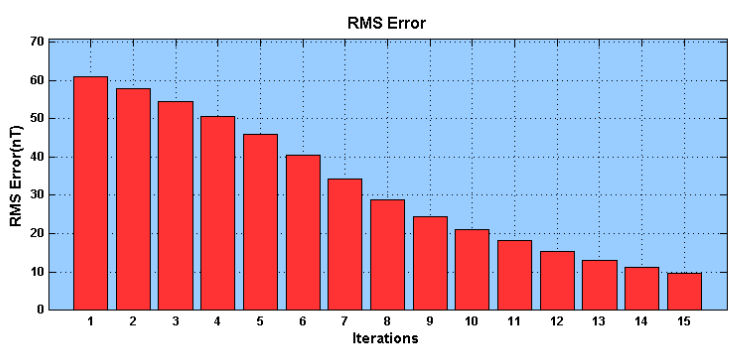
در منطقه دشت مغان به علت رخنمون سنگ‌های ترشـیری و جوان‌تر، از سـنگ‌هـای دوران دوم و قـدیم‌تـر اطلاعـات چندان زیادی در دسـت نیسـت. در اواخـر کرتاسـه، اوائـل پالئوسن چین‌خوردگی در مقیاس وسـیعی در شـمال ایـران به وقوع پیوسته که به نظر می‌رسـد منطقـه دشـت مغـان نیـز تحت تاثیر این چین‌خوردگی واقع شده است. و سنگ‌های ترشیری به صورت دگرشـیب روی سـنگ‌هـای قـدیمی‌تـر قرار گرفته‌اند. این دگرشیبی در غرب دشت مغان با مقـاطع لرزه‌نگاری تایید شده است.



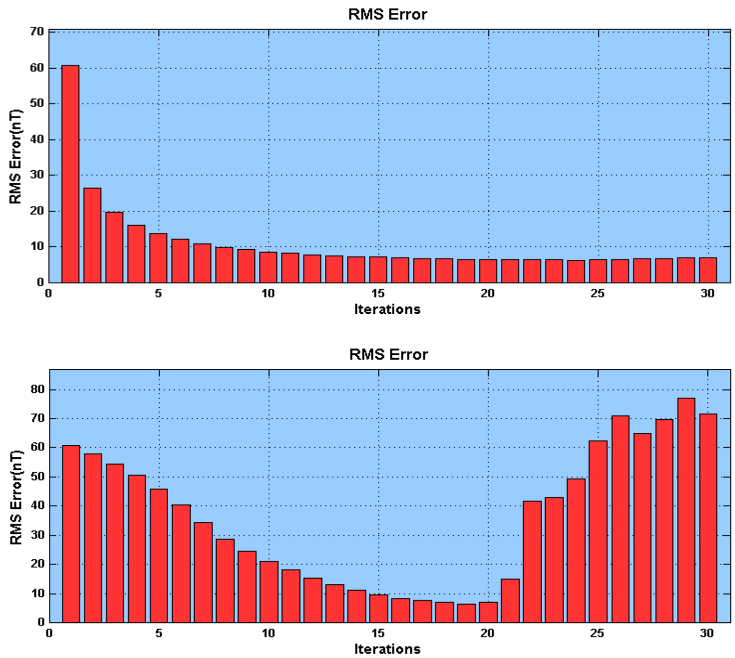
شکل ۷. خطای میانگین مجذور برای۷ تکرار متوالی و نسبت نوفه به سیگنال ۲۰٪.



شکل ۸ (قسمت بالا) منحنی خط‌چین داده‌های ناشی از مدل مصنوعی و منحنی سرخ (توپُر) داده‌های برآوردشدهٔ ناشی از وارون‌سازی، (قسمت پایین) منحنی خط‌چین مدل مصنوعی و منحنی سرخ مدل برآوردشده با استفاده از وارون‌سازی بعد از ۷ تکرار است.



