مجله ژئوفیزیک ایران، جلد ۱۱، شماره ۳، ۱۳۹۶، صفحه ۳۳ - ۴۴

کاربرد معادله اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در تعیین مکان و نوع چشمه‌های آنومالی گرانی

محمد برازش[1*]

[1]کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۰۶، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۲۳)

چکیده

روش استاندارد اویلر روشی خودکار در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل است که در سال‌های اخیر استفاده از آن گسترش زیادی پیدا کرده است. نتایج این روش وابسته به دقت پارامتر اندیس ساختاری فرض شده دارد و در حضور چشمه‌های تداخلی دقت نتایج کاهش می‌یابد. به‌منظور از بین بردن این مشکل روش‌های متعددی بر اساس مشتقات این معادله طراحی شده‌اند که یکی از آنها دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی است. دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی توابعی همگن هستند و در معادله اویلر صدق می‌کنند که بدین‌وسیله می‌توان علاوه بر تخمین موقعیت چشمه به‌صورت هم‌زمان اندیس ساختاری را نیز تخمین زد. سیگنال تحلیلی‌های جهتی از مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی به دست می‌آیند و در این مقاله در حالت کلی اثبات شده است که هرکدام از توابع دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x، y و z در معادله اویلر صدق می‌کنند. از ترکیبات آنها دو معادله جدید نتیجه شد که در تعیین موقعیت و اندیس ساختاری چشمه بسیار مؤثر است. کاربرد هرکدام از سیگنال تحلیلی‌های جهتی به‌صورت جداگانه و توأمان در تعیین موقعیت و اندیس ساختاری به مدلی در حضور چشمه‌های تداخلی و نوفه گاوسی نسبتاً بالا اعمال شد. دامنه سیگنال تحلیلی در جهت z و استفاده هم‌زمان از هر سه دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی مشابه با دو معادله جدید معرفی شده در این مقاله نسبت به سایر معادلات نتایج بهتری ارائه دادند. سرانجام این روش‌ها بر روی‌داده‌های واقعی گرانی کانسار منگنزی صفو واقع در ۲۵ کیلومتری شهرستان چالدران بکار رفت و برای این معدن مقداری برای عمق (حدوداً ۶ متر) و اندیس ساختاری با مقداری منفی و نزدیک به صفر تخمین زده شد.

واژه‌های کلیدی: اویلر، واهمامیخیت، سیگنال تحلیلی‌های جهتی، تانسور گرادیان گرانی

* نگارنده رابط: barazeshm@ut.ac.ir

۱ مقدمه

امروزه استفاده از گرادیومتری‌های گرانی به‌منظور اندازه‌گیری گرادیان‌های مؤلفه‌های بردار گرانی اجتناب‌ناپذیر است. تانسور گرادیان گرانی (GGT) از مشتقات مرتبه دوم پتانسیل گرانشی در جهت‌های x، y و z در سیستم مختصات کارتزین استفاده می‌کند. پتانسیل گرانشی U ناشی از یک توزیع جرمی ρ در یک حجم V را می‌توان به‌صورت زیر نوشت (بیکی و پدرسن، ۲۰۱۰؛ بیکی، ۲۰۱۰):

$$U(r) = -G\int_V \frac{\rho(r')}{|r-r'|}dv' \quad , \tag{۱}$$

که r و r' به‌ترتیب نمایانگر نقطه مشاهده‌ای و نقطه انتگرال‌گیری و G ثابت گرانشی هستند؛ بنابراین تانسور گرادیان گرانی برابر است با:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{xy} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{xz} & g_{yz} & g_{zz} \end{pmatrix}. \tag{۲}$$

ماتریس بالا ماتریسی متقارن است؛ بنابراین تنها پنج مؤلفه مستقل از هم دارد. در سه بعد، مؤلفه‌های ستون سوم تانسور گرادیان گرانی جفت تبدیل هیلبرت مؤلفه‌های ستون اول و دوم هستند. نبیغان و هانسن (۲۰۰۱) نشان دادند که روابط تبدیل هیلبرت سه‌بعدی برای داده‌های میدان پتانسیل را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$H_x(f) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-x'}{r^3} f(x',y')\,dx'\,dy' , \tag{۳}$$

$$H_y(f) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y-y'}{r^3} f(x',y')\,dx'\,dy' , \tag{۴}$$

$$H(f) = H_x(f)\hat{i} + H_y(f)\hat{j} , \tag{۵}$$

که x' و y' مختصات مکانی نقاط انتگرال‌گیری و $r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$ است. همان‌گونه که در معادلات بالا مشاهده می‌شود، تبدیل هیلبرت در حالت سه‌بعدی از دو قسمت تشکیل شده است، یکی بر روی مؤلفه x عمل می‌کند و دیگری بر روی مؤلفه y. جدول ۱ برخی نتایج اعمال تبدیل هیلبرت سه‌بعدی را بر روی مؤلفه‌های بردار گرانی و تانسور گرادیان گرانی نشان می‌دهد.

روش‌های متعددی طراحی‌شده‌اند که با استفاده از مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی یا مشتقات آنها به‌منظور تخمین عمق، موقعیت افقی و نوع منشأ گرانی از آنها کاربرد دارند (بیکی، ۲۰۱۰). روش استاندارد واهمامیخت اویلر روشی خودکار و مرسوم در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل است که با فرض نوع چشمه آنومالی قادر به تعیین مکان و پارامتر منطقه‌ای است (رئید و همکاران،۱۹۹۰؛ تامپسون، ۱۹۸۲). دقت این روش وابسته به اندیس ساختاری فرض شده برای چشمه آنومالی است.

جدول ۱. نتیجه اعمال تبدیل هیلبرت سه‌بعدی بر روی مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی (با تغییر از بیکی (۲۰۱۰)).

f	$H_x(f)$	$H_y(f)$
g_z	$-g_x$	$-g_y$
g_{xz}	$-g_{xx}$	$-g_{xy}$
g_{yz}	$-g_{xy}$	$-g_{yy}$
g_{zz}	$-g_{xz}$	$-g_{yz}$

استفاده از روش‌های واهمامیخت اویلر تعمیم‌یافته به‌جای استفاده از روش استاندارد آن می‌تواند بر این مشکل غلبه کند. اغلب این روش‌ها از مشتقات داده‌های میدان پتانسیل در جهات x، y و z یا ترکیبات آنها استفاده می‌کنند که احتمال تقویت نوفه در این روش‌ها زیاد بوده و استفاده از روش‌های کاهش اثر نوفه اجتناب‌ناپذیر است (میخایلف و همکاران، ۲۰۰۷؛ ما و همکاران، ۲۰۱۳؛ ما،

۲۰۱۴). اندازه پنجره واهمامیخت، فاصله نمونه‌برداری، دستگاه مختصات مورد استفاده، فاصله شبکه‌ای و روش‌های حذف پاسخ‌های نامعتبر از مسائل مهم در به‌کارگیری موفق این روش است (رئید و همکاران، ۲۰۱۲؛ رئید و همکاران، ۲۰۱۴).

