

## تعیین پارامترهای بی‌هنجاری‌های پتانسیل خودزا با روش تبدیل هیلبرت

محمد رسول نیک‌بخش<sup>۱</sup> و میرستار مشین‌چی‌اصل<sup>\*۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۳/۲۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۶/۲۸)

### چکیده

در این تحقیق برای تعیین پارامترهای ساختارهای مدفون زمین‌شناسی به روش پتانسیل خودزا از توابع تحلیلی، گرادیان مختلط و تبدیل هیلبرت استفاده شده است. تبدیل هیلبرت را می‌توان از راه‌های متفاوتی همچون روش تبدیل فوریه و هم‌میخت عملی ساخت. در این تحقیق از عملگر هم‌میخت برای تبدیل هیلبرت پتانسیل اجسام هندسی کره، استوانه افقی استفاده شده است. پارامترهای ساختارهای مدفون بی‌هنجاری‌های پتانسیل خودزا (عمق، گشتاور دو قطبی، زاویه قطبیدگی و فاکتور شکل) از راه تعیین ریشه‌ها و نقاط تقاطع تابع تبدیل هیلبرت، گرادیان کامل پتانسیل بی‌هنجاری‌های مدفون به دست می‌آید. در این تحقیق این روش برای داده‌های مصنوعی بدون نوفه مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: گرادیان کامل، تبدیل هیلبرت، پتانسیل خودزا، هم‌میخت

## Determination of parameters of self-potential anomalies using Hilbert transform method

Mohammad Rasool Nikbakhsh<sup>1</sup> and Mirsattar Meshinchi Asl<sup>\*1</sup>

<sup>1</sup>Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran Iran

(Received: 15 June 2011, accepted: 18 September 2012)

### Summary

Although the Hilbert Transform (HT) has been used in electrical engineering and signal analysis for a long time (Bracewell, 1965), its application in geophysical studies started in 1970's. The HT is a method of direct solution. The aim of using the HT in geophysical studies is to obtain more than one equation containing the same structural parameters by utilizing the complex gradients of the available data. The roots and common intersection points of the anomaly and the complex gradients of the anomaly have been used to determine the structural parameters. Therefore, a  $\pm 1$  error sampling interval was expected for the determinations. In order to minimize the error, the most appropriate sampling interval should be chosen. Up to the present time, the HT has been used extensively only in magnetic and seismic studies. But in the aforementioned studies, it has been used mostly as a Fourier Transform (FT). Taner (1979), in his study, obtained the HT through convolution by using a normalized Hilbert time-domain operator truncated to 61 points. The Hilbert Transform (HT) is a mathematical transform function which shifts the phase of a signal as much as  $\pi/2$  without changing its amplitude. With this definition HT is a linear system, which transforms odd and even functions, with equal amplitude to each

\*Corresponding author:

m\_meshin@yahoo.com

\*نگارنده رابط:

other in space or frequency field. Since HT is a linear set, the system should have an input signal, a transfer function and an output function. The HT can be applied to the Fourier Transform (FT) and convolution methods. In this study, the model parameters of which were unsolved so far, self-potential (SP) methods were determined with HT using convolution and FT methods and the results were compared. In this study, Structural parameters were determined directly from the geophysical anomalies using analytical functions of the complex gradients and the Hilbert Transforms can be applied to reach the above-mentioned situation. The Hilbert Transforms, which can be carried out in two different ways using the Fourier Transform and convolution methods, were used to provide the convolution method between the complex gradients of the anomaly. Structural parameters (electric dipole moment, polarization angle and depth) were then determined from the solutions of the constructed equations. This method was used for two models, a sphere and a horizontal cylinder, with synthetic data without any random noise. The results of this study are as follow: (1) The parameters were determined exactly for the theoretical models using the HT method. Especially, the location of the structure, which had not been determined before, was obtained precisely and directly from the anomaly for the self-potential method. (2) Before the interpretation of the field data with the HT method, the anomaly should be refined from noise. If this procedure has not been carried out, pseudo roots could be formed in the complex gradients of anomaly.

