

## بررسی کمی پارامترهای مؤثر بر تفکیک پذیری و عمق نفوذ داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی با استفاده از تجزیه مقادیر تکین تابع پیشرو

فاطمه عالم گرد<sup>۱</sup> و رضا قناتی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

<sup>۲</sup> استادیار، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۱۹، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۴)

### چکیده

سونداژ تشدید مغناطیسی به دلیل حساسیت مستقیم به هیدروژن مولکول‌های آب، امکان تخمین محتوای آب و رسانندگی هیدرولیکی را فراهم می‌آورد. یکی از مسائل مهم در وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی ارزیابی صحت و اطمینان مدل‌های وارون‌شده است. به این معنی که با استفاده از ابزارهای ریاضی میزان قطعیت و یا عدم قطعیت مدل‌های به‌دست آمده از حل مسئله وارون به صورت کمی تعیین گردد و این امر کمک شایانی در تفسیر بهتر مدل‌های ژئوفیزیکی می‌کند. ارزیابی کیفیت مدل‌های هیدروژئوفیزیکی که از وارون‌سازی داده‌های تشدید مغناطیسی هسته‌ای سطحی نتیجه می‌شود، ضرورتی اجتناب‌ناپذیر است. در این پژوهش با استفاده از تجزیه مقادیر تکین تابع پیشرو MRS، ماتریس تفکیک‌پذیری مدل را استخراج می‌شود. در این روش مؤلفه‌های چون اندازه حلقه، مقدار بیشینه پالس ممان و همچنین شرایط سطح نوفه‌ی محیطی را به عنوان پارامترهای ورودی مؤثر بر تفکیک‌پذیری و عمق نفوذ داده‌های MRS مورد ارزیابی قرار می‌گیرید. تأثیر هر یک از این مؤلفه‌ها بر روی تفکیک‌پذیری داده‌های MRS از طریق مدل‌های مصنوعی و نیز داده‌های صحرایی سنجیده می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که افزایش اندازه حلقه در صورت ثابت بودن بیشینه پالس ممان منجر به افزایش عمق نفوذ و نیز افزایش تفکیک‌پذیری عمودی می‌شود. در حالتی که اندازه حلقه ثابت باشد و بیشینه پالس ممان افزایش یابد موارد مذکور نیز صادق است، یعنی استفاده از پالس ممان‌های بزرگتر باعث بهبود تفکیک‌پذیری عمودی و عمق نفوذ مؤثر داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی می‌شود. از طرفی افزایش سطح نوفه باعث کاهش تفکیک‌پذیری و عمق نفوذ مؤثر می‌شود. نتایج این تحقیق گام مهم در بهینه‌سازی پارامترهای برداشت با هدف بهبود تفکیک‌پذیری قائم در مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش و نیز افزایش عمق نفوذ مؤثر در مطالعات سونداژ تشدید مغناطیسی در برخواهد داشت. همچنین پارامترهای هیدروژئوفیزیکی محتوای آب و زمان آسایش در چارچوب وارون‌سازی چند نمائی و با استفاده از روش GSVD برآورد می‌شود. با استفاده از پارامترهای هیدروژئوفیزیکی منتج شده از مدل‌سازی وارون، علاوه بر تعیین عمق و ضخامت لایه آبخوان، امکان ارزیابی وضعیت هیدروژئولوژیکی آبخوان از لحاظ میزان تخلخل و آبدهی وجود دارد.

**واژه‌های کلیدی:** پارامترهای هیدروژئوفیزیکی، سونداژ تشدید مغناطیسی، تفکیک‌پذیری، مدل‌سازی وارون، مدل‌سازی چند نمائی، عمق قابل اطمینان

## ۱ مقدمه

در تمام روش‌های ژئوفیزیکی می‌توان کیفیت و قابل اطمینان بودن مدل تخمین زده شده را با بررسی تفکیک پذیری مدل‌های وارون ارزیابی کرد. هم‌چنین برای تجزیه و تحلیل خصوصیات هرگونه مسئله وارون‌سازی در مورد بازسازی خصوصیات فیزیکی زیرسطحی، شناخت و کمی‌سازی تفکیک‌پذیری مدل‌های ضروری است. یک ابزار مناسب برای تجزیه و تحلیل تفکیک‌پذیری مدل، بازسازی ماتریس تفکیک‌پذیری آن می‌باشد. با دانستن توزیع تفکیک‌پذیری می‌توان قسمت‌هایی از مدل که قابلیت اعتماد بیشتری دارند، نسبت به بخش‌هایی که با عدم قطعیت بیشتری روبرو هستند افتراق کرد. عمق بررسی و تفکیک‌پذیری نه تنها به فیزیک روش، بلکه به توزیع خصوصیات زیرسطحی نیز بستگی دارد (پارسکیان، ۲۰۱۵). بنابراین انجام اقدامات لازم باهدف افزایش تفکیک‌پذیری جهت دستیابی به مدل‌های وارون شده نزدیک به واقعیت زمین برای کاربردهای میدانی ضروری است. این مهم با ارائه ابزارها و روش‌های ریاضی مناسب به منظور کمی‌سازی تفکیک‌پذیری روش‌های مختلف ژئوفیزیکی قابل حصول است.

استفاده روز افزون از روش سونداژ تشدید مغناطیسی برای تشخیص آب‌های زیرزمینی و توصیف آبخوان‌ها، به دلیل حساسیت بی‌نظیری این روش در تعیین محدوده لایه‌های آبدار و برآورد مستقیم میزان آب قابل استخراج در لایه‌های زیرسطحی است (یارامانسی، ۲۰۰۰)؛ بنابراین مسئله عمق قابل اطمینان و صحت مدل‌های تخمین زده شده، اهمیت بسیاری دارد. دانش در مورد وابستگی عمق اطمینان بودن و تفکیک‌پذیری در تنظیمات اندازه‌گیری مختلف، مانند اندازه حلقه، سری ممان‌های پالس و مقاومت ویژه زیرسطحی، تعیین پارامترهای بهینه بررسی را بهبود می‌بخشد. این رویکردهای قبلاً به چند روش مختلف ارائه شده است. لگچنکو و همکاران (۲۰۰۲)، بر تجزیه و تحلیل

نتایج وارون‌سازی با تغییرات پارامترهای مدل متمرکز شدند. لگچنکو و والا (۱۹۹۸)، ضرایب همبستگی تابع کرنل را تجزیه و تحلیل کرده‌اند. مولر-پتکه و یارامانسی (۲۰۰۸)، پارامترهای تفکیک‌پذیری و عمق نفوذ مؤثر در مدل‌های محتوای آب منتج شده از وارون‌سازی سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی را در چارچوب وارون‌سازی تک‌نمایی مورد ارزیابی قرار دادند.

علاوه بر روش‌های مختلفی که در ارزیابی کیفیت مدل‌های هیدروژئوفیزیکی به‌دست آمده از داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی ارائه شده است، مطالعات متعددی در رابطه با کاربست روش‌های مختلف با هدف کمی‌سازی تفکیک‌پذیری روش‌های ژئوفیزیکی انجام شده است. از جمله آن‌ها؛ فریدل (۲۰۰۳)، به بررسی تفکیک‌پذیری داده‌های توموگرافی مقاومت ویژه مبتنی بر تجزیه و تحلیل ماتریس تفکیک‌پذیری پرداخته است. زادانوف (۲۰۰۶)، یک رویکرد جدید برای ارزیابی مدل و تحلیل ماتریس تفکیک‌پذیری با استفاده از وارون‌سازی وارون‌سازی‌های ژئوفیزیکی مطرح کرده است. کالشوئر و پدرسن (۲۰۰۷)، تجزیه و تحلیل تفکیک‌پذیری مدل‌های دو بعدی مگنتوتلوریک را بررسی کرده‌اند. کالشوئر و همکاران (۲۰۱۰)، بررسی خطای مدل و خواص تفکیک‌پذیری آن از وارون‌سازی‌های غیر خطی دو بعدی تک و مشترک مقاومت ویژه و داده‌های رادیومگنتوتلوریک را انجام داده‌اند. فیچتر و ترامپرت (۲۰۱۱)، تجزیه و تحلیل تفکیک‌پذیری با استفاده از وارون‌سازی شکل موج کامل را مورد بررسی قرار داده‌اند. رن و کالشوئر (۲۰۲۰)، به بررسی عدم قطعیت و تحلیل تفکیک‌پذیری مدل‌های وارون دو بعدی و سه بعدی محاسبه شده از داده‌های الکترومغناطیسی پرداخته‌اند. دلگوش و پتکه (۲۰۲۰)، استفاده از پالس‌های آدیاباتیکی برای بیشینه ممان پالس و تفکیک‌پذیری سونداژ تشدید مغناطیسی را مورد بررسی

قرار داده‌اند.

به لایه‌های زیر سطحی می‌شود. این پالس الکترومغناطیسی باعث تشدید درهسته‌های هیدروژن مولکول‌های آب شده و با قطع میدان اولیه، میدان الکترومغناطیسی ثانویه‌ای تولید می‌شود که منجر به القاء یک ولتاژ الکتریکی در حد چند نانو ولت در حلقه سطحی می‌شود. روش سونداژ تشدید مغناطیسی به دلیل پیشرفت‌های چشمگیر در ابزار، پردازش داده‌ها، مدل‌سازی پیشرو، وارون‌سازی و روش‌های اندازه‌گیری به طور فزاینده‌ای در ژئوفیزیک نزدیک به سطح، محبوب شده است (قناتی و همکاران، ۲۰۱۵ و ۲۰۱۶). همچنین به دلیل حساسیت مستقیم به هیدروژن مولکول‌های آب، امکان تخمین پارامترهای هیدروژن‌فیزیکی با دقت بالایی را نسبت به سایر روش‌های ژئوفیزیک دارد. استفاده از این روش باعث می‌شود که بتوان وجود یا عدم وجود آب در لایه‌های زیر سطحی را با قطعیت بیشتری بیان کرد و فاکتورهای مهمی از هیدروژن‌ولوژی لایه آبخوان را تعیین کرد (هرتریش، ۲۰۰۸؛ لگچنکو و والا، ۲۰۰۲؛ یارامانسی، ۲۰۰۹). همچنین پردازش داده‌های MRS می‌تواند عمق، ضخامت و میزان آب سفره‌های زیرزمینی را تعیین کند. تشدید مغناطیس هسته‌ای می‌تواند در هسته‌های دارای ممان مغناطیسی مشاهده شود که قادر به جذب و انتقال انرژی الکترومغناطیسی در یک فرکانس خاص به نام فرکانس لارمور می‌باشد (اسلیچتر، ۱۹۹۰). فرکانس لارمور یک خاصیت فیزیکی هسته است. با انتخاب فرکانس لارمور، می‌توان تصمیم گرفت که کدام هسته‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در حالت طبیعی و تعادل، تمام ممان‌های مغناطیسی ( $M$ ) با توجه به میدان مغناطیسی استاتیک جهت‌گیری می‌کنند و فقط پروتون‌های موجود در آب‌های زیرزمینی می‌توانند سیگنال تشدید مغناطیسی را در فرکانس لارمور تولید کنند. هنگامی که یک میدان الکترومغناطیسی خارجی اعمال می‌شود، ممان‌های مغناطیسی از تعادل خود خارج می‌شوند. با پایان یافتن میدان خارجی، آن‌ها با یک حرکت تقدیمی به

علیرغم توسعه مناسب مدل‌سازی پیشرو و وارون سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی، ارزیابی قطعیت و یا عدم قطعیت مدل‌های هیدروژن‌فیزیکی، از جمله توزیع محتوای آب و زمان آسایش لایه‌های زیرسطحی هنوز به عنوان یک زمینه تحقیقاتی باز شناخته می‌شود. با توجه به اهمیت موضوع، در این مقاله دو مؤلفه مهم یعنی تفکیک‌پذیری و عمق قابل اطمینان در مدل‌های منتج شده از وارون‌سازی داده سونداژ تشدید مغناطیسی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین تأثیر پارامترهای برداشت مانند اندازه حلقه گیرنده، بیشینه ممان پالس و میزان سطح نوفه بر روی هر یک از مؤلفه‌های فوق از طریق رهیافت تجزیه مقادیر منفرد ماتریس پیشرو مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. مدل‌سازی‌های عددی ابتدا بر روی مدل‌های مصنوعی و سپس روی داده‌های صحرائی در چارچوب وارون‌سازی چند نمائی انجام می‌شود. منظور از چندنمائی در مدل‌سازی وارون سونداژ تشدید مغناطیسی فرضی است که برای رفتار زمان آسایش در هر لایه گسسته شده زیر سطحی در نظر گرفته می‌شود. در واقع فرض توزیع دانه بندی مختلف برای هر لایه منجر به استفاده از طیفی از زمان‌های آسایش و در نتیجه مدل‌سازی به روش چندنمائی و فرض وجود یک توزیع از دانه بندی در هر لایه به معنی وجود یک زمان آسایش در هر لایه و استفاده از مدل‌سازی تک نمایی در وارون داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی است (مهنکه، ۲۰۱۰).

