

## کاربرد روش وارون خطی در تعیین پارامترهای منابع مغناطیسی منزوی

مجتبی موحدی<sup>۱</sup> و محسن اویسی موخر<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه رازی کرمانشاه (e-mail: mojtaba\_mov@yahoo.com)  
<sup>۲</sup> عضو هیات علمی پژوهشکده مطالعات ژئوفیزیک دانشگاه رازی کرمانشاه (e-mail: m\_oveisy@yahoo.com)

(دریافت: ۸۶/۰۲/۱۶، پذیرش نهایی: ۸۷/۰۶/۰۶)

### چکیده

مسئله وارون ارائه شده در این مقاله از نوع وارون خطی بیش از حد تعیین شده است که برای ساخت آن از تابع سیگنال تحلیلی و مشتق افقی آن استفاده شده است. این روش می‌تواند پارامترهای فاکتور شکل (q) و عمق (z) بی‌هنجاری مغناطیسی حاصل از منابعی منزوی با شکل هندسی ساده را تعیین کند. نتایج مدل‌سازی مصنوعی دایک نازک با عمق و گسترش نامحدود نشان می‌دهد که این روش توانایی زیاد در برآورد دو پارامتر مورد نظر دارد. با تعیین دو پارامتر فوق، دیگر پارامترهای بی‌هنجاری را می‌توان تعیین کرد به جز ضخامت و خودپذیری مغناطیسی که به صورت حاصل ضرب معلوم به یکدیگر وابسته‌اند و لذا با برآورد یکی از راه حفاری یا بررسی زمین‌شناسی می‌توان دیگری را نیز به دست آورد. با استفاده از روش فوق، تفسیر داده‌های مغناطیس هوابرد برداشت شده از منطقه‌ای در خرم‌آباد فاکتور شکل و عمق را به ترتیب برابر ۰/۹۵۷۵ و ۱۳۹۰/۳ متر تعیین می‌کند. در نتیجه دیگر پارامترهای بی‌هنجاری، از جمله شیب دایک، زاویه مغناطس موثر، پارامتر شاخص  $\theta$  و حاصل ضرب ضخامت در خودپذیری به ترتیب برابر ۴/۱۳۰، ۵۵/۱۹۰، ۲۴/۵۰ و ۲/۶۴ تعیین می‌شوند.

کلید واژه‌ها: وارون خطی با تقریب کمترین مربعات، سیگنال تحلیلی و مشتق افقی آن، فاکتور شکل، عمق.

### ۱ مقدمه

جواب تشخیص داده می‌شود و الگوریتم، مدلی را با کمینه کردن تابع هدفی که موضوع آن برآزش داده‌ها است، ایجاد می‌کند. این دیدگاه‌ها مزیت‌هایی دارند اما انعطاف کافی برای همه مسائل در دست بررسی ندارند. جواب یکتا ممکن است زمانی پیدا شود که بی‌هنجاری منزوی دارای شکل هندسی ساده‌ای باشد. با اینکه ممکن است مدل‌های ساده از لحاظ زمین‌شناسی واقع‌گرایانه نباشند ولی برای تجزیه و تحلیل بسیاری از بی‌هنجاری‌های منزوی مناسب‌اند. چندین روش برای تفسیر بی‌هنجاری‌های مغناطیسی و گرانی و به منظور برآورد عمق ساختارهای زمین‌شناسی ارائه شده است. این روش‌ها دربرگیرنده ورنر-دیکانولوشن (Hartman et al., 1971)، اوایلر-دیکانولوشن (Thompson, Reid et al., 1990)؛ 1982، کمینه‌سازی کمترین مربعات (Abdelrahman, 1990) و اخیراً شبکه‌های

یکی از مشکلات اساسی وارون داده‌های پتانسیلی، نبود یکتایی ذاتی آنها است. روبرو شدن با این نبود یکتایی، محققان را بر آن داشت تا دو دیدگاه عمده را در مورد وارون داده‌های مغناطیسی ارائه دهند. دیدگاه نخست، وارون پارامتری، یعنی جایی است که پارامترهای چند جسم هندسی ساده در وارون غیرخطی پیگیری می‌شوند و مقادیر آنها برای بی‌هنجاری‌ای که با اجسام ساده معرفی شده، با حل یک مسئله بیش از حد تعیین شده (overdetermined) به دست می‌آید. اما این روش نیازمند داشتن اطلاعات اولیه درباره منبع بیان شده به شکل پارامتربندی ابتدایی، حدس اولیه برای مقادیر پارامترها و تعیین حدود خودپذیری است. در دیدگاه دوم برای برگردان داده‌های مغناطیسی، زمین به تعداد زیادی سلول با اندازه ثابت اما مقدار خودپذیری تقریبی (نزدیک به واقعی) شبکه بندی می‌شود. نبود یکتایی

میدان پتانسیلی  $f$  که در اطراف مرکز منبع متقارن است را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$f(x) = \frac{F}{(x^2 + z^2)^q} \quad (1)$$

که در آن  $F$  فاکتور دامنه (مربوط به خصوصیات منبع)،  $q$  فاکتور شکل (مشخص کننده نرخ تضعیف بی‌هنجاری میدان)،  $x$  فاصله افقی نقطه مشاهده شده نسبت به مرکز منبع و  $z$  عمق است. در گرانی، میدان‌های بسیاری از اجسام ساده حول موقعیت منبع، متقارن است. برای مثال، گرانی کلی  $g$  متأثر از مدل‌های ساده (کره، استوانه افقی نامحدود و استوانه عمودی نیمه بی‌نهایت) بدین صورت است (Abdelrahman et al., 2001):

$$g(x) = \frac{A}{(x^2 + z^2)^q} \quad (2)$$

که در آن  $q$  فاکتور شکل مشخص کننده طبیعت منبع و  $A$  فاکتور دامنه مربوط به شعاع و تباین چگالی منبع است.

در مغناطیس، جهت مغناطیدگی و جهت میدان زمین به علت خاصیت دو قطبی بودن میدان به صورت میدانی نامتقارن به دست می‌آید. اما سیگنال تحلیلی منبع مغناطیسی دوبعدی حول مکان منبع، تابعی متقارن است که به شیب و زاویه میل بستگی ندارد. دامنه سیگنال تحلیلی دوبعدی به صورت زیر است (Nabighian, 1972):

$$|A(x)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \quad (3)$$

که در آن  $\partial T / \partial z$  و  $\partial T / \partial x$  به ترتیب مشتقات افقی و عمودی میدان مغناطیسی کل هستند. حالت سیگنال تحلیلی برای منبع مغناطیسی دوبعدی معین (مثل همبری، دایک و استوانه افقی) که در مکان افقی  $x=0$  و عمق  $z$

عصبی (Elawadi et al., 2001) است. با این حال برای برخی حوضه‌ها این روش‌ها نیازمند اطلاعات اولیه از طبیعت منبع اند و دقت نتایج بستگی به این دارد که تا چه حد پارامترهای مدل فرض شده به پارامترهای مشابه در ساختار واقعی نزدیک باشد. اخیراً تلاش‌هایی برای تعیین شکل و موقعیت منابع مدفون صورت گرفته است. این دستاوردها شامل روش تبدیل والش (Shaw and Agrawal, 1990)، سیگنال تحلیلی (Nandi et al., 1990)، کمینه‌سازی کمترین مربعات غیرخطی (Abdelrahman and El-Araby, 1995; Abdelrahman and Sharafeldin, 1993; Abdelrahman et al., 2001) هستند. به طور کلی، برآورد نوع مدل و عمق برای داده‌های میدان پتانسیلی مسئله‌ای غیرخطی است. حل کردن اینگونه مسائل برای بیش از یک پارامتر از دو نوع متفاوت (هندسی و فیزیکی) به طور آشکار مشکل است. روش ارائه شده در اینجا که بر پایه داشتن بی‌هنجاری منزوی با تغییرات میدان متقارن حول مرکز منبع استوار است (سیگنال تحلیلی منبع مغناطیسی دوبعدی)، را سالم و همکاران وی در ۲۰۰۴ ارائه کردند. در اینجا روش کمترین مربعات خطی، حول میدان مغناطیسی متقارن و گرادیان افقی آن توسعه داده شده است. این روش می‌تواند عمق  $z$  و طبیعت منبع (فاکتور شکل  $q$ ) را تعیین کند. با تعیین دو پارامتر فوق، دیگر پارامترهای هندسی و فیزیکی بی‌هنجاری مغناطیسی از جمله شیب، زاویه مغناطش موثر، پارامتر شاخص و مانند آن به صورت یکتا مشخص می‌شوند؛ به جز ضخامت و خودپذیری مغناطیسی که به یکدیگر وابسته‌اند و به صورت حاصل ضرب به دست می‌آیند. برای تعیین آن دو می‌توان با برآورد یکی از راه‌های حفاری یا بررسی‌های زمین‌شناسی دیگری را نیز تعیین کرد.

