

تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل با روش تصویرسازی پارامترهای توده (SPI)

کمال علمدار^۱ و عبدالحمید انصاری^{۲*}

^۱دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، ایران

^۲استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، ایران

kamal.alamdar@gmail.com, h.ansari@yazduni.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۱/۱۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۹/۲۲)

چکیده

یکی از روش‌های تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل استفاده از تغییرات فازی داده‌ها است. از این ایده در برآورد کردن مرز استفاده می‌شود و کمیت مورد استفاده زاویه تیلت یا زاویه فاز نام دارد. مزیت این کمیت وابسته نبودن آن به بردار مغناطیس‌شدگی توده و سهولت در محاسبات مربوط به آن است. در این مقاله از تغییرات این کمیت که بسامد محلی نام دارد در برآورد کردن پارامترهای توده مولد بی‌هنجاری مانند عمق توده و ضریب خودپذیری مغناطیسی آن استفاده شده است. این روش روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل استوانه قائم در دو حالت بدون نوفه و با نوفه به کار رفته است. وجود نوفه در داده‌های مدل باعث انحراف مقادیر عمق برآورد شده از عمق حقیقی توده شده است که در عمل برای حذف نوفه‌های موجود باید از فیلتر ادامه فراسو استفاده کرد. این روش همچنین روی داده‌های مغناطیسی بی‌هنجاری شماره ۲ معدن گل‌گهر سیرجان به کار رفته است. در این منطقه برای حذف نوفه‌های سطحی موجود بی‌هنجاری مغناطیسی گل‌گهر تا ارتفاع ۱۲/۵ متری به طرف بالا گسترش داده شده است. این روش تغییرات عمق توده مولد بی‌هنجاری گل‌گهر سیرجان را در نقاط گوناگون بین ۴۰ تا ۱۲۰ متر تعیین کرده است. نتایج حفاری‌های صورت گرفته در این منطقه، کارایی روش را تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: میدان پتانسیل، زاویه فاز، زاویه تیلت، بسامد محلی، خودپذیری مغناطیسی، گل‌گهر

Interpretation of potential field anomalies using source parameter imaging method (SPI)

Kamal Alamdar¹ and Abdolhamid Ansari^{1*}

¹Department of Mining and Metallurgy Engineering, Yazd University, Iran

(Received: 04 April 2009, accepted: 13 December 2009)

Summary

One important goal in the interpretation of magnetic data is to determine the type and location of the magnetic source. This has recently become particularly important due to the acquisition of large volumes of magnetic data both in environmental and geological

*Corresponding author:

h.ansari@yazduni.ac.ir

*نگارنده رابط:

applications. Interpretation of the magnetic data involves determining the parameters that characterize the source of the observed anomaly. In this regard, depth to the top of the source is the most important parameter. To this end, there are generally two different approaches, namely the manual and automatic methods. Manual methods, as implied in the name need simple tools such as rulers, calculators and are commonly used in processing 2-D datasets or profiles. Additionally, these methods can be performed in the field, allowing the user to distinguish the noises from signals without recourse to the computer (due to their simplicity). However, because of the large amount of magnetic data that are being collected in the field of geology, using of more rapid and powerful methods are necessary. In contrast to manual methods, automatic methods have the ability to perform in both 2-D and 3-D datasets more rapidly and with at least as much precision.

A large number of automatic methods exist for interpreting magnetic data. These methods can be applied to profile data (Hartman, 1971; Naudy, 1971; Nabighian, 1972; Jian, 1976; Thompson, 1982; Atchuta Rao et al.). There are numerous methods that work on grided data, including 3-D Euler deconvolution (Reid et al., 1990), the 3-D analytic signal (Roest et al., 1992) and the enhanced analytic signal technique (Hsu et al., 1996). The results of these methods are usually displayed by plotting a symbol superimposed in the magnetic map in the source location. Consequently, the source boundary (horizontal location) must be evaluated by common edge detection methods, namely, zero crossing of the second-order vertical derivative or maximum value of the analytic signal prior to running a depth estimation method. In general, all automatic methods use derivatives of the magnetic data which is computed either in the space domain by the finite difference method or in the frequency domain by the Fast Fourier (FF) technique. Then, an appropriate equation is developed for depth estimation starting from a simple geometry model, such as sphere, dyke, or horizontal cylinder. The depth to top of the body measure is assessed by solving this equation either in the space or frequency domain. The proposed method extends the theory of the complex analytic signal by computing three complex attributes including instantaneous amplitude of the analytic signal, instantaneous phase and instantaneous frequency. It must be noted that the instantaneous concept is applied in the analysis of the temporal series (time dependent dataset) and because the magnetic data are spatial, analogous to temporal, we use the term local instead of instantaneous. These three quantities are obtained as shown below:

$$|A| = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial z}\right)^2}, \quad (1)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial M}{\partial z} / \frac{\partial M}{\partial x}\right), \quad (2)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \tan^{-1}\left[\frac{\partial M}{\partial z} / \frac{\partial M}{\partial x}\right], \quad (3)$$

where, A , θ and f are amplitude, phase and frequency, respectively. Phase variation of potential field data can be used as an interpretation method. This idea appears in edge detection with tilt angle or phase angle. The advantages using of this quantity include its independence of body magnetization direction and its ease of computation. In this paper variations of this quantity, termed local frequency, are used for source parameter estimation, such as body depth and susceptibility. This method has been applied on the synthetic magnetic data from a vertical cylinder in both noiseless and noisy data. The presence of the noise causes the estimated depth to differ from the actual body depth; therefore, in practice, the noise should be removed by the upward continuation technique. This method was also applied on real magnetic data from Anomaly No.2 in the Gol-Gohar mining area. In order to remove the superficial noise, the magnetic anomaly was

continued to 12.5m elevation. Using this method, it was found that causative body depth varies from 40 to 120 meters in different locations, which has broad correlation with explorative drilling results.

Key words: Potential field, phase angle, tilts angle, local frequency, susceptibility, fast Fourier transform (FFT), Gol-Gohar

۱ مقدمه

روش‌های زیادی و با کارایی‌های متفاوت برای غلبه بر یک یا چندین مشکل بالا وجود دارد. انتقال به قطب شکل نامتقارن بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از مغناطیس‌شدگی غیر قائم را به شکل متقارن تبدیل می‌کند گویی که بی‌هنجاری در قطب برداشت شده است (بارانو، ۱۹۵۷). تبدیل شبه‌گرانی ماهیت دوقطبی بی‌هنجاری مغناطیسی را به ماهیت تک‌قطبی تبدیل می‌کند. برای رفع مشکل جابه‌جایی بین محل بی‌هنجاری مغناطیسی ثبت شده و موقعیت توده مولد نیز علاوه بر استفاده از فن انتقال به قطب از روش‌های گوناگون برآورد کردن مرز استفاده می‌شود. از پرکاربردترین روش‌های برآورد کردن مرز استفاده از مقدار صفر مشتق قائم مرتبه دوم و یا بیشینه مقدار مشتق افقی کل و سیگنال تحلیلی است (گران، ۱۹۶۵؛ برکول، ۱۹۶۵). مزیت استفاده از سیگنال تحلیلی وابسته نبودن اندازه آن به ویژگی‌های بردار مغناطیس‌شدگی توده مانند زاویه میل، زاویه انحراف، مغناطیس باقی‌مانده و همچنین شیب توده است (سالم و راوت، ۲۰۰۳). مشکل استفاده از سیگنال تحلیلی هنگامی است که چندین توده با پارامترهای متفاوت در مجاورت هم قرار دارند، در این صورت مرزهای توده در هم تداخل دارد (علمدار، ۱۳۸۸).