۲ روش تحقیق

نبیغیان (۱۹۸۴) سیگنال تحلیلی سه‌بعدی را معرفی کرد و نشان داد که تبدیل هیلبرت هر میدان پتانسیل در روابط کوشی- ریمان صدق می‌کند. روئست و همکاران (۱۹۹۲) به‌صورت زیر دامنه سیگنال تحلیلی میدان پتانسیل $f(x,y)$ را بر روی سطح افقی به سه بعد تعمیم دادند:

$$A(x,y)=\sqrt{\left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right]^2+\left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right]^2+\left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial z}\right]^2}\ , \quad (۶)$$

که با قرار دادن هرکدام از مؤلفه‌های بردار گرانی ($\vec{g}=(g_x,g_y,g_z)$) به‌جای پارامتر $f(x,y)$ می‌توان سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x، y و z را به‌صورت زیر به دست آورد:

$$A_x(x,y)=\sqrt{g_{xx}^{\ 2}+g_{xy}^{\ 2}+g_{xz}^{\ 2}}\ , \quad (۷)$$

$$A_y(x,y)=\sqrt{g_{xy}^{\ 2}+g_{yy}^{\ 2}+g_{yz}^{\ 2}}\ , \quad (۸)$$

$$A_z(x,y)=\sqrt{g_{xz}^{\ 2}+g_{yz}^{\ 2}+g_{zz}^{\ 2}}\ , \quad (۹)$$

در حالت کلی هرکدام از معادلات بالا در معادله همگن اویلر صدق می‌کنند و در زیر این فقط برای معادله (۷) در حالت کلی اثبات می‌شود.

ژانگ و همکاران (۲۰۰۰) نشان دادند که مؤلفه‌های افقی بردار گرانی ($\vec{g}=(g_x,g_y,g_z)$) همانند مؤلفه قائم آن در معادله همگن اویلر صدق می‌کند:

$$(x-x_0)\frac{\partial g_x}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_x}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_x}{\partial z}=N(B_x-g_x)\ , \quad (۱۰)$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_y}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_y}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial gy}{\partial z}=N(B_y-g_y)\ , \quad (۱۱)$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_z}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_z}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_z}{\partial z}=N(B_z-g_z)\ , \quad (۱۲)$$

که N اندیس ساختاری و B_x، B_y و B_z پارامترهای آنومالی منطقه‌ای مؤلفه‌های بردار گرانی در جهات x، y و z هستند. $P(x,y,z)$ و $P_0(x_0,y_0,z_0)$ به‌ترتیب نقاط مشاهده‌ای و موقعیت چشمه هستند. با مشتق‌گیری از معادله (۱۰) نسبت به x، y و z روابط زیر بدست خواهد آمد:

$$(x-x_0)\frac{\partial g_{xx}}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_{yx}}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_{zx}}{\partial z}=-(N+1)g_{xx}\ , \quad (۱۳)$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_{xx}}{\partial y}+(y-y_0)\frac{\partial g_{yx}}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_{zx}}{\partial y}=-(N+1)g_{yx}\ , \quad (۱۴)$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_{xx}}{\partial z}+(y-y_0)\frac{\partial g_{yx}}{\partial z}+(z-z_0)\frac{\partial g_{zx}}{\partial z}=-(N+1)g_{zx}\ , \quad (۱۵)$$

که $g_{\alpha\beta}=\dfrac{\partial g_\beta}{\partial\alpha}$ $(\alpha,\beta=x,y,z)$ مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی هستند. با ضرب معادلات (۱۵-۱۳) به‌ترتیب در g_{xx}، g_{yx} و g_{zx} و جمع کردن هر سه معادله و تقسیم آن به A_x، معادله زیر بدست خواهد آمد:

$$(x-x_0)\frac{\partial A_x}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial A_x}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial A_x}{\partial z}=-(N+1)A_x\ , \quad (۱۶)$$

با انجام مراحل بالا برای معادلات (۱۱) و (۱۲) عباراتی مشابه معادله (۱۶) برای سیگنال تحلیلی در جهات y و z به دست خواهد آمد:

$$(x-x_0)\frac{\partial A_y}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial A_y}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial A_y}{\partial z} = -(N+1)A_y\ , \qquad (۱۷)$$

$$(x-x_0)\frac{\partial A_z}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial A_z}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial A_z}{\partial z} = -(N+1)A_z\ , \qquad (۱۸)$$

در معادلات بالا مشتقات سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x، y و z را می‌توان با عبارات زیر بیان کرد (بیکی، ۲۰۱۰):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_\alpha(x,y,z)}{\partial x} &= \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x^2})+\frac{\partial g_\alpha}{\partial y}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x\partial y})+\frac{\partial g_\alpha}{\partial z}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x\partial z})}{A_\alpha(x,y,z)}\\
\frac{\partial A_\alpha(x,y,z)}{\partial y} &= \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x\partial y})+\frac{\partial g_\alpha}{\partial y}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y^2})+\frac{\partial g_\alpha}{\partial z}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y\partial z})}{A_\alpha(x,y,z)}\ , \qquad (۱۹)\\
\frac{\partial A_\alpha(x,y,z)}{\partial z} &= \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x\partial z})+\frac{\partial g_\alpha}{\partial y}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y\partial z})+\frac{\partial g_\alpha}{\partial z}(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial z^2})}{A_\alpha(x,y,z)}
\end{aligned}$$

که می‌توان به‌جای α پارامترهای x، y و z قرار داد.

در ادامه دو معادله جدید از معادلات بالا به دست خواهد آمد. با ضرب معادله (۱۶) در A_x و معادله (۱۴) در A_y و جمع‌کردن هر دو معادله، رابطه (۲۰) بدست خواهد آمد:

$$(x-x_0)\frac{\partial A_{xy}}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial A_{xy}}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial A_{xy}}{\partial z} = -(N+1)A_{xy}\ , \qquad (۲۰)$$

که $A_{xy}=\sqrt{A_x^{\ 2}+A_y^{\ 2}}$ و مشتقات در معادلات بالا به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_{xy}}{\partial x} &= \frac{1}{A_{xy}}(\frac{\partial A_x}{\partial x}A_x+\frac{\partial A_y}{\partial x}A_y)\\
\frac{\partial A_{xy}}{\partial y} &= \frac{1}{A_{xy}}(\frac{\partial A_x}{\partial y}A_x+\frac{\partial A_y}{\partial y}A_y)\ , \qquad (۲۱)\\
\frac{\partial A_{xy}}{\partial z} &= \frac{1}{A_{xy}}(\frac{\partial A_x}{\partial z}A_x+\frac{\partial A_y}{\partial z}A_y)
\end{aligned}$$