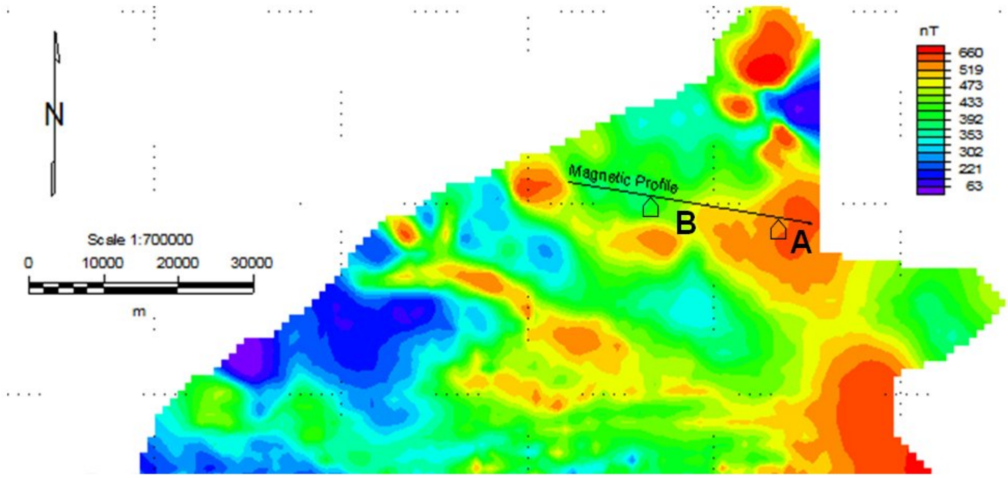
شکل ۹. خطای میانگین مجذور برای ۱۵ تکرار متوالی با استفاده از روش مارکوارت–لونبرگ و نسبت نوفه به سیگنال ۲۰٪.



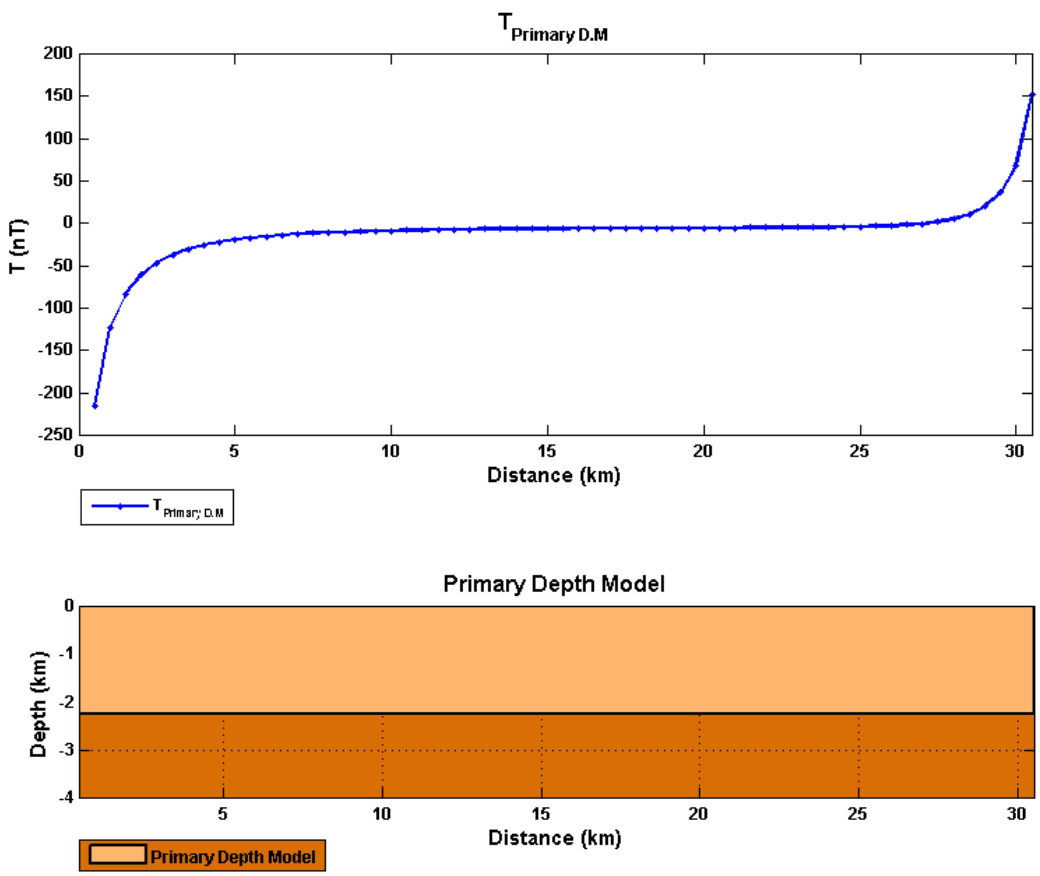
شکل ۱۰. (قسمت بالا) مقایسه خطای RMS دو روش وارون‌سازی با استفاده از گرادیان زیرفضا و (قسمت پایین) مارکوارت–لونبرگ.