یکی دیگر از روش‌های غلبه بر مشکلات فوق در تفسیر داده‌های مغناطیس‌سنجی، تبدیل بی‌هنجاری مغناطیسی کل برداشت شده به کمیت‌هایی است که توده سبب شونده را تشریح کنند. در گذشته این ایده به‌طور دستی روی نیم‌رخ‌های دو بُعدی و با استفاده از مجموعه‌ای

روش‌های میدان پتانسیل شامل گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، از روش‌های پرکاربرد در زمینه بررسی‌های مقدماتی و تفصیلی ساختارهای زمین‌شناسی از جمله ساختارهای تماسی، کنتاکت‌ها، گسل‌ها و غیره هستند. نمونه بارز آن استفاده از این دو روش در مراحل مقدماتی اکتشاف نفت به‌منظور تشخیص ساختارهای رسوبی و همچنین گسل‌های احتمالی موجود در پی‌سنگ برای بررسی پیشینه رسوب‌گذاری در حوزه پیش‌گفته است. در این گونه مواقع، تفسیر علمی و قابل قبول داده‌های برداشت‌شده در گرو آشنایی مفسر با زمین‌شناسی عمومی، زمین‌شناسی ساختمانی و همچنین الگوی رسوب‌گذاری است. از طرف دیگر تفسیر داده‌های مغناطیس‌سنجی به دلایل زیر دشوارتر از تفسیر داده‌های گرانی‌سنجی صورت می‌گیرد:

- ماهیت دوقطبی بی‌هنجاری‌های مغناطیسی.
- جابه‌جایی بین موقعیت واقعی توده مولد بی‌هنجاری در زیر زمین با نقاط مشخصه نیم‌رخ برداشت شده. از مهم‌ترین نقاط مشخصه یک نیم‌رخ مغناطیس‌سنجی نقطه فراگذر (محل صفر بی‌هنجاری) و نقطه اوج یا پیک (بیشینه مقدار بی‌هنجاری مغناطیس‌سنجی) هستند که در نیم‌رخ‌های مغناطیسی برداشت شده به‌غیر از قطب، نقاط مشخصه روی توده قرار نمی‌گیرد (اسپکتور و لاولر، ۱۹۹۵).

- شکل نامتقارن بی‌هنجاری‌های مغناطیسی ناشی از ساختارهای مایل (اسپکتور و لاولر، ۱۹۹۵).

از منحنی‌های استاندارد (منحنی‌های مشخصه) صورت می‌گرفت. مهم‌ترین روش‌های دستی، روش پیترز در برآورد کردن عمق بی‌هنجاری مغناطیسی توده قائم با مغناطیس‌شدگی قائم و روش نصف عرض بی‌هنجاری برای برآورد کردن عمق از روی نیم‌رخ مؤلفه قائم مغناطیسی است. استفاده از منحنی‌های استاندارد هنوز هم رایج است، چون به رایانه نیاز ندارد، استفاده از این روش‌ها در صحرا و حین برداشت‌ها عملی است و از همه مهم‌تر این که مفسر با مشاهده نیم‌رخ‌های برداشت شده می‌تواند نوفه را از سیگنال تشخیص دهد (والی و همکاران، ۲۰۰۴). امروزه استفاده از ایده ارتباط بین بی‌هنجاری برداشت شده و پارامترهای توده (روش برآورد کردن پارامترهای توده سبب شونده) با استفاده از مدل‌سازی پیشرو و معکوس صورت می‌گیرد که لازمه آن استفاده از رایانه برای پردازش مجموعه داده‌های بزرگ است. مزیت استفاده از روش‌های خودکار قابلیت کاربرد آنها روی نیم‌رخ‌های دو بُعدی و نقشه‌های سه بُعدی است. از روش‌های خودکار دو بُعدی می‌توان به روش نودی (۱۹۷۱)، روش ورنر دیکانولوشن (هارتمن، ۱۹۷۱؛ جیان، ۱۹۷۶) و روش اوایلر دیکانولوشن دو بُعدی (تامسون، ۱۹۸۲) اشاره کرد. این روش‌ها روی توده‌های دو بُعدی و با فرض اینکه امتداد توده بر خط برداشت عمود است، به برآورد کردن عمق توده‌های سبب شونده می‌پردازند.

روش‌های اوایلر دیکانولوشن سه بُعدی (ریید و همکاران، ۱۹۹۰؛ ماشایاندبو و همکاران، ۲۰۰۴)، سیگنال تحلیلی سه بُعدی (روئست و همکاران، ۱۹۹۲) و مشتقات بالاتر سیگنال تحلیلی (هسو و همکاران، ۱۹۹۶) از مهم‌ترین روش‌های برآورد کردن عمق سه بُعدی هستند. نتایج حاصل از این روش‌ها معمولاً با استفاده از دایره‌هایی که قطر آنها متناسب با عمق برآورد است روی نقشه‌های هم‌مقیاس با نقشه مغناطیسی نشان داده می‌شود. مزیت روش‌های سه بُعدی امکان تطابق بین عمق برآورد توده در

نیم‌رخ‌های مجاور هم و همچنین نبود لزوم عمود بودن امتداد توده بر نیم‌رخ است (سالم و اسمیت، ۲۰۰۵). روشی که در این مقاله عرضه می‌شود برآورد کردن عمق در حوزه بسامد و براساس تغییرات فاز (زاویه تیلت در محث برآورد مرز) داده‌های میدان پتانسیل است که روش تصویرسازی پارامترهای منبع نام دارد. روش پیش‌گفته توانایی کار روی داده‌های سه بُعدی را دارد و مزایای آن به شرح زیر است:

- در این روش نقشه زاویه تیلت از داده‌های میدان پتانسیل تهیه می‌شود که کمینه مقدار آن روی مرزهای توده سبب شونده قرار می‌گیرد و برخلاف مشتق قائم مرتبه دوم هیچگونه جابه‌جایی بین مقدار کمینه و مرزهای توده وجود ندارد.

- نتایج این روش به پارامترهای بردار مغناطیسی زمین و همچنین بردار مغناطیس‌شدگی توده (زاویه میل و انحراف) بستگی ندارد.

در این نوشته این روش روی داده‌های مغناطیسی مدل استوانه قائم (بدون نوفه و نوفه‌دار) و همچنین روی داده‌های واقعی مغناطیس‌سنجی بی‌هنجاری شماره ۲ معدن گل‌گهر سیرجان به کار رفته است.

۲ نظریه روش

روش پیش‌گفته از نظریه سیگنال تحلیلی استفاده می‌کند. قبل از توضیح کامل روش، دانستن مفاهیم زیر ضروری است:

- فاز لحظه‌ای (محلی): کمیتی زاویه‌ای و بیانگر زاویه بین مشتق قائم و مشتق افقی کل داده‌های میدان پتانسیل است.

- بسامد لحظه‌ای (محلی): این کمیت بیانگر نرخ تغییرات فاز محلی نسبت به محورهای x و y است.

اصطلاح "لحظه‌ای" بیشتر هنگام تحلیل سری‌های زمانی کاربرد دارد مانند بسامد لحظه‌ای، فاز لحظه‌ای و دامنه لحظه‌ای. اما چون داده‌های میدان پتانسیل از نوع

$$A(x, y) = |A| \exp(j\theta), \quad (2)$$

که A دامنه عدد مختلط یا اندازه سیگنال تحلیلی و j فاز عدد مختلط (زاویه تیلت مبحث برآورد کردن مرز) و به ترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$|A| = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial z}\right)^2}, \quad (3)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial M}{\partial z} / \frac{\partial M}{\partial x}\right), \quad (4)$$

آچوتا راؤ و همکاران، (۱۹۸۱) اندازه سیگنال تحلیلی و زاویه فاز (روابط (۳) و (۴)) را برای برآورد کردن عمق از روی نیم‌رخ‌های دو بُعدی به کار گرفتند. برای برآورد کردن عمق به صورت سه بُعدی که در این نوشتار معرفی می‌شود، کمیت دیگری به نام بسامد محلی f نیاز است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \tan^{-1}\left[\frac{\partial M}{\partial z} / \frac{\partial M}{\partial x}\right], \quad (5)$$

بسامد محلی f ، به صورت نرخ تغییرات فاز محلی نسبت به محورهای x و y تعریف می‌شود.