به‌صورت مشابه با ضرب معادلات (۱۸-۱۶) به‌ترتیب در A_x، A_y و A_z معادله‌ای مشابه معادله (۲۰) به‌دست می‌آید:

$$(x-x_0)\frac{\partial A_{xyz}}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial A_{xyz}}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial A_{xyz}}{\partial z} = -(N+1)A_{xyz}\ , \qquad (۲۲)$$

که $A_{xyz}=\sqrt{A_x^{\ 2}+A_y^{\ 2}+A_z^{\ 2}}$. مشتقات در معادله بالا را می‌توان از معادله زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_{xyz}}{\partial x} &= \frac{1}{A_{xyz}}(\frac{\partial A_x}{\partial x}A_x+\frac{\partial A_y}{\partial x}A_y+\frac{\partial A_z}{\partial x}A_z)\\
\frac{\partial A_{xyz}}{\partial y} &= \frac{1}{A_{xyz}}(\frac{\partial A_x}{\partial y}A_x+\frac{\partial A_y}{\partial y}A_y+\frac{\partial A_z}{\partial y}A_z)\ , \qquad (۲۳)\\
\frac{\partial A_{xyz}}{\partial z} &= \frac{1}{A_{xyz}}(\frac{\partial A_x}{\partial z}A_x+\frac{\partial A_y}{\partial z}A_y+\frac{\partial A_z}{\partial z}A_z)
\end{aligned}$$

دبگلیا و کورپل (۱۹۹۷) نشان دادند که مشتقات دامنه سیگنال تحلیلی نسبت به دامنه سیگنال تحلیلی به‌صورت مؤثرتری ساختارهای تداخلی را از هم جدا می‌کند. بیکی (۲۰۱۰) تابع ED را از ترکیبات مشتقات سیگنال تحلیلی‌های جهتی معرفی کرد که به‌خوبی بیشینه مقادیر آن بر روی لبه چشمه‌های آنومالی قرار دارد:

$$ED=\sqrt{\left[\frac{\partial A_x}{\partial z}\right]^2+\left[\frac{\partial A_y}{\partial z}\right]^2}\ , \qquad (۲۴)$$

هرکدام از معادلات معرفی شده در بالا را می‌توان به‌صورت جداگانه و توأمان در پنجره‌ای متحرک با مرکز آن بر روی یکی از نقاط شبکه به‌منظور تخمین موقعیت $P_0(x_0, y_0, z_0)$ و اندیس ساختاری (N) چشمه به شکل ماتریسی و از روش کمترین مربعات خطی حل کرد.

۳ مدل مصنوعی

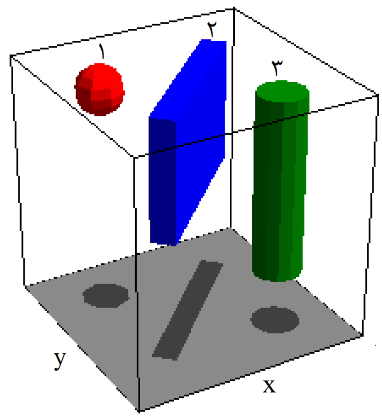
در این قسمت، مدلی شامل سه جسم در عمق‌ها و با چگالی‌های مختلف به‌منظور بررسی کارایی روش در تخمین موقعیت و اندیس ساختاری در نظر گرفته شد. چشم‌انداز سه‌بعدی این مدل در شکل ۱ نشان داده شده است. مشخصات فیزیکی و هندسی مدل در جدول ۲ ارائه شده است. به این مدل نوفه گوسی نسبتاً بالا با میانگین صفر و انحراف معیار ۲ اتووش (E) (حدود ۱۰ درصد g_{zz}) به مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی اضافه شد. برای کاهش تأثیر نوفه قبل از اعمال روش، ادامه فراسو به ارتفاع ۲۰ متر بر روی داده‌ها انجام گرفت. شکل ۲–الف تا ۲–ج به‌ترتیب دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x، y و z را برای مدل شکل ۱ نشان می‌دهد. شکل ۲–د نیز تابع ED را بعد از اعمال ادامه فراسو نمایش می‌دهد که مقادیر بیشینه آن (دایره‌های سفیدرنگ) تقریباً بر روی لبه‌ی چشمه‌ها قرار دارد. مکان بیشینه تابع از الگوریتم معرفی‌شده توسط بلکلی و سیمپسون (۱۹۸۶) به‌دست آمدند. شکل‌های ۳–الف تا ۳–ج موقعیت افقی و عمق به‌دست‌آمده از روش اویلر را برای معادلات (۱۸–۱۶) به‌صورت جداگانه و شکل‌های ۳–د و ۳–ه به‌ترتیب موقعیت افقی و عمق به‌دست‌آمده با در نظر گرفتن معادلات (۱۷–۱۶) و (۱۸–۱۶) به‌صورت همزمان را نمایش می‌دهد. حل‌های به‌دست‌آمده از روش اویلر به‌صورت نقاط رنگی دارای مقدار بر روی شکل نشان داده شده است. از معیار زیر برای تمیز حل‌های قابل‌قبول از حل‌های نادرست می‌توان استفاده کرد:

۱) حذف پاسخ‌هایی که موقعیت افقی آنها خارج از محدوده پنجره متحرک هستند.

۲) حذف عمق‌های دارای مقدار منفی.

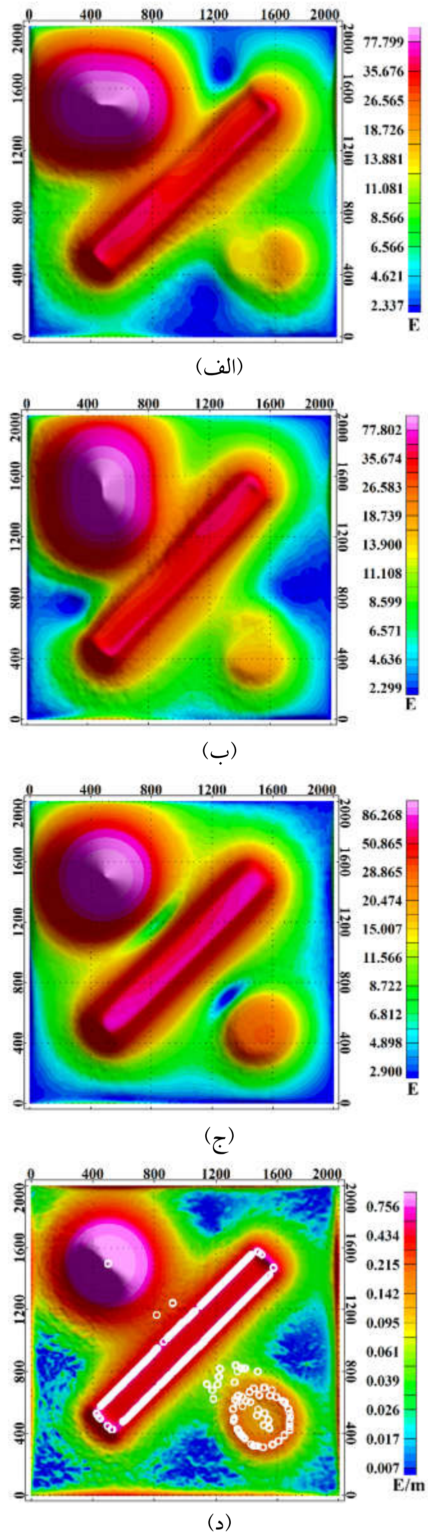
۳) حذف عمق‌های کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از یک مقدار آستانه. مقدار آستانه توسط مفسر و با توجه به اطلاعات دیگر از منطقه مورد مطالعه انجام می‌شود.

