

تفسیر دوبعدی داده گرانی و گرادیان افقی آن با استفاده از روش وارون سازی متمرکز وزن دار شده مجدد و روش های مرسوم تخمین عمق در آجی چای، استان آذربایجان شرقی، ایران

مهسا کبیری^۱، زهره سادات ریاضی راد^{۲*} و بابک وکیلی

^۱ دانشجوی دکتری گروه مهندسی نفت، معدن و ژئوفیزیک دانشکده مهندسی عمران و منابع زمین دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران، ایران

^۲ استادیار گروه زمین شناسی دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی، واحد چالوس، چالوس، ایران

^۳ استاد گروه فیزیک دانشکده علوم و فن آوری های همگرا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۲۶، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۲۵)

چکیده

در این مطالعه از روش وارون سازی خطی متمرکز وزن دار شده مجدد برای مدل سازی داده گرانی دوبعدی توده معدنی زیرسطحی استفاده می شود. همچنین با استفاده از داده گرادیان افقی گرانی در روش وارون سازی متمرکز وزن دار شده مجدد، مرزهای عمودی توده زیرمرزی آشکار سازی می شود. کارایی روش وارون سازی ذکر شده برای داده گرانی یک مدل مصنوعی در دو حالت نوفه دار و بدون نوفه بررسی شده است. نتایج، کارایی پذیرفتنی روش وارون سازی خطی متمرکز وزن دار شده مجدد را در تحلیل داده گرانی دوبعدی نشان می دهد. از این روش برای مدل سازی میدان گرانی باقی مانده یک گنبد نمکی در آجی-چای آذربایجان شرقی و تعیین لبه های آن استفاده شد. گنبد های نمکی در این منطقه از نظر دخیل پتاس درخور توجه هستند. برای اعتبارسنجی عمق به دست آمده از روش وارون سازی خطی متمرکز وزن دار شده مجدد، از روش های مرسوم تخمین عمق همایخت اوپلر و طیف چگالی انرژی و برای مقایسه مرزهای آشکار شده برای چشمه زیرسطحی از فیلترهای فاز محلی سیگنال تحلیلی، زاویه تیلت، نقشه تنا، زاویه تیلت هذلولی، مشتق افقی کل و مشتق افقی کل نرمال شده استفاده می شود. بر اساس نتایج، عمق سطح بالا و پایین گنبد نمکی در مرکز به ترتیب در حدود ۲۰ متر و ۵۰ متر است. همچنین خطای نرُم دو به دست آمده بین مقادیر گرانی اندازه گیری شده و گرانی محاسبه ای 0.0833 mGal و بیشینه تباین چگالی تخمین زده شده در حدود 290 kg/m^3 است.

واژه های کلیدی: اکتشاف پتاس، گرانی باقی مانده، گنبد نمکی، نرُم دو، وارون سازی خطی متمرکز وزن دار شده مجدد

۱ مقدمه

از اکتشافات گرانی سنجی با دقت زیاد برای جستجوی مواد معدنی، نفت و گاز استفاده می‌شود. یکی از اهداف بسیار مهم در تفسیر داده‌های میدان گرانی، تعیین ویژگی‌هایی مانند اندازه، شکل، موقعیت و تباین چگالی ساختارها و توده‌های زیرسطحی است. اشتیاق برای به دست آوردن منابع معدنی باعث استفاده از ارزیابی‌های سریع با به کارگیری روش‌های اکتشافی ژئوفیزیکی شده است (هو و همکاران، ۲۰۱۵). وارون‌سازی داده‌ها که روشی مؤثر برای حصول اطلاعات کمی درباره چگالی و شکل هندسی توده‌های زیرسطحی است، در بررسی‌های گرانی سنجی استفاده می‌شود. وارون‌سازی داده گرانی یکی از بخش‌های بسیار مهم در تفسیر کمی است و ساخت مدل‌های تباین چگالی می‌تواند اطلاعات به دست آمده از داده‌های گرانی را افزایش دهد (لی و الدنبرگ، ۱۹۹۸). وارون‌سازی داده گرانی با مشکلات زیادی روبه‌رو است. بزرگ‌ترین مشکل، یکتا نبودن ذاتی مسائل وارون گرانی است. بر اساس نظریه گوس، تعداد بسیار زیادی توزیع چشمه معادل وجود دارد که میدان گرانی اندازه‌گیری شده یکسانی تولید می‌کنند (بلکلی، ۱۹۹۵). یکتا نبودن حل مسائل وارون را می‌توان با استفاده از اطلاعات قبلی تا حدود زیادی کاهش داد. چندین روش برای بهره‌گیری از اطلاعات قبلی در فرایند وارون‌سازی توسعه یافته است (لست و کوییک، ۱۹۸۳؛ باربوسا و سیلوا، ۱۹۹۴؛ لی و الدنبرگ، ۱۹۹۶، ۱۹۹۸، ۲۰۰۳؛ پلینگتون، ۱۹۹۷، ۲۰۰۸؛ پورتنیاگوئین و ژدانوف، ۱۹۹۹، ۲۰۰۲؛ فارکوهارسون، ۲۰۰۸ و للیور و همکاران، ۲۰۰۹).

روش وارون‌سازی متمرکز بر پایه نظریه منظم‌ساز یا تنظیم تیخونوف (Tikhonov) استوار است (تیخونوف و همکاران، ۱۹۷۷) و شامل یک تابع عدم انطباق (عدم تطابق) و یک تابع پایدارکننده است. تابع عدم انطباق اختلاف بین داده اندازه‌گیری شده و داده پیش‌بینی شده (محاسبه‌ای)

به دست آمده از مدل را برآورد می‌کند. تابع یا جمله پایدارکننده می‌تواند اطلاعاتی درباره ویژگی‌های نوع مدل‌های استفاده شده در وارون‌سازی وارد مسئله کند (لی و الدنبرگ، ۱۹۹۶؛ پورتنیاگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲ و فارکوهارسون، ۲۰۰۸).

پژوهشگران تلاش کرده‌اند با استفاده از روش‌های منظم‌ساز بر مسئله یکتا نبودن جواب فائق شوند؛ برای نمونه لی و الدنبرگ (۱۹۹۶، ۱۹۹۸) از یک تابع عمق-وزن برای وارون‌سازی حساسیت مغناطیسی و وارون‌سازی چگالی استفاده کردند. پورتنیاگوئین و ژدانوف (۲۰۰۲) وارون‌سازی متمرکز را برای وارون کردن حساسیت مغناطیسی با استفاده از گرادیان پارامترهای مدل پیشنهاد دادند. بولانگر و چوتو (۲۰۰۱) الگوریتم وارون‌سازی میدان گرانی سه‌بعدی را با ترکیب کردن فرمول لاگرانژ با محدودکننده‌های چندگانه ارائه دادند. شمسی‌پور و همکاران (۲۰۱۲) روش کوکریگینگ (cokriging) را برای وارون‌سازی داده گرانی به کار بردند. همچنین کوین و همکاران (۲۰۱۷) با معرفی کردن تابع وزن گرادیان فضایی (فاصله‌ای)، از اطلاعات اضافی در وارون‌سازی استفاده کردند.

اغلب فرض می‌شود نوفه موجود در داده‌های گرانی از توزیع گوسی پیروی می‌کند؛ بنابراین برای عبارت عدم انطباق داده از نُرم دو (L2 norm) خطای بین داده مشاهده‌ای و داده پیش‌بینی شده استفاده می‌شود. درباره عبارت تنظیم، گزینه‌های بسیاری وجود دارد که با توجه به ویژگی‌های ساختار زمین‌شناسی مورد جست‌وجو انتخاب می‌شوند. در بسیاری از پژوهش‌های ژئوفیزیکی از نُرم دو مشتقات پارامترهای مدل برای عبارت تنظیم استفاده شده است (لی و الدنبرگ، ۱۹۹۸ و بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). استفاده از چنین منظم‌کننده‌ای محاسبات را ساده می‌کند، اما مدل حاصل، اغلب هموار است و مرز مشخصی با

سنگ‌های دربرگیرنده‌اش ندارد (فارکوهارسون، ۲۰۰۸). در پژوهش عابدی و همکاران (۱۳۹۰) با به‌کارگیری مدل لاست و کوییک (۱۹۸۳) و با فرض ساختار نامشخص هندسی برای نهشته، از روش اصلاح‌شده مدل‌سازی معکوس فشرده برای داده‌های گرانی روی زغال‌های بتیومینه دهلران (غرب ایران) استفاده و عمق لایه زغال در این منطقه مشخص شد. صیادی و ابراهیم‌زاده اردستانی (۱۳۹۳) الگوریتم وارون‌سازی سه‌بعدی را برای تخمین توزیع تباین چگالی سه‌بعدی بی‌هنجاری‌های گرانی با استفاده از داده‌های مصنوعی استفاده کردند. قلعه‌نویی و ابراهیم‌زاده اردستانی (۱۳۹۳) رهیافت جدیدی برای تفسیر داده‌های میدان پتانسیل با بی‌هنجاری مجزا (ایزوله) و متقارن در حوالی مرکز چشمه بر مبنای روش کمترین مربعات خطی معرفی کردند که شامل میدان متقارن و گرادیان افقی است. ولی اقبال (۱۳۹۳) با استفاده از داده‌های منطقه چارک هرمزگان واقع در جنوب ایران، عمق سنگ بستر را به روش وارون گرانی محاسبه کرد. در این روش حل پایدار با کمینه کردن اندازه گرادیان افقی عمق به‌دست می‌آید. پرنیان و همکاران (۱۳۹۳) وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌ها را با استفاده از الگوریتم غیرخطی لی-اولدبرگ در منطقه زمین-گرمایی محلات (ایران مرکزی) انجام دادند و عمق این مخزن را بین ۱۰۰۰ تا ۴۰۰۰ متر تخمین زدند. قلعه‌نویی و ابراهیم‌زاده اردستانی (۱۳۹۴) بر مبنای مدل‌سازی وارون غیرخطی نامقید برای برآورد عمق، ضریب دامنه و ضریب شکل یک ساختار مدفون بر اساس بی‌هنجاری گرانی کانسار باریت در منطقه آباده فارس، مرکز ایران، روش جدیدی ارائه کردند. روش نوینی را نیز حاجیان و زمردیان (۱۳۹۵) برحسب شبکه‌های عصبی فازی، برای برآورد شکل و عمق حفره‌های زیرزمینی با استفاده از بی‌هنجاری‌های گرانی عرضه کردند که برای داده‌های واقعی و مصنوعی کاربرد دارد. خالقی یله گنبدی و ابراهیم‌زاده اردستانی (۱۳۹۶) برای وارون‌سازی سه‌بعدی با

استفاده از داده‌های گرانی برداشت‌شده از معدن منگنز صفو واقع در شمال غرب ایران، از روش گرادیان مزدوج استفاده و توزیع ماده معدنی بین ۵ تا ۳۵ متر تخمین زدند. مدل‌سازی وارون مارکورات دوبعدی ساختارهای تاقدیسی و ناودیسی بر اساس تباین چگالی سهموی بی‌هنجاری گرانی ناحیه کردند را اسحاق‌زاده و سیدی صاحب‌اری (۲۰۲۱) انجام دادند. در این مطالعه عمق بالای تاقدیس در حدود ۲۸۰۰ متر، عمق پایین تاقدیس یا بالای ناودیس که تقریباً مطابق با داده گرانی صفر است، در حدود ۴۲۰۰ متر و عمق پایین ناودیس در حدود ۵۶۰۰ متر تخمین زده شد.