## ۲ منبع‌هایی با میدان متقارن در گرانی و مغناطیس

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{-2qx F}{(x^2 + z^2)^{q+1}} \quad (7)$$

آنگاه میدان می‌تواند با معادله زیر به گرادیان افقی خود وابسته شود.

$$\frac{f(x)}{\frac{\partial f(x)}{\partial x}} = \frac{x^2 + z^2}{-2qx} \quad (8)$$

با مرتب کردن معادله (۸) خواهیم داشت:

$$x^2 \frac{\partial f(x)}{\partial x} = -2qxf(x) - z^2 \frac{\partial f(x)}{\partial x} \quad (9)$$

معادله (۹) را می‌توان در حالت ماتریسی به صورت  $\bar{d} = G\bar{m}$  نوشت که در آن برداری  $N$  بعدی است و عضوهای آن  $\bar{d}_i$  به صورت  $x_i^2 \frac{\partial f(x_i)}{\partial x}$  هستند.  $G$  ماتریسی  $(N \times 2)$  است که عضوهای ردیف  $i$  ام آن  $g_{i1} = -2x_i f(x_i)$  و  $g_{i2} = -\frac{\partial f(x_i)}{\partial x}$  هستند و  $\bar{m}$  برداری از پارامترهای مجهول (به ترتیب  $q$  و  $z^2$ ) است.

$$\begin{bmatrix} x_1^2 \frac{\partial f(x_1)}{\partial x} \\ x_2^2 \frac{\partial f(x_2)}{\partial x} \\ \vdots \\ x_N^2 \frac{\partial f(x_N)}{\partial x} \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} -2x_1 f(x_1) & -\frac{\partial f(x_1)}{\partial x} \\ -2x_2 f(x_2) & -\frac{\partial f(x_2)}{\partial x} \\ \vdots & \vdots \\ -2x_N f(x_N) & -\frac{\partial f(x_N)}{\partial x} \end{bmatrix}_{N \times 2} \begin{bmatrix} q \\ z^2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad (10)$$

دستگاه فوق از نوع مسائل وارون بیش از حد تعیین شده است. لذا الگوریتم آورده شده در جدول (۱) از قاعده کمترین مربعات در مسئله وارون خطی برای  $N$  معادله و ۲ مجهول پیروی می‌کند.

قرار دارند را می‌توان به صورت زیر ساده کرد (Macleod et al., 1993).

$$\left\{ \begin{array}{l} |A(x)| = \frac{\alpha}{(x^2 + z^2)^{1/2}} \quad (\text{همبری}) \\ |A(x)| = \frac{\alpha}{(x^2 + z^2)} \quad (\text{دایک}) \\ |A(x)| = \frac{2\alpha}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{استوانه افقی}) \end{array} \right.$$

(۴)

که در آن  $\alpha$  فاکتور دامنه است که مربوط به مغناطش منبع است و با رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$\alpha = 2M \sin d (1 - \cos^2(I) \sin^2(P)) \quad (5)$$

که در آن  $M$  شدت مغناطش،  $d$  شیب،  $I$  زاویه میل بردار مغناطش و  $P$  جهت بردار مغناطش است.

معادله (۴) را می‌توان به شکلی مثل زیر تعمیم داد:

$$|A(x)| = \frac{K}{(x^2 + z^2)^q} \quad (6)$$

که در آن  $K$  فاکتور دامنه و  $q$  فاکتور شکل است که به ترتیب  $K$  مربوط به مغناطش منبع و  $q$  مشخص‌کننده منبع مغناطیسی است ( $q=1/2$  برای همبری،  $q=1$  برای دایک و  $q=3/2$  برای استوانه افقی).

در این مقاله با چنین میدان‌های متقارنی در گرانی و مغناطیس رو به رو هستیم و روش به کار برده شده می‌تواند در جایی که طبیعت منبع شناخته شده نیست هم عمق و هم فاکتور شکل را برآورد کند.

### ۳ روش کار

مشتق افقی میدان متقارن را می‌توان با مشتق‌گیری از معادله (۱) در جهت  $x$  به صورت زیر تعریف کرد.

**جدول ۱.** تعریف مقادیر  $q, p, r, n, m, d, c, b, a$  و نشان داده شده در معادله (۲۲) (El-Sayed et al., 2005)

مدل	مولفه میدان	a	b	c	m	n	p	r	q
دایک	کل	۱	۰	-۱	۰	۱	۰	۰/۵	۱

**جدول ۲.** ضریب دامنه  $K$  و پارامتر شاخص  $\theta$  در بی‌هنجاری‌های مغناطیسی کل ( $\Delta T$ ) ناشی از دایک نازک (El-Sayed et al., 2005)

بی‌هنجاری	ضریب دامنه ( $K$ )	پارامتر شاخص ( $\theta$ )
$(\Delta T)$	$\frac{2ktI_0' \sin I_0}{\sin I_0'}$	$2I_0' - d - 90^0$

**جدول ۳.** پارامترهای مدل مصنوعی دایک نازک به دست آمده از وارون خطی

مقدار	نام اختصاری	نوع پارامتر	مقدار	نام اختصاری	نوع پارامتر
۸۴۸/۱۰۹۸	K	ضریب دامنه	۱/۰۰۰۰	q	فاکتور شکل
-۲۷/۵۳۶۲	$\theta$ (degree)	پارامتر شاخص	۴/۰۹۲۶	z (km)	عمق
۴۳۰۸۵	$T_a$ (nT)	مولفه - شیب میدان موثر	۴۵/۵۲۵۷	d (degree)	شیب
۶۴۱۵/۲	$T_c$ (nT)	مولفه - قائم میدان موثر	۴۳۵۵۹	$T_0'$ (nT)	میدان مغناطیسی موثر
۰/۰۱۰۳	$t \times k$	خودپذیری $\times$ ضخامت	۵۳/۹۹۴۸	$I_0'$ (degree)	زاویه میل موثر
			۸/۴۶۹۱	$\beta_0'$ (degree)	زاویه مغناطش موثر

۴ محاسبه سیگنال تحلیلی زمان - گسسته از طریق

تبدیل فوریه سریع (Lawrence marple, 1999)

اگر داده‌های میدان مغناطیسی کل اندازه‌گیری شده در  $N$  نقطه را سیگنال زمان گسسته مقدار - حقیقی  $x[n]$  در نظر بگیریم که در آن  $0 \leq n \leq N-1$  است. طیف سیگنال زمان - گسسته  $x[n]$  از تبدیل فوریه زمان - گسسته  $x[n]$  به دست می‌آید که دارای ساختار متناوبی است.

$$X(f) = T \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp(-i2\pi f n T) \tag{11}$$