**Key words:** Complex gradients, Hilbert transforms, self-potential, convolution

#### ۱ مقدمه

تبدیل هیلبرت اگرچه در رشته‌های مهندسی الکترونیک و آنالیز و پردازش سیگنال از زمان‌های دور مورد استفاده قرار داشته، اما کاربرد آن در ژئوفیزیک از ۱۹۷۰ شروع شده است (براسول، ۱۹۸۵). روش تبدیل هیلبرت یک روش حل مستقیم است. هدف استفاده از تبدیل هیلبرت در تحقیقات ژئوفیزیک، ایجاد معادلات بیشتر برای تعیین پارامترهای ساختارهای مدفون با کاربرد گرادیان کامل داده‌های قابل‌دسترس است (اکگان، ۲۰۰۰). برای تعیین پارامترهای ساختارهای مدفون از ریشه‌ها و نقاط تقاطع پتانسیل بی‌هنجاری و گرادیان کامل پتانسیل بی‌هنجاری استفاده می‌شود. بنابراین، مناسب‌ترین فاصله نمونه‌برداری باید انتخاب شود. خطای  $\pm 1$  درصد در انتخاب فاصله نمونه‌برداری قابل‌قبول است (حافظ، ۲۰۰۹). تبدیل هیلبرت را می‌توان از راه‌های گوناگون همچون روش تبدیل فوریه و همایخت عملی ساخت. در استفاده از

تبدیل هیلبرت، پارامتر حل معادلات برای هر ساختار متفاوت است. بنابراین، مدل‌های در نظر گرفته شده برای بی‌هنجاری، قبل از استفاده از تبدیل هیلبرت باید مشخص شوند. در مواردی که تبدیل هیلبرت به‌واسطه تبدیل فوریه به‌دست آمده است، ممکن است نوعی ناپیوستگی در تعیین ریشه‌ها و نقاط انتقال ایجاد شود. این ناپیوستگی را باید قبل از کاربرد تبدیل هیلبرت حذف کرد. همچنین در مواردی که از روش همایخت استفاده می‌شود، یک جابه‌حایی در ریشه‌ها و نقاط انتقال اتفاق می‌افتد که این جابه‌جایی بستگی به طول عملگر همایخت دارد. بنابراین انتخاب طول همایخت باید با دقت کافی صورت گیرد (اکگان، ۲۰۰۰).

تبدیل هیلبرت اولین بار در تفسیر داده‌های مغناطیسی بی‌هنجاری‌های دوبعدی مورد استفاده قرار گرفت (رائو و همکاران، ۱۹۸۲). در تحقیقات لرزه‌شناسی هم برای تبدیل هیلبرت یک تریس گرفته شده از یک تریس مرکب

$$\text{sgn}(w) = \begin{cases} 1, w > 0 \\ 0, w = 0 \\ -1, w < 0 \end{cases} \quad (2)$$

تبدیل هیلبرت یک دستگاه خطی، که شامل یک سیگنال ورودی  $f(r)$  و سیگنال خروجی  $f_1(r)$  است. اگر طیف بسامدی سیگنال ورودی و خروجی به ترتیب  $f(w)$  و  $f_1(w)$  باشد. رابطه بین طیف بسامدی سیگنال ورودی و خروجی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} F_1(w) = H(jw)F(w) \\ F_1(w) = -jF(w) \text{ for } w \geq 0, \\ F_1(w) = jF(w) \text{ for } w < 0 \end{cases} \quad (3)$$

در حوزه مکان، رابطه بین سیگنال ورودی و خروجی به صورت یک تابع مرکب،  $g(r)$  بیان می‌شود.  $g(r)$  یک تابع تحلیلی است. تابع تحلیلی تابعی است که قسمت موهومی آن برابر تبدیل هیلبرت قسمت حقیقی‌اش باشد.

$$g(r) = f(r) + jf_1(r), r = x + jz, \quad (4)$$

از رابطه (۴) تبدیل هیلبرت بین سیگنال ورودی و خروجی در حوزه مکان به صورت هم‌میخت تابع  $h(x)$  (پاسخ تابع ضربه  $h(t)$  به تابع  $(j \cdot \text{sgn}(w))$  در سیگنال ورودی تعریف می‌شود (گرین و استندلی، ۱۹۷۵).

$$h(x) = F^{-1}(-j \cdot \text{sgn}(w)), \quad (5)$$

$$h(x) = \frac{1}{\pi x}, \quad (6)$$

$$f_1(r) = h(x) * f(r), \quad (7)$$

$$f_1(r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\theta)}{x - \theta} d\theta, \quad (8)$$

در روش‌های پتانسیل در تحقیقات ژئوفیزیک (گرانی، مغناطیس، پتانسیل خودزا) مولفه قائم یا افقی گرادیان پتانسیل به شکل یک تابع تحلیلی همانند رابطه (۴) است.