کارهایی که دانشمندان ایرانی و پژوهشگران در دهه اخیر در ایران انجام داده‌اند، با روش استفاده‌شده در این مطالعه مقایسه شده است. نتایج و مقایسه‌ها نشان می‌دهد از این روش تاکنون استفاده نشده است.

در این مطالعه ابتدا یک مدل مصنوعی در یک زمین شبکه‌بندی‌شده با ۱۵۰ سلول در نظر گرفته می‌شود که در ۱۵ نقطه از آن برداشت صورت می‌گیرد. سپس با استفاده از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد (Reweighting focusing inversion) تحلیل می‌شود تا گستره توزیع چگالی و تغییرات ترم دو خطا بین داده‌های گرانی مشاهده‌ای و داده‌های گرانی تولیدشده از وارون‌سازی تعیین شود. پس از آن برای کارایی بیشتر (اسحاق‌زاده و حاجیان، ۲۰۲۱) روش فوق، به میدان گرانی نظریه نوفه تصادفی اضافه می‌شود. با استفاده از داده گرادیان افقی میدان گرانی، مدل مصنوعی دوباره تجزیه و تحلیل می‌شود و بعد از محاسبه مقدار خطا، تغییرات میدان گرانی محاسبه‌ای و میدان گرادیان افقی گرانی محاسبه‌شده از وارون‌سازی مشخص می‌شود. برای بررسی کارایی بیشتر روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده، باید دوباره میدان گرادیان افقی گرانی نظری بدون نوفه تحلیل شود. کلیه روش‌های ذکر شده با استفاده از داده‌های واقعی در شمال غرب ایران بررسی می‌شوند. هدف از این مطالعه محاسبه

$$d_z = G \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \begin{bmatrix} z_k \arctg \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} \\ -x_i \cdot \log(R_{ijk} + y_j) \\ -y_j \log(R_{ijk} + x_i) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k$$

که g ثابت جهانی شتاب گرانش، ρ چگالی، R شعاع، z عمق مرکز شکل و x و y مختصات نقطه داده برداری یا محاسبه‌ای است.

با توجه به شکل ۱، مسئله وارون خطی گرانی را می‌توان با رابطه زیر توصیف کرد:

$$G_{N \times M} m_M = d_N^{obs} \quad (2)$$

که G عملگر پیشرو یا ماتریس کرنل است. ماتریس کرنل معرف اثر گرانش زمین زیرسطحی شبکه‌بندی‌شده در تمامی نقاط محاسبه‌ای روی سطح زمین بدون اعمال مقدار چگالی هر سلول (شبکه) است. هدف در وارون‌سازی گرانی، تعیین جواب تقریبی m (چگالی هر سلول) با استفاده از مقادیر معلوم G و d^{obs} (ماتریس داده‌ها) است. اگر بی‌هنجاری‌های گرانی مشاهده‌ای با M سلول زیرسطحی ایجاد شود، بی‌هنجاری گرانی در نقطه i ام میدان به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} m_j \quad (3)$$

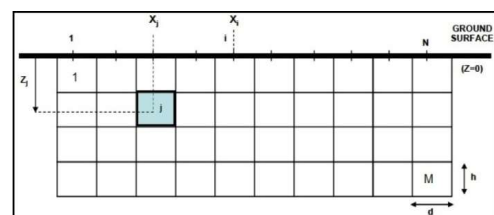
که در آن d_i ($i=1, \dots, N$) گرانی مشاهده‌ای در نقطه i ام و m_j تباین چگالی مکعب j ام است. G_{ij} نشان‌دهنده اثر زمین سلول زیرسطحی در نقطه i ام است.

در وارون گرانی‌سنجی، دامنه کرنل به سرعت با عمق کاهش می‌یابد و مدل بازسازی‌شده نزدیک به سطح متمرکز می‌شود؛ لذا نیاز است که از یک تابع وزن‌دهی عمقی برای خنثی کردن کاهش حساسیت کرنل به عمق استفاده شود (لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۶ و پیلکینگتون، ۱۹۹۷).

عمق بالا و پایینی یک گنبد نمکی و تحلیل میدان گرانی به صورت دوبعدی است.

۲ مدل‌سازی پیشرو بی‌هنجاری گرانی

در روش وارون‌سازی خطی، زمین زیرسطحی به یک شبکه از مکعب‌های هم‌اندازه (سلول) با تباین چگالی ثابت تجزیه می‌شود. در حالت دوبعدی، زمین در طول مقطع داده-برداری به مستطیل‌های هم‌اندازه تقسیم می‌شود. تباین چگالی درون هر سلول، پارامتر مجهول در مسئله وارون خطی است. شکل ۱ نمونه‌ای از زمین زیرسطحی دوبعدی را نشان می‌دهد که به مکعب‌های مساوی تقسیم شده است. نیاز است تا ماتریس کرنل که نام‌های دیگر آن، ماتریس ژاکوبین، ماتریس عملگر پیشرو، ماتریس حساسیت یا ماتریس مدل است نیز برای میدان گرانی محاسبه شود. ماتریس کرنل عبارت است از محاسبه اثر گرانش هر کدام از مکعب‌ها در شکل ۱ (مکعب j ام) در نقطه محاسبه‌ای i ام؛ بنابراین با توجه به شکل ۱، در هر نقطه محاسبه‌ای روی سطح زمین، $N \times M$ اثر گرانش محاسبه می‌شود.



شکل ۱. طرح کلی از تجزیه زمین به مکعب‌های هم‌اندازه.

شکل ۱ طرح کلی از تجزیه زمین به مکعب‌های هم‌اندازه فرمول‌های مختلفی برای محاسبه اثر مکعب (در حالت سه‌بعدی) یا مستطیل (در حالت دوبعدی) ارائه شده است. اثر گرانش مکعب از رابطه زیر محاسبه می‌شود (گرکنس، ۱۹۸۹):

۳ وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد

هدف اصلی از مسائل وارون گرانی، یافتن مدل چگالی پذیرفتنی از نظر زمین‌شناختی بر اساس ماتریس حساسیت و داده‌های اندازه‌گیری‌شده در سطحی از نوفه است. همان‌طور که قبلاً نیز گفته شد، مسائل وارون گرانی معمولاً بدحالت هستند و حل‌ها می‌توانند غیریکتا یا ناپایدار باشند. این مسائل را می‌توان با استفاده از کمینه‌ساز تابع پارامتری تیخونوف (۱۹۷۷) حل کرد:

$$\phi^{\mu}(m) = \phi(m) + \mu S(m) \quad (4)$$

که μ پارامتر منظم‌ساز، $\phi(m)$ تابع عدم تطابق و $S(m)$ تابع پایدارکننده است. معادله (۴) را به صورت زیر می‌توان نوشت (رضایی و همکاران، ۲۰۱۶):

$$\phi^{\mu}(m) = \|W_d(Gm - d)\|^2 + \mu \|m\|^2 \quad (5)$$

W_d ماتریس وزن داده‌ها است که با $W_d = \text{diag}(1/\sigma'_1, \dots, 1/\sigma'_N)$ تعریف می‌شود و σ'_i انحراف معیار نوفه در داده i ام است. در وارون‌سازی، تابع هدف به طور کلی به صورت زیر تعریف می‌شود (الدبرگ و لی، ۲۰۰۵):

$$\phi(m) = \|Gm - d\|^2 + \mu \|W(m - m_{\text{ref}})\|^2 \quad (6)$$

که در آن W ماتریس وزن برای پارامترهای مدل است. تابع پایدارساز برای تولید حل مسائل وارون گرانی متمرکز و برجسته با رابطه زیر تعریف می‌شود (پورتیئاگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲):

$$S(m) = \sum_{j=1}^M \frac{m_j^2}{m_j^2 + \beta^2} \quad (7)$$

که M تعداد نهایی بسط مدل است. β یک عدد مثبت کوچک از قبل تعریف شده است تا هنگامی که m_j برابر صفر است، از تکینگی جواب جلوگیری کند. m_j عنصر زاز بردار m است.

با جایگزین کردن تابع پایدارساز نرم کمینه در معادله (۵)

داریم:

$$\phi(m) = \|Gm - d\|^2 + \mu \sum_{j=1}^M \frac{m_j^2}{m_j^2 + \beta^2} = \min \quad (8)$$

بنابراین برای حل مسائل کمینه‌سازی، به وارون‌سازی متمرکز نیاز است. مسئله با استفاده از بهینه‌سازی وزن‌دار شده مجدد حل می‌شود (اولری، ۱۹۹۰). برای محاسبه حساسیت‌های مختلف داده به پارامترهای مدل، یک ماتریس وزنی قطری \hat{W}_m برای پارامترهای مدل در نظر گرفته می‌شود (پورتیئاگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲). مهانی و همکاران (۱۹۹۸) و پورتیئاگوئین و ژدانوف (۱۹۹۹) نشان دادند ماتریس وزن را می‌توان از جذر ماتریس حساسیت تجمعی تعیین کرد:

$$\hat{W}_m = \sqrt{\hat{S}} \quad (9)$$

که \hat{S} ماتریسی قطری است که با حساسیت تجمعی داده‌ها برای پارامتر m_j شکل می‌گیرد و با نسبت زیر تعیین می‌شود (پورتیئاگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲):

$$S_j = \frac{\|\delta d\|}{\delta m_j} = \sqrt{\sum_i (G_{ij})^2} \quad (10)$$

در معادله (۱۰)، G_{ij} درایه ماتریس مدل‌سازی پیشرو (ماتریس کرنل) است. درایه‌های قطری ماتریس \hat{W}_m با $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j, \dots, \omega_N\}$ مشخص می‌شوند. ماتریس وزن عمقی را می‌توان با $\hat{W}_m = \text{diag}(1/(z_1)^\lambda, \dots, 1/(z_M)^\lambda)$ نیز محاسبه کرد. در رابطه اخیر، z_j عمق ژامین پارامتر مدل است. مقدار λ بهینه در این تحقیق برای روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد ۰/۵ به دست آمده است.

با اعمال ماتریس وزن به معادله (۸) و انتخاب $m_{\text{ref}} = 0$ خواهیم داشت:

$$\phi(m) = \|\hat{G}m - \hat{d}\|^2 + \mu \sum_{j=1}^M \frac{\omega_j^2 m_j^2}{m_j^2 + \beta^2} = \min \quad (11)$$

که $\hat{G} = W_d G$ و $\hat{d} = W_d d$ است. ماتریس وزن

$$\begin{aligned} \nabla_x X^T Y &= Y \\ \nabla_x X Y^T &= Y \end{aligned} \quad (18)$$

$$\nabla_x \left(\frac{1}{2} \right) X^T Y X = Y X$$

با مشتق‌گیری از معادله (۱۷) نسبت به پارامتر مدل m_w و برابر صفر قرار دادن مشتق خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \phi(m_w)}{\partial m_w} = 2G_w^T G_w m_w - \quad (19)$$

$$\begin{aligned} G_w^T \hat{d} - \hat{d} G_w^T + 2\mu m_w \\ 2m_w (G_w^T G_w + \mu) = 2G_w^T \hat{d} \end{aligned} \quad (20)$$

و در نتیجه:

$$m_w = (G_w^T G_w + \mu)^{-1} (G_w^T \hat{d}) \quad (21)$$

M_w با استفاده از معادله (۲۱) محاسبه می‌شود. m_w و $\hat{W}(m)$ در هر تکرار به‌روزرسانی می‌شوند تا اینکه m معیار همگرایی تکرار (خطای پذیرفتنی از قبل تعیین شده) را ارضا کند.