تبدیل فوریه زمان - گسسته با استفاده از تبدیل فوریه سریع ارزیابی می‌شود که منجر به محاسبه تبدیل فوریه زمان - گسسته در مجموعه‌ای گسسته از بسامدها می‌شود. فرایند مشخص برای تولید سیگنال تحلیلی زمان - گسسته با  $N$  نمونه مختلط از سیگنال

زمان - گسسته با  $N$  نمونه حقیقی  $x[n]$  به صورت زیر است:

- ۱- محاسبه تبدیل فوریه زمان - گسسته از  $N$  نقطه داده حقیقی  $x[n]$
- ۲- تشکیل تبدیل سیگنال تحلیلی زمان - گسسته یک طرفه  $N$  نقطه‌ای

$$Z[m] = \begin{cases} X[0] & m = 0 \\ 2X[m] & 1 \leq m \leq N/2 - 1 \\ X[N/2] & m = N/2 \\ 0 & N/2 + 1 \leq m \leq N - 1 \end{cases} \tag{12}$$

- ۳- محاسبه سیگنال تحلیلی زمان - گسسته با نمونه‌های مختلط با استفاده از عکس تبدیل فوریه زمان - گسسته از سیگنال تحلیلی زمان - گسسته یک طرفه  $N$  نمونه‌ای

روابط زیر بین آنها برقرار است:

$$\tan I'_0 = \frac{\tan I_0}{\sin \alpha} \quad (15)$$

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{\sin I_0}{\sin I'_0} \quad (16)$$

میدان مغناطیسی موثر  $T'_0$  به دو مولفه تقسیم می‌شود:  $T_d$ ، مولفه شیب که موازی با شیب دایک است و  $T_c$ ، مولفه عمودی که عمود بر صفحه دایک است. زاویه‌ای که  $T'_0$  با صفحه دایک می‌سازد کمیتی بنیانی برای همه بی‌هنجاری‌های دایک مانند محسوب می‌شود و زاویه مغناطش مؤثر  $\beta'$  خوانده می‌شود که دارای محدوده  $90^\circ \leq \beta' \leq 270^\circ -$  است. زاویه مغناطش مؤثر را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\beta' = I'_0 - d \quad (17)$$

بدین ترتیب مولفه‌های شیب و عمودی میدان القایی موثر با زاویه مغناطش مؤثر به صورت زیر به دست می‌آید.

$$T_d = T'_0 \cos \beta' \quad (18)$$

$$T_c = T'_0 \sin \beta' \quad (19)$$

مولفه‌های شیب و عمودی میدان القایی مؤثر، مولفه‌های متناظر مغناطش داخلی را در دایک ایجاد می‌کنند که به خودپذیری‌های ظاهری مستقل آنها وابسته است. اینها با خودپذیری واقعی و با یکدیگر به علت حضور اثر ضد مغناطش فرق می‌کنند. بزرگی مولفه‌های مغناطش داخلی با قدرت قطب مغناطیسی منتجه در واحد فضای القایش روی صفحات عمود بر آنها معادل است. بنابراین روی نوک دایک نوار باریکی از القایش با شدت - قطب مغناطیسی  $m_d = k_d T_d$  در واحد فضا وجود دارد که در آن  $k_d$  خودپذیری

$$z[n] = \frac{1}{NT} \sum_{m=0}^{N-1} Z[m] \exp(+i2\pi mn / N) \quad (13)$$

در جدول ۲ کد محیط Matlab برای محاسبه سیگنال تحلیلی زمان - گسسته استاندارد، دامنه سیگنال تحلیلی (A) و گرادیان افقی سیگنال تحلیلی (dA) از بردار داده‌های واقعی میدانی T به طول N آورده شده است. در این کد برای مشتق‌گیری از داده‌های میدان و سیگنال تحلیلی از مشتق چندجمله‌ای درجه سه تکه‌ای (Piecewise cubic polynomial) که با درون‌یابی مکعبی اسپلاین (Spline cubic interpolation) تقریب زده شده، استفاده شده است.

## ۵ مدل‌سازی مصنوعی

برای نمایش کارایی روش، آن را با استفاده از بی‌هنجاری مصنوعی دایک نازک که دارای راستای گسترش و شیب پایین سوی نامحدود است آزمودیم. ماده تشکیل‌دهنده دایک دارای خودپذیری مغناطیسی واقعی k است که خودپذیری ماده محیط اطراف آن صفر در نظر گرفته می‌شود. زمانی که صفر نباشد، از k در نقش تباین خودپذیری مغناطیسی استفاده می‌شود.  $\alpha$  آزمون مغناطیسی و d شیب دایک یعنی زاویه بین محور مثبت  $y'$  و صفحه دایک در نظر گرفته می‌شود (شکل 1a). میدان ژئومغناطیسی با برداری به بزرگی  $T_0$  و زاویه میل  $I_0$  نشان داده می‌شود که در صفحه yz قرار گرفته است. میدان  $T_0$  به دو مولفه تقسیم می‌شود که یکی موازی محور  $x'$  است و دیگری در صفحه  $y'z'$  قرار دارد. دومی، مولفه‌ای از  $T_0$  است که در قطب‌های مغناطیسی القایی روی صفحه دایک موثر است و بنابراین شدت کل موثر  $T'_0$  خوانده می‌شود. به زاویه میل آن که در صفحه  $y'z'$  قرار دارد، زاویه میل موثر  $I'_0$  می‌گویند (شکل 1b). در محاسبه  $T'_0$  و  $I'_0$  استفاده از  $\alpha$  ضروری است. به‌طوری‌که

که در آن  $Z$  عمق،  $K$  ضریب دامنه،  $\theta$  پارامتر شاخص،  $x$  محل مختصات افقی در امتداد نیم‌رخ (پروفیل) اندازه‌گیری از مبدا ( $x = 0$ ) در بالای مرکز منبع و  $q$  فاکتور شکل است. مقادیر برای  $a, b, c, d, m, n, r, p$  و  $q$  در جدول ۱ آمده است. پارامترهای  $K$  و  $\theta$  مولفه‌های بی‌هنجاری مغناطیسی اندازه‌گیری شده معرفی و برای دایک نازک در جدول ۲ ارائه شده‌اند. در مبدا ( $x = 0$ ) معادله (۲۰) منجر به رابطه زیر می‌شود:

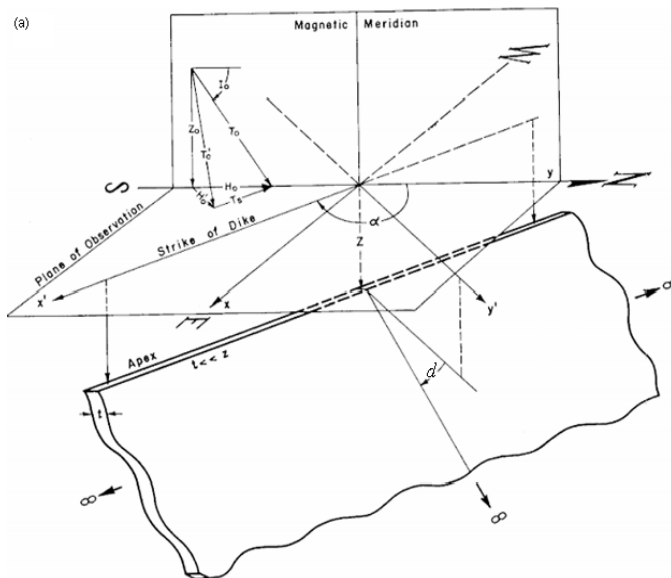
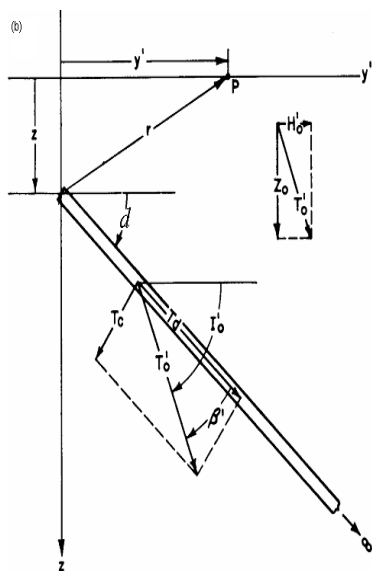
$$K = \frac{T(0, z, \theta, q) z^{2q-2r}}{a(\sin \theta)^m (\cos \theta)^n} \quad (21)$$