۴) حذف اندیس ساختاری‌های غیرمعقول از حل‌های به‌دست‌آمده.



شکل ۱. چشم‌انداز سه‌بعدی مدل مصنوعی.

برای مدل بالا پنجره متحرک ۷×۷ در نظر گرفته شد. اکثر حل‌های قابل‌اعتماد بر روی بیشینه مقادیر تابع استفاده شده برای حل اویلر قرار دارد. مقادیر بیشینه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x و y تا حدودی در این جهات کشیده شده است و حل‌های اویلر نیز از روی لبه‌ها انحراف پیداکرده است. همان‌گونه که از شکل ۳ پیداست، عمق‌های به‌دست‌آمده از سیگنال تحلیلی در جهت z به علت قرار گرفتن بیشینه مقادیر آن مستقیماً بر روی چشمه آنومالی و اثرات ترکیبی هر سه معادله به علت افزایش سه‌برابری تعداد معادلات در به‌دست آوردن حل‌های اویلر دارای پاسخ‌های قابل اعتمادتری هستند.



شکل ۲. نقشه‌های سیگنال تحلیلی جهتی در جهات (الف) x، (ب) y، (ج) z و (د) تابع ED. دایره‌های سفیدرنگ در این شکل نمایانگر مکان بیشینه این تابع است. قبل از محاسبه بر روی مؤلفه‌های تانسور گرادیان ادامه فراسو به ارتفاع ۲۰ متر انجام شده است.

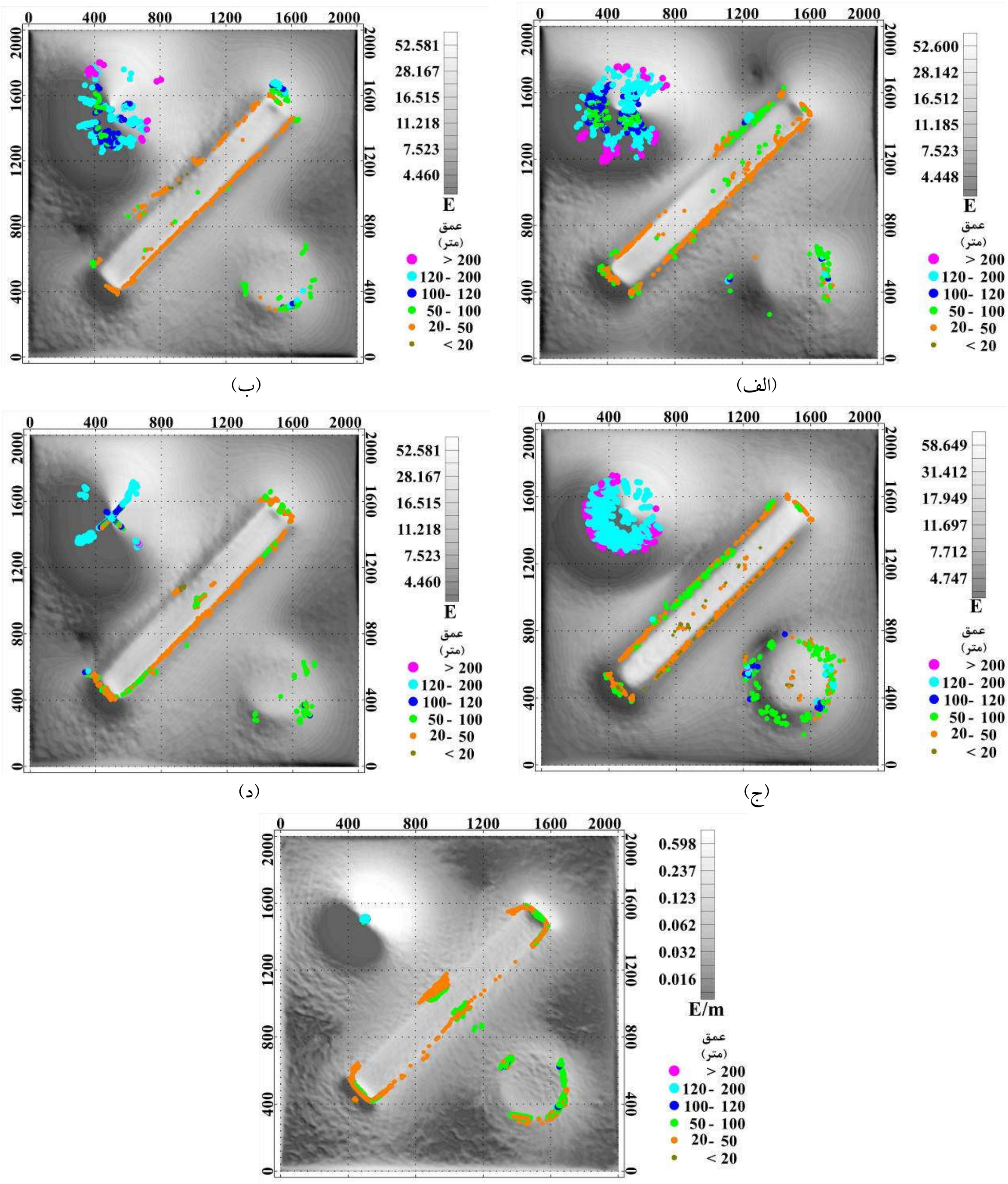
شکل ۴-الف و ۴-ب به‌ترتیب موقعیت افقی و عمق به‌دست‌آمده از معادلات (۲۰) و (۲۲) نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل ۴-ب قابل‌مشاهده است نتایج بر روی استوانه قائم دارای پیوستگی بیشتر است.

اندیس ساختاری نمایانگر اندازه‌گیری نرخ کاهش میدان پتانسیل با فاصله از چشمه آنومالی است. شکل ۵-الف تا ۵-ه نتایج اندیس ساختاری به‌دست‌آمده معادل با معادلات به‌کار رفته در شکل ۳ را نشان می‌دهد. اندیس ساختاری برای مکعب و استوانه قائم بر روی لبه‌های آنها و دارای مقداری منفی و نزدیک به صفر است درصورتی‌که مقدار تئوری اندیس ساختاری برای استوانه قائم برابر با مقدار ۱ است. این بدان علت است که لبه‌های مکعب و استوانه قائم قابل تقریب با سطوح تماس (کنتاکت) و دارای مقدار اندیس ساختاری تقریباً برابر با صفر است.