مقدار پارامتر منظم‌سازی (μ) در هر تکرار برابر است با:

$$\mu = \frac{\|G_w m_w - \hat{d}\|^2}{\|m_w\|^2} \quad (22)$$

در وارون‌سازی در هر تکرار نرّم دو خطا بین میدان گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برآورد می‌شود:

$$Q_k(d) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (d_i^{cal} - d_i^{obs})^2} \quad (23)$$

d^{cal} گرانی محاسبه‌ای متناسب با پارامترهای مدل تخمین زده شده (توزیع چگالی زیرسطحی) در هر تکرار و d^{obs} میدان گرانی مشاهده‌ای یا اندازه‌گیری شده است. معیارهای توقف فرایند وارون‌سازی به سه صورت تعریف می‌شود:

(۱) کمتر شدن مقدار نرّم دو اختلاف میدان گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در هر تکرار از مقدار تعریف شده اولیه ($Q_k \leq Q_{initial}$);

(۲) بزرگ‌تر شدن مقدار نرّم دو اختلاف میدان گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای در یک تکرار از مقدار آن در تکرار

تکرارشونده $\hat{W}(m)$ با رابطه زیر تعریف می‌شود (پورتیناگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲):

$$\hat{W}^{-2}(m) = \text{diag} [m^2 + \beta^2 I] W_m^{-2} \quad (12)$$

که diag معرف ماتریس قطری ساخته شده با $m^2 + \beta^2$ است و I ماتریس واحد (همانی) است. همچنین با در نظر گرفتن

$$m_w = \hat{W}^{-1}(m) m \quad (13)$$

و

$$\begin{aligned} G_w &= \hat{G} \hat{W}(m) \\ (14) \end{aligned}$$

معادله (۱۱) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\phi(m_w) = \|G_w m_w - \hat{d}\|^2 + \mu \|m_w\|^2 \quad (15)$$

معادله (۱۵) مشابه مسائل بهینه‌سازی نرّم کمینه کلاسیک است که پاسخ‌ها بر اساس نظریه منظم‌سازی حاصل می‌شوند (اسحاق زاده و حاجیان، ۲۰۲۱). تنها اختلاف مهم، عملگر مدل‌ساز پیشرو جدید یعنی $G_w = \hat{G} \hat{W}(m)$ است که به m_w وابسته است و در فرایند وارون‌سازی تغییر می‌کند (پورتیناگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲). برای دستیابی به نتایج پذیرفتنی، مقادیر بیشینه و کمینه برای پارامتر مدل، یعنی $[m_{min}, m_{max}]$ تعریف می‌شود (پورتیناگوئین و ژدانوف، ۲۰۰۲، ۱۹۹۹).

هر دو عبارت تابع هدف (معادله ۱۵)، نرّم دو هستند و بنابراین مشتق پذیرند. روش مرسوم حل معادله (۱۵)، استفاده از روش کمترین مربعات است. پس معادله (۱۵) برابر است با:

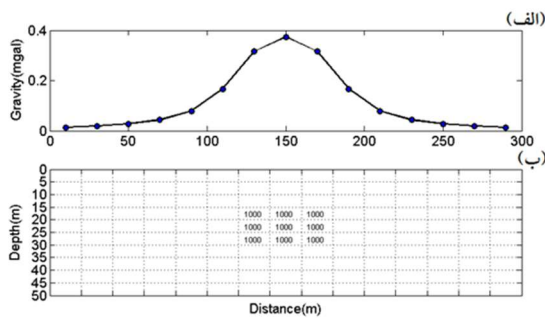
$$\phi(m_w) = (G_w m_w - \hat{d})^T \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (G_w m_w - \hat{d}) + \mu m_w^T m_w \\ \phi(m_w) = G_w^T m_w^T G_w m_w - G_w^T m_w^T \hat{d} \\ - \hat{d}^T G_w m_w + \hat{d}^T \hat{d} + \mu m_w^T m_w \end{aligned} \quad (17)$$

با توجه به روابط حاکم بر محاسبه گرادیان:

۴-۱ تحلیل میدان گرانی مدل مصنوعی

در این بخش میدان گرانی نظری محاسبه‌شده برای مدل مصنوعی، با استفاده از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد تحلیل می‌شود. شکل ۳- الف تغییرات میدان گرانی محاسبه‌شده (دایره‌های آبی‌رنگ) و میدان گرانی حاصل از نتیجه وارون‌سازی (منحنی قرمز رنگ) (شکل ۳- ب) را نشان می‌دهد.



شکل ۲. الف) تغییرات میدان گرانی مربوط به (ب) مدل فرضی زیرسطحی.

مقدار خطای اولیه مفروض بین میدان گرانی محاسبه‌ای و میدان گرانی حاصل از وارون‌سازی که یکی از معیارهای توقف تکرار در فرایند وارون‌سازی است، ۰/۰۵ mGal است. مقدار β برابر با ۰/۰۱ و تعداد فرایند تکرار برای وارون‌سازی ۲۰ تکرار در نظر گرفته شده است. مستطیل مشکی رنگ در شکل ۳- ب، محدوده زیرسطحی را نشان می‌دهد که چگالی آن 1000 kg/m^3 است.

همان‌طور که در شکل ۳- ب مشاهده می‌شود، وارون‌سازی میدان گرانی مدل مصنوعی با روش متمرکز وزن‌دار شده مجدد، بخشی از چگالی را در محدوده مورد نظر نشان می‌دهد. گستره توزیع چگالی بین 600 kg/m^3 (در مرز چشمه) تا 1100 kg/m^3 است که به خوبی در محدوده مفروض قرار گرفته است. شکل ۴ تغییرات ترم دو خطا بین داده گرانی مشاهده‌ای و داده گرانی تولیدشده از وارون‌سازی را در هر تکرار نشان می‌دهد. مقدار خطای محاسبه‌شده بین میدان گرانی محاسبه‌ای و میدان گرانی حاصل از وارون‌سازی بر اساس معادله (۲۳)، در تکرار

قبلی ($Q_k \geq Q_{k-1}$)؛

۳) به اتمام رسیدن تعداد تکرارهای مفروض برای فرایند وارون‌سازی.

در جدول ۱ مراحل الگوریتم مدل‌سازی با روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد بیان شده است.

جدول ۱. مراحل وارون‌سازی با روش متمرکز وزن‌دار شده مجدد.

ورودی‌ها: $m_{\max}, m_{\min}, W_d, \beta, d, m_{\text{prior}}, G$
Q_{initial}
مرحله ۱: قرار دادن $k=1$. $m^{(0)} = m_{\text{prior}}$. محاسبه \hat{W}_m
مرحله ۲: محاسبه $\hat{d} = W_d d$. $\hat{G} = W_d G$
مرحله ۳: محاسبه $\hat{W}(m)^{(k)}$ $m_w^{(k)} = \hat{W}^{-1}(m)^{(k)} m^{(k-1)}$ $\mu^{(k)}. G_w^{(k)} = \hat{G} \hat{W}(m)^{(k)}$
مرحله ۴: محاسبه $m_w^{(k)} = (G_w^T G_w + \mu)^{-1} (G_w^T \hat{d})$
مرحله ۵: محاسبه $m^{(k)} = \hat{W}(m)^{(k)} m_w^{(k)}$
مرحله ۶: اعمال کران‌های چگالی به طوری که $m_{\min} \leq m^{(k)} \leq m_{\max}$
مرحله ۷: قرار دادن $k=k+1$
مرحله ۸: معیار توقف بررسی شود. در صورت برآورده شدن، فرایند متوقف شود و در غیر این صورت، برو به مرحله ۳
خروجی: $m^{(k)}$

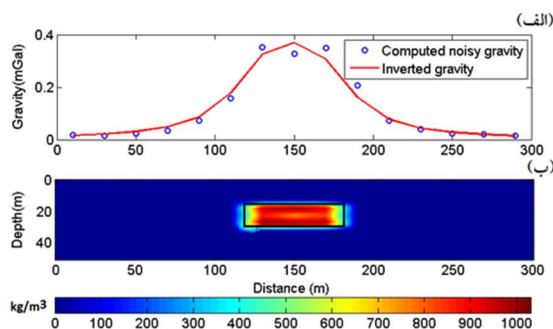
۴ مدل مصنوعی

شکل ۲- الف میدان گرانی اندازه‌گیری شده در ۱۵ نقطه، مربوط به یک زمین شبکه‌بندی شده به ۱۵۰ سلول را نشان می‌دهد که چگالی ۹ سلول آن 1000 kg/m^3 است (شکل ۲- ب). محدوده‌ای که تباین چگالی دارد، بین عمق‌های ۱۵ تا ۳۰ متر است و ۶۰ متر طول در راستای مقطع (فاصله ۱۲۰ متری تا ۱۸۰ متری از نقطه مبدأ مقطع) دارد. فاصله نقاط داده‌برداری (طول هر سلول) ۲۰ متر و طول مقطع برداشت داده، ۲۸۰ متر است.

و میدان گرانی حاصل از وارون‌سازی که یکی از معیارهای توقف تکرار در فرایند وارون‌سازی است، 0.1 mGal و مقدار β برابر با 0.1 است. تعداد فرایند تکرار برای وارون‌سازی ۲۵ تکرار است.

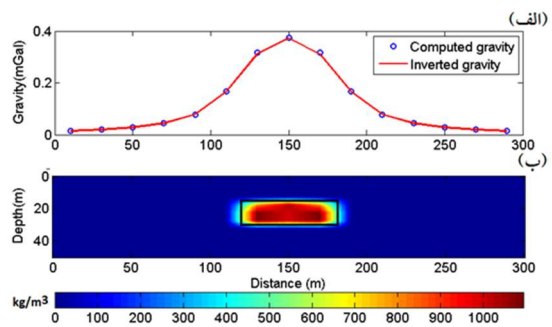
شکل ۵- الف تغییرات میدان گرانی محاسبه‌شده نوفه‌دار (دایره‌های آبی‌رنگ) و میدان گرانی حاصل از نتیجه وارون‌سازی (منحنی قرمز رنگ) (شکل ۵- ب) را نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۵- ب مشاهده می‌شود، وارون‌سازی میدان گرانی مدل مصنوعی با روش متمرکز وزن‌دار شده مجدد، پخشی از چگالی را در محدوده مورد نظر نشان می‌دهد که گستره توزیع چگالی بین 450 kg/m^3 (در مرز چشمه مولد بی‌هنجاری) تا 1020 kg/m^3 است که به خوبی محدوده مفروض را برای توده زیرسطحی مشخص کرده است. شکل ۶ تغییرات نرم دو خطا بین داده گرانی مشاهده‌ای و داده گرانی تولیدشده از وارون‌سازی را در هر تکرار نشان می‌دهد. مقدار خطای محاسبه‌شده بین میدان گرانی محاسبه‌ای و میدان گرانی حاصل از وارون‌سازی بر اساس معادله (۲۳)، از مقدار $1/1 \text{ mGal}$ در تکرار اول به مقدار 0.092 mGal در تکرار ششم کاهش یافته است؛ بنابراین چون خطا در تکرار ششم از مقدار خطای اولیه تعریف‌شده کمتر است، فرایند وارون‌سازی در تکرار ششم متوقف شده است.