که  $T(0, z, \theta, q)$  مقدار بی‌هنجاری در مبدا است (شکل ۲). با قرار دادن معادله (۲۰) برابر صفر خواهیم داشت:

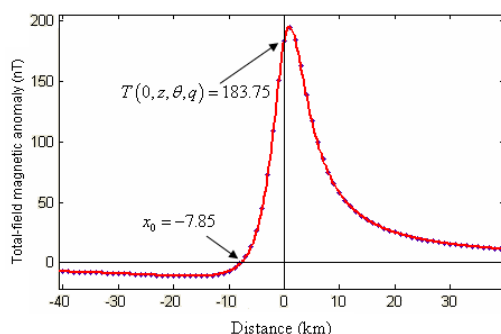
$$(\tan \theta)^{n-m} = -\left( \frac{az^{2r} + bx_0^2}{cx_0 z^p} \right) \quad (22)$$

مغناطیسی ظاهری دایک برای  $T_d$  است و روی صفحات مسطح بالا و پایین دایک شدت-قطب مغناطیسی القایی  $m_c = k_c T_c$  در واحد فضا وجود دارد که در آن  $k_c$  خودپذیری مغناطیسی ظاهری دایک برای  $T_c$  است. بی‌هنجاری‌های مغناطیسی از پتانسیل‌های ایجاد شده با این قطب‌های مغناطیسی توزیع شده، تولید خواهند شد. زمانی که خودپذیری مغناطیسی حقیقی دایک کوچک است، اثرات ضد مغناطش به طور متناظر کوچک می‌شود و می‌توانیم فرض کنیم که  $k_c = k_d = k$  است. بی‌هنجاری مغناطیسی میدان کل تولید شده با مدل‌های زمین‌شناسی ساده (دایک نازک) با مرکز واقع در  $x = 0$  را می‌توان توسط تابع پیوسته زیر نمایش داد (El-Sayed and Khalid, 2005).

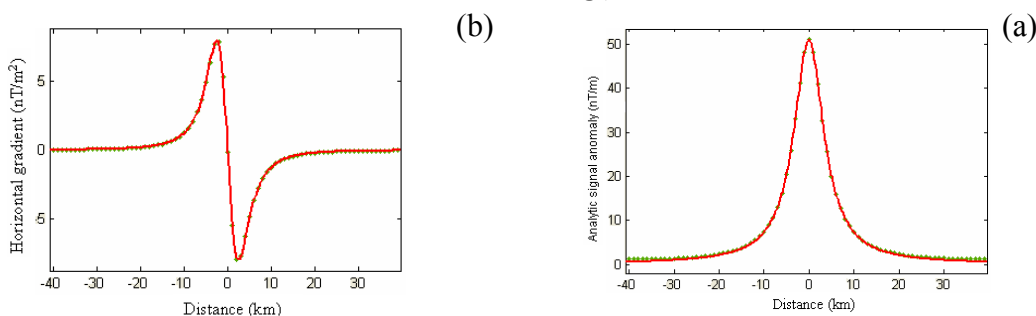
$$T(x, z, \theta, q) = \frac{K (az^{2r} + bx^2) (\sin \theta)^m (\cos \theta)^n + cxz^p (\sin \theta)^n (\cos \theta)^m}{(x^2 + z^2)^q} \quad (20)$$



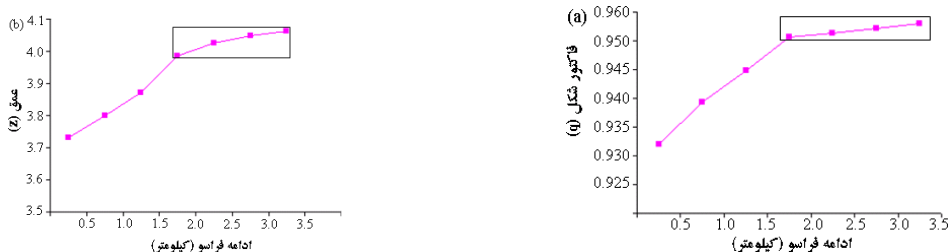
شکل ۱. (a) روابط هندسی و فضایی دایک نامحدود نازک و (b) هندسه دایک نازک در صفحه  $y'z'$



شکل ۲. نیم‌رخ بی‌هنجاری مغناطیسی کل روی دایک



شکل ۳. (a) تابع سیگنال تحلیلی با تقریب کسری، (b): گرادیان افقی سیگنال تحلیلی



شکل ۴. (a) برآورد فاکتور شکل  $q$  و (b) برآورد عمق  $Z$  برای ادامه فراسوهای متفاوت

بالایی آن در عمق ۴ کیلومتر قرار داده شده است. شکل ۲ منحنی بی‌هنجاری مغناطیسی میدان کل به دست آمده از نیم‌رخ مزبور را نشان می‌دهد. از روی شکل، محل صفر میدان  $x_0$  و مقدار میدان در مبدا  $T_0$  مشخص می‌شوند. با استفاده از اطلاعات اولیه فوق و روابط ۱۵ تا ۱۹ و همچنین روابط مربوط به پارامتر شاخص  $\theta$  و ضریب دامنه  $K$  که در جدول ۲ آورده شده می‌توان برخی دیگر از اطلاعات مدل را استخراج کرد. به منظور امتحان روش مزبور، داده‌های مصنوعی تولید شده، در الگوریتم ضمیمه ۲ قرار شد تا توابع

که در آن  $x_0$  نزدیک‌ترین فاصله از مبدا نیم‌رخ است که در آن، مقدار بی‌هنجاری صفر است (شکل ۲). این دایک نازک در منطقه‌ای با میدان ژئومغناطیسی القایی ۴۶۰۰۰ نانوتسلا، زاویه میل ۵۰ درجه، زاویه انحراف صفر درجه و با شیب ۴۵ درجه، آزیموت ۱۲۰ درجه، خودپذیری ۰/۰۱ و ضخامت ۱ کیلومتر قرار گرفته است. مقادیر بی‌هنجاری مصنوعی روی نیم‌رخ در امتداد محور  $y'$  یعنی عمود بر راستای گسترش دایک و به طول ۸۰ کیلومتر و در نقاطی با فواصل ۱ کیلومتر محاسبه شده‌اند. دایک در مرکز نیم‌رخ و سطح