نیم‌رخ داده‌های میدان مغناطیسی کلی در ناحیه مغان که با IGRF تصحیح شده، در شکل ۱۱ نشان داده شده است. نیم‌رخ مزبور به‌گونه‌ای انتخاب شده است که با نیم‌رخ‌های لرزه‌ای موجود در ناحیه، از نظر موقعیت جغرافیایی نزدیک باشد تا امکان مقایسه نتایج با داده‌های لرزه‌ای وجود داشته باشد. نیم‌رخ مزبور به طول ۳۰/۵ کیلومتر دارای ۶۱ نقطه برداشت داده با فاصله ۰/۵ کیلومتر است. به‌منظور وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی، از یک مدل اولیه با عمق یکسان ۲/۱ کیلومتر استفاده شده است. داده‌های ناشی از مدل اولیه در شکل ۱۲ نشان داده شده است. خودپذیری مدل اولیه نیز برمبنای اختلاف میان خودپذیری رسوبات منطقه و ناپیوستگی (بالاآمدگی) بازالتی با استفاده از اطلاعات موجود زمین‌شناسی برابر با SI ۰/۰۰۰۹ در نظر گرفته شده است. هدف در اینجا مدل‌سازی مرز میان رسوبات و این ناپیوستگی بازالتی است.

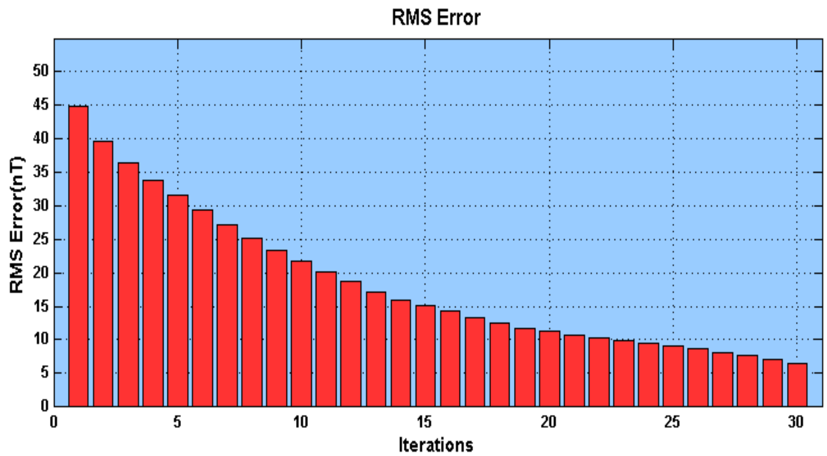
خطای میانگین مجذور برای ۳۰ تکرار متوالی و برابر با ۷/۴۰ نانوتسلا است که بعد از ۳۰ تکرار متوالی به‌صورت پایدار و ثابت باقی می‌ماند. منحنی افت خطای میانگین مجذور در شکل ۱۳ آمده است. روند کاهش افت خطا در تکرارهای متوالی، آرام و پایدار است. در شکل ۱۲ نتایج نهایی مدل‌سازی بعد از ۳۰ تکرار متوالی و ناپیوستگی مدل‌سازی شده نشان داده شده است. با استفاده از نتایج تفسیر و پردازش لرزه‌ای عمق بالاآمدگی ناپیوستگی بازالتی در قسمت شرقی نیم‌رخ حدود ۸۵۰ متر که در شکل ۱۱ با نقطه A نشان داده شده است و در عمیق‌ترین افق که در شکل ۱۱ با نقطه B نشان داده شده ، ۳۷۵۰ متر است. با توجه به شکل ۱۴ می‌توان دید که نتایج مدل‌سازی داده‌های میدان مغناطیسی کلی همخوانی قابل‌قبولی با نتایج به‌دست آمده ناشی از تفسیر نتایج لرزه‌نگاری در ناحیه پیش‌گفته دارد.