دامنه و زاویه فاز یک تابع تحلیلی به ترتیب به صورت روابط زیر بیان می‌شود:

$$A(x) = (f(x)^2 + f_1(x)^2)^{1/2}, \quad (9)$$

کاربرد دارد (تانر و همکاران، ۱۹۷۹). در روش گرانی نیز از تبدیل هیلبرت برای تعیین پارامترهای گسل استفاده شده است (پینار، ۱۹۸۵). اولین بار ساندرجان و همکاران (۱۹۹۰) از روش تبدیل هیلبرت برای تفسیر داده‌های پتانسیل خودزا در محاسبه پارامترهای صفحه شیب‌دار استفاده کردند. در این تحقیق با روش پتانسیل خودزا و به کار بردن تبدیل هیلبرت، اولین بار پارامترهای ساختارهای هندسی کره، استوانه قائم و افقی به دست می‌آید.

همچنین روش تبدیل هیلبرت برای داده‌های نوفه‌ای (۵) درصد نوفه تصادفی) مورد بررسی قرار گرفته است. که در محاسبه پارامترهای مدل بین ۸ تا ۱۰ درصد خطا ایجاد شده است، با مقایسه با روش میانگین متحرک ثانویه که برای داده‌های نوفه‌ای خطای کمتر از ۳ درصد ایجاد می‌شود (نیک‌بخش و مشین چی اصل، ۱۳۹۰)، که برتری روش میانگین متحرک ثانویه برای تفسیر داده‌های نوفه‌ای را نشان می‌دهد.

## ۲ نظریه تبدیل هیلبرت

تبدیل هیلبرت یک تابع، تبدیل ریاضی است، که فاز سیگنال را ۹۰ درجه بدون تغییر در دامنه سیگنال جابجا می‌کند. در واقع در تبدیل هیلبرت، فاز بسامدهای مثبت  $\frac{\pi}{2}$  اضافه و فاز بسامدهای منفی  $\frac{\pi}{2}$  کم می‌شوند. تبدیل هیلبرت یک تابع زوج، یک تابع فرد و تبدیل هیلبرت تابع فرد، یک تابع زوج خواهد شد. برای تبدیل هیلبرت کافی است تبدیل فوریه تابع به دست آید و سپس در تابع  $(j \cdot \text{sgn}(f))$  در حیطه فوریه ضرب شود. پس از آن تبدیل فوریه معکوس گرفته می‌شود، نتیجه تبدیل هیلبرت، تابع حاصل می‌شود.  $(j \cdot \text{sgn}(f))$  تابع انتقال در تبدیل هیلبرت است (رابطه ۱).

$$H(jw) = -j \cdot \text{sgn}(w), \quad (1)$$

افقی وقائم به‌ترتیب ۱/۵، ۱ و ۰/۵ در نظر گرفته شده است

۳-۱ نظریه مسئله برای مدل کره (۱/۵)  $q$

$$V(x_i, h, \theta, q) = K \frac{x_i \cos \theta + h \sin \theta}{(x_i^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (12)$$

گرادیان کامل پتانسیل به‌صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$V(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} + j \frac{\partial V(x)}{\partial x}, \quad (13)$$

با توجه به رابطه (۱۳) گرادیان افقی وقائم برای کره محاسبه می‌شود:

$$V_x = \frac{\partial V(x)}{\partial x} = K \frac{\cos \theta (h^2 - 2x^2) + 3xh \sin \theta}{(x^2 + h^2)^3}, \quad (14)$$

$$V_z = \frac{\partial V(x)}{\partial z} = K \frac{\sin \theta (h^2 - 2x^2) + 3xh \sin \theta}{(x^2 + h^2)^3}, \quad (15)$$

با توجه به اینکه تابع پتانسیل تابع تحلیلی است، تبدیل هیلبرت گرادیان افقی آن برابر با منفی تبدیل هیلبرت گرادیان قائم است.

$$V_x \Leftrightarrow HT \rightarrow -V_z, \quad (16)$$

در ادامه برای محاسبه پارامترهای مدل کره مراحل زیر صورت می‌گیرد:

الف) پتانسیل را مساوی صفر قرار داده ( $V(x) = 0$ ) و ریشه معادله محاسبه می‌شود:

$$x \cos \theta + h \sin \theta = 0 \Rightarrow x_a = -h \tan \theta. \quad (17)$$