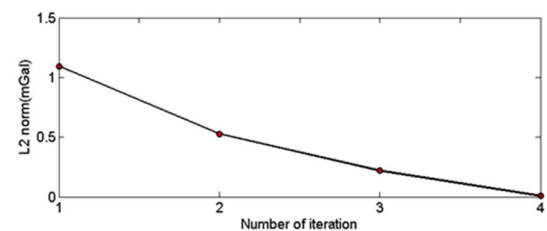


شکل ۵. الف) میدان گرانی محاسبه‌ای نوفه‌دار و میدان گرانی حاصل از وارون‌سازی مطابق با (ب) پخش چگالی زیرسطحی به دست آمده از وارون‌سازی برای مدل مصنوعی.

چهارم به مقدار 0.03 mGal کاهش یافته است؛ بنابراین به دلیل اینکه در تکرار چهارم، خطا از مقدار خطای اولیه تعریف‌شده کمتر شده است، فرایند وارون‌سازی در تکرار چهارم متوقف شده است.



شکل ۳. الف) میدان گرانی محاسبه‌ای و میدان گرانی حاصل از وارون‌سازی مطابق با (ب) پخش چگالی زیرسطحی به دست آمده از وارون‌سازی برای مدل مصنوعی.



شکل ۴. تغییرات نرم دو خطا بین داده گرانی مشاهده‌ای و داده گرانی تولیدشده از وارون‌سازی در هر تکرار برای مدل مصنوعی.

۲-۴ تحلیل میدان گرانی نوفه‌دار مدل مصنوعی

برای بررسی کارایی روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد در حالت وجود نوفه، 10% نوفه تصادفی به میدان گرانی نظری شکل ۲- الف بر اساس رابطه زیر اضافه شد (اسحاق‌زاده و حاجیان، ۲۰۲۱):

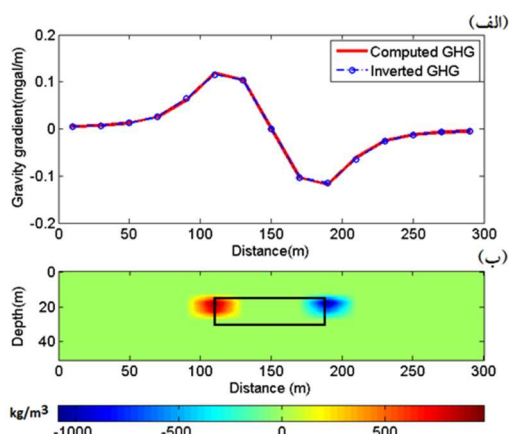
$$d_{rand}(x_i) = d(x_i)[1 + (RAN_{(i)} - 0.5) \times 0.1] \quad (24)$$

که $d_{rand}(x_i)$ مقدار بی‌هنجاری نوفه‌دار در x_i است و $RAN_{(i)}$ عدد شبه تصادفی در بازه $(0, 1)$ است. فاصله بین اعداد شبه تصادفی منظم نیست.

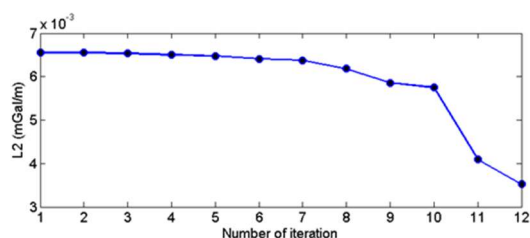
مقدار خطای اولیه مفروض بین میدان گرانی محاسبه‌ای

مرسوم است. این پخش‌ها نتوانسته‌اند گسترش عمقی مرز را به‌خوبی برآورد کنند، اما عمق سطح بالا و تا حدود زیادی گسترش عمقی مرز عمودی چشمه را آشکار کرده‌اند. مقادیر بیشینه و کمینه محاسبه‌شده برای پخش چگالی زیرسطحی در حدود 950 kg/m^3 و 1100 kg/m^3 است.

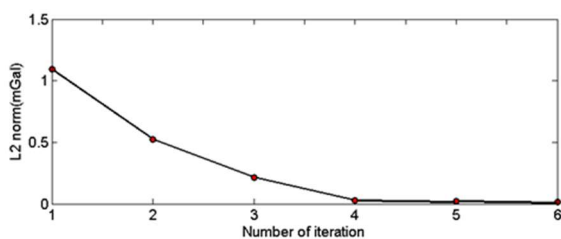
همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، مقدار خطای بین گرادیان گرانی محاسبه‌ای و داده گرادیان افقی محاسبه‌شده از وارون‌سازی، کاهش شدیدی را در تکرار یازدهم نشان می‌دهد و در تکرار دوازدهم به مقدار 0.0036 mGal/m رسید که این خطا از مقدار خطای فرض شده اولیه کمتر بود و در نتیجه، فرایند وارون‌سازی در این تکرار متوقف شد.



شکل ۷. (الف) میدان گرادیان افقی گرانی محاسبه‌ای و میدان گرادیان گرانی حاصل از وارون‌سازی مطابق با (ب) پخش چگالی زیرسطحی نتیجه‌شده از وارون‌سازی برای مدل مصنوعی.



شکل ۸. تغییرات نل‌نرم دو خطا بین داده گرادیان افقی گرانی مشاهده‌ای و داده گرادیان گرانی تولیدشده از وارون‌سازی در هر تکرار برای مدل مصنوعی.



شکل ۶. تغییرات نل‌نرم دو خطا بین داده گرانی مشاهده‌ای نوبه‌دار و داده گرانی تولیدشده از وارون‌سازی در هر تکرار برای مدل مصنوعی

۳-۴ تحلیل گرادیان افقی گرانی مدل مصنوعی
در این بخش داده گرادیان افقی میدان گرانی (Gravity (horizontal gradient, GHG) مدل مصنوعی که در شکل ۲- الف نشان داده شده است، با روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد تجزیه و تحلیل می‌شود.

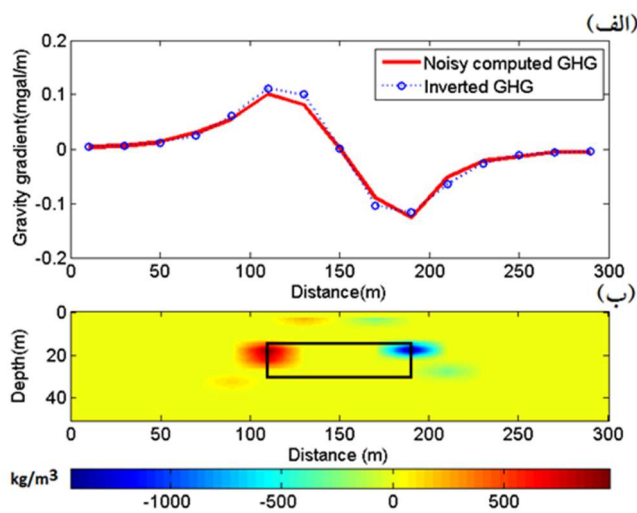
مقدار خطای اولیه مفروض بین گرادیان گرانی محاسبه‌ای و گرادیان گرانی حاصل از وارون‌سازی که یکی از معیارهای توقف تکرار در فرایند وارون‌سازی است، 0.004 mGal/m و مقدار β برابر با 0.001 است. تعداد فرایند تکرار برای وارون‌سازی ۳۰ تکرار است.

تغییرات میدان گرادیان گرانی مدل مصنوعی، در شکل ۷- الف با منحنی قرمز رنگ نشان داده شده است. نتیجه وارون‌سازی توزیع چگالی زیرسطحی با علامت متفاوت روی مرزهای عمودی چشمه بی‌هنجاری دیده می‌شود (شکل ۷- ب). میدان گرادیان افقی گرانی حاصل از وارون‌سازی در شکل ۷- الف با دایره و خطوط منقطع آبی رنگ نشان داده شده است.

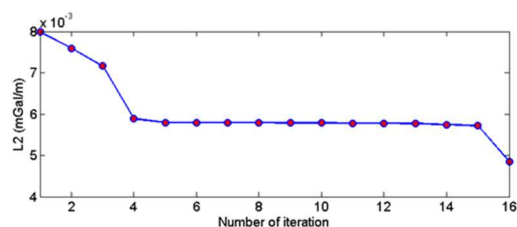
همان‌طور که در شکل ۷- ب مشاهده می‌شود، مقادیر بیشینه و کمینه گرادیان گرانی افقی روی مرزهای عمودی توده مولد بی‌هنجاری واقع می‌شود و پخش‌های چگالی مثبت و منفی مطابق با مقادیر بیشینه و کمینه داده گرادیان افقی گرانی به‌خوبی عمق مرزهای عمودی را آشکار کرده‌اند. استفاده از گرادیان گرانی برای تعیین لبه روشی

گسترش عمقی مرز عمودی چشمه بی‌هنجاری را مشخص کرده است. مقادیر بیشینه و کمینه محاسبه شده برای پخش چگالی زیرسطحی در حدود 600 kg/m^3 و -1450 kg/m^3 است.

همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، مقدار خطای بین گرادیان گرانی محاسبه‌ای و داده گرادیان افقی محاسبه شده از وارون‌سازی، کاهش شدیدی را در تکرار شانزدهم نشان می‌دهد و در این تکرار به مقدار 0.0049 mGal/m رسید. این خطا از مقدار خطای فرض شده اولیه کمتر بود و در نتیجه، فرایند وارون‌سازی در تکرار ۱۶ متوقف شد.



شکل ۹. الف) میدان گرادیان افقی گرانی محاسبه‌ای نوفه‌دار و میدان گرادیان گرانی حاصل از وارون‌سازی مطابق با (ب) پخش چگالی زیرسطحی نتیجه شده از وارون‌سازی برای مدل مصنوعی.



شکل ۱۰. تغییرات نلژم دو خطا بین داده گرادیان افقی گرانی مشاهده‌ای نوفه‌دار و داده گرادیان گرانی تولید شده از وارون‌سازی در هر تکرار برای مدل مصنوعی.

۴-۴ تحلیل گرادیان افقی گرانی نوفه‌دار مدل مصنوعی

برای بررسی کارایی روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد در حالت وجود نوفه، به میدان گرادیان افقی گرانی نظری که در شکل ۸ نشان داده شده است، ۲۰٪ نوفه تصادفی بر اساس رابطه زیر اضافه شد:

$$d_{rand}(x_i) = d(x_i)[1 + (RAN_{(i)} - 0.5) \times 0.2] \quad (25)$$

مقدار خطای اولیه مفروض بین گرادیان گرانی محاسبه‌ای و گرادیان گرانی حاصل از وارون‌سازی که یکی از معیارهای توقف تکرار در فرایند وارون‌سازی است، 0.005 mGal/m و مقدار β برابر با 0.001 است. تعداد فرایند تکرار برای وارون‌سازی ۳۰ تکرار است. تغییرات میدان گرادیان گرانی مدل مصنوعی، در شکل ۹-الف با منحنی قرمز رنگ نشان داده شده است. نتیجه وارون‌سازی توزیع چگالی زیرسطحی با علامت متفاوت روی مرزهای عمودی چشمه بی‌هنجاری دیده می‌شود (شکل ۹-ب). میدان گرادیان افقی گرانی حاصل از وارون‌سازی در شکل ۹-الف با دایره و خطوط منقطع آبی رنگ نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۹-ب مشاهده می‌شود، مقادیر بیشینه و کمینه گرادیان گرانی افقی منطبق بر مرزهای عمودی توده مولد بی‌هنجاری است و پخش‌های چگالی مثبت و منفی مطابق با مقادیر بیشینه و کمینه داده گرادیان افقی گرانی تا حدودی عمق مرزهای عمودی را آشکار کرده‌اند. این پخش‌ها نتوانسته‌اند گسترش عمقی مرز را به خوبی برآورد کنند، اما عمق سطح بالا و تا حدی پذیرفتنی، گسترش عمقی مرز عمودی چشمه را آشکار کرده‌اند.