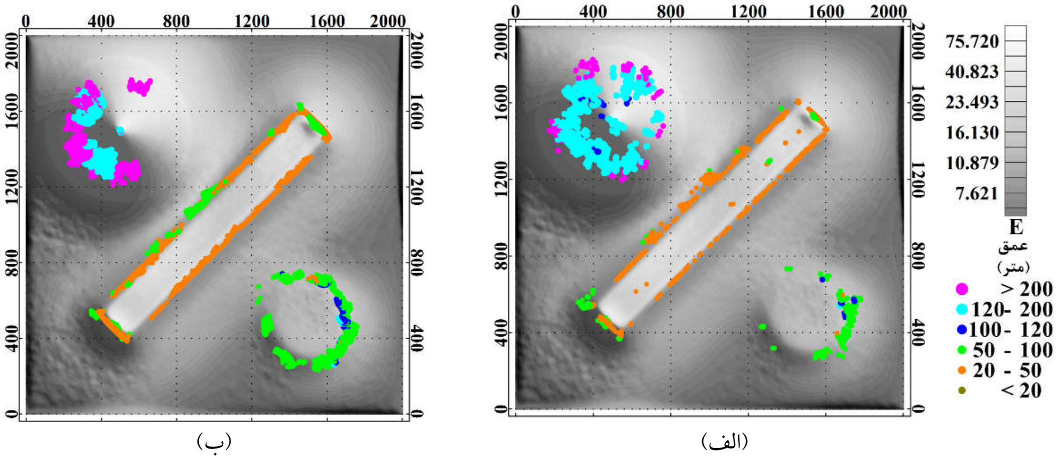
جدول ۲. مشخصات فیزیکی و هندسی اجسام در مدل مصنوعی شکل ۱.

جسم	چگالی (کیلوگرم بر مترمکعب)	عمق کمینه/مرکز (متر)	ضخامت/شعاع (متر)	عمق بیشینه (متر)
کره (۱)	۱۰۰۰	۲۰۰	۲۰۰	–
مکعب (۲)	۲۰۰	۲۰	۲۰۰	۱۰۰۰
استوانه قائم (۳)	۱۰۰	۵۰	۲۰۰	۲۰۰۰

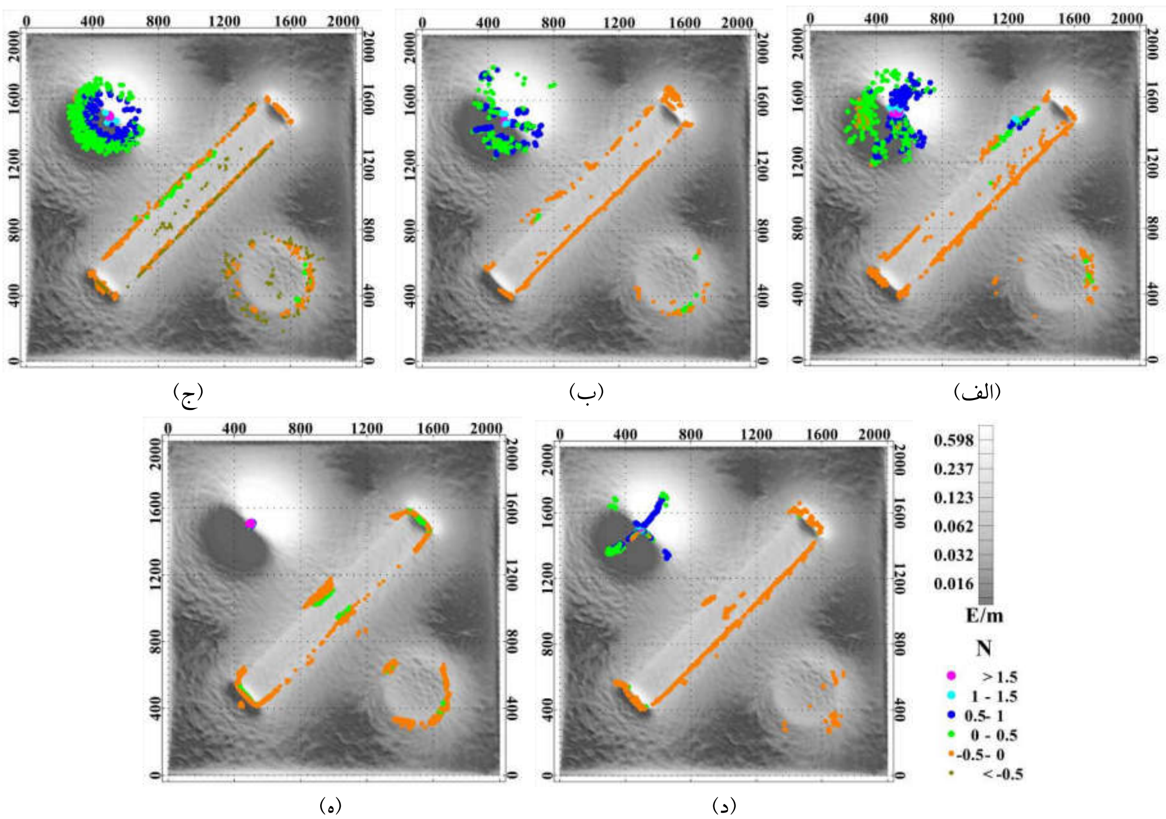
همان‌گونه که پیش‌تر بیان شد اندیس ساختاری با فاصله از مرکز چشمه آنومالی کاهش می‌یابد و همان‌طور که از اندیس ساختاری‌های به‌دست‌آمده برای کره مشهود است با نزدیک شدن به مرکز کره اندیس ساختاری به مقدار واقعی آن (مقدار ۲) نزدیک می‌شود. شکل ۶ نتایج اندیس ساختاری به‌دست‌آمده از معادلات جدیدی که در این مقاله معرفی شد (معادلات ۲۰ و ۲۲) نشان می‌دهد که به نتایج به‌دست‌آمده در شکل ۵ بسیار نزدیک است.



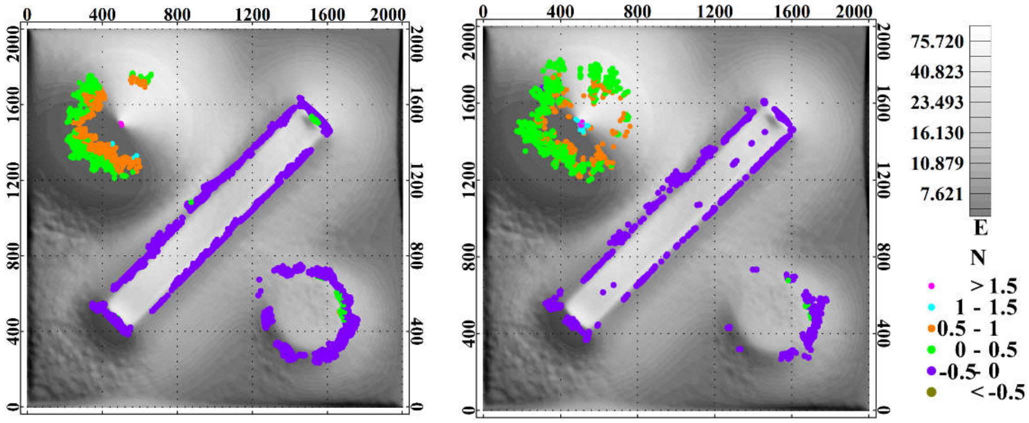
شکل ۳. نتایج تخمین عمق با استفاده از معادلات اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی. (الف) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۶). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت x را نشان می‌دهد. (ب) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۷). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت y را نشان می‌دهد. (ج) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۸). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت z را نشان می‌دهد. (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶) و (۱۷). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت y را نشان می‌دهد. (ه) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). تصویر پس‌زمینه تابع ED را نشان می‌دهد.