ب) گرادیان افقی را مساوی صفر قرار داده ( $V_x = 0$ ) و ریشه‌های معادله محاسبه می‌شود:

$$\cos \theta (h^2 - 2x^2) + 3xh \sin \theta = 0, \quad (18)$$

$$x_1 = \frac{3h(-\sin \theta + 1)}{-4 \cos \theta}.$$

$$x_2 = \frac{3h(-\sin \theta - 1)}{-4 \cos \theta}. \quad (19)$$

ج) تبدیل هیلبرت گرادیان افقی وقائم در  $x = 0$  محاسبه می‌شود:

$$V_x(x=0) = K \frac{\cos \theta}{h^3} = c. \quad (20)$$

$$\theta(x) = \tan^{-1} \frac{f_1(x)}{f(x)} \quad (10)$$

در پایان با استفاده از ریشه و نقاط تقاطع روابط  $f(x), f_1(x), A(x), \theta(x)$  و پارامترهای ساختارهای مدفون محاسبه می‌شود.

### ۳ روش پتانسیل خودزا

روش پتانسیل خودزا (SP) همان‌طور که از نام آن پیدا است، براساس اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل طبیعی ایجاد شده از واکنش‌های شیمیایی داخل زمین پایه‌ریزی شده است. بخشی از این اختلاف پتانسیل ثابت و بخشی متغیر (قطبیدگی القایی) است. در عمل اختلاف پتانسیل ثبت شده مربوط به بخش ثابت است که به‌علت واکنش‌های الکتروشیمیایی با سازوکارهای گوناگون شکل می‌گیرد (عبدالرحمان و العربی، ۱۹۹۷). مقدار پتانسیل خودزای ایجاد شده معمولاً از کمتر از یک میلی‌ولت تا صدها میلی‌ولت متغیر است. پتانسیل خودزا روی توده‌های سولفیدی، گرافیتی، مگنتیت و چند کانی هادی دیگر مثل زغال‌سنگ و منگنز که مقدار قابل توجهی است، قابل اندازه‌گیری است (مورتی و هاریجاران، ۱۹۸۵). در این تحقیق با روش SP و با استفاده از تبدیل هیلبرت، پارامترهای مدل‌های هندسی کره، استوانه قائم و افقی شامل عمق، زاویه قطبیدگی و گشتاور دوقطبی محاسبه می‌شود.

پتانسیل بی‌هنجاری‌های پتانسیل خودزا با مدل‌های هندسی قطبیده به‌صورت زیر بیان شده است (یانگول، ۱۹۵۰):

$$V(x_i, h, \theta, q) = K \frac{x_i \cos \theta + h \sin \theta}{(x_i^2 + h^2)^q}, \quad (11)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

که  $h$  عمق بی‌هنجاری،  $\theta$  زاویه قطبیدگی،  $K$  گشتاور دوقطبی الکتریکی،  $x_i$  فاصله افقی روی سطح تا مرکز بی‌هنجاری،  $q$  فاکتور شیب است. (برای کره و استوانه

$$K = \frac{V(x=0)h^2}{\sin\theta}. \quad (26)$$

### ۲-۳ مدل‌سازی عددی برای مدل کره

مقادیر پارامترهای این مدل با توجه به رابطه (۱۷) در جدول ۱ آورده شده است. پتانسیل خودزای بی‌هنجاری کره مدفون از رابطه (۱۷) و با استفاده از پارامترهای مدل برای ۶۱ نقطه در طول نیم‌رخ محاسبه شده است. در این مدل نقاط برداشت نسبت به مبدا متقارن‌اند (شکل ۱). با توجه به نمودار پتانسیل در شکل ۱ مقدار  $x_a$  برابر با ۶- متر است.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مدل کره.

پارامتر	مقدار	یکا
<b>K</b>	-۲۵۰۰	میلی ولت
<b>θ</b>	۴۵	درجه
<b>Z</b>	۶	متر

$$V_z(x=0) = K \frac{\sin\theta}{h^3} = d. \quad (21)$$

از تقسیم رابطه (۲۱) بر رابطه (۲۰) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tan\theta = \frac{d}{c}, \quad (22)$$