همان‌طور که در شکل اخیر دیده می‌شود، به دلیل وجود نوفه، چندین پخش کوچک با دامنه کم نیز بعد از اتمام وارون‌سازی در محدوده زیرسطحی آشکار شده است. همچنین توزیع چگالی مثبت بهتر از پخش چگالی منفی

۵ میدان گرانی واقعی مربوط به گنبد نمکی آجی‌چای

در این بخش نخست موقعیت و زمین‌شناسی منطقه آجی‌چای معرفی و داده گرانی آن با روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد تحلیل می‌شود.

۱-۵ موقعیت و زمین‌شناسی محدوده آجی‌چای

حوضه آجی‌چای در آذربایجان شرقی، شمال غرب ایران، با ارتفاعات و توده‌های پلوتونی-آتشفشانی احاطه شده است و در واقع یک حوضه بین کوهستانی است که در مجموعه‌ای از قوس‌های ماگمایی مربوط به اواخر ترشیر قرار گرفته است.

گنبد نمکی آجی‌چای در جنوب غرب میانه (شمال ماه‌نشان) در استان آذربایجان شرقی و در منطقه ساختاری ایران مرکزی و در نقشه ۱/۱۰۰۰۰۰۰ زمین‌شناسی میانه قرار دارد. این گنبد شامل رسوبات مارنی، ماسه‌سنگی و کنگلومرایی به همراه رسوبات تبخیری است که به علت داشتن رخساره‌های سست، در معرض فرسایش زیادی قرار گرفته و ریخت‌شناسی پست با دره‌های کم‌ژرفا و ملایم را ساخته است.

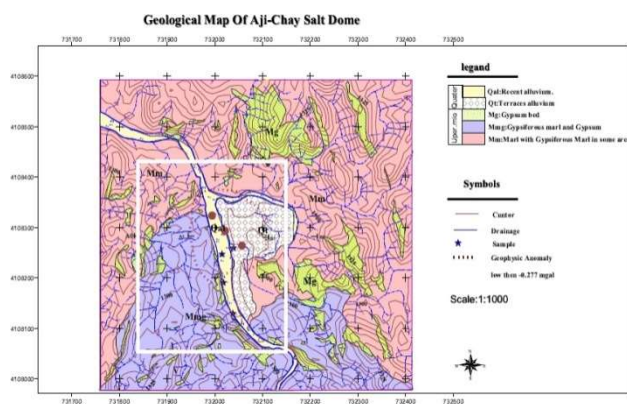
این گنبدها در منطقه ساختاری زمین‌ساختی ایران مرکزی و در سازند قرمز بالایی به سن میوسن میانی تا

بالایی قرار دارند (آقانباتی، ۱۳۸۳) و از نظر ذخایر پتاس غنی هستند. واحدهای زمین‌شناسی محدوده شامل ژئیس، مارن، کنگلومرا و مارن ژئیس دار است (شکل ۱۱).

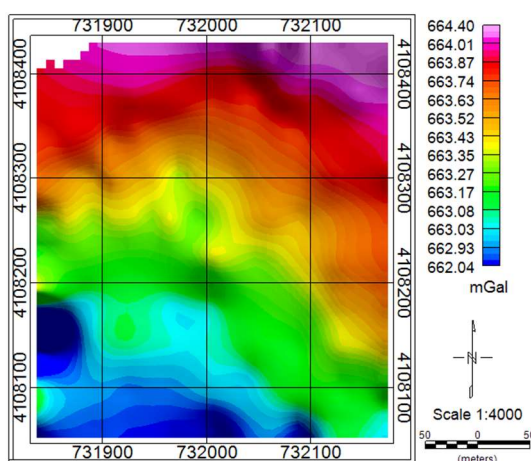
۲-۵ میدان گرانی منطقه آجی‌چای

پس از اعمال تصحیحات مورد نیاز بر داده‌های گرانی منطقه آجی‌چای، با استفاده از روش درون‌یابی کریگینگ، نقشه بی‌هنجاری گرانی بوگه (تغییرات میدان گرانی) ناحیه رسم شد (شکل ۱۲). در محدوده مطالعاتی، در ۱۱۱ نقطه داده گرانی قرائت شد که کمترین فاصله بین نقاط اندازه‌گیری حدود ۲۰ متر و بیشترین فاصله حدود ۴۰ متر روی مقطع برداشت است. داده‌برداری در طول ده مقطع در منطقه‌ای به ابعاد ۳۷۵×۳۲۰ متر انجام پذیرفت. هدف از این عملیات، اکتشاف گنبد نمکی منطقه آجی‌چای است که از نظر منابع پتاس درخور توجه است.

بی‌هنجاری گرانی بوگه، مجموع گرانی بی‌هنجاری منطقه‌ای و محلی (با باقیمانده) است. در محدوده منطقه مورد مطالعه، اثر گرانی ساختارهای بزرگ زمین‌شناسی را میدان گرانی منطقه‌ای و اثر گرانی ساختارهای کوچک (چشمه‌های گرانی کوچک) را میدان گرانی محلی در نظر می‌گیرند. همان‌طور که پیش از این ذکر شد، آنچه که در مطالعات گرانی‌سنجی اهمیت دارد، میدان گرانی

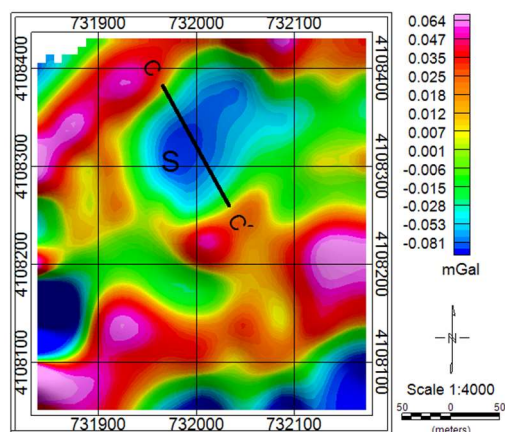


شکل ۱۱. نقشه زمین‌شناسی منطقه آجی‌چای. محدوده داده‌برداری گرانی با مستطیل سفیدرنگ مشخص شده است.



شکل ۱۲. نقشه بی‌هنجاری بوگه منطقه آجی‌چای.

محلی است و تحلیل‌ها و تفسیرها برای این میدان صورت می‌پذیرد؛ بنابراین نیاز است تا میدان گرانی منطقه‌ای از محلی جدا شود. اثر میدان گرانی منطقه‌ای، طول موج‌های بزرگ و میدان گرانی محلی طول موج‌های کوچک دارد؛ زیرا چشمه میدان گرانی منطقه‌ای مربوط به ساختارهای بزرگ زمین‌شناسی است و چشمه میدان گرانی محلی مربوط به ساختارهای کوچک زمین‌شناسی است که اهداف اصلی اکتشاف هستند. جدا کردن این طول موج‌ها با برازش یک سطح چندجمله‌ای به شبکه داده گرانی صورت می‌گیرد که با نام روند سطحی شناخته می‌شود. شکل ۱۳ نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده منطقه آجی‌چای را با استفاده از روند سطحی درجه یک نشان می‌دهد. بی‌هنجاری منفی که با حرف S مشخص شده است، مربوط به گنبد نمکی مورد نظر است. به دلیل تباین چگالی منفی نمک با محیط اطراف، اثر گرانی آن روی نقشه میدان گرانی باقی‌مانده مقادیر منفی دارد. برای مدل‌سازی وارون، داده‌برداری در راستای مقطع CC' به طول ۱۳۰ متر در ۱۴ نقطه و با فاصله ۱۰ متر صورت پذیرفت (شکل ۱۳). تباین چگالی نمک با محیط اطراف در حدود 300 Kg/m^3 است.



شکل ۱۳. نقشه بی‌هنجاری باقی‌مانده، موقعیت و راستای مقطع CC' در منطقه آجی‌چای با استفاده از روش روند سطحی درجه یک.

۶ وارون‌سازی

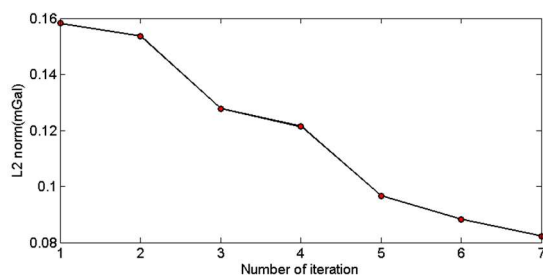
برای مدل‌سازی وارون داده گرانی در راستای مقطع CC'، محدوده زمین زیرسطحی به شبکه‌ای از سلول‌های مکعبی با ابعاد 4×10 متر تجزیه شده است. در این مدل فرض شده است برای محیط زیرسطحی، ۱۴ سلول در راستای افق و ۲۰ سلول در راستای عمودی واقع شده‌اند؛ بنابراین بیشینه عمق در نظر گرفته شده، ۸۰ متر است.

تعداد تکرار و مقدار کمترین خطای نرم دو مفروض بین گرانی مشاهده‌ای (اندازه‌گیری شده) و گرانی محاسبه‌ای

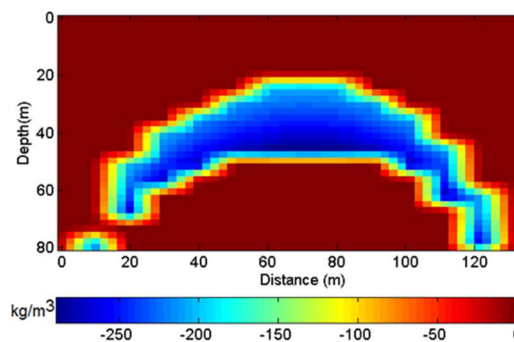
برای وارون‌سازی داده گرانی واقعی مربوط به گنبد نمکی با استفاده از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد، به ترتیب ۲۰ تکرار و $0/085$ mGal است. همان‌طور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود، مقدار خطای نرُم دو در تکرار اول $0/158$ mGal است که این مقدار در تکرار ششم به $0/083$ mGal و در تکرار هفتم به $0/033$ mGal کاهش یافته است، به گونه‌ای که از مقدار خطای فرض شده اولیه کمتر است؛ بنابراین تکرار به پایان رسیده است و مقادیر تباین چگالی محاسبه‌شده در تکرار هفتم، جواب بهینه روش وارون‌سازی برای نحوه توزیع و پخش چگالی زیرسطحی در نظر گرفته می‌شود که معرف شکل گنبد نمکی زیرسطحی نیز هست.