## ۱ تئوری روش سونداژ تشدید مغناطیسی (MRS)

روش سونداژ تشدید مغناطیسی در چارچوب روش‌های الکترومغناطیسی قرار می‌گیرد. ابزار صحرائی این روش شامل یک فرستنده و یک گیرنده است که از طریق تولید یک جریان متناوب در حلقه سطحی منجر به ایجاد یک پالس الکترومغناطیسی با فرکانس لارمور (فرکانس تهیجسته‌های هیدروژن) در حد چند میلی‌ثانیه و گسیل آن

مقدار انرژی لازم برای برانگیخته شدن پروتون‌ها برابر است با:

$$E = 2\pi h f_l \quad (۴)$$

در این رابطه  $h$  ثابت پلانک است. با قطع میدان مغناطیسی خارجی، هسته‌های هیدروژن به تراز با انرژی پایین‌تر باز می‌گردند و در نتیجه یک میدان الکترومغناطیسی ثانویه تولید می‌کنند (قناتی، ۱۳۹۴). پدیده‌ی تشدید مغناطیسی از نظر ماکروسکوپی، به وسیله‌ی معادلات بلاچ بیان می‌شود، جایی که بردار برآیند گشتاور مغناطیسی هسته‌های هیدروژن  $M = \sum \mu$  (  $\mu$  گشتاور مغناطیسی یک هسته‌ی هیدروژن) برای حجم معینی از آب، با هسته‌های هیدروژن توجیه شده در راستای میدان مغناطیسی  $B_0$ ، توسط رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$M_0 = N \cdot B_0 \frac{\gamma^2 h^2}{4K_B T_a} \quad (۵)$$

که در آن  $N$  تعداد هسته‌های هیدروژن در واحد حجم،  $T_a$  دمای مطلق و  $K_B$  ثابت بولتزمن می‌باشد. انرژی این میدان توسط جریان تناوبی با رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد:

$$i(t) = I_0 \cos(\omega_0 t), \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (۶)$$

شدت پالس القایی به وسیله‌ی بیشینه ممان پالس  $q = \tau I_0$  شناخته می‌شود که  $\tau$  مدت زمان القای پالس،  $\omega_0$  فرکانس زاویه‌ای لارمور و  $I_0$  دامنه شدت جریان الکتریکی است. پس از پایان پالس، ولتاژ القا شده در حلقه با توجه به واهلش پروتون‌های هیدروژن برانگیخته شده، از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$V(q, t) = V_0(q) \exp(-t/T_2^*) \cos(\omega_0 t + \theta(q)) \quad (۷)$$

در رابطه (۷)  $V(q, t)$ ، ولتاژ الکتریکی القا شده در آنتن گیرنده بر حسب زمان  $t$  و پالس ممان  $q$  تولید شده توسط دستگاه است. جمله‌ی سینوسی، نمایانگر تناوبی بودن سیگنال القایی با بسامد زاویه‌ای لارمور یعنی  $\omega_0$  و فاز  $\theta(q)$  است. زمان واهلش  $T_2^*$  با میانگین اندازه منافذ مرتبط است و در نتیجه با اندازه دانه بندی مصالح زیر سطحی مرتبط

موقعیت اولیه خود برمی‌گردند که منجر به تولید یک میدان مغناطیسی ثانویه با فرکانس لارمور می‌شود. این میدان را می‌توان اندازه‌گیری و سپس تجزیه و تحلیل کرد. ارتباط خطی بین سیگنال پاسخ و محتوای آب با فرض رفتار چند نمائی آسایش سیگنال MRS، توسط معادله‌ی زیر بیان می‌گردد (هرتریچ، ۲۰۰۸):

$$V(q, t) = \int_0^{+\infty} K(q, z) \int_{-\infty}^{+\infty} m(T_2^*, z) \exp\left(-\frac{t}{T_2^*}\right) dT_2^* dz \quad (۱)$$

به طوری که  $K(q, z)$  تابع حساسیت بر حسب پالس ممان  $q$  و عمق  $z$  و شامل اطلاعاتی درباره آرایش آنتن سطحی، توان بیشینه ممان پالس، بزرگی و زاویه‌ی میل مغناطیسی زمین در محل اندازه‌گیری، توزیع مقاومت ویژه‌ی لایه‌های زیرسطحی و برخی ثابت‌های فیزیکی می‌باشد. پارامتر  $m(T_2^*, z)$  محتوای آب جزئی زیر سطحی را توصیف می‌کند. مجموع این توزیع محتوای آب جزئی در زمان‌های آسایش مختلف در هر لایه  $(\sum_{T_2^*=1}^{T_2^*=n} m_n)$ ، محتوای آب کل است و به عنوان تابعی از عمق می‌باشد. زمان آسایش  $T_2^*$  به ناهمگنی‌های میدان ژئومغناطیسی ناشی از تغییرات در خصوصیات مغناطیسی سنگ‌ها حساس است و همچنین از زمان آسایش  $T_2^*$  معمولاً در MRS برای تخمین میانگین اندازه منافذ استفاده می‌شود؛ بنابراین بر اساس معادله بالا، روش MRS قادر به کمی سازی محتوای آب می‌باشد، این در حالی است که امکان دسترسی به این ویژگی از طریق روش‌های دیگر ژئوفیزیکی وجود ندارد. پدیده‌ی تشدید مغناطیسی هسته‌ای، قادر به جذب و انتقال انرژی الکترومغناطیسی در فرکانس لارمور می‌باشد که فرکانس لارمور به نسبت ژئومغناطیس وابسته است و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید (منکه و یارامانسی، ۲۰۰۲):

$$\omega_0 = \gamma B_0 / 2\pi = 2\pi f_l \quad (۲)$$

به طوری که  $\omega_0$  فرکانس زاویه‌ای،  $B_0$  میدان مغناطیسی استاتیکی،  $\gamma$  ثابت ژئومغناطیس و  $f_l$  فرکانس لارمور و از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$f_l(\text{Hz}) = 0.04285 \times B_0(nT) \quad (۳)$$

نمونه‌های هر سیگنال که در یک زمان یکسان می‌باشند، تشکیل یک منحنی سونداژ را می‌دهد. در نهایت به تعداد نمونه‌ها در هر سیگنال، منحنی سونداژ تشدید مغناطیسی خواهیم داشت. در این روش نتیجه وارون‌سازی به شکل ماتریسی به ابعاد  $n_t \times n_w$  است که  $t$  زمان و  $w$  محتوای آب است. اگر به هر ستون از این ماتریس یک برازش تک-نمایی یا چند-نمایی دهیم توسط فرمول‌های مطرح شده در این روش، به محتوای آب و زمان آسایش می‌رسیم. از آنجا که ولتاژ اولیه  $V_0(q)$ ، مقادیر اولیه در  $t = 0$ ، به عنوان داده ورودی (به نام منحنی سونداژ) برای وارون‌سازی عمل می‌کند، می‌توان از این طرح به عنوان وارون‌سازی دامنه اولیه نام برد. در نتیجه بر اساس کاربرد دامنه اولیه  $V_0$  به عنوان داده ورودی به فرایند وارون‌سازی، معادله (۱)، به شکل زیر ساده می‌گردد:

$$V_0 = V(q, t = 0) = \int K(z, q) m(z) dz. \quad (۸)$$

به طوری که  $K(z, q)$  ماتریس کرنل و  $m(z)$  توزیع محتوای آب (پارامترهای مدل) نسبت به عمق را نشان می‌دهد. روش وارون‌سازی دامنه اولیه و پله زمانی، تنها از قسمتی از داده‌ها جهت تخمین پارامترهای هیدروژئوفیزیکی استفاده می‌کنند. با توجه به اینکه برداشت داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی به صورت یک بعدی می‌باشد، از این رو تنها استفاده از بخشی از داده‌ها در وارون‌سازی، احتمال افزایش عدم قطعیت و نیز کاهش تفکیک پذیری عمقی پارامترهای وارون شده را به همراه دارد. روش وارون‌سازی دامنه اولیه، تنها منجر به تخمین محتوای آب نسبت به عمق می‌شود. لذا این روش امکان وارون‌سازی زمان آسایش را ندارد. در این پژوهش برای به دست آوردن ماتریس تفکیک پذیری مدل از وارون‌سازی دامنه اولیه استفاده کرده ایم. در حالتی که از کل فضای داده‌ها و فرض رفتار چند نمایی برای آسایش سیگنال MRS استفاده می‌شود مساله‌ی پیشرو به صورت زیر نوشته می‌شود:

می‌باشد. دامنه‌ی اولیه‌ی سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی،  $V_0(q, t)$  است که به صورت نمایی با زمان آسایش  $T_2^*$  واهلیده می‌شود. دامنه اولیه این سیگنال با محتوای آب فضاهای خالی زیر سطحی یا به عبارتی دیگر تخلخل در حالت اشباع کامل ارتباط دارد.  $V_0(q)$ ، تابع پیچیده‌ای از رسانایی الکتریکی لایه‌های زیر سطحی، بزرگی و زاویه‌ی انحراف میدان مغناطیسی، محتوای آب لایه‌ها و فرکانس لارمور محیط است. زمان واهلش از مرتبه‌ی چند میلی‌ثانیه برای مواد ریزدانه اشباع، تا بیش از هزار میلی‌ثانیه در کارست‌ها متغیر می‌باشد (شیرو و همکاران، ۱۹۹۱). با استفاده از سیگنال به دست آمده از رابطه (۷) امکان تخمین محتوای آب و زمان واهلش از طریق معادله ۱ و تعریف مسئله وارون، وجود دارد. حجم آب را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد، آب در منافذ (بین دانه‌ها) معروف به "آب آزاد" که می‌توان آن را استخراج کرد، و آب متصل به دانه‌ها با منافذ غیر مرتبط معروف به "آب محدود" که امکان استحصال آن با روش‌های امروزی وجود ندارد. مدت زمان آسایش سیگنال تشدید مغناطیسی آب محدود کمتر از آب آزاد است. از آنجا که سیگنال‌های با زمان آسایش بسیار کوتاه از آب محدود را نمی‌توان با تجهیزات موجود اندازه‌گیری کرد، شناسایی آب اندازه‌گیری شده توسط MRS را می‌توان به عنوان بخشی از کل حجم زیرسطحی اشغال شده توسط آب آزاد تعریف کرد.