در پایان اختلاف دو رابطه (۱۸) و (۱۹) محاسبه می‌شود:

$$x_1 - x_2 = \frac{3h}{-2\cos\theta} = x_m. \quad (23)$$

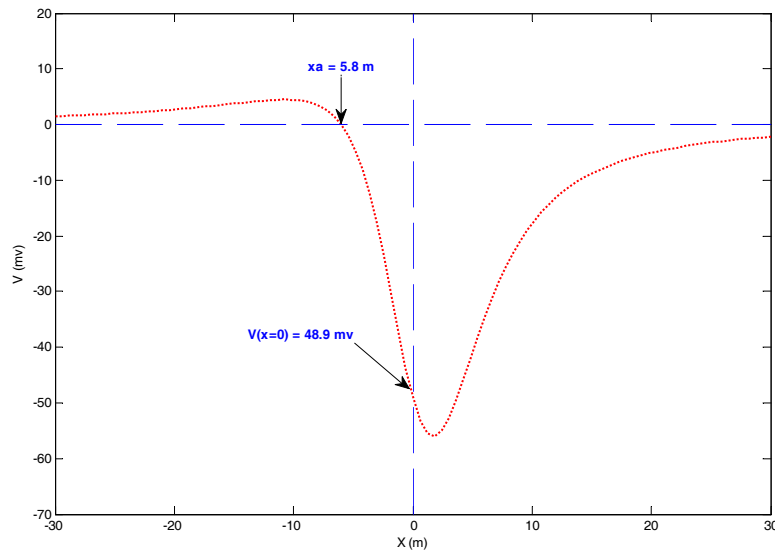
زاویه قطبیدگی و عمق کره را می‌توان از دو رابطه (۲۳) و (۲۲) محاسبه کرد. اگر از رابطه (۲۳) استفاده شود، زاویه قطبیدگی با توجه به رابطه (۱۷) برابر است با:

$$\theta = \sin^{-1} \frac{3x_a}{x_m}, \quad (24)$$

با قرار دادن رابطه (۲۴) در رابطه (۱۷)، عمق محاسبه می‌شود:

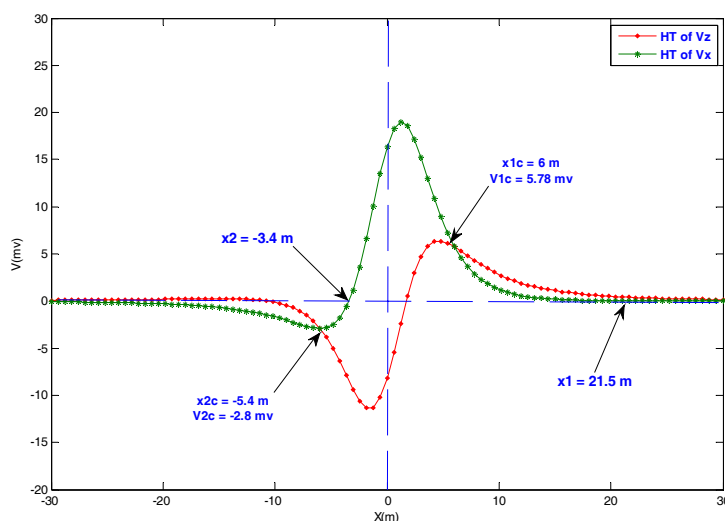
$$h = \frac{x_a}{\tan\theta}, \quad (25)$$

با محاسبه زاویه قطبیدگی و عمق کره، گشتاور دوقطبی کره از مقدار پتانسیل در  $x=0$  محاسبه می‌شود:



شکل ۱. نیم‌رخ بی‌هنجاری پتانسیل خودزا برای مدل کره.

$$(q = 1/5, k = -2500 \text{ mV}, z = 6 \text{ m}, \theta = 45^\circ)$$



شکل ۲. تبدیل هیلبرت گرادیان افقی و قائم مدل کره به روش همامیخت.

۳-۳ نظریه مسئله برای مدل استوانه افقی (q=۱)

$$V(x_i, h, \theta, q) = K \frac{x_i \cos \theta + h \sin \theta}{(x_i^2 + h^2)}, \quad (27)$$

با توجه به رابطه (۱۳) گرادیان افقی و قائم برای استوانه افقی محاسبه می‌شود:

$$V_x = \frac{\partial V(x)}{\partial x} = K \frac{\cos \theta (h^2 - x^2) + 2xh \sin \theta}{(x^2 + h^2)^2}, \quad (28)$$

$$V_z = \frac{\partial V(x)}{\partial z} = K \frac{\sin \theta (h^2 - x^2) + 2xh \cos \theta}{(x^2 + h^2)^2}, \quad (29)$$

همان‌طور که در بخش مربوط به کره گفته شد، تابع پتانسیل یک تابع تحلیلی است، تبدیل هیلبرت گرادیان افقی آن مساوی برابر با منفی تبدیل هیلبرت گرادیان قائم است.

$$V_x \Leftrightarrow HT \rightarrow -V_z \quad (30)$$

در ادامه برای محاسبه پارامترهای مدل استوانه افقی، مراحلی که برای مدل کره طی شد، صورت می‌گیرد که نتایج محاسبات به اختصار در زیر آورده شده است:

در ادامه، بعد از محاسبه تبدیل هیلبرت گرادیان قائم و افقی مدل کره فرض می‌شود و رسم نمودارهای تبدیل هیلبرت، و محاسبه ریشه‌های تبدیل هیلبرت گرادیان افقی ( $x_1$  و  $x_2$ ) و پارامترهای c و d (روابط ۲۰ و ۲۱) از روی نمودارها صورت می‌گیرد (شکل ۲).