شکل ۱۵ توزیع چگالی زیرسطحی محاسبه‌شده برای محدوده مطالعاتی در آجی‌چای را با استفاده از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد نشان می‌دهد. کمینه تباین چگالی به دست آمده در حدود 290 kg/m^3 است. گفتنی است تباین‌های چگالی بزرگ‌تر از 0 kg/m^3 و کمتر از 300 kg/m^3 در هر تکرار از جواب‌ها حذف شده‌اند. با توجه به شکل ۱۵، عمق سطح بالای گنبد نمکی در حدود ۲۰ متر و عمق سطح پایین آن در وسط توده در حدود ۵۰ متر است. اختلاف عمق بالا و پایین توده در حدود ۵۰ متر است. همچنین گستردگی توده در راستای افقی در بیشترین حالت، یعنی فاصله دو ریشه عمقی مدل‌سازی شده با روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد در حدود ۱۰۰ متر و گسترش افقی توده در عمق میانگین گنبد نمکی (عمقی در حدود ۵۰ متر) در حدود ۸۵ متر است.

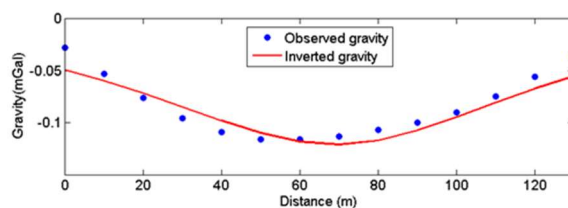
دایره‌های آبی‌رنگ در شکل ۱۶، میدان گرانی اندازه‌گیری شده در راستای مقطع CC' و منحنی قرمز رنگ میدان گرانی محاسبه‌شده متناسب با توزیع چگالی زیرسطحی به دست آمده از وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد را نشان می‌دهد.



شکل ۱۴. تغییرات نرُم دو خطا بین داده گرانی اندازه‌گیری شده و داده گرانی تولید شده از وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد در هر تکرار برای داده گرانی مربوط به گنبد نمکی در آجی‌چای.



شکل ۱۵. پخش چگالی زیرسطحی محاسبه‌شده با روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد برای داده گرانی مربوط به گنبد نمکی در آجی‌چای.



شکل ۱۶. میدان گرانی اندازه‌گیری شده (دایره‌های آبی‌رنگ) در راستای مقطع CC' و میدان گرانی محاسبه‌شده (منحنی قرمز رنگ).

۶-۱ تحلیل گرادیان افقی گرانی گنبد نمکی

برای تحلیل گرادیان افقی میدان گرانی در راستای مقطع CC' (منحنی قرمز رنگ در شکل ۱۸-الف) با استفاده از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد، تعداد تکرار و مقدار خطای نرُم دو گرادیان افقی گرانی به ترتیب $0/001$ mGal/m و 15 mGal/m در نظر گرفته شده است.

شکل ۱۷ تغییرات خطای نرُم دو گرادیان افقی گرانی را با افزایش تکرار نشان می‌دهد. مقدار نرُم دو در تکرار دهم

به مقدار $0/0011 \text{ mGal/m}$ و در تکرار یازدهم به مقدار $0/0057 \text{ mGal/m}$ رسید. مقدار خطا در تکرار یازدهم از مقدار خطای فرض شده اولیه کمتر شده است؛ بنابراین جواب بهینه حاصل از وارون‌سازی مربوط به بخش چگالی محاسبه شده در تکرار یازدهم است. تغییرات میدان گرادیان افقی گرانی متناظر با نتیجه وارون‌سازی میدان گرادیان افقی گرانی محاسبه‌ای که در شکل ۱۸-ب نشان داده شده است، در شکل ۱۸-الف با منحنی خط‌چین آبی‌رنگ ترسیم شده است. گفتنی است به دلیل منفی بودن بی‌هنجاری گرانی گنبد نمکی، در محاسبه گرادیان گرانی از قدر مطلق آن استفاده شده است.

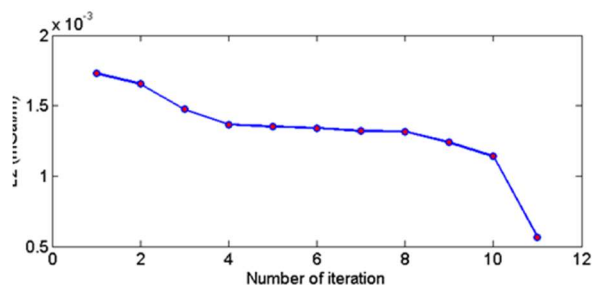
همان‌طور که در شکل ۱۸-ب مشاهده می‌شود، دو توده مشخص با مقادیر مثبت در عمق تقریبی ۲۰ متری و با فاصله‌ای در حدود ۲۵ متری و ۱۰۸ متری از مبدأ واقع شده‌اند که در مقایسه با توده مدل‌سازی شده در شکل ۱۵ می‌توان گفت این توده‌ها به خوبی منطبق بر عمق بالایی گنبد نمکی و از طرفی، منطبق بر گستره افقی گنبد نمکی در عمق میانگین آن (عمق ۵۰ متری) هستند. بر اساس نتایج، گستره افقی گنبد نمکی در حدود عمق میانگین و حدود ۸۳ متر است؛ بنابراین وارون‌سازی میدان گرادیان گرانی در راستای مقطع CC' توانسته است عمق سطح بالای توده و محدوده گسترش افقی چشمه مولد بی‌هنجاری را در عمق متوسط (گنبد نمکی) مشخص کند.

۷ تخمین عمق گنبد نمکی با روش‌های مرسوم

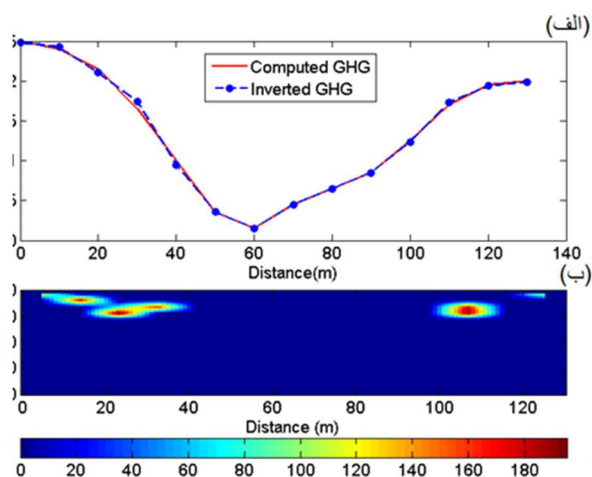
برای تخمین تقریبی عمق سطح بالای گنبد نمکی از دو روش مرسوم تخمین عمق، یعنی روش‌های واهمامیخت اوپلر و طیف توان (طیف چگالی انرژی) استفاده می‌شود. شکل ۱۹ تخمین‌های عمقی صورت گرفته با روش اوپلر را برای طول پنجره 7×7 نشان می‌دهد که روی نقشه میدان گرانی باقی مانده ترسیم شده‌اند. بیشتر مقادیر تخمین عمق اوپلر روی مرز چشمه واقع هستند. بر اساس تحلیل عمقی

اوپلر، عمق سطح بالای بخش‌های شمالی و جنوبی گنبد در حدود ۵۰ متر و بخش شرقی و غربی آن در حدود ۶۰ متر است. با توجه به شکل ۱۵ می‌توان عمق سطح بالای گوشه‌های گنبد نمکی را به‌طور میانگین در حدود ۵۰ متر در نظر گرفت که با تخمین عمق صورت گرفته با روش اوپلر مطابقت دارد.

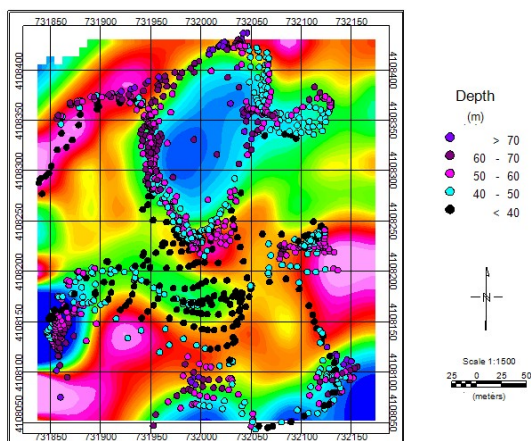
روش طیف توان عمق میانگین، سطح بالایی توده مولد بی‌هنجاری را در حدود ۲۱ متر برآورد کرده است (محل تقاطع خط آبی‌رنگ افقی با محور عمودی در شکل ۲۰).



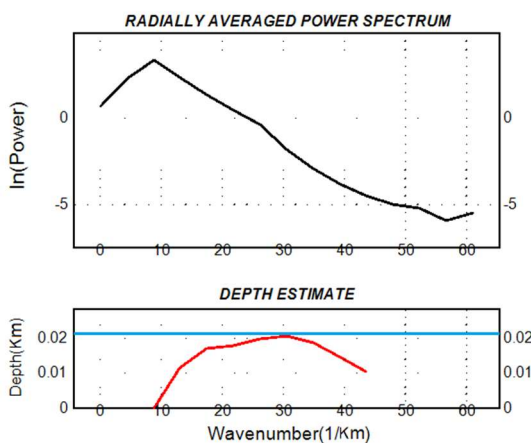
شکل ۱۷. تغییرات نلارم دو خطا بین داده گرادیان افقی گرانی محاسبه شده و تولید شده از وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد در هر تکرار برای گنبد نمکی آبی‌چای.



شکل ۱۸. (الف) تغییرات میدان گرادیان افقی گرانی محاسبه شده و تولید شده از (ب) توزیع چگالی به دست آمده از وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد داده گرادیان افقی گرانی محدوده مطالعاتی در آبی‌چای.



شکل ۱۹. تخمین‌های عمقی صورت‌گرفته با روش اویلر که روی نقشه میدان گرانی باقی‌مانده منطقه آجی‌چای ترسیم شده‌اند.



شکل ۲۰. تحلیل عمق میانگین سطح بالای گنبد نمکی با استفاده از روش طیف توان.

۸ تعیین مرز بی‌هنجاری گرانی با روش‌های مرسوم برای محدوده مطالعاتی در آجی‌چای

در این بخش از شش فیلتر فاز محلی مرسوم آشکارکننده مرز توده مولد بی‌هنجاری به نام‌های سیگنال تحلیلی، زاویه تیلت، مشتق افقی کل، نقشه تنا، زاویه تیلت هذلولی و مشتق افقی کل نرمال شده یا TDX برای تعیین مرز چشمه بی‌هنجاری استفاده می‌شود تا بتوان نتایج را با تخمین مرز به‌دست آمده از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد مقایسه کرد. از آنجایی که این فیلترها بر نقشه میدان

گرانی اعمال می‌شوند، می‌توان با تحلیل نقشه‌های به‌دست آمده از این فیلترهای تعیین لبه، گسترش افقی چشمه زیرسطحی را تعیین کرد.