## ۲ وارون‌سازی

سه نوع الگوریتم برای وارون‌سازی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی از نظر فضای داده‌ای، ارائه شده است: وارون‌سازی دامنه اولیه (لگچنکو و شوشاکوف، ۱۹۸۸)، وارون‌سازی پله زمانی (لگچنکو، ۲۰۰۲) و نیز وارون‌سازی شکل موج کامل سیگنال (مولر-پتکه و یارامانسی، ۲۰۱۰). در روش وارون‌سازی پله زمانی، از سیگنال‌های ثبت شده، در زمان‌های مختلف نمونه‌برداری می‌شود. سپس

$$d = K(w). \quad (12)$$

در اینجا  $d$  بیانگر داده‌های مسئله در زمان‌ها و ممان پالس‌های مختلف و یک کمیت مختلط می‌باشد.  $K$  تابع حساسیت یا همان فیزیک مسئله با مقادیر مختلط  $w$  پارامترهای مدل مجهول است. در این مسئله پارامترهای مدل، توزیع محتوای آب جزئی می‌باشد به طوری که بر اساس روابط ۱۹ و ۲۰ به ترتیب محتوی آب و زمان آسایش از محتوای آب جزئی برآورد می‌گردد. تعیین تابع هدف مناسب اهمیت ویژه‌ای در مسائل ژئوفیزیکی دارد. با تعیین تابع هدف ساده نمی‌توان به پاسخ درست و مناسبی رسید زیرا یکی از چالش‌های حل مسائل معکوس ژئوفیزیکی، ناپایداری می‌باشد، ناپایداری یعنی تغییرات کوچک در داده‌های اندازه‌گیری شده منجر به ایجاد تغییرات بزرگ در مدل‌های تخمین زده شده می‌شود. یکی دیگر از مشکلات مهم مسائل معکوس ژئوفیزیکی عدم یکتایی می‌باشد، عدم یکتایی یعنی برای یک مساله معکوس می‌توان چندین مدل تخمین زده شده یافت که همه آن‌ها پاسخ یکسانی دارند. به دلیل مشکلات ژئوفیزیکی امکان حل مستقیم مسائل وجود ندارد، بنابراین مسائل ژئوفیزیکی از جمله MRS بدو موضوع می‌باشند. برای مشکلات ذکر شده، منظم‌سازی تابع هدف لازم و ضروری است. ایده منظم‌سازی برای اولین بار توسط تیخونوف و آرسنین در سال ۱۹۷۷ بیان شد. تابع هدف برای مسئله موردنظر در الگوریتم مطرح شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Psi(w) = \arg \min_{w \in R^{m \times 1}} (\|W_d(K(w) - d)\|_2^2 + \lambda \|Lw\|_2^2). \quad (13)$$

در اینجا  $d \in R^{n \times 1}$  داده‌ها،  $K \in R^{n \times m}$  عملگر ارتباط دهنده‌ی غیر خطی بین داده‌ها و پارامترهای مدل است،  $w \in R^{m \times 1}$  پارامترهای مدل،  $\lambda$  پارامتر منظم‌سازی و  $L$  پارامتر هموار ساز هستند،  $W_d$  ماتریس وزن دهی داده‌ها با در نظر گرفتن اینکه خطای داده‌ها هم‌بسته نیستند و دارای واریانس  $V_d^2$  می‌باشند. ماتریس وزن دهی به صورت  $W_d =$

$$V(q, t) = \int K(z, T_2^*, q, t) W(z, T_2^*) dT_2^* dz. \quad (9)$$

به طوری که  $W(z, T_2^*)$  محتوای آب جزئی (PWC) است. همان‌طور که از رابطه (۹) مشخص است، تابع پیشرو شامل مقادیر طیفی زمان آسایش می‌باشد، می‌توان با وارون‌سازی در الگوریتم ارائه شده به طور هم زمان محتوای آب و زمان آسایش را در عمق‌های مختلف محاسبه کرد. نتیجه‌ی وارون‌سازی در این روش، تخمین محتوای آب جزئی می‌باشد که بر اساس آن می‌توان محتوای آب کل و زمان آسایش را برای هر یک از لایه‌های زیرسطحی به دست آورد. ماتریس PWC دارای ابعاد  $n_z \times n_{T_2^*}$  ( $n_{T_2^*}$  طول بردار زمان آسایش و  $n_z$  طول بردار محیط گسسته شده زیر سطحی در عمق‌های مختلف) است که اگر درایه‌های هر سطر آن را با هم جمع کنیم محتوای آب کل برای آن لایه به دست می‌آید را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\sum_{T_{21}^*}^{T_{2n}^*} W_n(T_{21}^*, \dots, T_{2n}^*). \quad (8)$$

همچنین می‌توان زمان آسایش لایه‌های زیر سطحی را توسط رابطه‌ی زیر بر اساس محتوای آب جزئی حساب کرد (اسماعیلی و همکاران، ۱۳۹۹):

$$T_2^* = \exp\left(\frac{1}{w} \int_0^\infty f(T_2^*) \ln T_2^* dT_2^*\right). \quad (11)$$

به طوری که  $f(T_2^*)$  تابعی بر حسب زمان آسایش است. قبل از عملیات وارون‌سازی نیاز به گسسته‌سازی پارامترهای عمق و زمان آسایش برای یک زمین لایه‌ای وجود دارد، به طوری که ماتریس  $K$  دارای ابعادی به بزرگی  $(N_t \times M_q) \times (P_z \times R_{T_2^*})$  مختلط شامل اطلاعات فاز نیز هستند که در بیشتر مواقع در طول فرآیند وارون‌سازی قابل اعتماد نیستند. برای اجتناب از خطا در نتایج وارون‌سازی، از داده‌های تصحیح شده (داده‌های MRS بدون فاز) استفاده می‌شود. یک مسئله سونداژ تشدید مغناطیسی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$K(w^i + \delta w) \approx K(w^i) + \frac{dK}{dw} \delta w. \quad (۱۶)$$

همچنین برای حل مسئله وارون‌سازی سونداژ تشدید مغناطیسی ابتدا تابع هدف خطی سازی می‌شود. ماتریس ژاکوبین سونداژ تشدید مغناطیسی را به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$J = \frac{k_{real} d_{real} + k_{imag} d_{imag}}{|d|}. \quad (۱۷)$$

که زیرنویس‌های *real* و *imag* بیانگر بخش‌های حقیقی و موهومی داده‌های صحرایی هستند،  $K$  تابع پیشروی به دست آمده از مدل تخمینی در هر تکرار است و  $d$  (شامل ولتاژ ثبت شده در زمان‌ها و ممان پالس‌های مختلف است) بردار مقادیر مختلط اولیه  $y$  منتج شده از مدل تخمینی در هر تکرار است. در وارون‌سازی مسئله سونداژ تشدید مغناطیسی به روش تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته پس از محاسبه ماتریس ژاکوبین و ماتریس هموار ساز  $L$ ، داریم:

$$\begin{aligned} J &= \Lambda UX^T, \\ L &= VMX^T. \end{aligned} \quad (۱۸)$$

با جایگذاری بسط تیلور (رابطه ۱۶) در معادله تابع هدف ۱۴ و مشتق‌گیری از آن نسبت به  $\delta w$  و سپس استفاده از روابط ۱۸، معادله زیر نتیجه می‌شود. این رابطه براساس یک فرآیند تکراری حل می‌شود.

$$\begin{aligned} \delta w^k &= X^{-T} \left( \Lambda^T W_d^T W_d \Lambda \right. \\ &\quad \left. + \lambda M^T M \right)^{-1} \Lambda^T W_d^T W_d U^T \delta d. \end{aligned} \quad (۱۹)$$

به طوری که  $\delta d = [|d| - |Kw|]$  و  $k$  شماره تکرار را نشان می‌دهد. این نکته شایان ذکر است که حل مسئله وارون در MRS بدون اعمال قید منجر به تخمین محتوای آب با مقادیر غیرواقعی و واقعی بزرگتر از یک یا منفی خواهد شد، در نتیجه استفاده از توابع تبدیل در الگوریتم وارون‌سازی در تکرارهای مختلف، برای اجتناب از مقادیر غیرواقعی محتوای آب ضروری است (برای جزئیات بیشتر به پیوست الف مراجعه شود). مراحل مختلف الگوریتم وارون‌سازی

منظم‌سازی صورت نمی‌گیرد و مسئله کمترین مربعات خواهد بود. در نتیجه هرچه مقدار پارامتر منظم‌سازی بیشتر باشد، اثر قید گذاشته شده در مسئله بیشتر می‌شود، در این حالت پایداری مسئله بیشتر خواهد شد، متقابلاً تفکیک‌پذیری کمتری خواهیم داشت و مدل حاصل هموارتر و فاقد جزئیات می‌باشد (فلاح صفری و همکاران، ۲۰۱۸). هرچه پارامتر منظم‌سازی کوچکتر باشد میزان پایداری مسئله کاهش می‌یابد اما با افزایش تفکیک‌پذیری مواجه خواهیم بود؛ بنابراین انتخاب پارامتر منظم‌سازی ( $\lambda$ ) یکی از مسائل مهم در وارون‌سازی می‌باشد و روش‌های مختلفی برای تعیین آن بیان شده است (استر و همکاران، ۲۰۱۳). در تحقیق ابتدا با هدف حفظ پایداری مسئله وارون مقدار بزرگی برای  $\lambda$  انتخاب می‌شود و در تکرارهای بعدی برای کاهش مقدار عدم برازش مقدار  $\lambda$  به یک مقدار ثابت تقسیم می‌شود (معمولاً ۲، برای جزئیات بیشتر مراجعه شود به پیوست ب). همچنین در این پژوهش معیار توقف الگوریتم وارون‌سازی بر اساس مقدار  $\chi^2$  (تعریف شده است و تکرار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که مقدار  $\chi^2$  دو یک و یا نزدیک به یک شود، این معیار توقف به صورت زیر مطرح می‌شود:

$$\chi^2 = \|W_d(K(w) - d)\|_{l_2}^2 \rightarrow 1. \quad (۱۴)$$

به طوری که  $\chi^2$  مقدار  $\chi^2$  دو یک است. برای به دست آوردن تخمینی از پارامترهای مدل، نیاز به حل یک مسئله وارون غیر خطی داریم. برای حل ابتدا نیاز به خطی سازی تابع غیر خطی  $K$  داریم؛ بنابراین با استفاده از مدل اولیه  $w^i$  ماتریس ژاکوبین به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$J_{ij} = \frac{dK_i}{dw_j} \quad (i = 1, \dots, N) \ \& \ (j = 1, \dots, M).$$

با بسط تیلور تابع در همسایگی مقدار اولیه  $w^i$  به رابطه زیر دست می‌یابیم:

گاهی اوقات با موقعیت‌هایی روبرو می‌شویم که در آن‌ها  $\gamma_i$  بی‌نهایت است در این موارد، فاکتور فیلتر  $f_i$  باید روی ۱ تنظیم شود (استر و همکاران، ۲۰۱۳). به همین ترتیب، شرایطی وجود دارد که در آن  $v_i = 0$  و  $\gamma_i = 0$ ، عبارت  $0^2/0$  تولید می‌شود، که در این حالت فاکتور فیلتر  $f_i$  را صفر تنظیم می‌کنیم. ماتریس تفکیک‌پذیری مدل را می‌توان به صورت زیر نوشت (استر، ۲۰۱۳):

$$R_m = G^\# G. \quad (27)$$

سپس:

$$R_m = X^{-T} \left( \Lambda^T \Lambda + \alpha^2 M^T M \right)^{-1} \Lambda^T U^T \Lambda U X^T. \quad (28)$$

$$R_m = X^{-T} F X^T.$$

$$F = \left( \Lambda^T \Lambda + \alpha^2 M^T M \right)^{-1} \Lambda^T \Lambda.$$

اگر ماتریس تفکیک‌پذیری برابر با ماتریس همانی باشد حاکی از تفکیک‌پذیری عالی برای کلیه پارامترهای مدل می‌باشد (رن و کالشوئر، ۲۰۲۰؛ منکه، ۱۹۸۹). ماتریس تفکیک‌پذیری  $R_m$  نشان می‌دهد که پارامترهای مدل تخمین زده شده فقط جایی که  $R_m = I$  است، برابر با پارامترهای مدل واقعی هستند. در غیر این صورت، پارامترهای مدل تخمین زده شده ترکیب خطی (میانگین وزنی) پارامترهای مدل واقعی هستند. روابط بالا برای محاسبه ماتریس تفکیک‌پذیری برای مسائل غیرخطی نیز صادق است تنها با این تفاوت که به جای ماتریس  $G$  از ماتریس ژاکوبین  $J$  استفاده می‌شود.

بازه تفکیک‌پذیری:

تجزیه و تحلیل ماتریس تفکیک‌پذیری مدل می‌تواند برای تخمین محدوده مدل‌های معادل استفاده شود. از آنجایی که ماتریس تفکیک‌پذیری به عنوان یک عملگر وزن دهی عمل می‌کند، توزیع محتوای واقعی آب زیرسطحی هموار می‌شود. تغییرات تفکیک‌پذیری را می‌توان با محاسبه پهنای

چندنمایی سونداژ تشدید مغناطیسی در پیوست ب نمایش داده شده است.