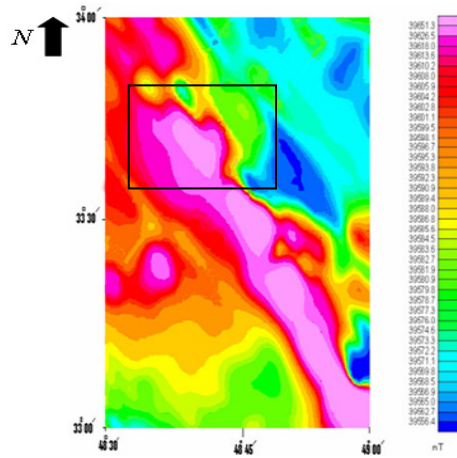
خطاهای موجود در داده‌های بی‌هنجاری جواب‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. این خطاها ممکن است منجر به تعیین مرکز افقی نادرستی از منبع شود. در اینجا شبیه‌سازی‌ای چنین خطاها با استفاده از اضافه کردن نوفه تصادفی گاوسی به بی‌هنجاری فوق با میانگین صفر و واریانس ۵ آماده کرده‌ایم. نتایج ناشی از وارون داده‌های آلوده به نوفه در جدول ۴ آورده شده است. برای کاهش اثر نوفه، از روش صافی ادامه فراسو استفاده کردیم. ادامه فراسویی مناسب است که در آن با افزایش ارتفاع، تغییری در مقادیر فاکتور شکل و عمق رخ ندهد (شکل ۴). مطابق شکل، ادامه فراسوی ۲/۵ کیلومتری در نقش مقدار میانگین مقادیر داخل مستطیل برای رسیدن به میدان سیگنال تحلیلی متقارن و گرادیان افقی هموار کافی است. پارامترهای منبع از وارون داده‌های سیگنال تحلیلی و مشتق افقی آن مطابق روش به دست می‌آیند (جدول ۴). اعمال صافی برگردان به قطب، موجب تقارن منحنی میدان نسبت به توده مغناطیسی می‌شود (Nabighian, 1972). به همین منظور برای برآورد بهتر فاکتور شکل و عمق توده بی‌هنجار، ابتدا داده‌های میدان را به قطب برمی‌گردیم و سپس صافی ادامه فراسو را بر داده‌ها اعمال می‌کنیم. نتایج به دست آمده از وارون سیگنال تحلیلی این دسته از داده‌ها و مشتق افقی آن، دلیلی بر درستی استفاده از این صافی است (جدول ۴). نتایج روشن می‌سازد که پردازش مناسب داده‌ها با استفاده از صافی‌های مناسب می‌تواند نتایج معقولی از داده‌های دارای نوفه به دست دهد.

سیگنال تحلیلی و مشتق افقی آن حاصل شوند. اشکال ۳a و ۳b به ترتیب سیگنال تحلیلی و گرادیان افقی سیگنال تحلیلی داده‌های مدل را نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که چون تابع سیگنال تحلیلی ساخته شده در دو طرف انتهای منحنی به صورت دندان‌اره‌ای در می‌آید، لذا برای بهبود وضعیت تابع سیگنال تحلیلی با اطلاع از نوع تابع ریاضی سیگنال تحلیلی (رابطه ۶)، از تقریب تابع کسری در نقش یک صافی روی تابع سیگنال تحلیلی استفاده شده است. در این راستا در محیط نرم‌افزاری Matlab و با استفاده از نوار ابزار برازش منحنی (Curve fitting) با توجه به رابطه ۶ تابع کسری ای بر داده‌های سیگنال تحلیلی برازش شده است تا داده‌های تابع جدید به مثابه داده‌های مطلوب سیگنال تحلیل در نظر گرفته شوند. در نهایت برای برآورد پارامترهای منبع (عمق و فاکتور شکل)، داده‌های بی‌هنجاری سیگنال تحلیلی محاسبه شده و داده‌های گرادیان افقی آن در الگوریتم ضمیمه ۱ قرار داده شده‌اند. با مقادیر به دست آمده از نتایج وارون برای پارامترهای منبع (عمق و فاکتور شکل) و با استفاده از روابط ۱۵ تا ۱۹ و همچنین روابط مربوط به پارامتر شاخص  $\theta$  و ضریب دامنه  $K$  که در جدول ۲ آورده شده می‌توان مقدار دیگر پارامترهای هندسی و فیزیکی بی‌هنجاری را مشخص کرد. مقادیر پارامترهای هندسی و فیزیکی بی‌هنجاری در جدول ۳ آورده شده است. خطای کمترین مربعات ناشی از برآورد فاکتور شکل برابر صفر و برای برآورد عمق برابر ۰/۰۰۸۶ به دست آمد. هنگامی که با داده‌های واقعی رو به رو می‌شویم،

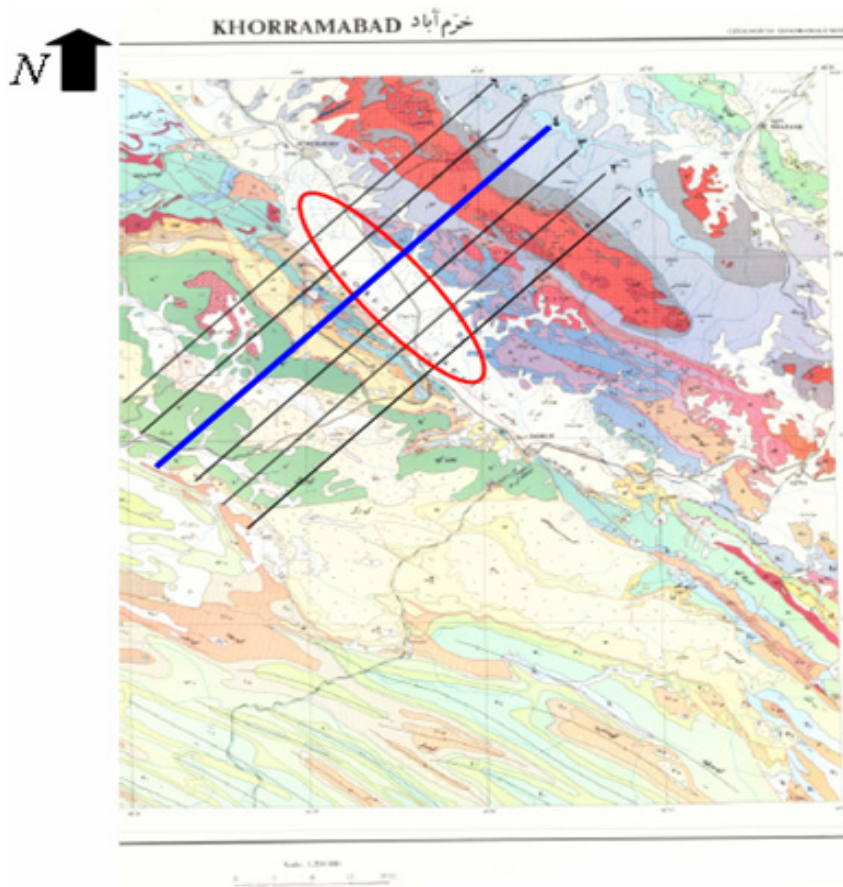
جدول ۴. پارامترهای مدل مصنوعی آلوده به نوفه به دست آمده از وارون خطی

فاکتور شکل q	عمق Z (کیلومتر)	
۰/۹۲۸۰	۳/۶۵۴	نتایج اولیه داده‌های آلوده به نوفه
۰/۰۰۵۲	۰/۱۲	خطای کمترین مربعات
۰/۹۵۶۳	۴/۰۲۷۱	نتایج داده‌ها پس از اعمال صافی ادامه فراسو
۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۰۷۳۴	خطای کمترین مربعات
۰/۹۶۹۰	۳/۹۹۳۶	نتایج داده‌ها پس از اعمال صافی‌های برگردان به قطب و ادامه فراسو
۰/۰۰۰۹۶	۰/۰۰۰۰۴	خطای کمترین مربعات





شکل ۵a



شکل ۵b

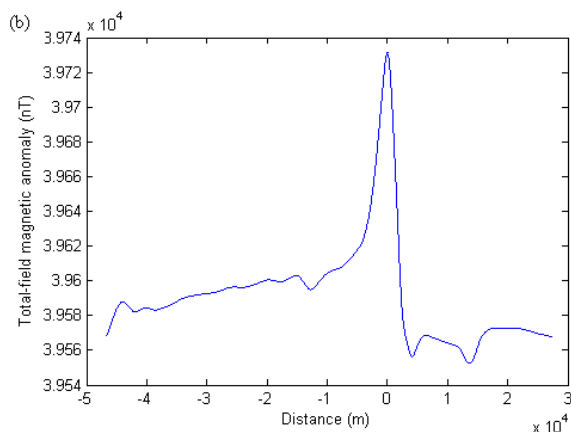
شکل ۵. (a) بخشی از نقشه زمین‌شناسی منطقه خرم آباد در مقیاس ۱/۲۵۰۰۰۰ به همراه نحوه پیاده کردن نیم‌رخ‌ها و محل بی‌هنجاری. (b) نقشه مغناطیسی و امتداد بی‌هنجاری (سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور، ۱۳۷۰)