۸-۱ فیلترهای فاز محلی

سیگنال تحلیلی یک عملگر مختلط، تحلیلی است. قسمت حقیقی آن گرادیان افقی داده‌های گرانی و قسمت موهومی آن مشتق قائم داده‌های گرانی است. در واقع قسمت موهومی آن تبدیل هیلبرت قسمت حقیقی آن است. بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی روی لبه‌های توده قرار می‌گیرد. مقدار سیگنال تحلیلی و دامنه آن برای حالت دوبعدی داده گرانی (T) برابر است با:

$$|A(x)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \quad (26)$$

یک فیلتر فاز محلی متداول، زاویه تیلت (زاویه انحراف) است که هم در حوزه بسامد و هم در حوزه مکان به راحتی می‌توان آن را محاسبه کرد (میلر و سینق، ۱۹۹۴):

$$T = \tan^{-1} \left(\frac{\partial f / \partial z}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}} \right) \quad (27)$$

که f میدان گرانی یا مغناطیس است. گرادیان زاویه تیلت خاصیت‌های جالبی دارد. گرادیان محاسبه شده بدون بعد است که به چشمه‌های عمیق و کم عمق پاسخ بسیار خوبی می‌دهد. برای چشمه‌هایی که در سطح یکسانی قرار دارند نیز کاربرد مناسبی دارد. برای چشمه با چگالی مثبت، زاویه تیلت در بالای بی‌هنجاری مثبت است. در نزدیک لبه‌ها، جایی که مشتق عمودی صفر و مشتق افقی بیشترین مقدار را دارد، مقدار زاویه تیلت صفر و بیرون از منطقه بی‌هنجاری زیرسطحی، منفی است.

ویجنس و همکاران (۲۰۰۵) نقشه تنا را بر اساس سیگنال تحلیلی معرفی کردند:

$$Theta = \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}} \right) \quad (28)$$

که f میدان پتانسیل برداشت شده است. صورت کسر بیانگر گرادیان افقی کل و مخرج کسر معادل سیگنال تحلیلی است. در این فیلتر، اندازه گرادیان افقی کل با اندازه سیگنال تحلیلی نرمال شده است. این فیلتر به برآورد مرز توده‌های مولد بی‌هنجاری میدان پتانسیل منجر می‌شود. استفاده از قسمت حقیقی تابع تاوانت هذلولی در محاسبه زاویه تیلت نتایج بهتری در آشکارسازی مرز بی‌هنجاری نسبت به روش‌های ذکر شده دارد (کوپر، ۲۰۰۶):

$$HTA = R \left(\tan^{-1} \left(\frac{\partial f / \partial z}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}} \right) \right) \quad (29)$$

f تابع میدان گرانی و R بیانگر بخش حقیقی تابع است. $\partial f / \partial x$ ، $\partial f / \partial y$ و $\partial f / \partial z$ به ترتیب گرادیان گرانی یا مغناطیس در راستای افقی x و y و راستای قائم z است. بیشینه مقدار گرادیان افقی که مشتق افقی کل نیز نامیده می‌شود، باعث نمایان شدن بهتر لبه‌های بی‌هنجاری در هر جهتی می‌شود (کوپر، ۲۰۰۶):

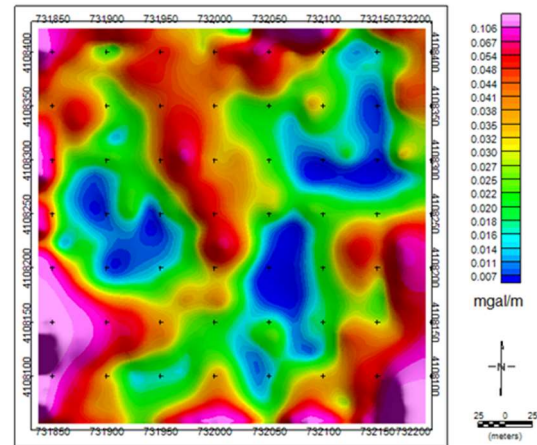
$$fx_{tot} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad (30)$$

فیلتر نرمال شده از فرمول مشتق افقی کل به صورت زیر است:

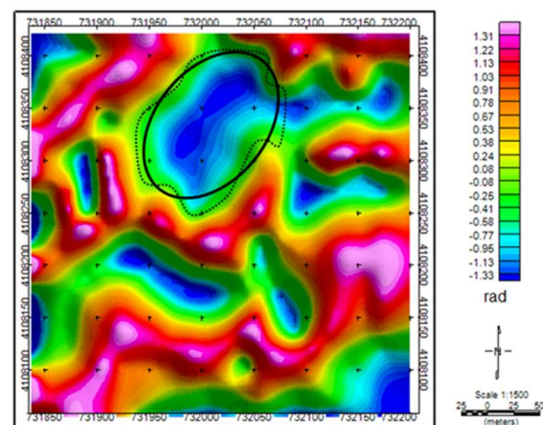
$$TDX = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}{|\partial f / \partial z|} \right) \quad (31)$$

نتایج داده‌های گرانی فیلتر شده به ترتیب با سیگنال تحلیلی، زاویه تیلت، نقشه تتا، زاویه تیلت هذلولی، مشتق افقی کل و مشتق افقی کل نرمال شده یا TDX در شکل‌های ۲۱ تا ۲۶

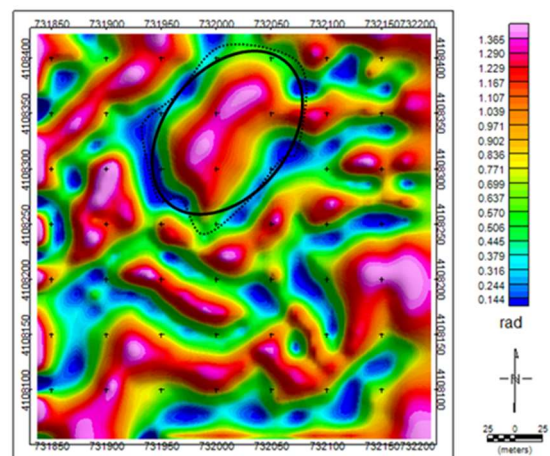
نشان داده شده است.



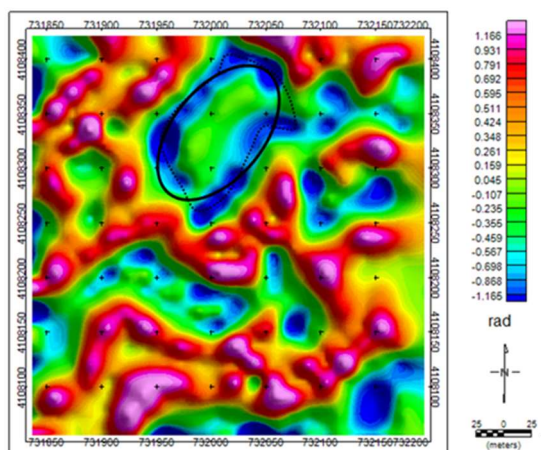
شکل ۲۱. نقشه سیگنال تحلیلی داده گرانی گنبد نمکی آجی‌چای.



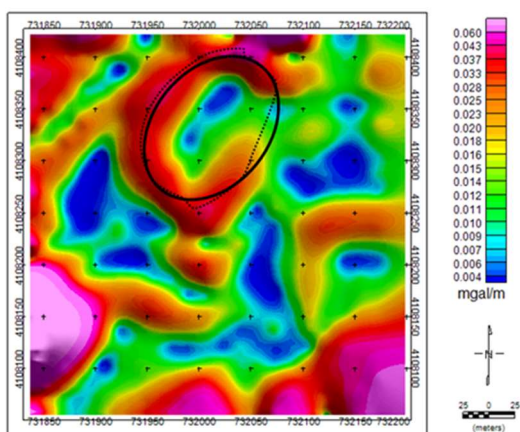
شکل ۲۲. نقشه زاویه تیلت داده گرانی گنبد نمکی آجی‌چای.



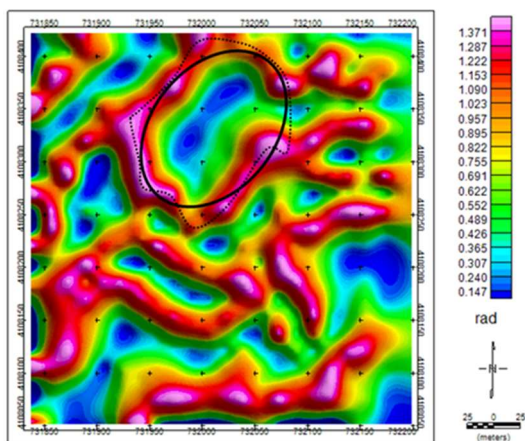
شکل ۲۳. نقشه تتا داده گرانی گنبد نمکی آجی‌چای.



شکل ۲۴. نقشه زاویه تیلت هذلولی داده گرانی گنبد نمکی آجی‌جای.



شکل ۲۵. نقشه مشتق افقی کل داده گرانی گنبد نمکی آجی‌جای.



شکل ۲۶. نقشه TDx داده گرانی گنبد نمکی آجی‌جای.

سیگنال تحلیلی (شکل ۲۱) پاسخی پذیرفتنی نشان نداده

است و بر اساس این فیلتر نمی‌توان حدسی درباره گسترش افقی گنبد نمکی زد. همان‌طور که قبلاً نیز گفته شد، مقادیر صفر زاویه تیلت روی مرز واقع می‌شوند. در شکل ۲۲ مقادیر صفر زاویه تیلت با خط نقطه‌چین به صورت تقریبی مشخص و بهترین خط پیوسته به شکل بیضوی بر آن برازش شده است. فاصله بین دو لبه به‌دست آمده از فیلتر زاویه تیلت در راستای مقطع 'CC' در حدود ۱۰۵ متر است که با گستره افقی به‌دست آمده از وارون‌سازی (شکل ۱۸) تطابق خوبی دارد. از آنجایی که چگالی نمک نسبت به محیط اطراف کمتر است، تباین چگالی منفی است و کوچک‌ترین مقادیر زاویه تیلت روی گنبد نمکی واقع شده است. کمترین مقادیر فیلتر نقشه تا (شکل ۲۳) و زاویه تیلت هذلولی (شکل ۲۴) مرز توده را آشکار کرده‌اند. به دلیل ناهمگنی و پیچیدگی زمین ممکن است مرز برآورد شده پیوسته نباشد، اما می‌توان مرز بسته‌ای برای چشمه بی‌هنجاری متصور شد. بزرگ‌ترین مقادیر مشتق افقی کل (شکل ۲۵) و مشتق افقی کل نرمال شده TDx (شکل ۲۶) مرز گنبد نمکی را برجسته کرده‌اند. در این چهار شکل اخیر نیز سعی شده است بهترین شکل هندسی به‌عنوان مرز، روی نقاط نقطه‌چین برازش شود. فاصله بین دو لبه به‌دست آمده از فیلتر نقشه تا، زاویه تیلت هذلولی، مشتق افقی کل و مشتق افقی کل نرمال شده در راستای مقطع 'CC' به ترتیب در حدود ۱۲۰ متر، ۸۵ متر، ۱۱۵ متر و ۱۳۰ متر است که با گستره افقی به‌دست آمده از وارون‌سازی (شکل ۱۸) خطایی پذیرفتنی را نشان می‌دهند.

۹ نتیجه‌گیری

در این مطالعه، از روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد برای تجزیه و تحلیل داده گرانی و گرادیان افقی گرانی یک مدل مصنوعی، با و بدون نوفه اضافه‌شده استفاده شد. نتیجه وارون‌سازی به‌خوبی توده زیرسطحی و موقعیت مرزهای عمودی آن را آشکار کرده است. این موضوع توانایی زیاد روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد

را در تفسیر میدان گرانی و گرادیان افقی گرانی نشان می‌دهد. همچنین از روش وارون‌سازی ذکر شده برای تحلیل میدان گرانی دوبعدی یک گنبد نمکی واقع در آجی‌چای آذربایجان شرقی استفاده شد.