ماتریس تفکیک‌پذیری:

برای محاسبه ماتریس تفکیک‌پذیری برای یک مسئله خطی مسئله کمترین مربعات به صورت زیر حل می‌شود (استر، ۲۰۱۳):

$$\operatorname{argmin}_{m \in \mathbb{R}^{n \times 1}} \{ \|Gm - d\|^2 + \lambda \|Lm\|^2 \}. \quad (20)$$

جفت ماتریس  $L \in \mathbb{R}^{p \times n}$  و  $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$  به عنوان ماتریس هموار ساز که از مشتق اول یا دوم ماتریس همانی به دست می‌آید) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$G = U \Lambda X^T. \quad (21)$$

$$L = V M X^T.$$

که در اینجا ماتریس‌های  $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$  و  $V \in \mathbb{R}^{p \times p}$  متعامد می‌باشند،  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$  یک ماتریس غیرمنفرد،  $\Lambda \in \mathbb{R}^{m \times n}$  و  $M \in \mathbb{R}^{p \times n}$  ماتریس‌های قطری هستند. مقادیر منفرد تعمیم یافته  $G$  و  $L$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\gamma_i = \frac{v_i}{\mu_i}. \quad (22)$$

که در آن:

$$v = \sqrt{\operatorname{diag}(\Lambda^T \Lambda)}. \quad (23)$$

$$\mu = \sqrt{\operatorname{diag}(M^T M)}.$$

حل کمترین مربعات به شکل بالا به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$m_{\alpha, L} = G^\# d. \quad (24)$$

$$G^\# = \left( G^T G + \alpha^2 L^T L \right)^{-1} G^T.$$

با بازنویسی  $m_{\alpha, L}$  به صورت طیفی می‌توان نوشت (استر و همکاران، ۲۰۱۳):

$$m_{\alpha, L} = \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + \alpha^2} \frac{U_{0,i+k}^T d}{v_i} Y_{0,i}. \quad (25)$$

که در آن:

$$f_i = \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + \alpha^2}. \quad (26)$$

$f_i$  فاکتور فیلتر GSVD می‌باشد. در ارزیابی این عبارت،



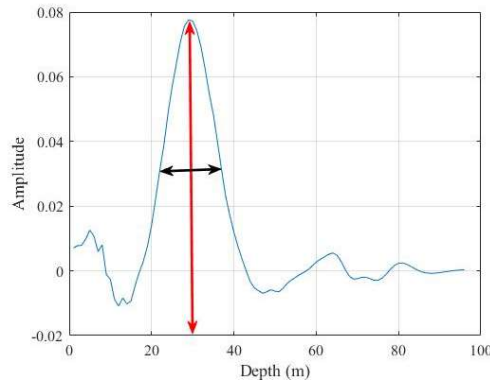
اندیس  $i$  نشان‌دهنده شماره سطر در ماتریس  $R_m$  است. این مقدار یعنی  $b$  تحت عنوان تفکیک پذیری عمودی مدل‌های هیدروژئوفیزیکی شناخته می‌شود. سپس نصف بیشینه داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$halfmaximum = \frac{b}{2}. \quad (10)$$

اولین مقادیر قبل و بعد از نصف بیشینه داده‌ها را حساب می‌کنیم. با محاسبه اختلاف مؤلفه‌های افقی مقادیر قبل و بعد از نصف بیشینه داده‌ها، پهنای تفکیک پذیری در عمق مورد نظر به دست می‌آید. سپس با محاسبه این مقدار برای تمامی ردیف‌های ماتریس تفکیک پذیری می‌توانیم بازه تفکیک پذیری را محاسبه و رسم کنیم. انتظار می‌رود با افزایش عمق و کاهش تفکیک پذیری، بازه تفکیک پذیری افزایش یابد.

در نصف مقدار بیشینه (FWHM) یک ردیف ماتریس تفکیک پذیری ( $R_m$ ) برآورد کرد که در شکل ۱ نشان داده شده است (فریدل، ۲۰۰۳). به عنوان مثال محتوای آب در عمق ۲۹ متری، مجموع وزنی محتوای واقعی آب زیرسطحی است، یعنی ضرب ردیف ماتریس تفکیک پذیری در عمق ۲۹ متری با توزیع محتوای واقعی آب زیرسطحی. همه مدل‌هایی که در این محدوده تغییر می‌کنند و مجموع کلی را تغییر نمی‌دهند، معادل هستند. از این رو، FWHM را به عنوان یک بازه از تفکیک پذیری رسم می‌کنیم. همان‌طور که از شکل ۱ مشخص است خط قرمز نشان دهنده بیشینه دامنه و خط مشکی پهنای کامل است؛ بنابراین برای محاسبه عدم قطعیت ابتدا در هر ردیف ماتریس تفکیک پذیری بیشینه داده‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$b = \max(R_m^i). \quad (9)$$



شکل ۱. محاسبه عدم قطعیت تفکیک پذیری، خط قرمز بیشینه دامنه یک ردیف ماتریس تفکیک پذیری در عمق تقریباً ۲۹ متر و خط مشکی رنگ مقدار پهنای منحنی در نصف مقدار بیشینه را نشان می‌دهد.

به دست آمده اعتماد کرد، عمق قابل اطمینان گفته می‌شود، از این عمق به بعد توزیع پارامترهای ژئوفیزیکی (محتوای آب و زمان آسایش) قابل اطمینان نیستند و نمی‌توان به نتایج به دست آمده از آن‌ها اعتماد کرد. در نتیجه، تفسیر معتبر از عمق قابل اطمینان به بعد فقط با اطلاعات پیشین یا مدل‌سازی‌های عددی امکان‌پذیر است.

عمق قابل اطمینان:

با در نظر گرفتن روند تغییرات تفکیک پذیری یا محاسبه شیب نمودار تفکیک پذیری، از جایی که تغییرات تفکیک پذیری در یک عمق به شدت کاهش می‌یابد آن نقطه به عنوان عمق قابل اطمینان در نظر گرفته می‌شود (دلگوش و مولر، ۲۰۲۰). همچنین می‌توان به این صورت بیان کرد که به بیشینه عمقی که در آن می‌توان به مدل‌های

### ۳ مدل سازی مصنوعی

تا زمانی که از داده‌های مختلط سیگنال سونداژ شدید مغناطیسی استفاده کنیم، مسئله پیشرو MRS خطی است و هنگامی که از بزرگی داده‌های مختلط استفاده کنیم، ارتباط بین داده‌ها و پارامترهای مدل غیرخطی خواهد بود و برای وارون سازی نیاز به خطی سازی داریم. این رابطه در عبارت زیر نشان داده می‌شود:

$$\begin{aligned} |d| &= |Kw|. \\ d^{rotated} &= |Kw|. \end{aligned} \quad (11)$$

می‌دانیم که:

$$d^{rotated} \neq |K|w. \quad (12)$$

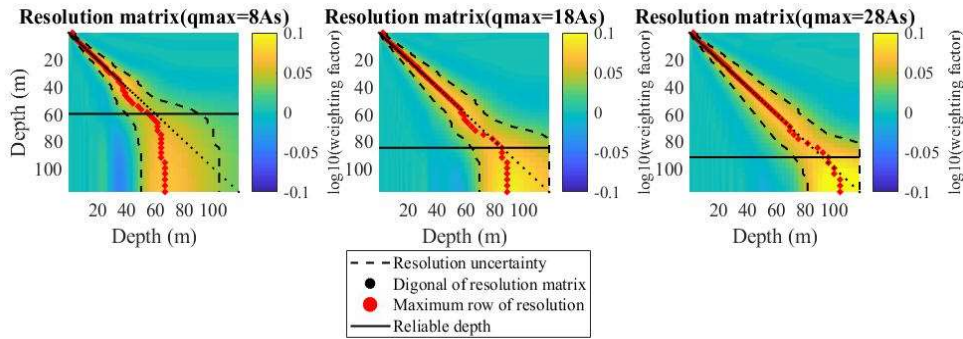
همان‌طور که دیده می‌شود زمانی که هر دو طرفه رابطه مختلط باشد، مسئله خطی و در صورت استفاده از دامنه داده‌ها (داده‌هایی که فاز آن حذف شده است) رابطه بین داده‌ها و پارامترهای مدل به شکل غیرخطی تعریف می‌شود. برای ارزیابی تفکیک پذیری و تخمین عمق قابل اطمینان از ماتریس تفکیک پذیری پارامترهای مدل وارون شده استفاده می‌شود. ما از معیارهایی بهره می‌گیریم که به شرایط سطح نوفه، بیشینه ممان پالس و ابعاد حلقه (آنتن گیرنده) وابسته است. این اقدامات برای نشان دادن وابستگی مدل‌های هیدروژئوفیزیکی برآمده از داده‌های MRS از نظر افزایش سطح نوفه، افزایش بیشینه ممان پالس و افزایش اندازه حلقه استفاده می‌شود. اثر هر یک از این مؤلفه‌ها بر روی

تفکیک پذیری و عمق قابل اطمینان مدل‌های نهایی ابتدا از طریق مدل‌های همگن مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس روش پیشنهادی به منظور ارزیابی بیشتر بر روی داده‌های واقعی که با دو اندازه حلقه متفاوت اندازه گیری شده است به کار گرفته می‌شود. نوع آنتن گیرنده و فرستنده استفاده شده در شبیه سازی داده‌های MRS و داده برداری صحرائی از حلقه دایره‌ای استفاده شده است.

داده‌های مصنوعی برای سه حالت بیشینه ممان پالس ۸، ۱۸ و ۲۸ آمپر ثانیه و با استفاده از پارامترهای ذکر شده در جدول ۱ تولید شد، سپس داده‌ها به نوفه گوسی با سطح نوفه ۲۰ نانولت آغشته شدند. نتایج برآورد ماتریس تفکیک پذیری برای هر سه حالت پالس ممان مورد نظر پس از فرآیند وارون سازی در شکل ۲ نمایش داده می‌شود. با توجه به شکل ۲، ماتریس تفکیک پذیری با بیشینه ممان پالس ۱۸ آمپر ثانیه نسبت به ماتریس تفکیک پذیری با بیشینه ممان پالس ۸ آمپر ثانیه بهبود یافته و ماتریس تفکیک پذیری با بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپر ثانیه نسبت به دو ماتریس تفکیک پذیری دیگر بهبود بیشتری داشته است، در حالی که تفکیک پذیری در نزدیکی سطح (عمق ۳۵ متر) در هر سه حالت تقریباً یکسان است اما با افزایش عمق، تفکیک پذیری کاهش می‌یابد. همچنین، عمق قابل اطمینان

جدول ۱. مشخصات فرض شده برای پارامترهای لازم در ساخت ماتریس حساسیت مدل‌های مصنوعی (بررسی اثر افزایش بیشینه ممان پالس).

مقاومت ویژه	100 $\Omega m$
اندازه آنتن (لوپ)	100 m
زاویه انحراف	60°
زاویه میل	0°
تعداد دور	1
شدت میدان مغناطیسی	48000 nT
فرکانس لارمور	2000 Hz
ممان پالس	8, 18, 28 As
سطح نوفه	20 nV



شکل ۲. بررسی تأثیر افزایش بیشینه ممان پالس بر تفکیک پذیری مدل‌های سونداژ تشدید مغناطیسی با بیشینه ممان پالس‌های ۸ و ۱۸ و ۲۸ آمپرتانیه. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش بیشینه ممان پالس بازه تغییرات تفکیک‌پذیری در عمق‌های پایین کمتر است و از طرف دیگر عمق مؤثر نفوذ نیز افزایش می‌یابد.

و نیز محاسبه مقدار تابع خی-دو  $\chi^2 = \|W_d(K(w) - d)\|_2^2 \approx m$  به طوری که  $m$  تعداد داده‌ها را نشان می‌دهد) انجام می‌شود. در واقع با در نظر گرفتن نمودار پیکارد و مقدار  $\chi^2$  سطح برش بهینه انتخاب می‌شود. با در نظر گرفتن این شرایط، براساس نتایج نشان داده شده در شکل ۳، در حالتی که بیشینه ممان پالس ۸ آمپرتانیه است، سطح برش ۶، حالتی که بیشینه ممان پالس ۱۸ آمپرتانیه است، سطح برش ۷ و برای حالتی که بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپرتانیه است، سطح برش ۸ می‌باشد؛ بنابراین افزایش بیشینه ممان پالس باعث افزایش سطح برش، به دلیل افزایش دامنه مقادیر منفرد قابل استفاده و همچنین افزایش تفکیک‌پذیری می‌شود. با توجه به نمودار به دست آمده برای تفکیک‌پذیری عمودی (منتج شده از رابطه ۲۹) در شکل ۴ مشاهده می‌کنیم که تفکیک‌پذیری تقریباً ۵۰ متر در هر سه حالت ( $q = 8, q = 18, q = 28 As$ ) به طور یکسان با عمق افزایش می‌یابد، از عمق ۵۰ متر به پایین تفکیک‌پذیری عمودی مربوط به بیشینه ممان پالس ۸ آمپرتانیه، نسبت به تفکیک‌پذیری مربوط به بیشینه ممان پالس ۱۸ و ۲۸ آمپرتانیه، سریع‌تر افزایش یافته است.