شکل ۴. (الف) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۰). (ب) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نتایج تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادلات اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی. (الف) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۱۶). (ب) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۱۷). (ج) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۱۸). (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶) و (۱۷). (ه) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). تصویر پس‌زمینه تابع ED را نشان می‌دهد.



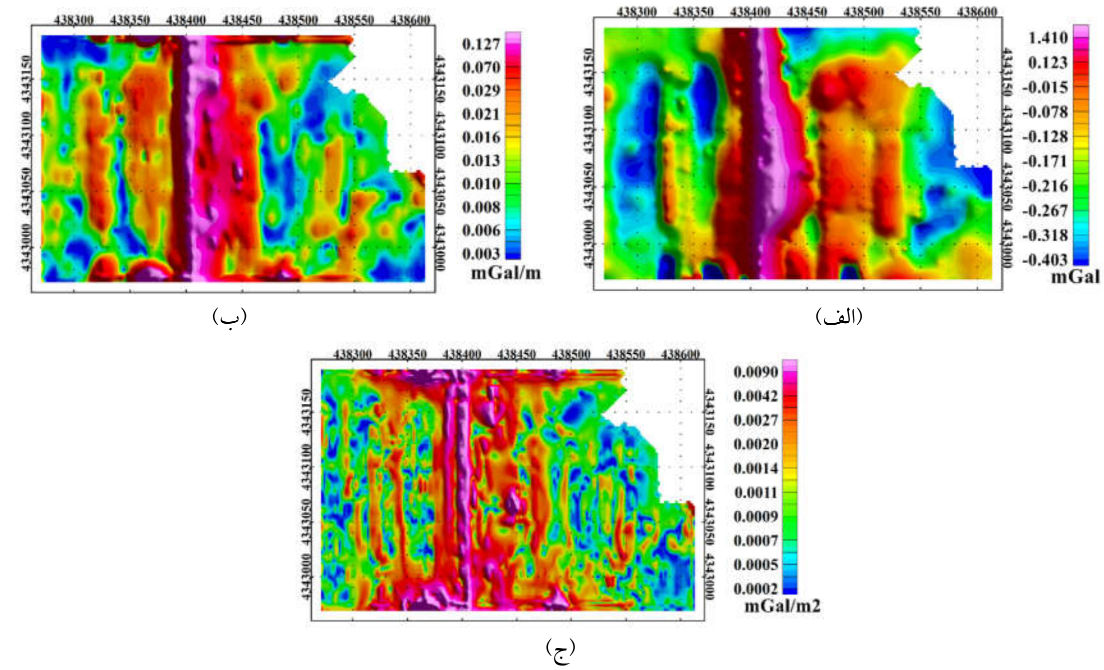
شکل ۶. (الف) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۲۰). (ب) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد.

۴ داده‌های واقعی

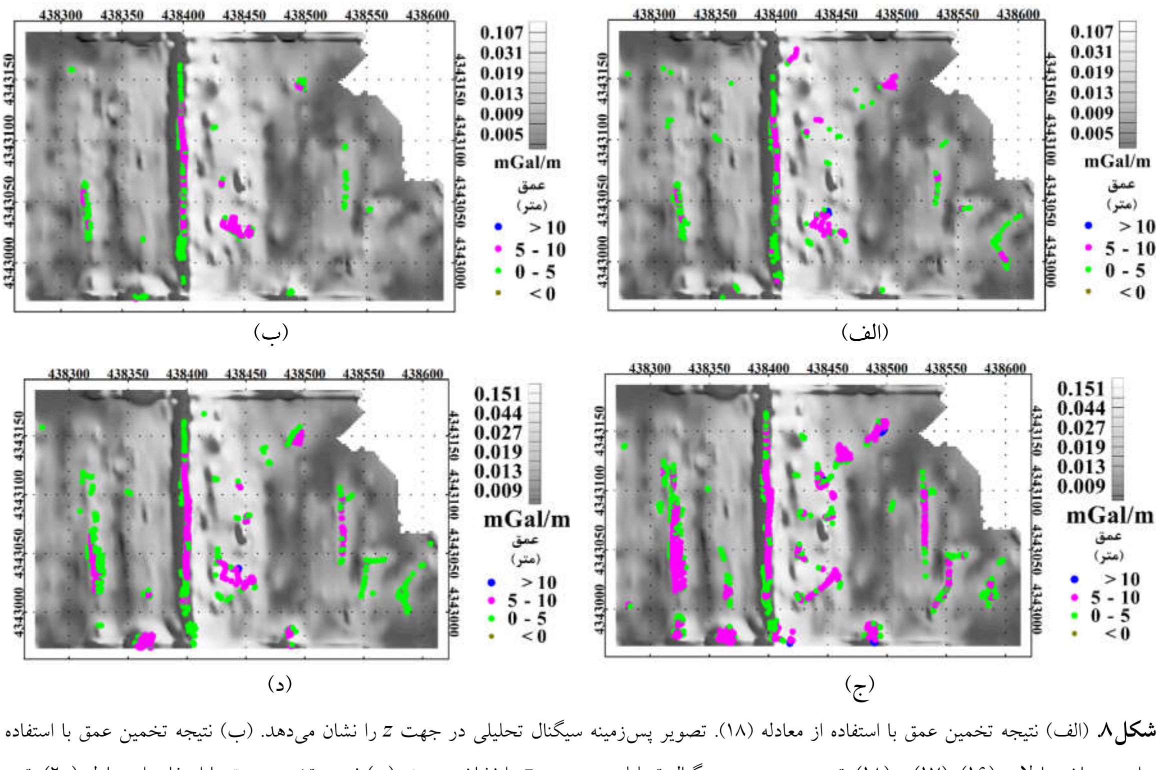
کانسار منگنز صفو در فاصله حدود ۲۵ کیلومتری شمال شهرستان چالدران واقع است. این منطقه به لحاظ ساختاری و زمین‌شناسی در زون افیولیتی شمال باختر کشور (موسوم به افیولیت خوی) جای دارد. در افیولیت خوی نشانه‌هایی از کانه‌زایی یافت می‌شود که عموماً از نوع نهشته‌های منگنز، منگنز- آهن، آهن و منگنز- آهن- مس هستند. در منطقه صفو، انباشتگی منگنز در چند افق در درون شیل‌های آهکی پلاژیک قرمزرنگ، چرت و آهک پلاژیک روی داده است. در این منطقه برداشت گرانی در مستطیلی که گوشه منتهاالیه جنوب غربی آن به مختصات ۴۳۸۲۷۶ و ۴۳۴۲۹۷۱ و گوشه شمال شرقی آن به مختصات ۴۳۸۶۰۹ و ۴۳۴۳۱۸۷ در سیستم تصویر UTM قرار دارد، انجام‌شده است.