با توجه شکل ۲ مقادیر  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب ۲۱/۵ و ۳/۴ متر است. در ادامه با توجه به رابطه (۲۳) و مقدار  $x_a$ ، زاویه قطبیدگی محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} x_a &= 6m \\ x_m &= x_1 - x_2 = 21.5 - (-3.4) = 24.9m \\ \theta &= \sin^{-1} \frac{3x_a}{x_m} = \sin^{-1} \frac{18}{24.9} \Rightarrow \theta = 46^\circ \end{aligned}$$

با توجه به مقدار محاسبه شده زاویه قطبیدگی و رابطه (۲۵) عمق کره محاسبه می‌شود:

$$h = \frac{x_a}{\tan \theta} = \frac{6}{\tan 46} = 5.8m$$

در پایان گشتاور دو قطبی کره از رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود:

$$K = \frac{V(x=0)h^2}{\sin \theta} = \frac{-48.9 * 33.64}{\sin 46} = -2391mv$$

جدول ۲. مقادیر پارامترهای مدل استوانه افقی.

پارامتر	مقدار	یکا
k	۱۰۰۰	میلی ولت
$\theta$	۶۰	درجه
z	۶	متر

## ۳-۴ مدل‌سازی عددی برای مدل استوانه افقی

پتانسیل خودزای بی‌هنجاری استوانه افقی مدفون از رابطه (۲۷) و با استفاده از پارامترهای مدل برای ۶۱ نقطه در طول نیم‌رخ محاسبه شده است. در این مدل، نقاط برداشت نسبت به مبدأ، متقارن‌اند (شکل ۳). با توجه به نمودار پتانسیل در شکل ۳ مقدار  $x_a$  برابر با  $۱۰/۳$  متر است. در ادامه بعد از محاسبه تبدیل هیلبرت گرادیان قائم و افقی مدل استوانه فرض می‌شود، و رسم نمودارهای تبدیل هیلبرت، ریشه‌های تبدیل هیلبرت گرادیان افقی ( $x_1$  و  $x_2$ ) و پارامترهای  $c$  و  $d$  (روابط ۳۴ و ۳۵) از روی نمودارها صورت می‌گیرد (شکل ۴).

$$x \cos \theta + h \sin \theta = 0 \Rightarrow x_a = -h \tan \theta, \quad (31)$$

$$x_1 = \frac{h(\sin \theta + 1)}{\cos \theta}, \quad (32)$$

$$x_2 = \frac{h(\sin \theta - 1)}{\cos \theta}, \quad (33)$$

$$V_x(x=0) = K \frac{\cos \theta}{h^2} = c, \quad (34)$$

$$V_z(x=0) = K \frac{\sin \theta}{h^2} = c, \quad (35)$$

$$\tan \theta = \frac{d}{c}, \quad (36)$$

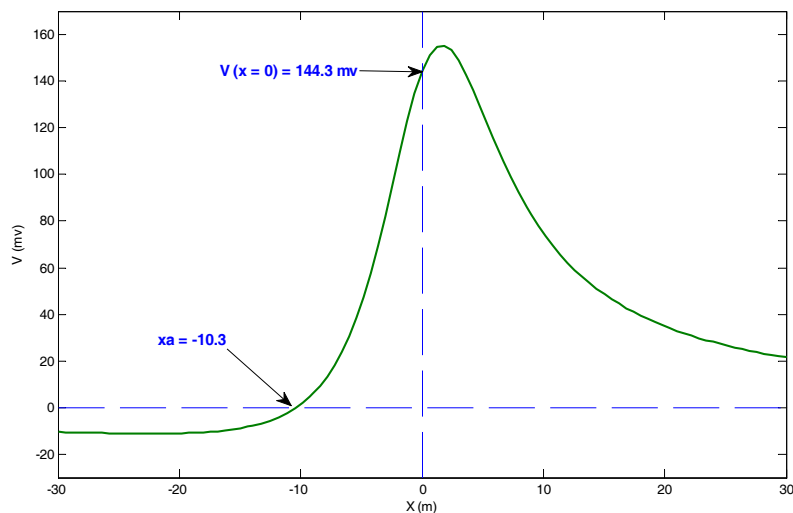
$$x_1 - x_2 = \frac{2h}{\cos \theta} = x_m, \quad (37)$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{2x_a}{x_m}, \quad (38)$$