در تحلیل داده‌های میدان پتانسیل به جای بسامد f از واژه عدد موج k ، استفاده می‌شود که با رابطه زیر به هم وابسته‌اند (سالام و همکاران، ۲۰۰۸):

$$k = 2\pi f, \quad (6)$$

با ترکیب روابط (۵) و (۶) و با استفاده از فرمول مشتق تابع معکوس مثلثاتی تانژانت $d(\tan^{-1} \phi) / dx$ رابطه نهایی محاسبه عدد موج محلی به صورت زیر است.

$$k = \frac{1}{|A|^2} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial z} \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \frac{\partial M}{\partial z} \right). \quad (7)$$

۲-۲ تصویرسازی پارامترهای توده سبب شونده (برآورد کردن پارامترهای توده)

در این قسمت با استفاده مفاهیم اولیه‌ای که در قسمت قبل

داده‌های مکانی هستند در این نوشته از اصطلاح جایگزین آن به نام "محلی" استفاده می‌شود.

استفاده از تابع سیگنال تحلیلی در این روش به دو دلیل زیر است:

- تابع سیگنال تحلیلی هم در مورد بی‌هنجاری‌های میدان کل و هم در مورد مؤلفه افقی میدان پتانسیل تعریف می‌شود. مورد اول برای برآورد کردن عمق مدل‌های صفحه نازک و مورد دوم در برآورد کردن عمق مدل کنتاکت شیب‌دار استفاده می‌شود.

- استفاده از سیگنال تحلیلی منجر به برآورد کردن مرز بدون نیاز به دانستن ویژگی‌های مغناطیس‌شدگی توده می‌شود.

۱-۲ کمیت‌های مختلط (مفاهیم اولیه)

نبیقیان، (۱۹۷۲) تابع سیگنال تحلیلی را به صورت یک تابع مختلط که قسمت حقیقی آن مشتق افقی و قسمت مجازی آن مشتق قائم داده‌های میدان پتانسیل است تعریف کرد. وی دو راه را برای محاسبه سیگنال تحلیلی معرفی کرد:

۱- محاسبه مشتق قائم و افقی داده‌های میدان پتانسیل و ترکیب آنها به صورت عدد مختلط با ویژگی‌های گفته شده.

۲- استفاده از خاصیت تبدیل هیلبرت بین مشتق قائم و افقی میدان پتانسیل.

برای حالت دو بُعدی سیگنال تحلیلی به صورت زیر تعریف می‌شود (نبیقیان، ۱۹۷۲):

$$A(x, z) = \frac{\partial M(x, y)}{\partial x} - i \frac{\partial M(x, y)}{\partial z}, \quad (1)$$

که $M(x, y)$ میدان پتانسیل برداشت شده (در اینجا میدان مغناطیسی)، i مؤلفه موهومی، x و z مختصات دکارتی که به ترتیب در جهت‌های قائم به طرف پایین و به طرف شرق جهت‌دار شده است. نمایش قطبی معادله (۱) به صورت زیر است:

$$k = \frac{h}{h^2 + x^2}, \quad (10)$$

رابطه (۱۰) نشان می‌دهد که بیشینه مقدار طول موج محلی به مقدار زاویه میل بردار مغناطیس زمین و همچنین بردار مغناطیس شدگی توده بستگی ندارد. با انتخاب دستگاه مختصات که مبدأ آن $x = 0$ ، دقیقاً در بالای لبه‌های توده قرار گیرد، می‌توان عمق تا بالای توده را طبق رابطه زیر محاسبه کرد.

$$x = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{h} \Rightarrow h = \frac{1}{k}, \quad (11)$$

برای محاسبه شیب توده، گرادیان‌های افقی و قائم پاسخ مغناطیسی توده (روابط (۸) و (۹)) را در رابطه (۴) جای‌گذاری می‌کنیم که به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$\theta = \tan^{-1} \quad (12)$$

$$\left(\frac{x \cos(2I - d - 90) - h \sin(2I - d - 90)}{h \cos(2I - d - 90) + x \sin(2I - d - 90)} \right)$$

اگر معادله (۱۲) به ازای $x=0$ بازنویسی شود، آن‌گاه به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\theta = \tan^{-1}$$

$$\left(\frac{-h \sin(2I - d - 90)}{h \cos(2I - d - 90)} \right)$$

$$= \tan^{-1}(-\tan(2I - d - 90))$$

$$= -(2I - d - 90),$$

که پس از ساده‌سازی رابطه شیب محلی توده به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$d = \theta + 2I - 90, \quad (13)$$

گفته شد، به برآورد کردن پارامترهای توده مدل کنتاکت شیب‌دار پرداخته می‌شود. شکل طرح‌وار (شماتیک) از مدل پیش‌گفته در شکل ۱ نشان داده شده است. اگر M بیانگر پاسخ مغناطیسی حاصل از توده کنتاکت شیب‌دار باشد، آن‌گاه گرادیان‌های قائم و افقی M از روابط زیر محاسبه می‌شوند (تورستون و براون، ۱۹۹۴):

$$\frac{\partial M}{\partial z} = 2KFc \sin d \quad (8)$$

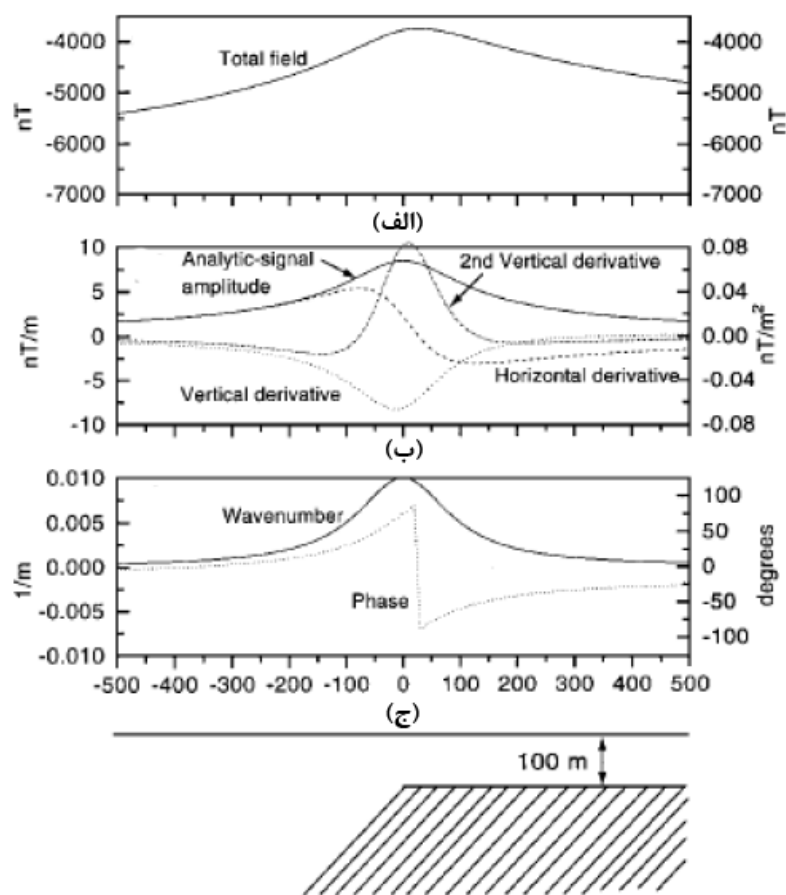
$$\times \frac{x \cos(2I - d - 90) - h \sin(2I - d - 90)}{h^2 + x^2},$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 2KFc \sin d \quad (9)$$

$$\times \frac{h \cos(2I - d - 90) + x \sin(2I - d - 90)}{h^2 + x^2},$$

که K ، اختلاف خودپذیری توده با سنگ‌های اطراف، F شدت میدان مغناطیسی اطراف، $c = 1 - \cos^2 i \sin^2 \alpha$ ، α زاویه بین شمال مغناطیسی و محور i زاویه میل بردار مغناطیس اطراف، $\tan I = \tan i / \cos \alpha$ ، شیب مدل کنتاکت که از جهت مثبت محور x اندازه‌گیری می‌شود و h عمق تا بالای توده است. همه کمیت‌های زاویه ای برحسب درجه اندازه‌گیری می‌شوند. در رابطه فوق i ، زاویه میل بردار مغناطیس محل برداشت است و کاملاً مستقل از ویژگی‌های مغناطیس شدگی توده (زاویه میل مغناطیس شدگی توده) است. در نتیجه یکی از مزایای این روش در مواردی است که اطلاعاتی در مورد مغناطیس باقی‌مانده توده در دسترس نیست.