جدول (۵). نتایج وارون برای داده‌های واقعی به همراه خطای کمترین مربعات ناشی از برآورد فاکتور شکل

	نتایج اولیه	نتایج پس از اعمال ادامه فراسو	نتایج پس از اعمال برگردان به قطب و ادامه فراسو
فاکتور شکل q	۰/۸۷۶۴	۰/۹۱۴۶	۰/۹۵۷۵
عمق Z (متر)	۱۲۴۹/۱	۱۳۱۸/۵	۱۳۹۰/۳
خطای کمترین مربعات	۰/۰۱۵۳	۰/۰۱۵۷	۰/۰۰۱۸

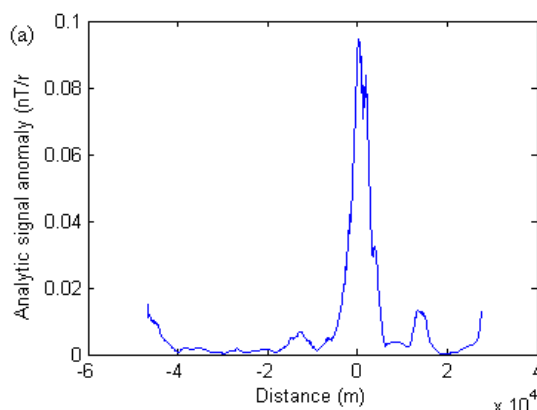
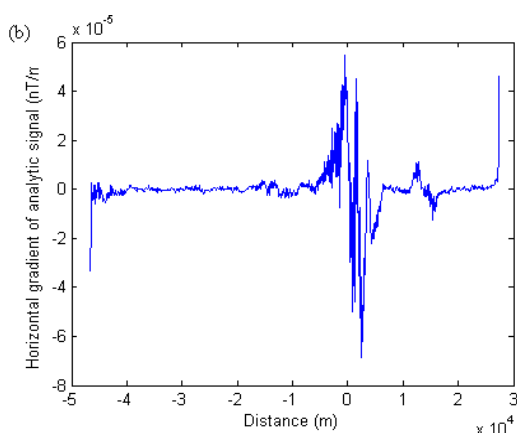
## ۶ اعمال روش بر داده‌های واقعی

منظور تعیین پارامترهای منبع، فقط داده‌های برداشت شده از نیم‌رخ ۴ را که در نقشه با رنگ آبی نشان داده شده تفسیر کرده ایم. این نیم‌رخ با طولی برابر  $109/737$  کیلومتر دارای  $4320$  نقطه برداشت است. به منظور بررسی بی‌هنجاری مغناطیسی به صورت ساختاری منزوی، از بخشی از داده‌ها که مربوط به بی‌هنجاری‌های مجاور است صرف نظر می‌کنیم (شکل ۶). سیگنال تحلیلی و گرادیان افقی آن در اشکال ۷a و ۷b آورده شده است.

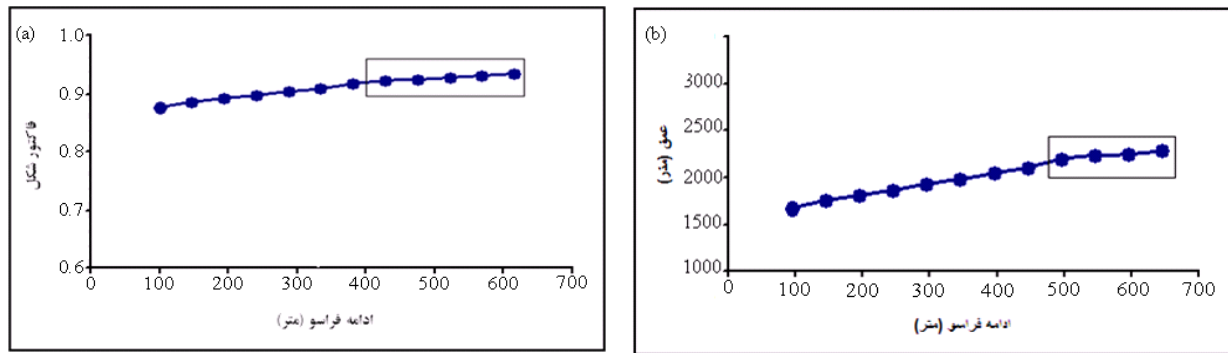


شکل ۶. بخشی از نیم‌رخ (۴) بی‌هنجاری مغناطیسی منطقه خرم‌آباد

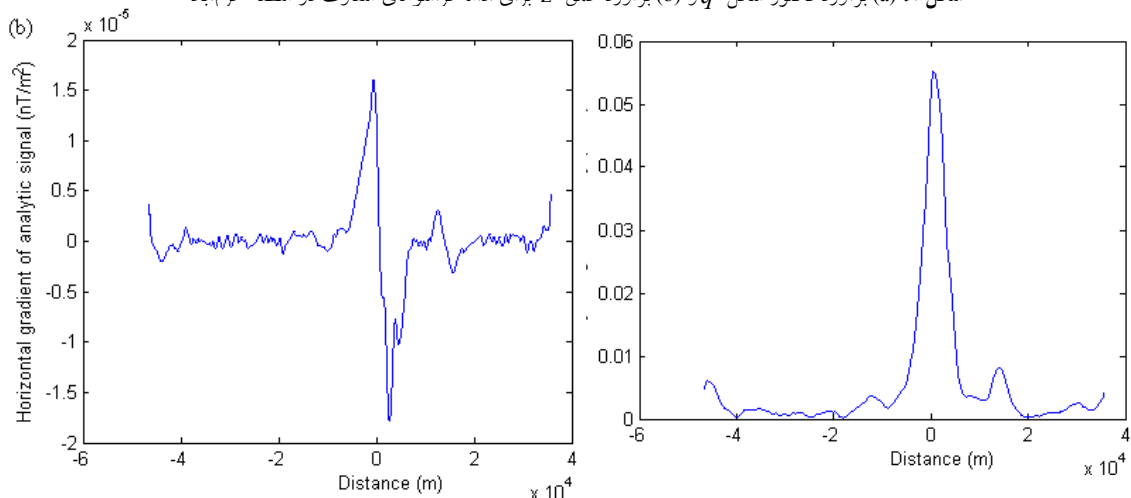
برای روشن ساختن فایده عملی روش حاضر، آن را روی مثالی از داده‌های مغناطیس هوابرد اندازه‌گیری شده روی دایکی در منطقه خرم‌آباد در طول جغرافیایی  $48-49$  شرقی و عرض  $33-34$  شمالی آزمودیم. میدان ژئومغناطیسی منطقه در حدود  $39586$  نانوتسلا با زاویه میل  $50$  درجه و زاویه انحراف  $3$  درجه است. داده‌های مغناطیس هوابرد با استفاده از مغناطیس‌سنج سزیم با قدرت تفکیک  $0/01$  نانوتسلا برداشت شده است. ارتفاع پرواز از سطح زمین  $1000$  فوت ( $333/33$  متر)، فاصله نیم‌رخ‌ها از همدیگر  $4/5$  کیلومتر و فاصله نقاط برداشت روی هر نیم‌رخ  $30$  متر است. نقشه زمین‌شناسی منطقه در مقیاس  $1/250000$  به همراه نحوه نیم‌رخ زنی و محل بی‌هنجاری روی نقشه در شکل ۵a آمده است. نقشه میدان بی‌هنجاری مغناطیسی کل به دست آمده از داده‌های برداشت شده در شکل ۵b آورده شده است که در آن امتداد بی‌هنجاری مشخص است. امتداد بی‌هنجاری در جهت شمال غربی- جنوب شرقی، یعنی دارای آزیموتی برابر  $45$  درجه است که این کاملاً با ساختار زمین‌شناسی منطقه مطابقت دارد. در اینجا به