در وارون‌سازی داده گرانی مدل مصنوعی با روش متمرکز وزن‌دار شده مجدد، بیشترین مقدار چگالی محاسبه شده 1100 kg/m^3 است و در حالتی که به داده گرانی نوفه اضافه شده است، بیشترین مقدار چگالی محاسبه شده در حدود 1020 kg/m^3 است که به ترتیب نشان‌دهنده خطایی برابر با ۱۰٪ و ۲٪ هستند.

در وارون‌سازی داده گرانی مقطع گنبد نمکی با روش متمرکز وزن‌دار شده مجدد، عمق سطح بالا و پایین توده در مرکز به ترتیب در حدود ۲۰ متر و ۵۰ متر و گسترش افقی توده در عمقی معادل سطح پایین مرکز توده در حدود ۸۵ متر و در سطح پایین گنبد نمکی (فاصله بین دو ریشه) که می‌توان آن را مرز دورتر تلقی کرد، تقریباً ۱۰۰ متر برآورد شده است. همچنین بیشینه مقدار چگالی تخمینی برای گنبد نمکی 290 kg/m^3 - و مقدار خطای نرم دو به دست آمده در تکرار هفتم 0.0833 mGal است. روش واهمامیخت اوپلر عمق سطح بالای گنبد نمکی را در محدوده مرزهای آن بین ۵۰ تا ۶۰ متر و روش طیف توان عمق سطح بالای گنبد نمکی را تقریباً ۲۱ متر تخمین زده‌اند که با مقادیر به دست آمده از وارون‌سازی داده گرادیان گرانی گنبد نمکی همخوانی خوبی دارد. همچنین استفاده از فیلترهای فاز محلی برای اعتبارسنجی آشکارسازی لبه‌های گنبد نمکی، کارایی پذیرفتنی روش وارون‌سازی متمرکز وزن‌دار شده مجدد را در تعیین مرزهای عمودی توده اثبات می‌کند.

تشکر و قدردانی

نگارندگان بر خود لازم می‌دانند از شرکت عملیات اکتشاف نفت به دلیل در اختیار قرار دادن داده‌های منطقه

مورد مطالعه کمال تشکر و قدردانی را داشته باشند. از داوران محترم نیز سپاسگزاریم که با نظرهای ارزشمندشان بر غنای علمی این پژوهش افزودند.

منابع

- آقاباتی، س. ع.، ۱۳۸۳، زمین‌شناسی ایران: انتشارات سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور، تهران.
- پرینان، س.، محمدزاده مقدم، م.، نورعینی، ج.، ابراهیمی، د.، میرزایی، س.، حیدریان دهکردی، ن.، ۱۳۹۳، وارون‌سازی و تفسیر داده‌های گرانی منطقه زمین‌گرمایی محلات: نشریه زمین‌شناسی ژئوتکنیک، ۱۰(۴)، ۳۱۲-۳۰۳.
- حاجیان، ع. ر.، زمردیان، ح.، ۱۳۹۵، برآورد عمق و شکل حفره‌های زیرزمینی با استفاده از دستگاه واسط عصبی فازی تطبیقی چندگانه با داده‌های گرانی سنجی: مجله فیزیک زمین و فضا، ۴۲(۳)، ۵۳۵-۵۴۸.
- خالقی یلد گنبدی، م.، ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۶، وارون‌سازی سه‌بعدی گرانی با استفاده از الگوریتم تصادفی کوکریجینگ، کاربرد روش روی داده‌های سایت معدنی صفو: نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، ۳(۱)، ۸۷-۹۷.
- صیادی، س.، ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۳، مدل‌سازی معکوس سه‌بعدی داده‌های گرانی بر اساس الگوریتم یادگیری تطبیقی: شانزدهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، ۱۲۵-۱۳۱.
- عابدی، م.، افشار، ا.، ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، نوروزی، غ.، ۱۳۹۰، مدل‌سازی دوبعدی داده‌های گرانی با استفاده از روش معکوس‌سازی فشرده و معیار متغیر چگالی: مجله ژئوفیزیک ایران، ۵(۱)، ۹۲-۱۰۸.
- قلعه‌نویی، س.، ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۳، تخمین عمق و ضریب شکل آنومالی‌های گرانی سنجی با استفاده از روش کمترین مربعات، مطالعه موردی سایت

- هواسان: شانزدهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، ۹۷-۱۰۰.
- قلعه‌نویی، س.، ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۴، برآورد عمق، ضریب دامنه و فاکتور شکل هندسی کانسار باریت با استفاده از وارون‌سازی غیرخطی نامقید داده-های گرانی‌سنجی: مجله ژئوفیزیک ایران، ۹(۳)، ۶۰-۷۵.
- ولی اقبال، م.، ۱۳۹۳، تعیین عمق سنگ بستر با استفاده از مدل‌سازی غیرخطی داده‌های گرانی: شانزدهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، ۷۲-۷۶.
- Barbosa, V. C. F., and Silva, J. B. C., 1994, Generalized compact gravity inversion: *Geophysics*, **59**, 57-68.
- Blakely, R. J., 1995, *Potential Theory in Gravity and Magnetic Application*: Cambridge University Press.
- Boulianger, O., and Chouteau, M., 2001, Constraints in 3D gravity inversion: *Geophysical Prospecting*, **49**(2), 265-280.
- Cooper, G. R. J., 2006, Enhancement potential field data using local phase filters: *Computers & Geosciences*, **29**(8), 941-948.
- Eshaghzadeh, A., and Hajian, A., 2021, 2-D gravity inverse modelling of anticlinal structure using improved particle swarm optimization (IPSO): *Arabian Journal of Geosciences*, **14**, 1378.
- Farquharson, C. G., 2008, Constructing piecewise-constant models in multi-dimensional minimum-structure inversions: *Geophysics*, **73**(1), K1-K9.
- Gerkense A. J. C., 1989, *Foundation of Exploration Geophysics (Methods in Geochemistry and Geophysics)*: Elsevier Science Ltd.
- Hou, Z. L., Wei, X. H., and Huang D. N., 2015, Fast density inversion solution for full tensor gravity gradiometry data: *Pure and Applied Geophysics*, **173**(2), 509-523.
- Kwon, J. M., Jun, H., Song, H., Jang, U., and Shin, C., 2017, Waveform inversion in the shifted Laplace domain: *Geophysical Journal International*, **210**(1), 340-353.
- Last, B. J., and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, **48**, 713-721.
- Lelievre, P. G., Oldenburg, D. W., and Williams, N. C., 2009, Integrating geological and geophysical data through advanced constrained inversions: *Exploration Geophysics*, **40**(4), 334-341.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data: *Geophysics*, **61**(2), 394-408.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1998, 3-D inversion of gravity data: *Geophysics*, **63**, 109-119.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 2003, Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method: *Geophysical Journal International*, **152**(2), 251-265.
- Mehanee, S., Golubev, N., and Zhdanov, M. S., 1998, Weighted regularized inversion of the magnetotelluric data: 68th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Extended Abstracts.
- Miller, H. G., and Singh, V., 1994, Potential field tilt—a new concept for location of potential field sources: *Journal of Applied Geophysics*, **32**, 213-217.
- Oldenburg, D. W., and Li, Y., 2005, Inversion for applied geophysics: A tutorial: *Investigations in Geophysics*, **13**, 89-150.
- O'Leary, D. P., 1990, Robust regression computation using iteratively reweighted least squares: *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, **11**, 466-480.
- Pilkington, M., 1997, 3-D magnetic imaging using conjugate gradients: *Geophysics*, **62**(4), 1132-1142.
- Pilkington, M., 2008, 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints: *Geophysics*, **74**(1), L7-L15.
- Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., 1999, Focusing geophysical inversion images: *Geophysics*, **64**, 874-887.
- Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., 2002, 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing: *Geophysics*, **67**(5), 1532-1541.
- Qin, P., Huang, D., Yuan, Y., Geng, M., and Liu, J., 2016, Integrated gravity and gravity gradient 3D inversion using the non-linear conjugate gradient: *Journal of Applied Geophysics*, **126**, 52-73.
- Rezaie M., Moradzadeh A., Nejati A., and Aghajani M., 2016, Fast 3D focusing inversion of gravity data using reweighted regularized Lanczos bidiagonalization method: *Pure and Applied Geophysics*, **174**(1), 359-374.
- Shamsipour, P., Marcotte, D., and Chouteau, M., 2012, 3D stochastic joint inversion of gravity and magnetic data: *Journal of Applied Geophysics*, **79**, 27-37.

Tikhonov, A. N., Arsenin, V. I., and John, F., 1977, Solutions of Ill-posed Problems: V. H. Winston.

Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y., 1977, Solution of Ill-Posed Problems: V. H. Winston

and Sons.

Wijns, C., Perez, C., and Kowalczyk, P., 2005, Theta map: edge detection in magnetic data: Geophysics, **70** (4), 39-43.

Interpretation of two dimensional gravity data and its horizontal gradient using the reweighting focusing inversion method and common methods for depth in Aji-chay, East Azerbaijan province, Iran

Mahsa Kabiri ¹, Zohreh Sadat Riazi Rad ^{2*} and Babak Vakili ³

¹ Ph.D. student, Department of Petroleum, Mining and Geophysics Engineerin, Faculty of Civil and Earth Resources Engineering, Central Tehran branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

² Assosite profesor, Department of Geology, Faculty of Basic Science, Chalous Branch, Islamic Azad University, Chalous, Iran

³Profesor, Department of Sceince and Convergent Technologies, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

(Received: 25 February 2022, Accepted: 15 May 2022)

Summary

The inversion of gravity data is one of the most important topics in the quantitative interpretation of practical data, since construction of density contrast models could increase the amount of information that can be achieved from the gravity data.

This study shows the gravity response to the assumed model. In this model, , where ttthe sub-surface ground has been partitioned into 15×10 prisms and the dimension of each prism is $20 \text{ m} \times 5 \text{ m}$. As is shown, the 2D model includes 9 prisms whose density contrast is 1000 kg/cm^3 . The inverted gravity correspondings to the resulted causative body from inverting the observed gravity. This inverted model that is corresponding to the exactly similar of to the original causative body, achieved at 4th iteration, where the L2 norm as the stopping criterion attained the smallest amount. We have used the reweighting focusing inversion method for inverting the gravity horizontal gradient data. The computed density distributions are located on the vertical borders of the sub- surface mass. The gravity horizontal gradient related to the assumed model. The inversion response to the gravity horizontal gradient related to the assumed model is demonstrated, asshows the estimated densitiesy are situated on the vertical edges of the model. The L2 norm of the as shows gravity horizontal gradient is 0.0036 mGal/m .

We have applied the reweighting focusing inversion algorithm to invert the 2D gravity and its horizontal gradient data related to a salt dome situated in the Aji Chay, East Azerbaijan Province, Iran. The calculated gravity horizontal gradient has been shown, where the L2 norm is 0.0833 mGal . The real gravity is related to a salt dome, situated in the Aji Chay, East Azerbaijan Province, Iran. Salt domes in this region in terms of potash reserves are significant in terms of potash reserves. The inverted density contrasts for the sub- surface salt dome. We have applied the reweighting focusing inversion algorithm to invert the 2D gravity and its horizontal gradient data related to a salt dome from Iran. The method has been tested for a theoretical gravity set data, with and without added random noise random. The results demonstrate the ability of the reweighting focusing inversion method in recovering subsurface density contrast distribution and detecting the vertical border.

Keywords: Potash exprolation, residual gravity, salt dome, L2-norm, reweighting focusing inversion method