البته در این محدوده در گوشه شمال شرقی شبکه به‌علت عوارض توپوگرافی، داده گرانی کمتری برداشت شده است. شکل ۷–الف بی‌هنجاری باقیمانده را نشان می‌دهد که گسترش شمالی- جنوبی چشمه آنومالی به‌خوبی در این شکل مشهود است. شکل ۷–ب و ۷–ج به‌ترتیب نقشه مؤلفه g_{zz} در تانسور گرادیان گرانی و تابع ED را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل‌ها می‌توان دید تابع ED توانسته است لبه غربی آنومالی را به‌صورت باریکه‌ای برجسته‌تر از مؤلفه g_{zz} نشان دهد. برای به‌دست آوردن موقعیت و اندیس ساختاری از معادلات ذکر شده در بالا پنجره‌ای متحرک با اندازه ۱۱×۱۱ برای هرکدام از معادلات در نظر گرفته شد.

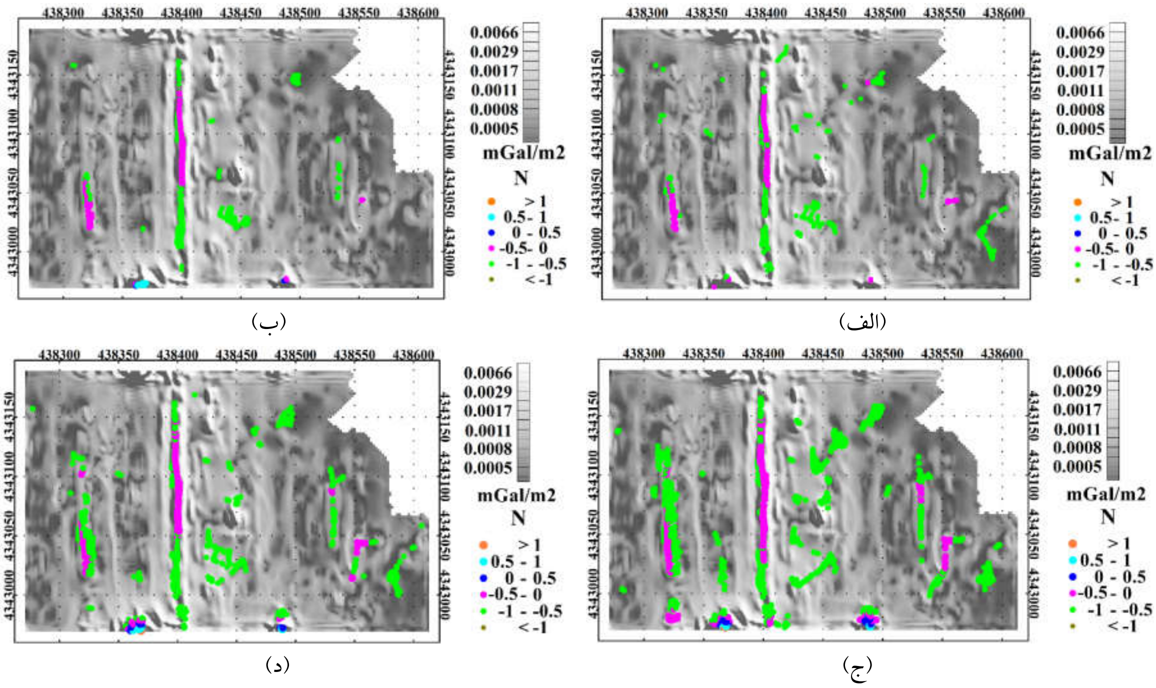
شکل ۸–الف و ۸–ب به‌ترتیب موقعیت افقی و عمق به‌دست‌آمده از معادله (۱۶) و حل هم‌زمان معادلات (۱۸-۱۶) را نشان می‌دهد. نتایج تعیین موقعیت با استفاده از معادلات (۲۰) و (۲۲) نیز به‌ترتیب در شکل‌های ۸–ج و ۸–د نمایش داده شده است (از سایر معادلات نیز نتایج مشابهی به دست آمد که در اینجا آورده نشده است). با توجه به شکل ۸ تمام این روش‌ها عمق را بر روی لبه غربی آنومالی به‌خوبی در بازه ۱۰-۵ متر نشان می‌دهد. اندیس ساختاری برای این معادلات محاسبه و در شکل ۹ با استفاده از دایره‌های رنگی دارای مقدار نمایش داده شده است که مقادیر نمایانگر وجود سطح تماس (کنتاکت) با مقادیر منفی نزدیک به صفر است.



شکل۷. (الف) آنومالی باقیمانده بر روی معدن منگنزی صفو. (ب) نقشه سیگنال تحلیلی جهتی در جهت z (ج) نقشه تابع ED.



شکل۸. (الف) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۸). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت z را نشان می‌دهد. (ب) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت z را نشان می‌دهد. (ج) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۰). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد. (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد.



شکل ۹. (الف) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۱۸). (ب) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). (ج) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۲۰). (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع ED را نشان می‌دهد.

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله کاربرد معادله اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در تعیین موقعیت و اندیس ساختاری چشمه‌های آنومالی گرانی مورد بررسی قرار گرفت. سیگنال تحلیلی‌های جهتی برحسب مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی تعریف می‌شوند که ستون سوم این تانسور جفت تبدیل هیلبرت ستون اول و دوم است. ابتدا در حالت کلی اثبات شد که هرکدام از سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x، y و z در معادله اویلر صدق می‌کنند و سپس با استفاده از ترکیبات آنها دو معادله جدید نتیجه شد که در تعیین موقعیت و نوع چشمه مستقیماً بر روی آن نسبت به استفاده‌ی منفرد از هرکدام از سیگنال تحلیلی‌های جهتی موفق‌تر است. همچنین می‌توان از سیگنال تحلیلی‌های جهتی به‌منظور تشخیص لبه‌های اجسام استفاده کرد. در این مورد از تابعی بر اساس مشتقات قائم سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x و y استفاده شد که به‌خوبی لبه چشمه‌های آنومالی را برجسته می‌نماید. بیشینه مقادیر سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهت z مستقیماً بر روی لبه چشمه‌های آنومالی قرار دارد اما به علت کشیدگی توابع سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x و y در این جهات بیشینه مقادیر آنها نیز از روی لبه‌ها انحراف دارد و موقعیت افقی به‌دست‌آمده از کاربرد معادلات اویلر آنها قطعیت پایینی دارد. به همین جهت استفاده هم‌زمان از هر دو یا سه دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی می‌تواند جواب‌های دقیق‌تری ارائه دهد.