سپس داده‌های مصنوعی برای حالت‌هایی با اندازه حلقه‌های متفاوت (۵۰ و ۱۰۰ متر) و بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپرتانیه با استفاده از پارامترهای ذکر شده در جدول ۲

برای بیشینه ممان پالس، ۸ آمپرتانیه، برابر با ۶۰ متر، برای بیشینه ممان پالس ۱۸ آمپرتانیه، برابر با ۸۵ متر و در حالتی که بیشینه ممان پالس، ۲۸ آمپرتانیه است، برابر با ۹۲ متر می‌باشد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش بیشینه ممان پالس باعث افزایش عمق قابل اطمینان و بهبود تفکیک‌پذیری می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که بازه تغییرات تفکیک‌پذیری در هر سه حالت بیشینه ممان پالس، از سطح تا عمق افزایش می‌یابد ولی میزان این افزایش (بازه تفکیک‌پذیری) در  $q = 28 As$  نسبت به دو حالت دیگر کمتر برآورد می‌شود. با توجه به تجزیه مقادیر منفرد تابع کرنل در حالت‌هایی که بیشینه ممان پالس متغیر است می‌توانیم پایداری و تفکیک‌پذیری مسئله را بررسی کنیم. سطح برش ۲ با استفاده از نمودار پیکارد به منظور بررسی شرط پیکارد تعیین می‌شود. شرط پیکارد بیان می‌کند که کدام یک از مقادیر منفرد در فرآیند وارون‌سازی را بکار ببریم. استفاده بیشتر از مقادیر منفرد باعث بهبود تفکیک‌پذیری می‌شود زیرا جزئیات بیشتری را در بر می‌گیرد و استفاده از مقادیر منفرد کمتر باعث کاهش تفکیک‌پذیری می‌شود. هرچند که وجود برخی از مقادیر منفرد در مسئله وارون باعث ناپایداری جواب می‌شود؛ بنابراین انتخاب سطح برش (معیاری برای حذف برخی از مقادیر منفرد در حل مسئله وارون) از طریق نمودار پیکارد

۶)؛ بنابراین افزایش قطر حلقه باعث افزایش سطح برش و همچنین افزایش تفکیک پذیری می شود. از شکل ۷ نیز مشخص است که تفکیک پذیری عمودی با کاهش قطر حلقه و افزایش عمق، افزایش یافته است.

در گام بعدی اثر سطح نوفه بر روی میزان تفکیک پذیری و عمق نفوذ مؤثر مورد ارزیابی قرار می گیرد. برای این منظور داده های مصنوعی که با استفاده از پارامترهای ذکر شده در جدول ۳ تولید می شود را یکبار به نوفه گوسی با سطح نوفه ۲۰ نانولت و سپس به نوفه گوسی با سطح نوفه ۹۰ نانولت آغشته می کنیم. حال تأثیر نوفه بر تفکیک پذیری را با بیشینه ممان پالس  $q = 28 \text{ As}$  بررسی می کنیم. افزایش سطح نوفه باعث تنزل کیفیت پارامترهای مدل و در نتیجه منجر به کاهش تفکیک پذیری می شود.

تولید شد. سپس داده ها به نوفه گوسی با سطح نوفه ۲۰ نانولت آغشته شدند. همان طور که انتظار می رود، با افزایش قطر حلقه، تفکیک پذیری برای همه اعماق بهبود یافته است. همچنین مشاهده می کنیم که بازه تغییرات تفکیک پذیری در هر دو حالت اندازه حلقه، از سطح تا عمق افزایش می یابد ولی میزان این افزایش (بازه تفکیک پذیری) در اندازه حلقه ۱۰۰ متر نسبت به اندازه حلقه ۵۰ متر کمتر برآورد می شود. در این حالت عمق اطمینان برای اندازه حلقه ۱۰۰ متر برابر با ۹۲ متر و برای اندازه حلقه ۵۰ متر برابر با ۵۵ متر می باشد (شکل ۵).

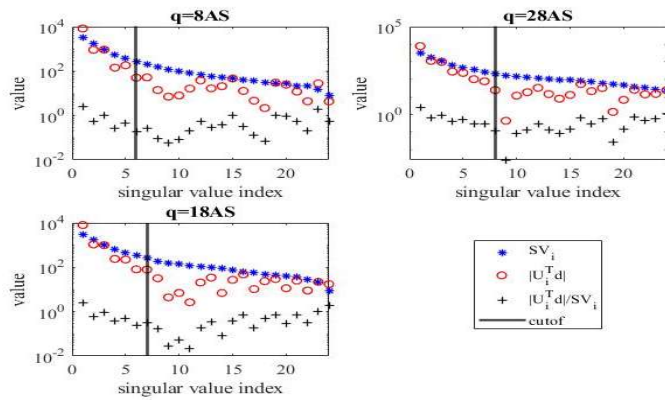
با توجه به تجزیه مقادیر منفرد تابع کرنل در حالتی که اندازه حلقه برابر ۱۰۰ متر است، سطح برش ۶، حالتی که اندازه حلقه برابر ۵۰ متر است، سطح برش ۴ می باشد (شکل

جدول ۲. مشخصات فرض شده برای پارامترهای لازم در ساخت ماتریس حساسیت مدل های مصنوعی (بررسی اثر افزایش اندازه حلقه).

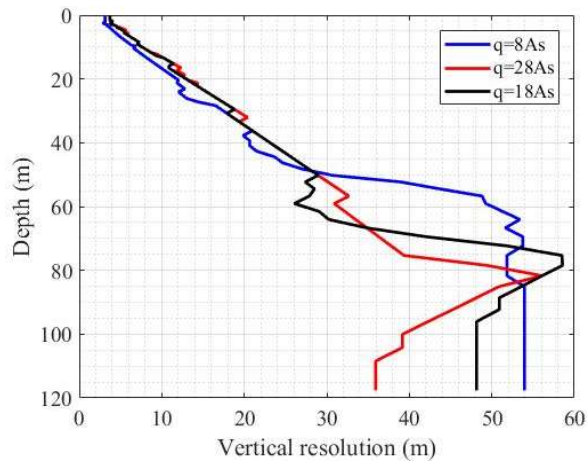
مقاومت ویژه	<b>100 <math>\Omega m</math></b>
اندازه آنتن (لوپ)	<b>100, 50 m</b>
زاویه انحراف	<b>60°</b>
زاویه میل	<b>0°</b>
تعداد دور	<b>1</b>
شدت میدان مغناطیسی	<b>48000 nT</b>
فرکانس لارمور	<b>2000 Hz</b>
ممان پالس	<b>8, 18, 28 As</b>
سطح نوفه	<b>20 nV</b>

جدول ۳. مشخصات فرض شده برای پارامترهای لازم در ساخت ماتریس حساسیت مدل های مصنوعی (بررسی اثر افزایش سطح نوفه).

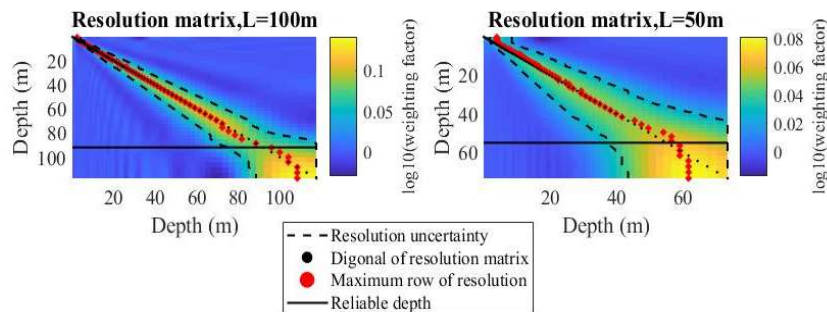
مقاومت ویژه	<b>100 <math>\Omega m</math></b>
اندازه آنتن (لوپ)	<b>100 m</b>
زاویه انحراف	<b>60°</b>
زاویه میل	<b>0°</b>
تعداد دور	<b>1</b>
شدت میدان مغناطیسی	<b>48000 nT</b>
فرکانس لارمور	<b>2000 Hz</b>
ممان پالس	<b>8, 18, 28 As</b>
سطح نوفه	<b>20, 90 nV</b>



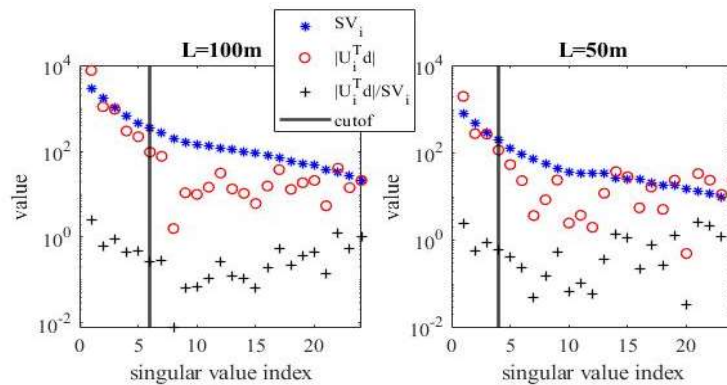
شکل ۳. نمودار پیکارد برای تابع کرنل حلقه با دایره‌ای با قطر ۱۰۰ متر، مقاومت ویژه ۱۰۰ اهم متر و میدان مغناطیسی ۴۸۰۰۰ نانوتسلا در زاویه انحراف ۶۰ درجه. سطح برش (خط مشکی) مقادیر منفرد را نشان می‌دهد که براساس معیار  $m \approx \chi^2$  و شرط پیکارد در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۴. تفکیک پذیری عمودی برای بیشینه ممان پالس ۸ و ۱۸ و ۲۸ آمپرنانه با فاصله لگاریتمی، در شرایط نوفه گاوسی با انحراف معیار ۲۰ نانولت.



شکل ۵. بررسی تأثیر افزایش ابعاد حلقه بر تفکیک پذیری مدل‌های سونداژ تشدید مغناطیسی با بیشینه ممان پالس  $q = 28 As$



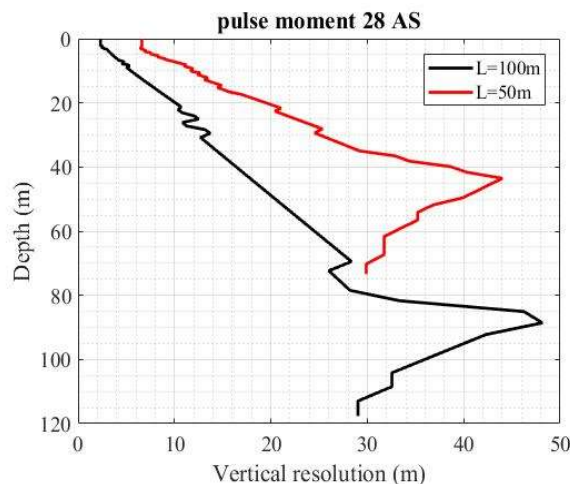
شکل ۶. نمودار پیکارد برای تابع کرنل با بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپرنانه، اندازه حلقه‌های متفاوت، مقاومت ویزه ۱۰۰ اهم متر و میدان مغناطیسی ۴۸۰۰۰ نانوتسلا در زاویه انحراف ۶۰ درجه. سطح برش (خط مشکی) مقادیر منفرد را نشان می‌دهد که براساس معیار  $\chi^2 \approx m$  و شرط پیکارد در نظر گرفته می‌شود.

۹۰ نانولت است، سطح برش ۴ می‌باشد؛ بنابراین در این حالت نیز افزایش سطح نوفه باعث کاهش سطح برش و همچنین کاهش تفکیک‌پذیری می‌شود. با توجه به شکل ۱۰ مشاهده می‌کنیم که تفکیک‌پذیری عمودی با افزایش سطح نوفه و افزایش عمق، بیشتر شده است.