شکل ۷. (a) سیگنال تحلیلی بی‌هنجاری مغناطیسی به دست آمده از نیم‌رخ (۴)، (b): گرادیان افقی آن



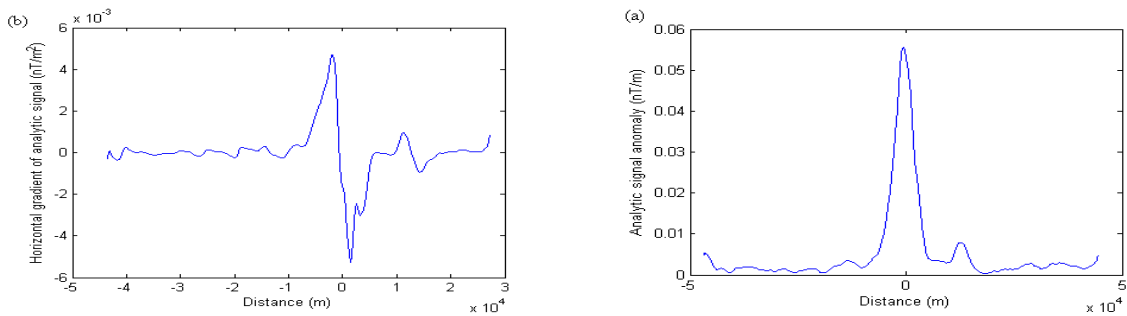
شکل ۸. (a) برآورد فاکتور شکل  $q$  و (b) برآورد عمق  $Z$  برای ادامه فراسوهای متفاوت در منطقه خرم‌آباد



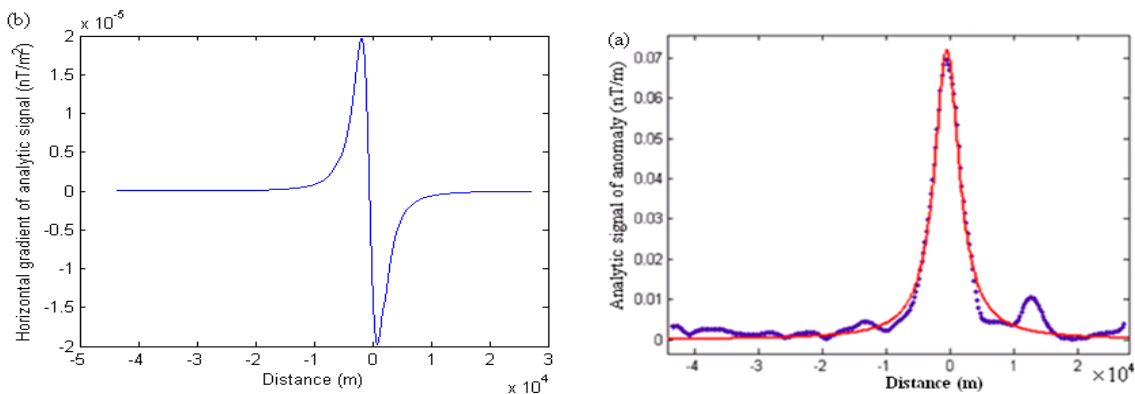
شکل ۹. (a) سیگنال تحلیلی داده‌های نیم‌رخ (۴) پس از اعمال صافی ادامه فراسو. (b) گرادیان افقی آن

۱۱b به ترتیب تقریب کسری تابع سیگنال تحلیلی نهایی و گرادیان افقی آنرا نشان می‌دهند. نتایج وارون برای برآورد عمق و فاکتور شکل قبل از اعمال صافی‌ها و پس از اعمال صافی ادامه فراسو و همچنین پس از اعمال دو صافی برگردان به قطب و ادامه فراسو در جدول ۵ آورده شده است. در نهایت با تعیین جواب یکتای دو پارامتر عمق و فاکتور شکل می‌توان دیگر پارامترهای بی‌هنجاری را تعیین کرد. به منظور تعیین دیگر پارامترهای هندسی و فیزیکی بی‌هنجاری لازم است تا در ابتدا اثر میدان ژئومغناطیسی از منحنی میدان مغناطیسی کل بی‌هنجاری گرفته شود. شکل ۱۲ منحنی میدان مغناطیسی باقی‌مانده که فقط ناشی از بی‌هنجاری است را نشان می‌دهد. نقاط  $x_0$  و  $T_0$  به

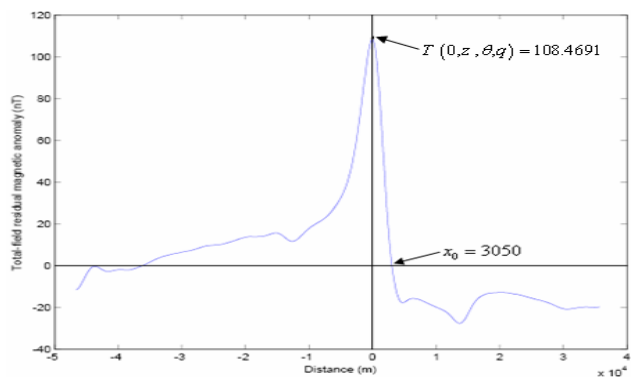
برای کاهش اثر نوفه، از فن ادامه فراسو استفاده شد که بعد از آزمودن نتایج در ارتفاع‌های متفاوت ارتفاع ۵۵۰ متر درحکم ادامه فراسوی مناسب انتخاب شد (شکل ۸). سیگنال تحلیلی داده‌ها پس از اعمال ادامه فراسو و گرادیان افقی آن در اشکال ۹a و ۹b آورده شده است. همچنین برای برآورد بهتر فاکتور شکل و عمق توده بی‌هنجار، از صافی برگردان به قطب پیش از اعمال صافی ادامه فراسو بهره گرفته شد. شکل‌های ۱۰a و ۱۰b به ترتیب سیگنال تحلیلی ساخته شده از داده‌هایی که پس از برگردان به قطب، فیلتر ادامه فراسو بر آنها اعمال شده و مشتق افقی آنرا نشان می‌دهند. برای بهبود تابع سیگنال تحلیلی همانند مدل مصنوعی از تقریب کسری بر داده‌های سیگنال تحلیلی استفاده شد. اشکال ۱۱a و



شکل ۱۰. (a) سیگنال تحلیلی داده‌ها پس از اعمال صافی‌های برگردان به قطب و ادامه فراسو، (b) گرادیان افقی



شکل ۱۱. (a) تقریب کسری سیگنال تحلیلی داده‌های نیم‌رخ (۴) پس از اعمال صافی‌های برگردان به قطب و ادامه فراسو (b) گرادیان افقی سیگنال تحلیلی



شکل ۱۲. منحنی میدان مغناطیسی باقی مانده

جدول ۶. پارامترهای مدل بی‌هنجاری مغناطیسی دایک مانند به دست آمده از منطقه خرم‌آباد

مقدار	نام اختصاری	نوع پارامتر	مقدار	نام اختصاری	نوع پارامتر
۵۵/۱۹	$\beta'_0$ (degree)	زاویه مغناطش موثر	۰/۹۵۷۵	q	فاکتور شکل
۲۴/۵۱	$\theta$ (degree)	پارامتر شاخص	۱۳۹۰/۳	z (m)	عمق
۲۰۱۳۰	$T_d$ (nT)	مولفه-شیب میدان موثر	۴/۱۳	d (degree)	شیب
۲۸۹۵۰	$T_c$ (nT)	مولفه-قائم میدان موثر	۳۵۲۶۱	$T'_0$ (nT)	میدان مغناطیسی موثر
۲/۶۴	t × k	خودپذیری × ضخامت	۵۹/۳۲	$I'_0$ (degree)	زاویه میل موثر