$$h = \frac{x_a}{\tan \theta}, \quad (39)$$

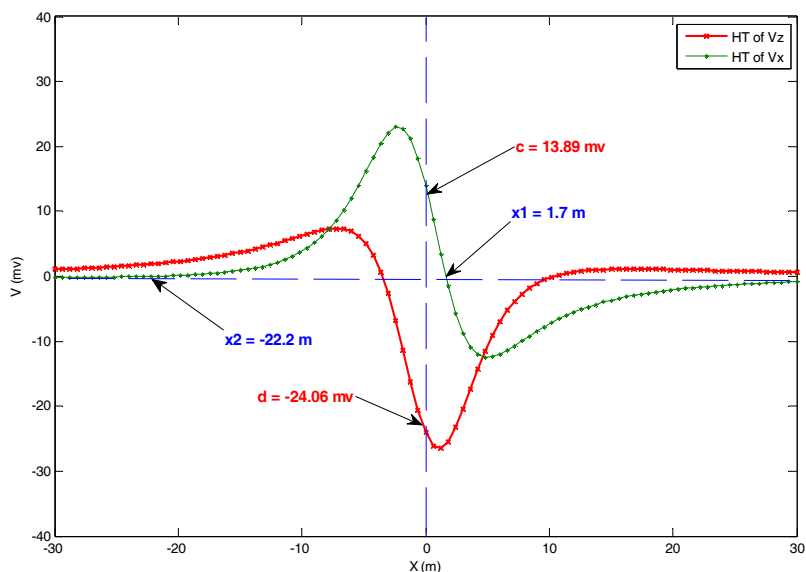
$$K = \frac{V(x=0)h}{\sin \theta}, \quad (40)$$

مقادیر پارامترهای این مدل با توجه به رابطه (۲۷) در جدول ۲ آورده شده است.



شکل ۳. نیم‌رخ بی‌هنجاری پتانسیل خودزا برای مدل استوانه افقی.

$$(q = 1, k = 1000 \text{ mV}, z = 6 \text{ m}, \theta = 60^\circ)$$



شکل ۴. تبدیل هیلبرت گرادینان افقی و قائم مدل استوانه افقی به روش همایخت.

$$h = -\frac{x_a}{\tan \theta} = \frac{10.3}{\tan 60} = 5.94m,$$

در پایان، گشتاور دوقطبی استوانه افقی از رابطه (۴۰) محاسبه می‌شود:

$$K = \frac{V(x=0)h}{\sin \theta} = \frac{144.3 * 5.94}{0.5} = 989.75mv,$$

نتایج محاسبه پارامترهای دو مدل فرض شده و میزان خطا در استفاده از روش تبدیل هیلبرت در جدول ۳ آورده شده است.

با توجه به شکل ۴ مقادیر  $c$  و  $d$  به ترتیب  $13.89$  و  $-24.06$  میلی‌ولت است. در ادامه با توجه به رابطه (۳۶) زاویه قطبیدگی محاسبه می‌شود:

$$\tan \theta = \frac{d}{c} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left| \frac{d}{c} \right| = \tan^{-1} \left| \frac{24.06}{13.89} \right| = 60^\circ,$$

با توجه به مقدار محاسبه شده زاویه قطبیدگی، مقدار  $x_a$  (شکل ۳) و رابطه (۳۹)، عمق استوانه افقی به شرح زیر به دست می‌آید:

جدول ۳. نتایج محاسبه روابط دو مدل فرض شده به روش تبدیل هیلبرت.