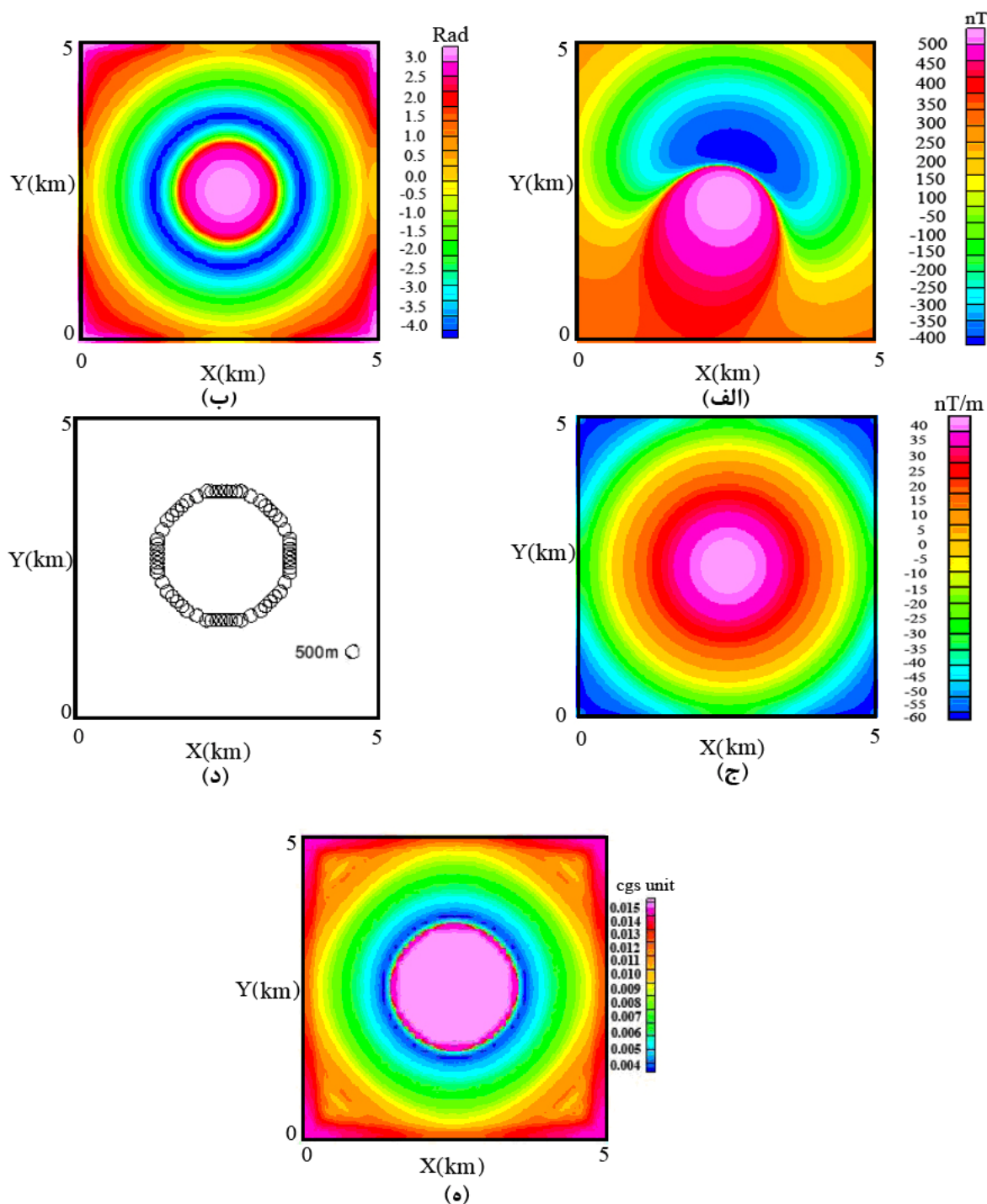
با جای‌گذاری روابط (۸) و (۹) در رابطه طول موج محلی (۷) رابطه ای مطابق با رابطه زیر برحسب عمق توده و متغیر x به دست می‌آید.



شکل ۱. مدل کنتاکت شیب‌دار به همراه پاسخ مغناطیسی و کاربرد فیلترهای متفاوت روی آن (آچوتا رانو و همکاران، ۱۹۸۱).

جدول ۱. مقایسه نتایج حفاری مربوط به پنج نقطه از بی‌هنجاری شماره دو گل‌گهر سیرجان با مقادیر عمق برآورد شده و درصد خطای مربوط به آن.

ردیف	مختصات نقطه حفاری	عمق حفاری (متر)	عمق تخمینی (متر)	درصد خطا
۱	X=590, Y=400	۵۵	۴۸	۱۲/۷
۲	X=700, Y=180	۱۲۷	۱۲۰	۱۲/۷
۳	X=800, Y=400	۶۰	۵۸	۳/۳
۴	X=1340, Y=200	۹۰	۸۰	۱۱/۱۱
۵	X=1340, Y=400	۸۵	۸۰	۶/۲۵



شکل ۲. کاربرد روی داده‌های مغناطیسی بدون نوفه استوانه قائم. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل استوانه قائم در عمق ۵۰۰ متری. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس‌شدگی توده به ترتیب برابر با ۶۰ و ۱۵ درجه و توده بدون مغناطیس باقی‌مانده در نظر گرفته شده است. (ب) نقشه فیلتر فاز محلی داده‌های قسمت (الف) کمینه مقدار فاز محلی (آبی رنگ) نشان‌دهنده مرز مدل است. (ج) نقشه فیلتر سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت (الف) بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی روی مرز مدل قرار گرفته است. (د) نتایج برآورد عمق به روش SPI که به صورت دایره‌های روی مرزهای توده قرار گرفته است. قطر همه دایره‌ها یکسان و برابر با ۵۰۰ متر است که با عمق واقعی توده در تولید بی‌هنجاری مغناطیسی مدل کاملاً برابر است. (ه) نقشه اختلاف ضریب خودپذیری مغناطیسی توده مدل.

در نهایت ضریب خودپذیری مغناطیسی توده با سنگ‌های اطراف با جای‌گذاری روابط (۸) و (۹) در رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$K = \frac{|A|}{2kFcSind}, \quad (17)$$

که k طول موج محلی و d شیب محلی است و پارامترهای دیگر قبلاً تعریف شده‌اند.

هنگام کاربرد روابط فوق فرض بر این است که اثر مجاورت توده‌های مجاور هم حداقل است. از طرف دیگر چون در این روش از مشتقات مرتبه دوم استفاده می‌شود، در صورت وجود توده‌های مجاور اثر آنها ناچیز است.

بر آورد کردن پارامترهای توده روی داده‌های سه‌بُعدی (شبکه‌ای) نیز عملی است. این کار دو مزیت به همراه دارد. اول اینکه با آن خطای احتمالی ناشی از عمود نبودن امتداد توده بر خط برداشت حذف می‌شود. دوم اینکه بر خلاف روش‌های بر آورد کردن مرز مانند اویلر و نودی، هیچ‌گونه محدودیتی در انتخاب ابعاد پنجره مورد استفاده در بر آورد وجود ندارد.

در عمل برای اعمال این روش روی داده‌های شبکه‌ای، مراحل زیر طی می‌شود:

۱- محاسبه گرادیان قائم داده‌های میدان پتانسیل در حوزه بسامد.

۲- محاسبه گرادیان افقی داده‌ها در جهت امتداد توده.

۳- استفاده از فرمول‌های (۱) تا (۱۷) تا رسیدن به پارامترهای توده مانند عمق، شیب و اختلاف ضریب خودپذیری.