نادرست عمق منبع مغناطیسی می‌شود. همچنین این روش برای بی‌هنجاری‌هایی دوبعدی با شکل هندسی ساده مثل (دایک، همبری، استوانه افقی) که دارای عمق و گسترش نامحدودند کاربرد دارد. لازم به یادآوری است که در روش ارائه شده از چهار فن به منظور افزایش کیفیت پردازش داده‌ها استفاده شده است. نخست اینکه برای کاهش اثر نوفه از صافی ادامه فراسو استفاده شده است. دوم اینکه مشتق داده‌های میدان مغناطیسی کل و داده‌های سیگنال تحلیلی از مشتق چندجمله‌ای درجه سه که با درون‌یابی مکعبی اسپلاین (spline) روی داده‌ها تقریب زده شده، به دست آمده است. سوم اینکه از صافی برگردان به قطب به منظور تقارن هرچه بیشتر منحنی سیگنال تحلیلی بهره گرفته و در نهایت با اطلاع از نوع تابع سیگنال تحلیلی، برای برآورد دقیق‌تر پارامترهای بی‌هنجاری از تقریب تابع کسری بر منحنی سیگنال تحلیلی استفاده شده است. با استفاده از مدلسازی مصنوعی از میزان دقت روش مزبور در برآورد پارامترهای عمق و فاکتور شکل بی‌هنجاری منزوی اطمینان حاصل شد. برای داده‌های برداشت شده از منطقه خرم‌آباد، نتایج حاکی از وجود توده‌ای نفوذی با شکل هندسی دایک و عمقی حدود ۱۴۰۰ متر است.

#### منابع

- سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور، ۱۳۷۰  
 Abdelrahman, E. M., 1990, Discussion on "Least-squares approach to depth determination from gravity data" by O. P. Gupta: Geophysics, 55, 376-378.  
 Abdelrahman, E. M., and El-Araby, H. M., 1993, Shape and depth solutions from gravity using correlation factors between successive least-squares residuals: Geophysics, 59, 1785-1791.  
 Abdelrahman, E. M., El-Araby, H. M., El-Araby, T. M., and Abo-Ezz, E. R., 2001, Three-squares minimization approaches to depth, shape, and amplitude coefficient determination from gravity data Geophysics, 66, 1105-1109

همراه مقادیرشان روی شکل نشان داده شده‌اند. مقادیر پارامترهای هندسی و فیزیکی بی‌هنجاری دایک در جدول ۶ آمده است. توجه کنید که اگر یکی از دو پارامتر ضخامت یا خودپذیری با حفاری یا بررسی زمین‌شناسی به دست آید، آنگاه پارامتر دیگر را نیز می‌توان تعیین نمود.

#### ۷ نتیجه‌گیری

در این مقاله سعی بر استفاده از روش وارون خطی به منظور آشکارسازی بی‌هنجاری مغناطیسی منزوی با شکل هندسی ساده شد. همان‌طور که مشاهده شد استفاده از روش وارون در حل مسئله بیش از حد تعیین شده با تقریب کمترین مربعات توانست منجر به پاسخ‌های یکتایی برای عمق و فاکتور شکل با دقت قابل قبول شود که با تعیین آنها دیگر پارامترهای هندسی و فیزیکی بی‌هنجاری مشخص شد. از جمله دیگر مزایای استفاده از روش فوق، بهره‌گیری از تابع سیگنال تحلیلی اعداد است. برتری فن سیگنال تحلیلی بر دیگر فن‌ها در این است که شکل این سیگنال روی ساختارهای خطی مستقل از پارامترهای میدان مغناطیسی زمین و همچنین جهت بردار مغناطش جسم است. بنابراین با استفاده از اندازه (قدر مطلق) سیگنال تحلیلی می‌توان ویژگی‌های توده مورد نظر را بدون استفاده از فرض‌های اولیه در مورد بردار مغناطش آن تعیین کرد. همچنین استفاده از این روش در مناطقی که دارای پسماند مغناطیسی زیادی هستند، می‌تواند مفید واقع شود. چون این روش برای ساختارهای منزوی کاربرد دارد لذا از جمله معایب این روش آن است که به علت وابستگی برآورد صحیح عمق منابع مغناطیسی به برآورد صحیح فاکتور شکل، زمانی که دو ساختار زمین‌شناسی که دارای خواص مغناطیسی هستند نزدیک هم واقع شوند، (مثل دایک و همبری) در آن صورت تداخل دو بی‌هنجاری باعث خطا در برآورد صحیح فاکتور شکل و در نتیجه برآورد

```

of data ');
x = input('Input Position of data ');
d = [(x.^2).*dA];
G = [-2.*x.*A -dA];
[U,S,V] = svd(G,0);
m = V*inv(S)*U*d;
q = m(1)
z = sqrt(m(2))

```

ضمیمه ۲. الگوریتم محاسبه سیگنال تحلیلی، دامنه سیگنال تحلیلی (A) و گرادیان افقی سیگنال تحلیلی (dA)

```

T = input('Total-field magnetic data=');
x = input('position data=');
N = length(T);
dT = spdriv(x,T);
X = fft(dT,N);
Z=ifft([X(1);2*X(2:N/2);X(N/2+1);zeros(N/2+2:N,1)],N);
A = abs(Z);
dA = spdriv(x,A);
function z = spderiv (x,y);
pp = spline(x,y);
[br,co,npj,nco] = unmkpp(pp);
sf = nco-1:-1:1;
dco = sf(ones(npj,1),:).*co(:,1:nco-1);
ppd = mkpp(br,dco);
z = ppval(ppd,x);

```

- Abdelrahman, E. M., and Sharafeldin, S. M., 1995, A least-squares minimization approach to shape determination from gravity data: *Geophysics*, 60, 589–590.
- Elawadi, E., Salem, A., and Ushijima, K., 2001, Detection of cavities from gravity data using a neural network: *Exploration Geophysics*, 32, 75–79.
- El-Sayed M.A. and Khalid S .E , 2005 , Magnetic interpretation using a least-squares , depth-shape curves method . *Geophysics*, 70 , L23–L30 .
- Hartman, R. R., Teskey, D. J., and Friedberg, J. L., 1971, A system for rapid digital aeromagnetic interpretation: *Geophysics*, 36, 891–918 .
- Lawrence marple, S. , 1999 , Computing the discrete-time “analytic” signal via FFT : *IEEE transactions on signal processing* , vol.47 , no. 9 , 2600-2603 .
- Macleod I., Dai T.F., Jones K., 1993 , 3-d analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes : *exploration geophysics* , 24 , 679-688 .
- Nabighian, M.N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation . *Geophysics* , 37 , 507-517.
- Nandi, B. K., Shaw, R. K., and Agarwal, N. P., 1997, A short note on identification of the shape of simple causative sources from gravity data: *Geophysical Prospecting*, 45, 513–520.
- Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millet, A. J., and Somerton, I.W., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: *Geophysics*, 55, 80–91.
- Shaw, R. K., and Agarwal, N. P., 1990, The application of Walsh transform to interpret gravity anomalies due to some simple geometrically shaped causative sources: A feasibility study: *Geophysics*, 55, 843–850.
- Thompson, D. T., 1982, “EULDPH” A new technique for making computer - assisted depth estimates from magnetic data : *Geophysics*, 47, 31–37.

#### ضمیمه ها

ضمیمه ۱. الگوریتم محاسبه دستگانه (۱۰) برای

پارامترهای عمق و فاکتور شکل در محیط Matlab

```

A = input('Input Analytic Signal of data ');
dA = input('Input First Horizontal Derivatives

```