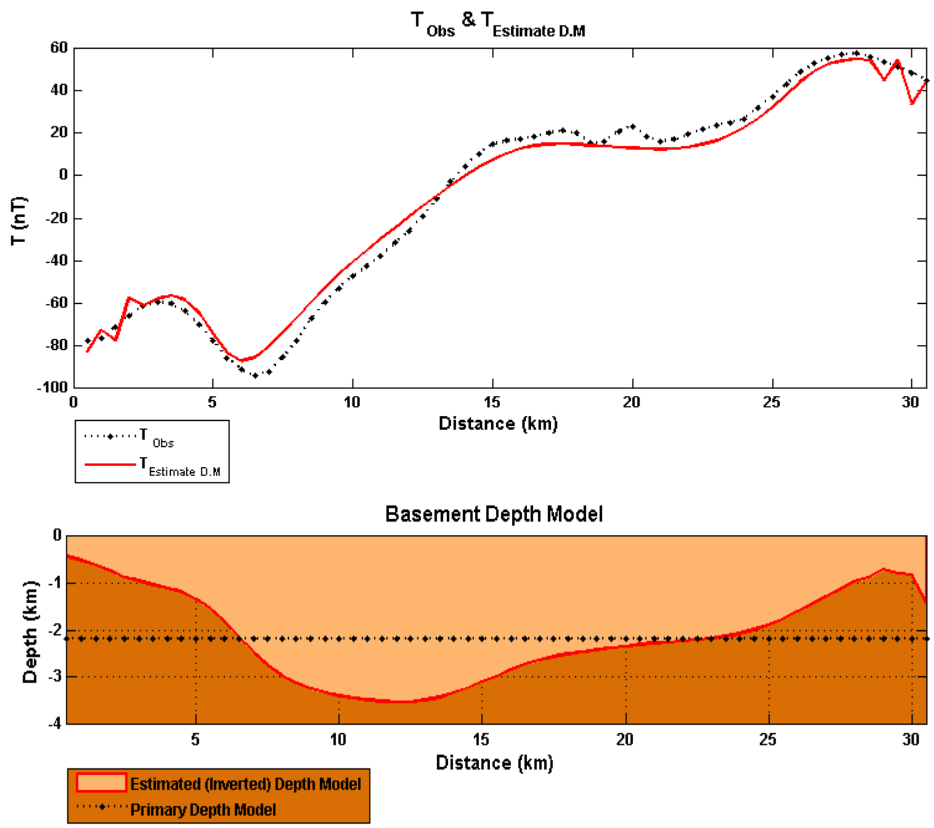
شکل ۱۱. نیم‌رخ انتخاب شده از داده‌های میدان مغناطیسی کلی که با IGRF تصحیح شده است.



شکل ۱۲. قسمت بالا- بی‌هنجاری میدان مغناطیسی کلی ناشی از مدل عمقی اولیه، قسمت پایین- مدل عمقی اولیه.



شکل ۱۳. خطای میانگین مجذور برای ۳۰ تکرار متوالی.



شکل ۱۴. (قسمت بالا) منحنی خط‌چین داده‌های واقعی و منحنی سرخ (توپُر) داده‌های برآوردشدهٔ ناشی از وارون‌سازی، (قسمت پایین) منحنی سرخ (توپُر) مدل اولیه و منحنی خط چین مدل برآوردشده با استفاده از وارون‌سازی بعد از ۳۰ تکرار است.

جدول ۱. مقادیر میدان کلی مغناطیسی در تکرارهای اول و بیستم و بدون نوفه و مقادیر نوفه برای سطح ۵٪.

No.	X (Location)	TMF (nT) of Synthetic Model	5% Noise (nT)	Calculated TMF (nT) in Iteration Number=1	Calculated TMF (nT) in Iteration Number=20
1	0.3	-69.6	2.8	-107.2	-65.6
2	0.8	-98.9	-3.4	-17.1	-100.8
3	1.3	-108.3	-2.2	-105.0	-106.8
4	1.8	-108.5	-3.5	-110.1	-109.5
5	2.3	-105.7	3.2	-85.8	-102.5
6	2.8	-101.8	-2.1	-67.6	-100.3
7	3.3	-97.2	-5.2	-54.0	-102.7
8	3.8	-91.7	2.5	-42.3	-86.7
9	4.3	-84.9	4.4	-33.6	-78.4
10	4.8	-76.0	2.0	-28.0	-72.0
11	5.3	-64.4	0.4	-23.7	-63.2
12	5.8	-50.6	-2.6	-18.7	-51.2
13	6.3	-37.2	-2.3	-12.3	-36.3
14	6.8	-23.8	3.7	-5.2	-20.3
15	7.3	-9.2	3.5	1.0	-5.7
16	7.8	5.6	-1.8	6.6	7.8
17	8.3	20.1	2.4	12.4	21.1
18	8.8	33.1	0.7	18.6	33.5
19	9.3	45.8	-1.1	25.3	45.0
20	9.8	58.4	-2.5	33.0	56.8
21	10.3	68.0	0.9	40.3	65.9
22	10.8	72.9	-5.5	45.2	67.2
23	11.3	71.1	-4.8	47.9	66.3
24	11.8	58.6	6.1	47.9	61.1
25	12.3	48.3	-0.2	42.2	49.1
26	12.8	32.3	8.0	24.7	36.4
27	13.3	4.3	-0.7	-7.0	3.6
28	13.8	-23.1	0.5	-36.6	-26.0
29	14.3	-37.2	2.8	-51.1	-35.2
30	14.8	-43.5	-0.5	-54.7	-47.8