۳ کاربرد روش روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی

توده‌های مدل

به منظور بررسی کاربردی روش SPI در تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان، این روش روی داده‌های مصنوعی

چون داده‌های مغناطیسی برداشت شده ماهیت گسسته دارند، با استفاده از روش اختلاف محدود و در حوزه مکان می‌توان گرادیان افقی داده‌ها را محاسبه کرد. محاسبه گرادیان قائم داده‌ها، در حوزه بسامد و با تبدیل فوریه صورت می‌گیرد. پس از محاسبه گرادیان داده‌ها، مقدار زاویه فاز θ طبق رابطه (۴) تعیین می‌شود؛ در نتیجه مقدار این کمیت معلوم است. اما رابطه (۱۲) بیانگر رابطه بین شیب توده d و زاویه فاز θ است که چون مقدار زاویه فاز طبق توضیح بالا معلوم است با استفاده از رابطه (۱۳) می‌توان شیب توده را محاسبه کرد. توضیح روابطی که در این نوشتار از آنها برای محاسبه گرادیان قائم و افقی داده‌ها استفاده شده در زیر آمده است:

اگر $M(x,y)$ معرف برداشت‌های گسسته میدان پتانسیل در حالت سه‌بُعدی باشند، برای مثال ماتریس $M_{i,j}$ که $i = 1, 2, \dots$ و $j = 1, 2, \dots$ ماتریس داده‌های میدان پتانسیل در یک شبکه برداشت افقی با محور افقی (x) در راستای شرق-غرب و محور شمالی (y) در راستای شمال-جنوب و فواصل برداشت به ترتیب Δx و Δy باشد؛ مشتق افقی $M(x,y)$ نسبت به محور های x و y در نقطه (i,j) با استفاده از روش اختلاف محدود طبق روابط زیر قابل محاسبه است (ماشایان‌دبو و همکاران، ۲۰۰۴):

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial x} = \frac{M_{i+1,j} - M_{i-1,j}}{2\Delta x}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{M_{i,j+1} - M_{i,j-1}}{2\Delta y}. \quad (15)$$

اما به خاطر خاصیت پتانسیلی حاکم بر داده‌ها و صادق بودن معادله لاپلاس برای آنها طبق رابطه زیر می‌توان گرادیان قائم داده‌ها را محاسبه کرد:

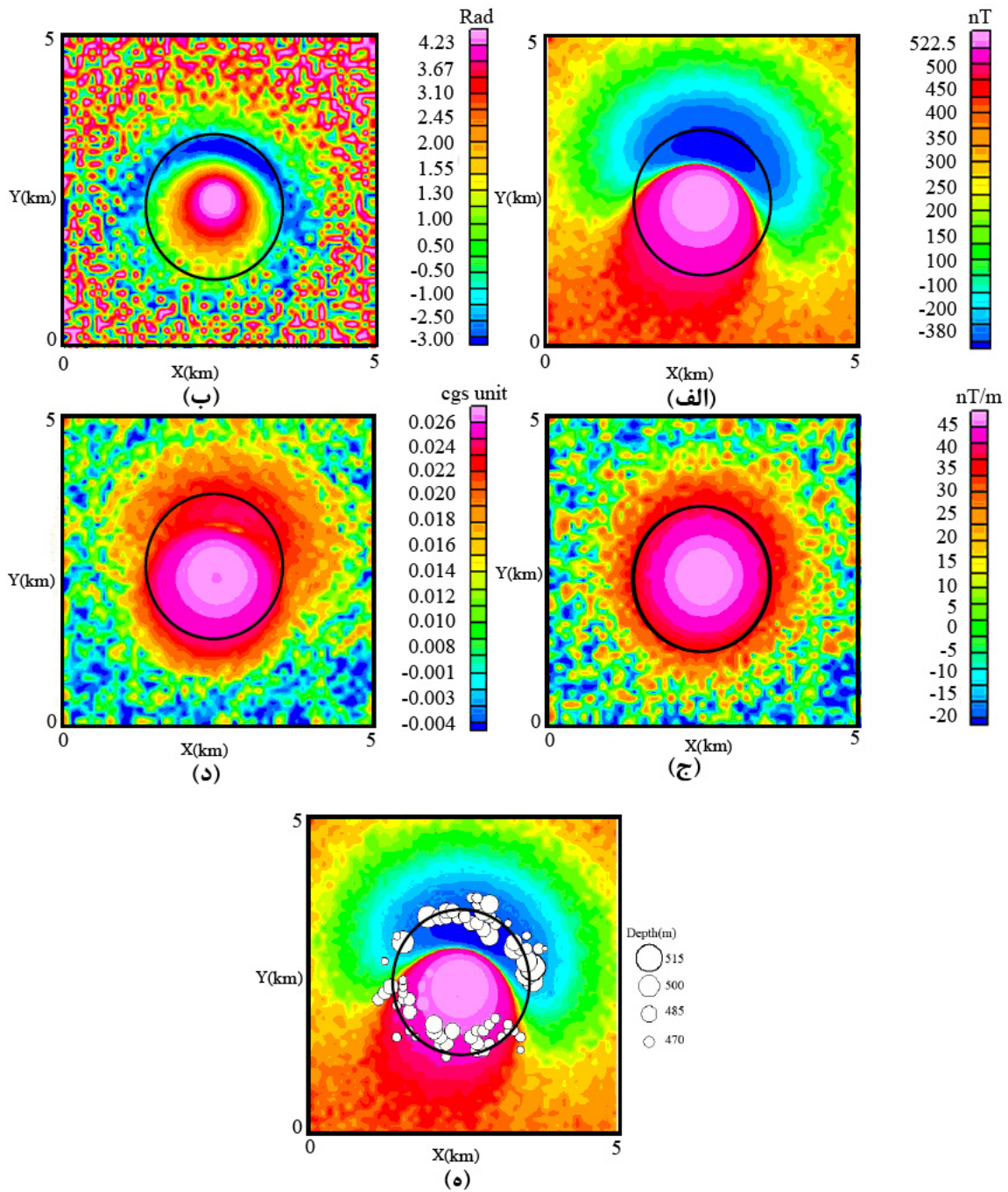
$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \quad (16)$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = - \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right),$$