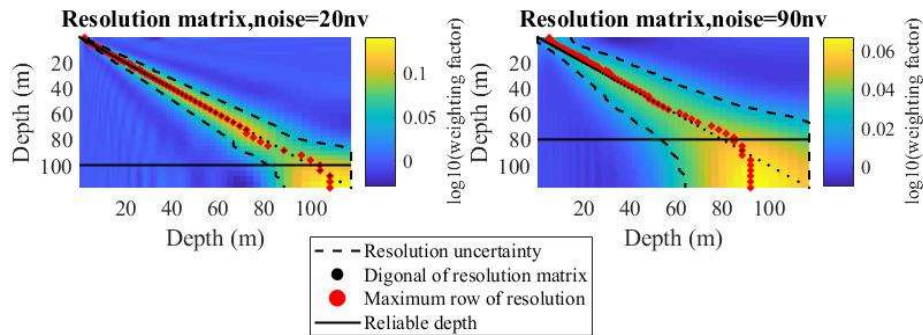
#### ۴ داده‌های صحرائی

برای ارزیابی بهتر تأثیر پارامترهای اندازه حلقه گیرنده و فرستنده و نیز سطح نوفه در تفکیک‌پذیری و عمق مؤثر مدل‌های هیدروژئوفیزیکی سونداژ تشدید مغناطیسی، از

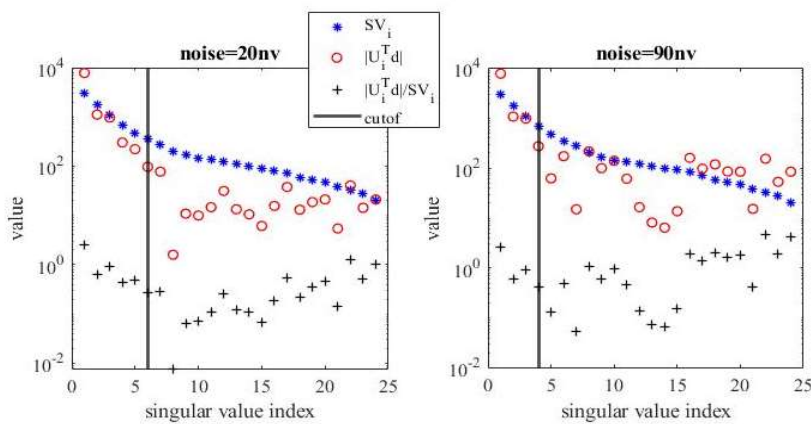
همچنین مشاهده می‌کنیم که بازه تغییرات تفکیک‌پذیری در هر دو حالت سطح نوفه، از سطح تا عمق افزایش می‌یابد، ولی میزان این افزایش (بازه تفکیک‌پذیری) در سطح نوفه ۲۰ نانولت نسبت به سطح نوفه ۹۰ نانولت کمتر برآورد می‌شود. عمق قابل اطمینان هنگامی که سطح نوفه برابر ۲۰ نانولت است برابر ۱۱۰ متر و در حالتی که سطح نوفه برابر ۹۰ نانولت است برابر ۹۵ متر می‌باشد (شکل ۸). همان‌طور که در شکل ۹ دیده می‌شود با توجه به تجزیه مقادیر منفرد تابع کرنل در حالتی که سطح نوفه برابر با ۲۰ نانولت است، سطح برش ۶، حالتی که سطح نوفه برابر با



شکل ۷. تفکیک‌پذیری برای بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپرنانه با فاصله لگاریتمی و اندازه حلقه‌های متفاوت در شرایط نوفه توزیع شده گاوسی ۲۰ نانولت.



شکل ۸. بررسی تأثیر افزایش سطح نوفه گاوسی بر تفکیک‌پذیری مدل‌های سونداژ تشدید مغناطیسی با بیشینه ممان پالس  $q = 28 \text{ As}$



شکل ۹. نمودار پیکارده برای تابع کرنل با بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپر ثانیه، سطح نوفه های اضافه شده متفاوت، مقاومت ویژه ۱۰۰ اهم متر و میدان مغناطیسی ۴۸۰۰۰ نانوتسلا در زاویه انحراف ۶۰ درجه. سطح برش (خط مشکی) مقادیر منفرد را نشان می‌دهد که براساس معیار  $m \approx \chi^2$  و شرط پیکارده در نظر گرفته می‌شود.

اطمینان استفاده می‌شود.

زمین شناسی منطقه:

بررسی نتایج گمانه حفاری در منطقه شیلرسلگه نشان می‌دهد که لایه‌های زیر سطحی به دو قسمت اشباع و غیر اشباع تقسیم می‌شود. منطقه غیر اشباع از سطح زمین تا عمق تقریباً ۲/۵ متری می‌باشد. منطقه اشباع از عمق ۲/۵ متری شروع می‌شود که این لایه شامل سه نوع دانه بندی است. به طوری که از عمق ۲/۵ متر تا ۴ متر لایه‌ای از ماسه دانه متوسط، از عمق ۴ متر تا ۵ متر لایه نازکی از سیلت (ماسه و لای و خاک نباتی)، از عمق ۵ تا ۱۰ متری ماسه دانه متوسط و در زیر آن تا عمق ۱۳ متری لایه سیلتی ماسه ای دیده می‌شود. از عمق ۱۳ متر تا ۲۰ متری ماسه دانه ریز تا دانه متوسط وجود دارد و از عمق ۲۰ متر به بعد سنگ کف

داده‌های صحرائی برداشت شده در منطقه شیلرسلگه در نزدیکی هانوفر آلمان با اندازه حلقه‌های متفاوت ۳۰ و ۶۰ متری استفاده می‌کنیم. همان‌طور که مشخص است در اندازه‌گیری‌های سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی با افزایش اندازه گیرنده میزان سطح نوفه‌های الکترومغناطیسی در داده‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین انتظار می‌رود که میزان سطح نوفه در اندازه‌گیری‌های گیرنده با قطر ۶۰ متر بیشتر از گیرنده با قطر ۳۰ متر باشد. منطقه شیلرسلگه به دلیل در دسترس بودن اطلاعات زمین شناسی لایه‌های زیر سطحی و همچنین وجود داده‌های صحرائی با اندازه حلقه‌های متفاوت انتخاب شده است. در این قسمت نیز از نتایج ماتریس تفکیک‌پذیری جهت تخمین بازه تغییرات تفکیک‌پذیری، تفکیک‌پذیری عمودی و عمق قابل

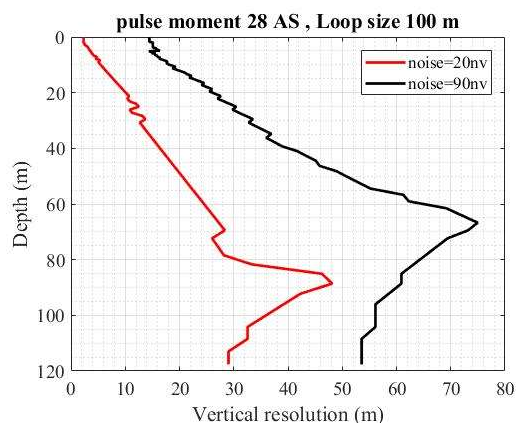
سطحی منطقه در جدول ۴ ذکر شده است. توزیع مقاومت ویژه لایه‌های زیر سطحی معمولاً از طریق اندازه‌گیری TEM و یا VES به دست می‌آید و به عنوان پارامترهای معلوم جهت ساخت ماتریس کرنل استفاده می‌شود.

از ماتریس تفکیک پذیری به دست آمده برای حلقه‌های گیرنده ۳۰ و ۶۰ متری (شکل ۱۱) مشاهده می‌شود که در نزدیکی سطح (تقریباً عمق ۱۰ متری) تفکیک پذیری در هر دو اندازه حلقه یکسان است و افزایش اندازه حلقه باعث بهبود تفکیک پذیری در همه عمق‌ها می‌شود. همچنین تفکیک پذیری در هر حلقه با افزایش عمق، کاهش می‌یابد.

مارنی وجود دارد. با توجه به لاگ حفاری به دست آمده، این منطقه شامل ۲ آبخوان است که با یک لایه کمتر نفوذ ناپذیر از هم جدا شده‌اند در واقع کمی تبادل بین دو آبخوان وجود دارد. با توجه به لیتولوژی منطقه مورد مطالعه، ۲ آبخوان دارای لیتولوژی یکسان اما از لحاظ دانه بندی متفاوت هستند. آبخوان اول از نظر دانه بندی متوسط رو به درشت و شامل فضا‌های بین دانه‌ای بیشتر و آبخوان دوم دانه ریز است که دارای فضای خالی کمتری می‌باشد و در نتیجه آبخوان دوم زمان آسایش کمتری نسبت به آبخوان اول دارد. در ادامه توزیع مقاومت ویژه الکتریکی لایه‌های زیر

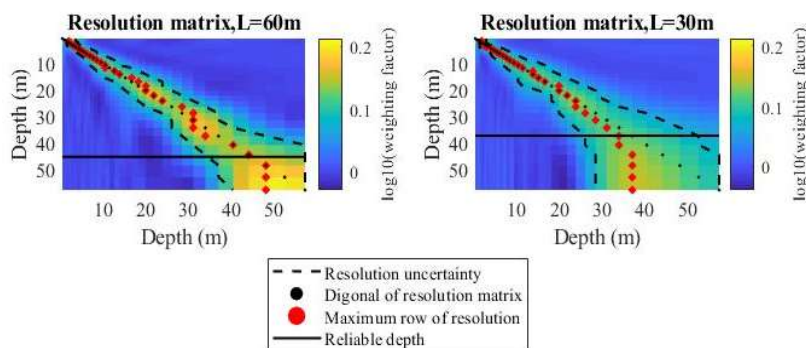
جدول ۴. نتایج سونداژ الکتریکی انجام شده در منطقه مورد مطالعه.

لایه بندی	رسانندگی (زیمنس بر متر)	ضخامت (متر)
۱	$\sigma_1 = 0.001$	$h_1 = 3$
۲	$\sigma_2 = 0.002$	$h_2 = 14$
۳	$\sigma_3 = 0.01$	$h_3 = 5/5$
۴	$\sigma_4 = 0.005$	$h_4 = 12/5$
۵	$\sigma_5 = 0.05$	$h_5 = \infty$



شکل ۱۰. تفکیک پذیری عمودی برای بیشینه ممان پالس ۲۸ آمپرتانیه با فاصله لگاریتمی و سطح نوفه‌های اضافه شده متفاوت.



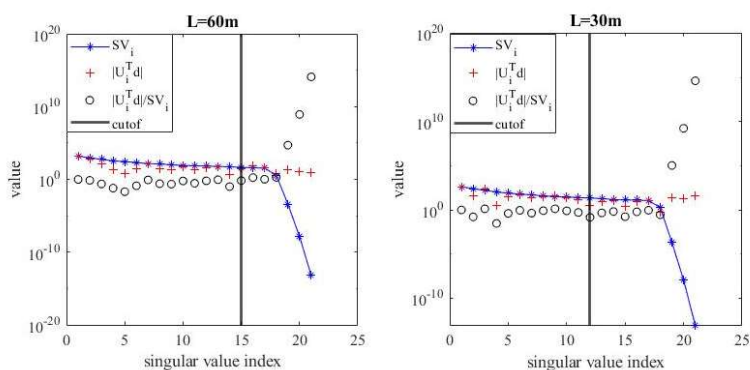


شکل ۱۱. بررسی تأثیر افزایش اندازه قطر حلقه (۳۰ و ۶۰ متر) بر تفکیک پذیری داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی.

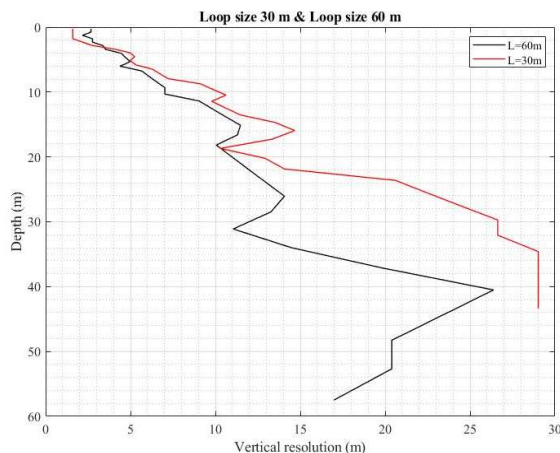
بنابراین افزایش قطر حلقه باعث افزایش سطح برش و همچنین افزایش تفکیک پذیری می‌شود. همچنین نمودار به‌دست آمده از تفکیک پذیری عمودی (شکل ۱۳) نشان می‌دهد که با کاهش اندازه حلقه تفکیک پذیری عمودی افزایش می‌یابد. پس می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش عمق، تفکیک پذیری عمودی افزایش می‌یابد.