استفاده از معادله اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی نسبت به روش استاندارد اویلر دارای معایب و محاسنی است. در حضور چشمه‌های تداخلی روش استاندارد معادله اویلر به علت استفاده از مشتقات مرتبه دوم و فرض تنها یک اندیس ساختاری برای کل چشمه‌های دخیل در

آنومالی نتایج به‌دست‌آمده دارای خطای بالاتر و قدرت تفکیک پایین‌تری نسبت به معادله اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی است. مزیت دیگر استفاده از معادله سیگنال تحلیلی‌های جهتی به‌دست آوردن اندیس ساختاری به‌صورت هم‌زمان با موقعیت چشمه است. به علت اینکه معادله اویلر سیگنال تحلیلی‌های جهتی از مشتقات مرتبه سوم نسبت به معادله استاندارد آن استفاده می‌کند نسبت به سطح نوفه حساس‌تر است؛ بنابراین استفاده از روش‌های کاهش اثر نوفه مانند ادامه فراسو مفید است.

روش توصیف‌شده در بالا بر روی مدلی مصنوعی در حضور چشمه‌های تداخلی و نوفه گوسی نسبتاً بالا امتحان شد. همچنین این روش بر روی معدن منگنزی صفو اعمال شد که نتایج به‌دست‌آمده موقعیت افقی، عمق (در حدود ۶ متر) و اندیس ساختاری را برای این منطقه نشان می‌دهد.

سپاسگزاری

نویسنده مقاله بر خود لازم می‌داند که از مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران بخش گرانی‌سنجی به‌منظور اجازه برای استفاده از داده‌های میدان گرانی منطقه صفو تشکر کند.

منابع

Beiki, M., 2010, Analytic signals of gravity gradient tensor and their application to estimate source location: Geophysics, **75**(6), I59-I74.

Beiki, M., and Pedersen, L. B., 2010, Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies: Geophysics, **75**(6), I37-I49.

Blakely, R. J., and Simpson, R. W., 1986, Approximating edges of source bodies from magnetic or gravity anomalies: Geophysics, **51**(7), 1494-1498.

Debeglia, N., and Corpel, J., 1997, Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives: Geophysics, **62**(1), 87-96.

Ma, G., 2014, The application of extended Euler deconvolution method in the interpretation of potential field data: Journal of Applied Geophysics, **107**, 188-194.

Ma, G., Huang, D., and Liu, C., 2013, Application of balanced edge detection filters to estimate the location parameters of the causative sources using potential field data: Journal of Applied Geophysics, **99**, 18-23.

Mikhailov, V., Pajot, G., Diament, M., and Price, A., 2007, Tensor deconvolution: A method to locate equivalent sources from full tensor gravity data: Geophysics, **72**(5), I61-I69.

Nabighian, M. N., and Hansen, R., 2001, Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via the generalized Hilbert transform: Geophysics, **66**(6), 1805-1810.

Reid, A. B., Allsop, J., Granser, H., Millett, A. T., and Somerton, I., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: Geophysics, **55**(1), 80-91.

Reid, A. B., Ebbing, J., and Webb, S. J., 2012, Comment on 'A crustal thickness map of Africa derived from a global gravity field model using Euler deconvolution' by Getachew E. Tedla, M. van der Meijde, A. A. Nyblade and F. D. van der Meer: Geophysical Journal International, **189**(3), 1217-1222.

Reid, A. B., Ebbing, J., and Webb, S. J., 2014, Avoidable Euler Errors–the use and abuse of Euler deconvolution applied to potential fields: Geophysical Prospecting, **62**(5), 1162-1168.

Roest, W. R., Verhoef, J. and Pilkington, M., 1992, Magnetic interpretation using the 3D analytic signal: Geophysics, **57**(1), 116-125.

Thompson, D., 1982, EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: Geophysics, **47**(1), 31-37.

Zhang, C., Mushayandebvu, M. F., Reid, A. B., Fairhead, J. D., and Odegard, M. E., 2000, Euler deconvolution of gravity tensor gradient data: Geophysics, **65**(2), 512-520.

Iranian Journal of Geophysics, Vol 11, No 3, 2017, P. 3

Application of the Euler deconvolution of directional analytic signal amplitudes in determination of location and type of gravity anomaly sources

Mohammad Barazesh[1*]

[1]*M. Sc., Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran*

(Received: 25 January 2017, Accepted: 13 May 2017)

Summary

The components of Gravity Gradient Tensor (GGT) is used for second-order derivatives of the gravitational potential field in the directions x, y and z in a Cartesian coordinate system. The third column of the gravity gradient tensor is Hilbert transform pairs of the first and the second columns. Many methods have been designed to estimate the depth, the horizontal position and the type of the sources from gravity gradient tensor components. Often, these methods are used derivatives of potential field data or their compounds in directions x, y, and z. Standard Euler deconvolution method is an approach in the interpretation of potential field data. It is able to locate the sources and to estimate the regional parameters with the assumption of the structural index. This approach is an automated method that has seen rapid development in recent years. The result of this method closely related to the precision of the assumed structural index parameter, and the accuracy is reduced in the presence of interference sources. Euler deconvolution of the directional analytic signal amplitudes is one of many methods to eliminate this problem. It is shown that the components of the gravity vector satisfy Euler's equation. Thus, it is proved that the amplitudes of directional analytic signal are homogenous and by putting in Euler's equation can estimate the location and the structural index of the gravity anomalies. In addition, two new equations were obtained from the combination of directional analytic signal amplitudes that is very effective in locating and estimating the structural index of gravity sources.

This paper was examined the application of Euler's equation of the directional analytic signal amplitudes to determine the location and the structural index of gravity anomaly sources. First, it is proved that each of directional analytic signal amplitudes in directions x, y, and z satisfy Euler's equation. Second, using the combination of directional analytic signal amplitudes derived two new equations that is more successful in determining the location (horizontal positions and depth) and source type (structural index) directly over the edges of gravity anomaly sources. The maxima of analytic signal amplitude in the z- direction place directly on the edge of the anomaly sources, but the maxima of analytic signal amplitude in the x- and y- directions deviate from the edges. That is why the simultaneous use of two or three-directional analytic signal amplitude can provide more accurate solutions.

The method described above was tested on the synthetic model in the presence of relatively high level Gaussian noise and interference sources. Finally, the method was applied to the Safoo manganese ore and obtained horizontal position, depth (~6 m) and structural index. MATLAB software was used to apply the above-mentioned methods.

Keywords: Euler deconvolution, directional analytic signal amplitudes, gravity gradient tensor

*Corresponding author: barazeshm@ut.ac.ir