پارامترها		$\theta$ (درجه)	$h$ (متر)	$k$ (میلی‌ولت)
مدل کره ( $q=1/5$ )	مقادیر واقعی	۴۵	۶	-۲۵۰۰
	مقادیر محاسبه شده توسط تبدیل هیلبرت	۴۶	۵/۸	-۲۳۹۱
	درصد خطای محاسبه	$\pm 2/2$	$\pm 3$	$\pm 4$
مدل استوانه افقی ( $q=1$ )	مقادیر واقعی	۶۰	۶	۱۰۰۰
	مقادیر محاسبه شده توسط تبدیل هیلبرت	۶۰	۵/۹۴	۹۸۹/۷۵
	درصد خطای محاسبه	صفر	$\pm 1$	$\pm 1$



## ۴ بحث و نتیجه‌گیری

- مسئله تعیین پارامترهای بی‌هنجاری‌های پتانسیل خودزا با شکل هندسی منظم از داده‌های SP با طول نیم‌رخ کوتاه به روش تبدیل هیلبرت حل می‌شود. این روش با کاربرد روش همایخت برای بی‌هنجاری‌های پتانسیل خودزا عمق، گشتاور دوقطبی و زاویه قطبیدگی واقعی را تعیین می‌کند. در این تحقیق این روش با دو مدل کره و استوانه افقی برای داده‌های بدون نوفه مورد بررسی قرار گرفت و نتایج به‌دست آمده روشن ساخت که در تفسیر داده‌های بدون نوفه، دقت زیادی دارد. نتایج به‌دست آمده نشان داد که این روش برای مدل کره در تعیین زاویه قطبیدگی، عمق و گشتاور دوقطبی به ترتیب حداکثر  $\pm 2/2$ ،  $\pm 3$  و  $\pm 4$  درصد خطا دارد. برای مدل استوانه افقی نیز این روش در تعیین زاویه قطبیدگی، عمق و گشتاور دوقطبی به ترتیب حداکثر صفر،  $\pm 1$  و  $\pm 1$  درصد خطا دارد، که قابل قبول است. به‌طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که روش تبدیل هیلبرت در تفسیر داده‌های SP بسیار قوی عمل می‌کند. همچنین پیشنهاد می‌شود که قبل از تفسیر داده‌های میدانی به روش تبدیل هیلبرت، با اعمال فیلتر، نوفه از داده‌های میدانی حذف شود. درنهایت این روش برای اجرا بسیار ساده است و مستلزم محاسبات سخت و پیچیده ریاضی نیست. همچنین روشی تکمیلی برای سایر روش‌های هندسی است.
- منابع**
- نیک‌بخش، م. ر.، و مشین‌چی اصل، م. س.، ۱۳۹۰، تعیین عمق و نیم‌پهنای صفحه شیب‌دار توسط پتانسیل خودزا با استفاده از روش میانگین متحرک ثانویه با کاربرد منحنی‌های پنجره‌ای: مجله ژئوفیزیک ایران، ۵(۲)، ۹۶-۸۶.
- Abdelrahman, E. M., and El-Araby, T. M., 1997, An iterative approach to depth determination from moving average residual self-potential anomalies J. King Abdulaziz Univ: Earth Science, 9(3), 26-97
- Akgun, M., 2000, Estimation of some bodies parameters from the self potential method using Hilbert transform: Journal of the Balkan geophysical society, 4(2), 29-44.
- Bracewell, R. M., 1985, The Fourier Transform and its Applications: Mac Graw-Hill, New York, 268 p.
- Green, R., and Stanley, J. M., 1975, Application of a Hilbert transform method to the interpretation of surface - vehicle magnetic data: Geophysical Prospecting, 23, 18-27.
- Hafez, M. A., 2009, A new approach to interpret self-potential anomaly over a two dimensional inclined sheet using complex gradient analysis: J Geophys Eng, 2, 97-102
- Murthy, S. B. V., and Haricharan, P., 1985, Nomogram for the spontaneous potential profile over sheet-like and cylindrical two-dimensional sources: Geophysics, 50, 1127-35
- Pinar, R., 1985, Karmaşık gradient yönteminin düşey suresizliklere uygulanması ve bilgisayarlarla gerçekleştirimi: E. Ü. Bilgisayar Arastırma ve Uygulama Merkezi Dergisi, Cilt: 8, Sayı:1. (In Turkish with English Abstract)
- Rao, A. D., Babu, R. H. V., and Sivakumar, S. G. D., 1982, A Fourier transform method for the interpretation of self-potential anomalies due to two-dimensional inclined sheet of finite depth extent: Pure Appl. Geophys, 120, 365-74.
- Sundararajan, N., Arun Kumar, I., Mohan, N. L., and Seshagiri Rao, S. V., 1990. Use of the Hilbert transform
- Taner, M. T., Koehler, F., and Sheriff, R. E., 1979, Complex seismic trace analysis: Geophysics, 44, 1041-1063.
- Yungul, S., 1950, Interpretation of spontaneous polarization anomalies caused by spherical ore bodies: Geophysics, 15, 237-46