باهداف بررسی میزان تفکیک پذیری و عمق قابل اعتماد در مدل‌های هیدروژئوفیزیکی محتوای آب و زمان آسایش منتج شده از اندازه‌گیری‌ها با گیرنده‌های ۳۰ و ۶۰ متر، داده‌ها از طریق الگوریتم وارون‌سازی چند نمایی سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی (MRSFWI) وارون‌سازی

با بررسی عمق قابل اطمینان نتیجه می‌گیریم که با افزایش اندازه حلقه، عمق قابل اطمینان نیز افزایش می‌یابد (عمق قابل اطمینان برای اندازه حلقه ۳۰ متر برابر با ۳۷ متر و برای اندازه حلقه ۶۰ متر برابر با ۴۷ متر می‌باشد). همچنین مشاهده می‌کنیم که بازه تغییرات تفکیک پذیری در هر دو حالت اندازه حلقه، از سطح تا عمق افزایش می‌یابد ولی میزان این افزایش (بازه تفکیک پذیری) در اندازه حلقه ۶۰ متر نسبت به اندازه حلقه ۳۰ متر کمتر برآورد می‌شود. با توجه به تجزیه مقادیر منفرد تابع کرنل در حالتی که اندازه حلقه برابر ۶۰ متر است، سطح برش ۱۵ و حالتی که اندازه حلقه برابر ۶۰ متر است، سطح برش ۱۲ می‌باشد (شکل ۱۲)؛



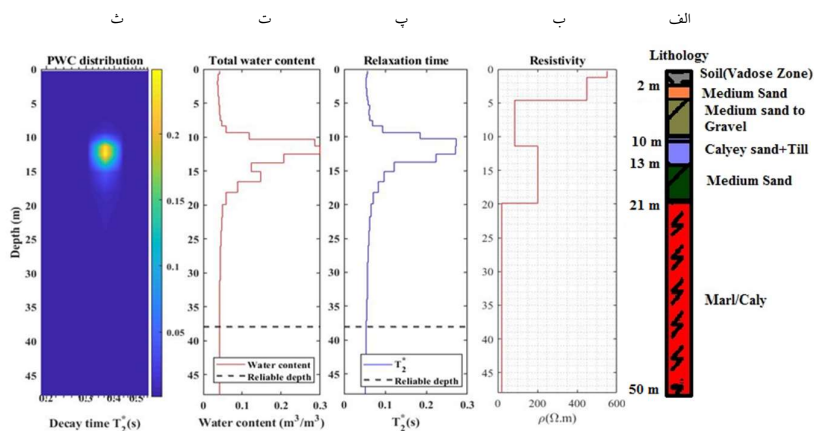
شکل ۱۲. نمودار پیکارد برای تابع کرنل با اندازه قطر حلقه ۳۰ و ۶۰ متر. سطح برش (خط مشکی) مقادیر منفرد را نشان می‌دهد که براساس معیار  $\chi^2 \approx m$  و شرط پیکارد در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش قطر گیرنده سطح برش تغییر می‌کند.



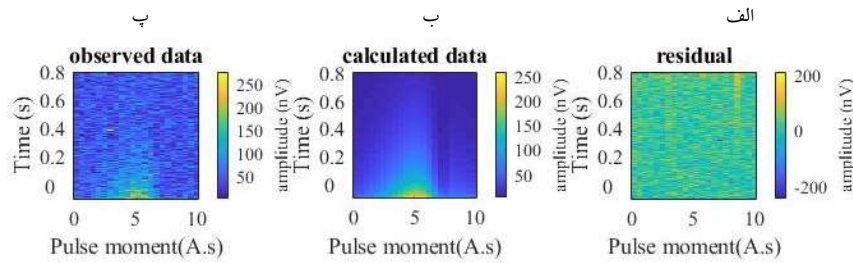
شکل ۱۳. تفکیک‌پذیری عمودی حلقه‌های ۳۰ و ۶۰ متری منطقه شیلرسلگه.

تا حدودی دو آبخوان را از هم تفکیک کرده است. نتیجه گمانه حفر شده در منطقه شیلرسلگه، نمودار مقاومت ویژه الکتریکی نسبت به عمق و توزیع محتوای آب جزئی برای این داده در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود. مدل محتوای آب و زمان آسایش لایه‌های زیرسطحی در شکل ۱۴ نشان می‌دهد که به دلیل عدم تفکیک‌پذیری مناسب داده‌های دست آمده از حلقه ۳۰ متر، آبخوان اول و دوم به صورت یک لایه با محتوای آب ۳۰ درصد از عمق ۸ متری تا عمق ۲۰ متری

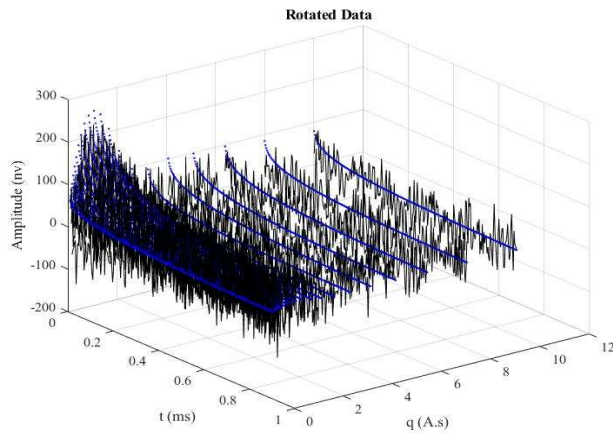
می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۱۴ ملاحظه می‌کنید داده‌های صحرایی سونداژ تشدید مغناطیسی در منطقه شیلرسلگه با اندازه حلقه ۳۰ متر، با استفاده از روش وارون‌سازی چند نمایی سونداژ تشدید مغناطیسی (MRSFWI) وارون‌سازی شده‌اند. شکل ۱۴ نتیجه وارون‌سازی رهیافت MRSFWI و با فرض رفتار چند نمایی است به طوری که هر دو آبخوان در منحنی محتوای آب به صورت یک آبخوان دیده می‌شود و منحنی زمان آسایش



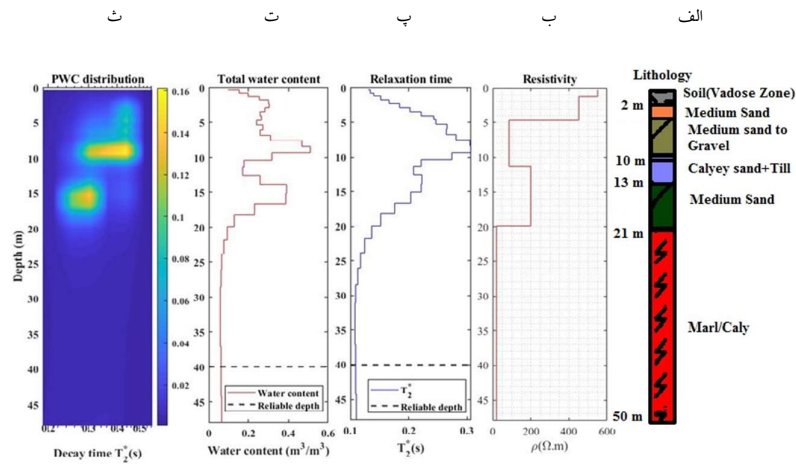
شکل ۱۴. نتیجه وارون‌سازی با اندازه حلقه ۳۰ متر با استفاده از کل فضای داده برای داده‌های صحرایی. الف) گمانه حفاری شده در منطقه مورد مطالعه. ب) نمودار مقاومت ویژه لایه‌های زیر سطحی نسبت به عمق پ) لگاریتم میانگین زمان آسایش نسبت به عمق. ت) محتوای آب زیر سطحی نسبت به عمق. ث) توزیع محتوای آب جزئی (PWC) نسبت به عمق برای طیفی از زمان‌های آسایش مختلف. خط‌چین مشکی عمق قابل اطمینان در مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش را نشان می‌دهد.



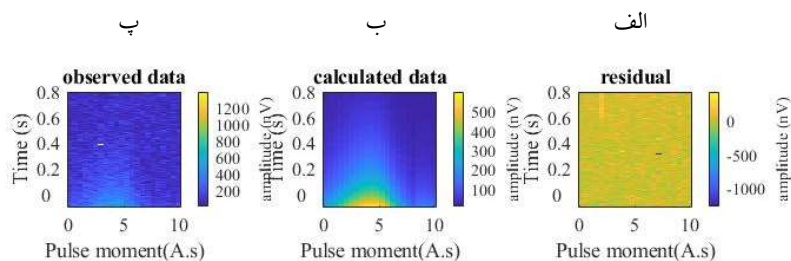
شکل ۱۵. الف) اختلاف داده‌های محاسباتی و داده‌های مشاهده‌ای با اندازه حلقه ۳۰ متر. ب) داده‌های محاسباتی منتج شده از فرآیند وارون‌سازی و پ) داده‌های صحرایی منطقه مورد مطالعه.



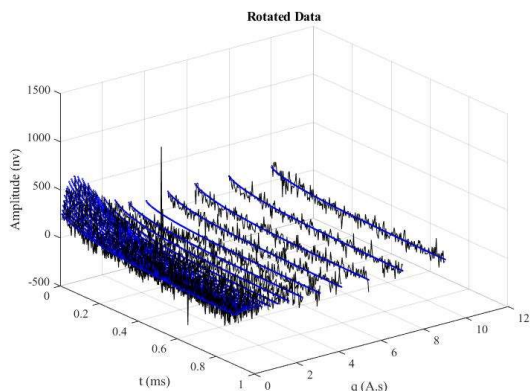
شکل ۱۶. برازش داده‌های صحرایی (منحنی مشکی) به داده‌های محاسباتی منتج شده از فرآیند وارون‌سازی (منحنی آبی) برای اندازه حلقه ۳۰ متر.



شکل ۱۷. نتیجه وارون‌سازی با اندازه حلقه ۶۰ متر با استفاده از کل فضای داده برای داده‌های صحرایی. الف) گمانه حفاری شده در منطقه مورد مطالعه. ب) نمودار مقاومت ویژه لایه‌های زیر سطحی نسبت به عمق پ) لگاریتم میانگین زمان آسایش نسبت به عمق. ت) محتوای آب زیر سطحی نسبت به عمق. ث) توزیع محتوای آب جزئی (PWC) نسبت به عمق برای طیفی از زمان‌های آسایش مختلف. خط‌چین مشکی عمق قابل اطمینان در مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش را نشان می‌دهد.



شکل ۱۸. الف) اختلاف داده‌های محاسباتی و داده‌های مشاهده‌ای با اندازه حلقه ۶۰ متر. ب) داده‌های محاسباتی منتج شده از فرآیند وارون‌سازی و پ) داده‌های صحرائی منطقه مورد مطالعه. وجود مقادیر بزرگ در نوار رنگ تصویر باقی مانده نشان دهنده مقادیر خارج از بازه (outlier) در داده‌های صحرائی است.



شکل ۱۹. برازش داده‌های صحرائی (منحنی مشکی) به داده‌های محاسباتی منتج شده از فرآیند وارون‌سازی (منحنی آبی) برای اندازه حلقه ۳۰ متر.

باشد که در شکل به دست آمده این اصل قابل رویت می‌باشد. در شکل ۱۶ منحنی‌های مشکی، سیگنال داده‌های برداشت شده صحرائی و برازش شده، (منحنی‌های آبی)، در نتیجه وارون‌سازی برای ۲۲ ممان پالس مختلف را نشان می‌دهد.