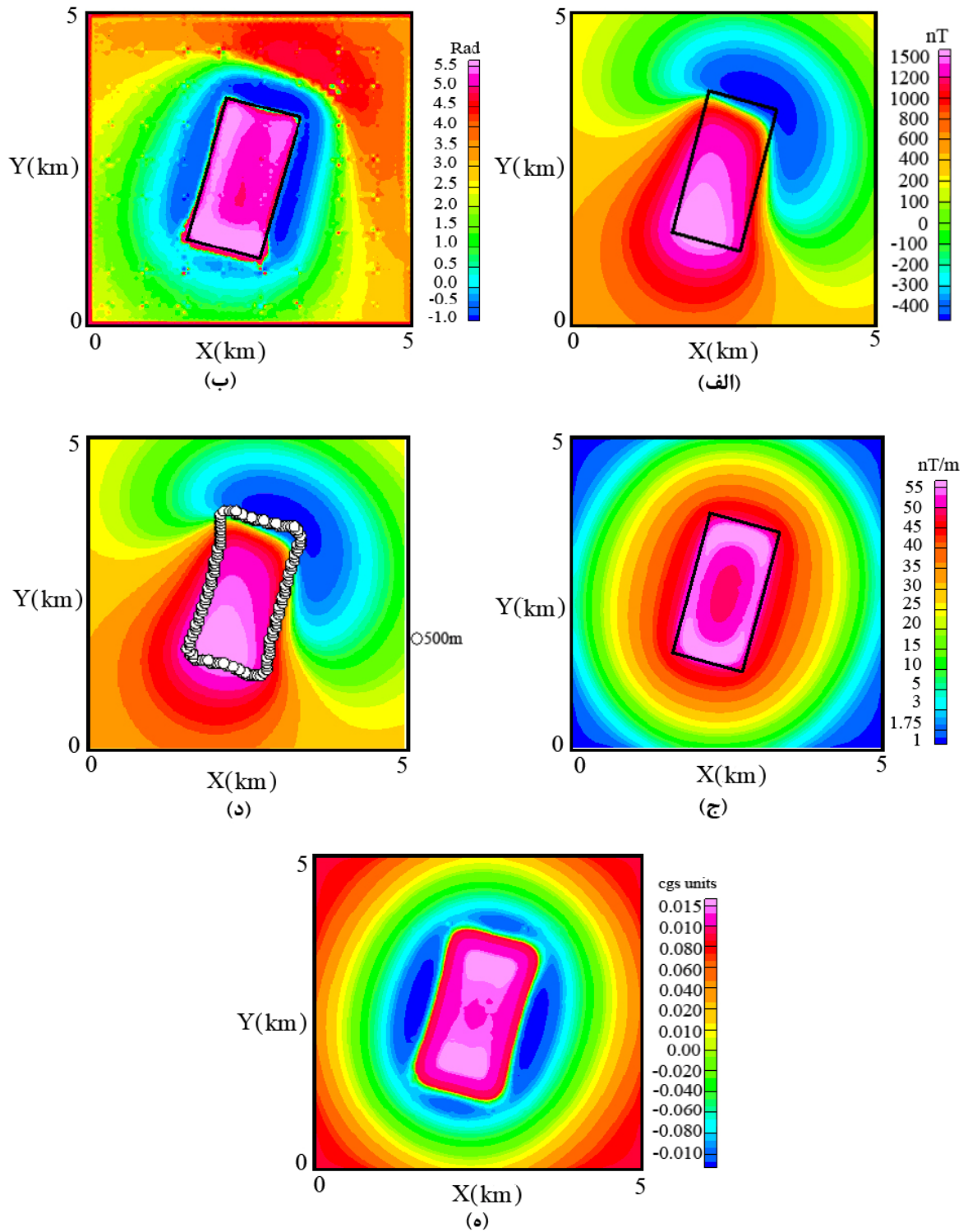
مدل استوانه قائم در دو حالت متفاوت اعمال شده است. در حالت اول کاربرد روش روی داده‌های مغناطیسی بدون نوفه به کار برده می‌شود. عمق تا سطح فوقانی مدل ۵۰۰ متر و اختلاف ضریب خودپذیری آن با سنگ‌های اطراف ۰/۰۱۵ در دستگاه cgs لحاظ شده است. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس شدگی توده به ترتیب برابر با ۶۰ و ۱۵ درجه و توده بدون مغناطیس باقی‌مانده فرض شده است. در شکل ۲-الف پاسخ مغناطیسی توده مدل آمده است. رنگ‌های گرم بیانگر شدت‌های زیاد و رنگ‌های سرد نماینده شدت‌های کم هستند. در شکل ۲-ب نقشه فاز محلی داده‌های قسمت الف آمده است. در این شکل مقادیر کمینه فاز محلی (رنگ آبی) روی مرز توده قرار دارد. شکل ۲-ج نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت الف را نشان می‌دهد که بیشینه مقدار آن روی مرز مدل قرار دارد. در شکل ۲-د نتایج برآورد عمق توده با روش SPI آمده که به صورت دایره‌های متناسب با عمق روی مرز توده قرار گرفته است اندازه هر دایره معادل ۵۰۰ متر است که برابر عمق واقعی توده در تولید بی‌هنجاری مغناطیسی است. شکل ۲-ه نقشه اختلاف ضریب خودپذیری مغناطیسی مدل با سنگ‌های اطراف را نشان می‌دهد که بیشینه مقدار آن (۰/۰۱۵) مساوی مقداری است که در تولید بی‌هنجاری از آن استفاده شده است (علمدار، ۱۳۸۸)

در حالت دوم، روش پیش‌گفته روی داده‌های مغناطیسی نوفه‌دار مدل استوانه قائم مثال اول آزمایش می‌شود. برای بررسی اثر نوفه بر نتایج روش پیش‌گفته، نوفه‌ای با توزیع گوسی و با میانگین صفر و انحراف استاندارد ۲ نانوتسلا به داده‌های مغناطیسی اضافه شده است. شکل ۳-الف پاسخ مغناطیسی مدل، بعد از اضافه شدن نوفه گوسی را نشان می‌دهد. رنگ‌های گرم شدت‌های زیاد و رنگ‌های سرد شدت‌های کم را نشان می‌دهند. شکل ۳-ب نقشه زاویه

فاز داده‌های نوفه‌ای شکل ۳-الف را نشان می‌دهد. در این شکل کمینه مقدار زاویه فاز (آبی رنگ) روی مرز توده قرار گرفته است که قسمتی از آن توسط نوفه‌های موجود پوشیده شده است. شکل ۳-ج نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت (الف) را نشان می‌دهد. در این شکل مقادیر بیشینه بیانگر مرز مدل است. با مشاهده شکل‌های ۳-ب و ۳-ج می‌توان اثر نوفه را پیک‌های اضافی و پراکنده بیان کرد که به صورت جابه‌جایی ظاهری بین مرز واقعی توده (دایره مشکی رنگ) و مرز برآورد شده مشاهده می‌شود. شکل ۳-د نقشه توزیع خودپذیری مغناطیسی مدل را نشان می‌دهد. برطبق این شکل خودپذیری مغناطیسی در نواحی توده بیشینه و در اطراف، کمینه است. اما وجود نوفه، پیک‌های اضافی را سبب شده که حدود توده را به صورت پخش نشان می‌دهد. شکل ۳-ه نتایج برآورد کردن عمق مدل را نشان می‌دهد. نتایج به صورت دایره‌هایی که قطر آنها با عمق برآورد شده متناسب است روی نقشه پاسخ مغناطیسی توده قرار گرفته است. وجود نوفه در داده‌ها دو مطلب را ثابت می‌کند. اول اینکه نتایج برآورد عمق کاملاً در نقاط مرزی توده صورت نگرفته و به صورت پراکنده در نقاط خارج از توده نیز وجود دارد. دوم اینکه مقادیر عمق برآورد شده از عمق واقعی توده در تولید بی‌هنجاری مغناطیسی تفاوت دارد. بر این اساس عمق توده بین ۴۷۰ تا ۵۱۵ متر (در مقابل عمق واقعی ۵۰۰ متر) برآورد شده است. در عمل برای حذف نوفه‌های سطحی به منظور جلوگیری از متأثر شدن نتایج برآورد عمق، باید از فیلترهای کاهش نوفه مانند فیلتر ادامه فراسو استفاده شود. ارتفاع ادامه فراسو برابر با $\frac{1}{4}$ تا $\frac{1}{8}$ فاصله نیم‌رخ‌های برداشت مغناطیس‌سنجی انتخاب می‌شود (تورستون و براون، ۱۹۹۴).



شکل ۳. کاربرد روش روی داده‌های مغناطیسی نوفه‌دار استوانه قائم (مثال اول). زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس‌شدگی توده به ترتیب برابر با ۶۰ و ۱۵ درجه و توده بدون مغناطیس باقی‌مانده است. برای بررسی اثر نوفه بر نتایج، نوفه گوسی با میانگین صفر و انحراف استاندارد ۲ نانوتسلا به داده‌ها اضافه شده است. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل استوانه قائم بعد از اضافه کردن نوفه. (ب) نقشه زاویه فاز داده‌های قسمت (الف) که کمینه مقدار آن روی مرز توده قرار گرفته است. (ج) نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت (الف) که بیشینه مقدار آن روی مرز توده قرار گرفته است. (د) نقشه تغییرات خودپذیری مغناطیسی توده. (ه) نتایج برآورد عمق توده به روش SPI که به صورت دایره‌های متناسب با عمق نشان داده شده است. وجود نوفه گوسی، موجب انحراف مقادیر برآورد شده از عمق واقعی توده شده است.



شکل ۴. کاربرد روش روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل منشور قائم. قاعده مدل، مستطیلی است به ابعاد ۲×۴ کیلومتر و در عمق ۵۰۰ متری قرار دارد. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس اطراف به ترتیب ۶۰ و ۱۵ درجه است و مغناطیس باقی مانده‌ای با شدت ۵ A.m^{-1} و با زاویه میل و انحراف به ترتیب ۲۵ و ۵ درجه به توده اضافه شده است. (الف) نقشه پاسخ مغناطیسی مدل منشوری با مغناطیس باقی مانده. (ب) نقشه زاویه فاز داده‌های قسمت (الف). (ج) نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت الف. (د) نتایج برآورد عمق توده به روش SPI به صورت دایره‌های متناسب. (ه) نقشه توزیع خودپذیری مغناطیسی توده.