ادامه جدول ۱. مقادیر میدان کلی مغناطیسی در تکرارهای اول و بیستم و بدون نوفه و مقادیر نوفه برای سطح ۵٪.

31	15.3	-48.7	-1.6	-50.7	-50.4
32	15.8	-40.4	4.3	-41.2	-41.6
33	16.3	-29.8	-2.6	-29.3	-32.4
34	16.8	-17.1	2.4	-15.8	-19.7
35	17.3	1.0	-1.5	-0.9	-1.5
36	17.8	19.2	2.3	14.1	17.4
37	18.3	32.0	2.6	27.4	30.4
38	18.8	42.7	-2.5	38.6	39.1
39	19.3	51.3	1.6	47.3	48.6
40	19.8	46.5	3.1	50.2	46.5
41	20.3	40.7	-3.2	44.7	34.8
42	20.8	27.4	1.1	28.3	25.0
43	21.3	1.1	-0.1	-1.0	-1.7
44	21.8	-25.2	-3.7	-30.8	-32.2
45	22.3	-38.4	-0.8	-46.7	-41.7
46	22.8	-44.0	-0.5	-51.8	-47.9
47	23.3	-48.6	-3.3	-51.0	-53.9
48	23.8	-39.7	-5.9	-44.2	-48.3
49	24.3	-28.5	-2.8	-33.1	-34.4
50	24.8	-15.1	0.0	-20.5	-18.2
51	25.3	4.0	-5.2	-7.5	1.4
52	25.8	23.6	3.8	4.7	21.8
53	26.3	38.6	-1.8	15.1	35.6
54	26.8	53.4	-6.3	26.2	47.9
55	27.3	70.7	0.3	40.5	68.9
56	27.8	83.8	4.5	56.9	91.6
57	28.3	92.9	0.2	73.6	88.7
58	28.8	99.5	0.5	92.6	106.5
59	29.3	104.0	-0.1	113.4	99.6
60	29.8	104.9	0.5	105.8	106.8
61	30.3	96.3	2.7	25.8	95.8
62	30.8	67.6	0.6	119.8	74.2

۳ نتیجه‌گیری

در شکل‌های ۳ و ۵ (که داده‌های آن به‌صورت عددی و برای نمونه در جدول ۱ آمده است)، و شکل‌های ۶ و ۸ نتایج وارون‌سازی داده‌های مصنوعی با استفاده از روش گرادیان زیرفضا رسم شده است. در این شکل‌ها و جدول ۱ به روشنی می‌توان دید که مدل بازیافت شده با استفاده از روش زیرفضا با مدل مصنوعی در نظر گرفته شده همخوانی زیادی دارد (منحنی‌های مربوط به مدل بازیافت شده در شکل ۵ و ۸ با رنگ سرخ و مدل مصنوعی با رنگ مشگی نشان داده شده است) بالایی دارد. این مسئله همان‌طور که در متن مقاله نیز بدان اشاره شده است با دو سطح نوفه متفاوت به انجام رسیده است.

باتوجه به حساسیت زیاد وارون‌سازی با استفاده داده‌های مغناطیسی و نوفه زیاد همراه با این داده‌ها، لزوم به‌کارگیری روش‌های وارون‌سازی ساخت‌یافته مانند گرادیان زیرفضا که توانایی زیادی در وارون‌سازی داده‌های نوفه‌ای دارند در وارون‌سازی اینگونه داده‌ها ضروری به‌نظر می‌رسد. روش‌های سنتی مانند روش مارکوارت–لونبرگ که به‌صورت معمول در وارون‌سازی داده‌های گرانی برای شبیه‌سازی ناپیوستگی‌های چگالی به‌کار می‌روند، در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی به‌علت طبیعت دوقطبی منشأ مغناطیسی و نوفه زیاد داده‌های مغناطیسی ناپایدار و دارای روند همگرایی کُند است. از روش زیرفضا گذشته از مزایای ذکر شده، می‌توان در وارون‌سازی سامانه‌های بزرگ‌مقیاس که در آنها خطای محاسبات عددی نقش تعیین‌کننده‌ای در دقت و زمان وارون‌سازی دارند، درحکم ابزاری قوی در وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی استفاده کرد.