در ادامه به بررسی داده‌های صحرائی سونداژ تشدید مغناطیسی در منطقه شیلرسلگه با اندازه حلقه ۶۰ متر می‌پردازیم، شکل ۱۷ نتیجه وارون‌سازی رهیافت MRSFWI و با فرض رفتار چند نمایی است که وجود دو آبخوان که توسط یک لایه رسی از یکدیگر مجزا شده‌اند، به وضوح مشخص است. نتیجه گمانه حفر شده در منطقه شیلرسلگه، نمودار مقاومت ویژه الکتریکی نسبت به عمق و توزیع محتوای آب جزئی برای این داده در شکل

که شروع سنگ کف می‌باشد برآورد شده است. همچنین تخمین زمان آسایش زیر سطح که بر اساس فرض رفتار چند نمایی برای آسایش سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی به دست آمده است، نشان می‌دهد که زمان آسایش تخمین زده شده برای هر دولایه آبخوان به صورت یک لایه نشان داده است که نشان از عدم تفکیک مناسب دولایه آبخوان مورد نظر از لایه نفوذناپذیر است. در این شکل خط چین مشکی در مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش، عمق قابل اطمینان را در عمق ۳۸ متر نشان می‌دهد. شکل ۱۵ داده‌های صحرائی، داده‌های محاسباتی منتج شده از وارون‌سازی و نرم اختلاف داده‌های صحرائی و محاسباتی در زمان‌ها و ممان پالس‌های مختلف را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه این است که نمودار باقی مانده نباید الگوی مشخصی داشته

## ۵ نتیجه‌گیری

همواره ارزیابی مدل‌های هیدروژئوفیزیکی و قابل اطمینان بودن این مدل‌های در برداشت‌های سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی به عنوان یک مسئله مهم مطرح بوده است. در این پژوهش معیارهایی از تفکیک پذیری، بازه تفکیک پذیری و عمق قابل اطمینان را معرفی کرده‌ایم که امکان تخمین کیفیت تصاویر توزیع محتوای آب زیرسطحی منتج شده از اندازه‌گیری‌های MRS را فراهم می‌کند؛ و همچنین نشان داده شد که چگونه می‌توان آن‌ها را مستقیماً از عملگر پیشرو MRS با استفاده از ماتریس تفکیک پذیری مدل استخراج کرد. ما از این معیارها برای محاسبه وابستگی مدل‌های وارون به تنظیمات اندازه‌گیری مانند اندازه حلقه، سری ممان‌های پالس و سطح نوفه استفاده کردیم. با توجه به مثال‌های عددی و نتایج مدل‌سازی داده‌های صحرائی، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

افزایش بیشینه ممان پالس، باعث افزایش تفکیک پذیری و عمق اطمینان می‌شود.

افزایش قطر حلقه باعث بهبود تفکیک پذیری در همه اعماق و همچنین افزایش عمق اطمینان می‌شود.

افزایش قطر حلقه و افزایش عمق اطمینان به محدودیت توان تجهیزات، محدود می‌شوند.

افزایش سطح نوفه بر روی پارامترهای مدل اثر مخرب دارد بنابراین افزایش سطح نوفه باعث از بین جزئیات مدل و در نتیجه کاهش تفکیک پذیری می‌شود. همچنین افزایش سطح نوفه باعث کاهش عمق اطمینان نیز می‌شود.

همچنین در ادامه این پژوهش امکان ارزیابی کاربست داده‌های مختلط به جای دامنه و مقایسه نتایج تفکیک پذیری هر یک از آن‌ها وجود دارد.

### منابع:

قناتی، رضا، ۱۳۹۴، بهبود پردازش و تخمین پارامترهای سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی، رساله‌ی دکتری،

۱۷ نشان داده شده است. مدل محتوای آب و زمان آسایش لایه‌های زیرسطحی در شکل ۱۷ نشان می‌دهد که آبخوان اول با محتوای آب ۴۵ درصد از عمق ۶ متری تا ۱۲ متری و آبخوان دوم با محتوای آب ۴۰ درصد از عمق ۱۴ متری تا عمق ۲۲ متری که شروع سنگ کف می‌باشد قرار دارند. همچنین تخمین زمان آسایش زیر سطح که بر اساس فرض رفتار چند نمایی برای آسایش سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی به دست آمده است نشان می‌دهد که زمان آسایش تخمین زده شده برای لایه آبخوان اول ۳۰۰ میلی‌ثانیه و برای لایه آبخوان دوم ۲۴۰ میلی‌ثانیه است. شکل ۱۸ داده‌های صحرائی، داده‌های محاسباتی منتج شده از وارون‌سازی و نرم دو اختلاف داده‌های صحرائی و محاسباتی در زمان‌ها و ممان پالس‌های مختلف را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه این است که نمودار باقی مانده نباید الگوی مشخصی داشته باشد که در شکل به دست آمده این اصل قابل رؤیت می‌باشد. در شکل ۱۹ منحنی‌های مشکلی، سیگنال داده‌های برداشت شده صحرائی و برازش شده، (منحنی‌های آبی)، در نتیجه وارون‌سازی برای ۲۲ ممان پالس مختلف را نشان می‌دهد. خط چین مشکلی در مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش، عمق قابل اطمینان را در عمق ۴۷ متر نشان می‌دهد. مقایسه نتایج حاصل از وارون‌سازی داده با حلقه ۳۰ و ۶۰ مؤید این مطلب است که افزایش اندازه حلقه منجر به بهبود تفکیک پذیری عمقی مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش می‌شود و از طرف دیگر مقدار عمق مؤثر نوفه نیز افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که مدل‌های هیدروژئوفیزیکی حاصل از گیرنده با قطر ۶۰ متر افتراق بهتری از لایه آبخوان اول و دوم و نیز لایه نفوذناپذیر بین این دو آبخوان را نشان می‌دهد؛ بنابراین انتخاب بهینه پارامترهای برداشت تأثیر بسزایی در بهبود نتایج وارون‌سازی دارد و دستیابی به یک مدل قابل قبول‌تر را به همراه دارد.

- Geophysics, 39(2), 77-83.
- Legchenko, A., & Valla, P. (2002). A review of the basic principles for proton magnetic resonance sounding measurements. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2), 3-19.
- Legchenko, A., Baltassat, J. M., Beauce, A., & Bernard, J. (2002). Nuclear magnetic resonance as a geophysical tool for hydrogeologists. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2), 21-46.
- Mohnke, O., & Yaramanci, U. (2002). Smooth and block inversion of surface NMR amplitudes and decay times using simulated annealing. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2), 163-177.
- Mohnke, O. (2010). Improved forward and inverse modelling of Surface NMR relaxation signals using multi-exponential decomposition. Ph.D. thesis, Technical University of Berlin.
- Müller-Petke, M., & Yaramanci, U. (2008). Resolution studies for magnetic resonance sounding (MRS) using the singular value decomposition. *Journal of Applied Geophysics*, 66(3-4), 165-175.
- Parsekian, A. D., Singha, K., Minsley, B. J., Holbrook, W. S., & Slater, L. (2015). Multiscale geophysical imaging of the critical zone. *Reviews of Geophysics*, 53(1), 1-26.
- Ren, Z., & Kalscheuer, T. (2020). Uncertainty and resolution analysis of 2D and 3D inversion models computed from geophysical electromagnetic data. *Surveys in Geophysics*, 41(1), 47-112.
- Slichter, C.P. (1990). Spin Temperature in Magnetism and in Magnetic Resonance. In *Principles of Magnetic Resonance* (pp. 219-246). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Y. (1977). *Solutions of ill-posed problems*. New York, 1(30), 487.
- Yaramanci, U., & Müller-Petke, M. (2009). Surface nuclear magnetic resonance—A unique tool for hydrogeophysics. *The leading edge*, 28(10), 1240-1247.
- Zhdanov, M. S., & Tolstaya, E. (2006). A novel approach to the model appraisal and resolution analysis of regularized geophysical inversion. *Geophysics*, 71(6), R79-R90.
- Schirov, M., Legchenko, A., & Creer, G. (1991). A new direct non-invasive groundwater detection technology for Australia. *Exploration geophysics*, 22(2), 333-338.
- به‌راهنمایی محمد کاظم حفیظی. تهران، موسسه ژئوفیزیک.
- Aster, R.C., Borchers, B., & Clifford H.T. (2013). Parameter estimation and inverse problems.
- Dlugosch, R., & Müller-Petke, M. (2020). Application of adiabatic pulses for magnetic Resonance Sounding—Pulse shapes and resolution. *Journal of Applied Geophysics*, 179, 104079.
- Esmaili, Z., Ghanati, R., & Hafizi, M. K. (2020). Water Content and Relaxation Time Estimation Using Full-Wave Form Inversion of MRS Signal. *Journal of the Earth and Space Physics*, 46(2), 225-246.
- Fallah Safari, M., Hafizi, M. K., & Ghanati, R. (2018). Water content inversion of MRS data a case study of Nineh Mahallat, central Iran. *Journal of the Earth and Space Physics*, 44(3), 535-555.
- Friedel, S. (2003). Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach. *Geophysical Journal International*, 153(2), 305-316.
- Fichtner, A., & Trampert, J. (2011). Resolution analysis in full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 187(3), 1604-1624.
- Ghanati, R., Hafizi, M.K., & Fallahsafari, M., (2015). Surface nuclear magnetic resonance signals recovery by integration of a non-linear decomposition method with statistical analysis. *Geophysical Prospecting*, 64, 489-504.
- Ghanati, R., Hafizi, M. K., Mahmoudvand, R., & Fallahsafari, M., (2016). Filtering and parameter estimation of surface-NMR data using singular spectrum analysis: *Journal of Applied Geophysics*, 130, 118-130.
- Hertrich, M. (2008). Imaging of groundwater with nuclear magnetic resonance. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 53(4), 227.
- Kalscheuer, T., & Pedersen, L. B. (2007). A non-linear truncated SVD variance and resolution analysis of two-dimensional magnetotelluric models. *Geophysical Journal International*, 169(2), 435-447.
- Legchenko, A., & Valla, P. (1998). Processing of surface proton magnetic resonance signals using non-linear fitting. *Journal of Applied*

## Quantitative investigation of effective parameters on resolution and penetration depth of magnetic resonance sounding data using singular value decomposition of forward function

Fatemeh Alamgard<sup>1</sup> and Reza Ghanati<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. Graduate, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 09 May 2022, Accepted: 15 November 2022)

### Summary

Due to the direct sensitivity to the hydrogen of water molecules, magnetic resonance sounding (MRS) provides estimate of hydro-geophysical parameters such as water content and hydraulic conductivity. The use of this method makes it possible to determine the presence or absence of water below the surface more precisely and to determine the important characteristics of the hydrogeology parameters of the aquifer layer such as water content and hydraulic conductivity. The MRS technique is based on the Nuclear Magnetic Resonance principles to determine the subsurface distribution of hydrogen protons. MRS measurements are carried out with a surface antenna as transmitter/receiver of electromagnetic signals. To obtain depth information, a series of measurements at different pulse moments, are passed through the loop. By varying the pulse moment, a spatial distribution of aquifer properties with respect to the depth can be obtained from the MRS data inversion. From data space point of view, in the inversion of magnetic resonance sounding data, three types of algorithms have been presented: Initial Amplitude Inversion, Time Step Inversion, and Full waveform inversion. Given that in the two first above-mentioned methods only a portion of the data is used for inversion, it is not possible to provide a stable solution with a suitable depth resolution in the inversion process, while the use of the full waveform inversion of the magnetic resonance signal (i.e., using whole data space) increases the stability and resolution of water content and relaxation time.

One of the important issues to be considered in the inversion of geophysical data is the evaluation of the quality of inverted models. This means that using mathematical tools, the degree of certainty or uncertainty of the models obtained from solving the inverse problem is determined quantitatively, and this helps to better interpret geophysical models. Evaluating the quality of water content and relaxation time models resulting from the inversion of surface nuclear magnetic resonance data is also essential. In this research, we extract the model resolution matrix using singular value analysis of the leading MRS function. This method consists of evaluating the components of loop size, maximum moment pulse, distribution of subsurface layers as well as ambient noise level conditions as inputs on the resolution and depth of MRS data. The effect of each of these components on the resolution of magnetic resonance sounding data is measured through artificial models and field data. The results show that the loop size increases the penetration and also increases the vertical resolution if the maximum moment pulse is constant. This is also true if the loop size is constant and the maximum moment pulse is increasing. Increasing the noise level reduces the resolution and is managed through depth. The results of this dissertation will be an important step in optimizing measurement components to improve vertical resolution in water content and relaxation time models and also increase the penetration depth in magnetic resonance sounding studies. The hydro-geophysical sources of water and relaxation time are reviewed in the inversion of the polynomial using the GSVD method.

**Keywords:** Hydro-geophysical parameters, inverse modeling, magnetic resonance sounding, multi exponential modeling, resolution, reliable depth

---

\*Corresponding author:

rghanati@ut.ac.ir