عرض جغرافیایی تقریبی ۲۹ درجه واقع شده است. کانسار آهن گل‌گهر با شش بی‌هنجاری مجزا (از شماره ۱ تا ۶) در محدوده‌ای به طول تقریبی ۱۰ کیلومتر و عرض تقریبی ۴ کیلومتر، زیر پوشش قابل توجه آبرفت‌ها قرار داشته و هیچ‌گونه رخنمون ماده معدنی در سطح مشاهده نمی‌شود. مجموع توده‌های ناحیه گل‌گهر دارای درصد بالایی از کانی‌مگنتیت به همراه هماتیت است. تحقیقات مغناطیس‌سنجی در محدوده بی‌هنجاری شماره ۲ روی ۲۱ نیم‌رخ با فاصله ۱۰۰ متر صورت گرفته است. روی هر نیم‌رخ ۳۱ ایستگاه برداشت با فاصله ۴۰ متری قرار دارد. میدان مغناطیس زمینه در محل برداشت بر طبق سیستم IGRF برابر با 46300 نانوتسلا تعیین شده است که این مقدار از مقادیر قرائت شده در ایستگاه‌های اندازه‌گیری کسر شده است. روی بی‌هنجاری مغناطیسی شماره ۲ گل‌گهر چندین حلقه گمانه اکتشافی حفر شده که در این گمانه‌ها عمق تا رسیدن به سطح فوقانی توده مشخص شده و بین ۶۰ تا ۱۲۷ متر متغیر است (انصاری، ۱۳۸۵).

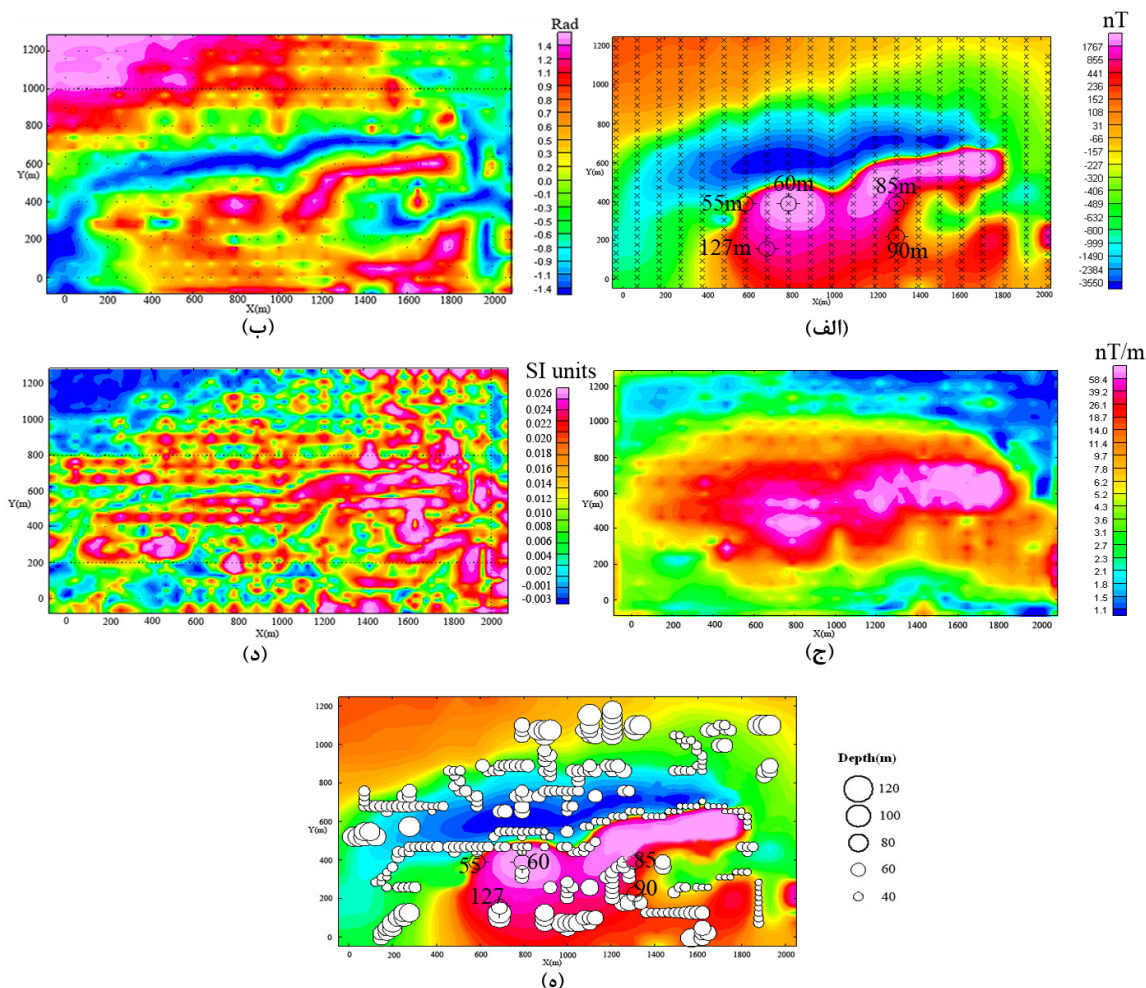
شکل ۵-الف نقشه هم‌مقدار مغناطیس محدوده مورد بررسی را نشان می‌دهد که با استفاده از فیلتر ادامه فراسو تا ارتفاع ۱۲/۵ متری گسترش داده شده است. علامت (×) موقعیت ایستگاه‌های برداشت را نشان می‌دهد. اعداد روی نقشه مربوط به بخشی از نتایج حفاری چاه‌های اکتشافی است که در محدوده مورد بررسی حفر شده است. شکل ۵-ب نقشه زاویه فاز داده‌های مغناطیسی قسمت (الف) را نشان می‌دهد. در این نقشه مقادیر کمینه روی مرز توده آهن قرار گرفته است. شکل ۵-ج نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت (الف) را نشان می‌دهد که بیشینه مقدار آن تعیین‌کننده محدوده کانسار آهن است. در شکل ۵-د نقشه تغییرات ضریب خودپذیری مغناطیسی توده آهن را نشان می‌دهد که بین ۰/۰۲۶ تا ۰/۰۰۱ در دستگاه SI به دست آمده است. در شکل ۵-ه نتایج برآورد عمق

یکی از مزیت‌های این روش این است که نتایج آن به بردار مغناطیس‌شدگی توده بستگی ندارد. برای اثبات این موضوع در این قسمت روش پیش‌گفته روی داده‌های مغناطیسی مدل منشور قائم با فرض وجود مغناطیس باقی‌مانده به کار برده می‌شود. مدل مصنوعی منشوری است با وجوه قائم و قاعده مستطیل به ابعاد 4×2 کیلومتر که در عمق ۵۰۰ متری قرار دارد و اختلاف خودپذیری مغناطیسی آن با اطراف برابر با ۰/۰۱۵ در دستگاه CGS لحاظ شده است. امتداد توده با راستای شمال زاویه ۱۵ درجه می‌سازد و زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس اطراف به ترتیب ۶۰ و ۱۵ درجه فرض شده است. مغناطیس باقی‌مانده با شدت 5 A.m^{-1} و با زاویه میل و انحراف به ترتیب ۲۵ و ۵ درجه به توده اضافه شده است. شکل ۴-الف نقشه پاسخ مغناطیسی توده مدل را نشان می‌دهد. در شکل‌های ۴-ب و ۴-ج به ترتیب نقشه زاویه فاز و نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت الف آمده است. شکل ۴-د مربوط به نتیجه برآورد عمق توده مدل با استفاده از روش SPI است. نتایج به صورت دایره‌هایی که قطر آنها با عمق برآورد شده متناسب است روی نقشه پاسخ مغناطیسی مدل نشان داده شده است. هر دایره معادل ۵۰۰ متر است که برابر عمق اولیه توده در تولید بی‌هنجاری مغناطیسی است. شکل ۴-ه نقشه توزیع ضریب خودپذیری مغناطیسی توده را نشان می‌دهد که بیشینه مقدار آن برابر خودپذیری مغناطیسی اولیه توده ۰/۰۱۵ در دستگاه CGS است.