منابع

گزارش تفسیر داده‌های ژئوفیزیکی مغان، ۱۳۸۱، شرکت ملی نفت ایران.

Corbato, C. E., 1965, A least-square procedure for gravity interpretation: Geophysics, **30**, 228-233.

Kennett, B. L. N., and Sambridge, M. S., 1998, Inversion for multiple parameter classes: Geophys. J. Int., **135**, 304-306.

Kennett, B. L. N., and Williamson, P. R., 1988, Subspace methods for large-scale non-linear inversion: Mathematical Geophysics, a survey of recent development in seismology and geodynamics, 139-154.

Kunaratnam , K., 1972, An interactive method for solution of a non-linear inverse problem in magnetic interpretation: Geophysical Prospecting, **20**, 439-447.

Menke, W., 1989, Geophysical data analysis discrete inverse theory: Academic Press Inc.

Mickus, K. L., 1992, Inversion of gravity and magnetic data for lower surface of a 2.5 dimensional sedimentary basin: Geophysical Prospecting, **40**, 171-191.

Minichetti, V., 1983, Simultaneous interactive magnetic and gravity inversion: Geophysical Prospecting, **31,** 929-944.

Mirzaei, M., and Bredewout, J. W., 1996, 3-D microgravity data inversion for detecting cavities: Journal of Environmental and Engineering Geophysics, **1,** 249-270.

Marquardt, D. W., 1963, An algorithm for least-square estimation of non-linear parameters: J. Soc. Indust. Appli. Math, **2,** 276-291.

Oldenburg, D. W., McGillivary, P. R., and Ellis, R. G., 1993, Generalized subspace method for large-scale inverse problems: Geophys. J. Int., **114,** 12-20.

Pedersen, L. B., 1977, Interpretation of potential field data - a generalized inverse approach: Geophysical Prospecting, **25,** 199-230.

Sambridge, M. S., 1991, Non-linear arrival time inversion: constraining velocity anomalies by seeking smooth models in 3-D: Geophys. J. Int., **102,** 635-677.

Tarantola, A., 2005, Inverse problem theory: methods for data fitting and model parameter estimation: ELSEVIER, Amsterdam, The Netherlands.

Thurston, J. B., Smith, R. S., and Guillon, J., 2002, A multimodel method for depth estimation from magnetic data: Geophysics, **67,** 555-561.

Yanghua, W., and Houseman, G. A., 1994, Inversion of reflection seismic amplitude data for interface geometry: Geophys. J. Int., **117,** 92-110.

Zhdanov, M. S., 2002, Gophysical inverse theory and regularization problems, methods in geochemistry and geophysics: ELSEVIER

پیوست

الگوریتم وارون‌سازی ژئوفیزیکی با استفاده از روش گرادیان زیرفضا دارای مراحل زیر است:

۱) داده‌های میدان کلی مغناطیسی بعد از برداشت و پردازش‌های مربوط (شامل تصحیح‌ها و جداسازی و تفکیک بی‌هنجاری‌های منطقه‌ای و محلی) به منظور وارون‌سازی آماده می‌شوند.

۲) با استفاده از اطلاعات زمین‌شناسی در صورت وجود، مدل اولیه به منظور وارون‌سازی، در نظر گرفته می‌شود.

۳) با استفاده از فرمول‌بندی روش گرادیان زیرفضا تغییرات پارامترهای مدل را به‌دست می‌آوریم.

۴) با اعمال تغییرات پارامترهای مدل روی مدل اولیه، مدل به‌روز شده به‌دست می‌آید.

۵) داده‌های میدان کلی مغناطیسی مشاهده شده و داده‌های نظری به‌دست آمده در روند وارون‌سازی مقایسه می‌شود

۶) اگر خطای میانگین مجذور بین داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های نظری کمتر از یک معیار معین (با نظر مفسر) باشد، مدل به‌دست آمده درحکم پاسخ مسئله در نظر گرفته می‌شود. درغیراین‌صورت به مرحله ۳ رفته و الگوریتم دوباره تکرار خواهد شد.