۴ کاربرد روی داده‌های مغناطیس‌سنجی بی‌هنجاری

شماره دو معدن گل‌گهر سیرجان

ذخایر سنگ آهن گل‌گهر در جنوب ایران، در بخش غربی استان کرمان و در ۵۵ کیلومتری جنوب غربی شهرستان سیرجان در طول جغرافیایی تقریبی ۵۵ درجه و



شکل ۵. کاربرد روی داده‌های مغناطیس‌سنجی بی‌هنجاری شماره ۲ گل‌گهر سیرجان. (الف) نقشه هم‌مقدار مغناطیسی محدوده مورد بررسی که تا ارتفاع ۱۲/۵ متری گسترش داده شده است. علامت (x) بیانگر ایستگاه‌های برداشت مغناطیس‌سنجی و اعداد مربوط به بخشی از حفاری‌های اکتشافی صورت گرفته است. (ب) نقشه زاویه فاز داده‌های قسمت (الف). کمینه مقدار زاویه فاز روی مرز توده آهن قرار دارد. (ج) نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت (الف). در این شکل مقادیر بیشینه محدوده توده را مشخص می‌کند. (د) نقشه تغییرات ضریب خودپذیری مغناطیسی توده که مقادیر بیشینه آن در نواحی توده آهن قرار گرفته است. (ه) نتایج برآورد عمق به روش SPI به صورت دایره‌های متناسب با عمق برآورد شده به همراه نتایج حفاری‌های اکتشافی.

و درصد خطای مربوط به آن را نشان می‌دهد. از مزایای این روش وابسته نبودن نتایج به ویژگی‌های بردار مغناطیس‌شدگی توده و همچنین امکان دخالت دادن کل بی‌هنجاری برداشت شده در عملیات برآورد کردن عمق است. به عبارت دیگر در این روش علاوه بر داده‌های دارای شدت زیاد که مستقیماً روی بی‌هنجاری قرار دارند، داده‌های مجاور نیز مورد برآورد قرار می‌گیرند.

بی‌هنجاری مغناطیسی منطقه به صورت دایره‌های با اندازه‌های متفاوت، متناسب با عمق برآورد شده نشان داده شده است. از روی این نقشه عمق توده در نقاط گوناگون بین ۴۰ تا ۱۲۰ متر تعیین شده است. با توجه به شکل ۵-۵ نزدیکی عمق‌های برآورد شده با نتایج حفاری حاکی از دقت زیاد این روش است. جدول ۱ نتایج حفاری در ۵ نقطه از بی‌هنجاری مغناطیس‌سنجی معدن سنگ آهن گل‌گهر سیرجان به همراه نتایج برآورد عمق به روش SPI

۵ نتیجه‌گیری

یکی از مهم‌ترین مراحل تفسیر بی‌هنجاری‌های میدان پتانسیل، برآورد عمق منابع مولد بی‌هنجاری است. در این راستا روش‌های رایانه‌ای گوناگونی چون اویلر دیکانولوشن دو و سه‌بعدی، ورنر دیکانولوشن و نودی دو‌بعدی و سیگنال تحلیلی سه‌بعدی وجود دارد. روشی که در این مقاله معرفی شده است براساس تغییرات فازی داده‌ها استوار است و تصویرسازی پارامترهای توده (برآورد پارامترهای توده) نام دارد و ضمن آن علاوه بر عمق، اختلاف خودپذیری مغناطیسی توده با اطراف نیز برآورد می‌شود. این روش روی داده‌های مدل استوانه قائم (داده‌های بدون نوفه و با نوفه) به کار رفته است. وجود نوفه در داده‌های مصنوعی استوانه قائم باعث انحراف عمق برآورد شده از عمق واقعی توده در تولید بی‌هنجاری مغناطیسی شده است. برای جلوگیری از تأثیر نوفه بر نتایج برآورد عمق، ضروری است که آنها با استفاده از فیلتر ادامه فراسو حذف شوند. کاربرد موفقیت‌آمیز این روش روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل منشور قائم با وجود مغناطیس باقی‌مانده حاکی از وابسته نبودن نتایج این روش به بردار مغناطیس‌شدگی توده است. همچنین این روش روی داده‌های مغناطیس‌سنجی بی‌هنجاری شماره ۲ گل‌گهر سیرجان به کار رفته است. برای جلوگیری از اثر نوفه‌های سطحی بر نتایج برآورد عمق، بی‌هنجاری مغناطیسی تا ارتفاع ۱۲/۵ متری به طرف بالا گسترش داده شده است. با استفاده از این روش عمق توده مسبب بی‌هنجاری مغناطیسی بین ۴۰ تا ۱۲۰ متر متغیر است که با نتایج حفاری‌های اکتشافی صورت گرفته مطابقت دارد.

منابع

- آهن: مجموعه مقالات بیست و پنجمین گردهمایی علوم زمین، تهران، سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور.
- علمدار، ک.، ۱۳۸۸، تجزیه و تحلیل داده‌های میدان پتانسیل در بعد فرکانس در تعیین ویژگی‌های توده‌های معدنی: پایان‌نامه کارشناسی ارشد اکتشاف معدن، دانشگاه یزد.
- Atchuta Rao, D., Ram Babu, H. V., and Sanker Narayan, P. V., 1981, Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: The complex gradient method: *Geophysics*, **46**, 1572-1578.
- Baranov, V., 1957, A new method for interpretation of aeromagnetic maps: pseudo-gravimetric anomalies: *Geophysics*, **22**, 359-383.
- Bracewell, R., 1965, The Fourier transform and its applications: McGraw-Hill Book Co.
- Grant, F. s., and West, G. F., 1965, Interpretation theory in applied geophysics: McGraw-Hill Book Co.
- Hartman, R. R., Teskey, D. J., and Friedberg, J. L., 1971, A system for rapid digital aeromagnetic interpretation: *Geophysics*, **36**, 891-918.
- Hsu, S. K., Sibuet, J. C., and Shyu C. T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential field anomalies: An enhanced analytic signal technique: *Geophysics*, **36**, 891-918.
- Jian, S., 1976, An automatic method of direct interpretation of magnetic profiles: *Geophysics*, **41**, 531-541.
- Mushayandebvu, M. F., Van, P., Reid, A. B., and Fairhead, J. D., 2004, Magnetic source parameters of two-dimensional structures using extended Euler deconvolution: *Geophysics*, **66**, 814-823.
- Nabighian, M. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation: *Geophysics*, **37**, 507-517.
- Naudy, H., 1971, Automatic determination of depth on aeromagnetic profiles: *Geophysics*, **36**, 712-722.
- Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millet, A. J., and Somerton, I. W., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: *Geophysics*, **55**, 80-91.

انصاری، ع. ح.، ۱۳۸۵، قابلیت‌های روش ژئوفیزیکی گرانی‌سنجی در تعیین مشخصات کانسارهای سنگ

- Spector, A., and Lawler, T. L., 1995, Application of aeromagnetic data to mineral potential evaluation in Minnesota: *Geophysics*, **60**, 1704-1714.
- Thompson, D. T., 1982, EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: *Geophysics*, **47**, 31-37.
- Thurston, J. B., and Brown, R. J., 1994, Automated source-edge location with a new variable pass-band horizontal gradient operator: *Geophysics*, **59**, 546-554.
- Vallee, M. A., Smith, R. S., and St.-Hilaire, C., 2004, Estimating depth and model type using the continuous wavelet transform of magnetic data: *Geophysics*, **69**, 191-199.
- Roest, W. R., Verhoef, J., and Pilkington, M., 1992, Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal: *Geophysics*, **57**, 116-125.
- Salem, A., and Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data: *Geophysics*, **68**, 1952-1961.
- Salem, A., Ravat, D., Smith, R. S., and Ushijima, K., 2008, Interpretation of magnetic data using an enhanced local wavenumber (ELW) method: *Geophysics*, **70**, L7-L12.
- Salem, A., and Smith, R. S., 2005, Depth and structural index from the normalized local wavenumber of 2D magnetic anomalies: *Geophysical Prospecting*, **51**, 83-89.