

## تغییر شکل‌های معاصر پوسته‌ای در منطقه البرز بر اساس میدان سرعت GPS و توابع اسپلاین

اصغر راست بود<sup>\*۱</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۰۹، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۱۶)

### چکیده

اندازه‌گیری‌های جابجایی سطحی پوسته زمین با استفاده از مشاهدات GPS به شکل گسسته در محل ایستگاه‌ها انجام می‌شود؛ بنابراین، نمی‌توان تغییر شکل پوسته را به صورت یک میدان پیوسته بررسی کرد. برای حل این مسئله می‌توان از درون‌یابی با توابع اسپلاین استفاده نمود. در این روش مختصات جغرافیایی و بردار مؤلفه‌های سرعت ایستگاه‌ها ورودی بوده و مؤلفه‌های میدان سرعت دو بعدی (Ve, Vn) روی شبکه منظم با فواصل ۳۰ دقیقه خروجی هستند. برای انجام آنالیز داده‌های برداری پراکنده جابجایی مسطحاتی ۸۶ ایستگاه GPS با توزیع غیریکنواخت در منطقه البرز واقع در شمال ایران مورد آنالیز قرار گرفته است. دلیل انتخاب این منطقه وجود ایستگاه‌های GPS متعدد و زمین‌ساخت فعال آن است. درون‌یابی برای مؤلفه‌های بردارهای سرعت به طور جداگانه و هم‌زمان با در نظر گرفتن ارتباط کشسانی با نسبت پواسون انجام می‌شود. برای اعتبارسنجی مدل ده درصد داده‌ها برای آزمون و بقیه برای آموزش انتخاب می‌شوند. ضریب تعیین برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی به ترتیب برابر ۰/۲۵ و ۰/۸۸ به دست آمد. برای کاهش اثر همبستگی داده‌های با فواصل نزدیک در نتایج اعتبارسنجی، کاهش داده با بلوک‌های ۵۰ کیلومتری انجام شد. در این حالت ضریب تعیین برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی به ترتیب برابر ۰/۱۸- و ۰/۴۷- تعیین شد. برای درون‌یابی هم‌زمان دو مؤلفه ضریب تعیین برابر ۰/۸۸ و با کاهش داده با بلوک‌های ۵۰ کیلومتری برابر ۰/۸۴ به دست آمد. اعتبارسنجی‌ها نشان می‌دهد که درون‌یابی هم‌زمان مؤلفه‌ها با استفاده از ارتباط کشسانی آن‌ها منجر به بهبود نتایج برای داده‌های برداری پراکنده نسبت به درون‌یابی جداگانه مؤلفه‌ها می‌شود. نتایج درون‌یابی میدان سرعت نشان می‌دهد که توزیع مکانی تغییر شکل پوسته در ناحیه البرز نامنظم بوده و دارای ویژگی افزایش نرخ کرنش برآوردی از میدان سرعت درون‌یابی شده، تغییر شکل از نوع همگرایی در منطقه مورد مطالعه را نشان می‌دهد و وقوع فشارش در منطقه مرتفع البرز را تأیید می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** اسپلاین بای‌هارمونیک، درون‌یابی، توابع گرین، میدان سرعت مسطحاتی GPS، البرز

## ۱ مقدمه

جابجایی سطحی پوسته زمین از نوع پیوسته است که در طبیعت از یکپارچگی برخوردار بوده و هر موقعیت از سطح زمین مقداری از آن را دارا بوده و امکان اندازه‌گیری آن در سطح زمین وجود دارد. داده‌های پیوسته از جمله جابجایی به دلیل پیوستگی که دارند در تمام نقاط سطح قابل اندازه‌گیری نیستند، لذا عموماً به شکل نمونه‌ای با استفاده از ابزارهای ژئودتیکی برداشت می‌شوند.

جابجایی‌های اندازه‌گیری شده بر روی سطح زمین همواره پراکنده بوده و به‌صورت ناهمگن توزیع شده‌اند. برای مثال، اندازه‌گیری‌های جابجایی با استفاده از سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) محدود به موقعیت ایستگاه‌های آن‌ها است. این اندازه‌گیری‌ها دارای دقت و تفکیک‌پذیری زمانی بالا بوده ولی از نظر مکانی فاقد پراکندگی یکنواخت هستند. بسیاری از روش‌های پردازش داده نیازمند توزیع داده‌ها بر روی یک شبکه یکنواخت منظم هستند، مانند روش‌هایی که از تبدیل فوریه استفاده می‌کنند یا شامل محاسبه مشتقات جهت‌دار هستند یا زمانی که از جابجایی‌های حاصل از مشاهدات GPS به‌عنوان قید در پردازش‌های InSAR استفاده می‌شود.

یکی از راه‌های تبدیل داده‌های گسسته به سطوح پیوسته درون‌یابی است. درون‌یابی برآورد مقدار پدیده‌ها در موقعیت‌های نمونه‌برداری نشده با استفاده از مقادیر معلوم در نقاط نمونه‌برداری شده است. از این‌رو، درون‌یابی اندازه‌گیری‌های پراکنده روی یک شبکه منظم (شبکه‌بندی) یک مسئله مهم در علوم زمین است. میزان صحت نتایج درون‌یابی به دقت مکانی، تعداد و توزیع نقاط معلوم و مدل‌های مورد استفاده بستگی دارد. بهترین نتایج زمانی حاصل می‌شود که رفتار تابع ریاضی با رفتار پدیده مورد نظر مشابه باشد.

اگر پوسته زمین با رفتار کشسان در نظر گرفته شود، نرخ کرنش را می‌توان با استفاده از مشتقات نسبی میدان سرعت

مشاهداتی محاسبه کرد. از روش‌های مختلفی می‌توان برای محاسبه تانسور کرنش استفاده کرد. ساده‌ترین روش شاید استفاده از مثلث‌بندی دلونی باشد (دووینسکی و همکاران، ۲۰۰۷؛ آرنوسو و ریکاردی، ۲۰۲۰). روابط مربوطه را می‌توان در بسیاری از مراجع از جمله کای و گرافارند (۲۰۰۷) یافت. در این روش بر اساس موقعیت ایستگاه‌های مشاهداتی منطقه مورد مطالعه با رعایت شرط دلونی مثلث‌بندی می‌شوند و پارامترهای تانسور کرنش برای هر مثلث محاسبه شده و در نهایت تمام نتایج یکپارچه می‌شوند. مثلث‌بندی دلونی توسط ساویج و همکاران (۲۰۰۱) به زمین کروی تعمیم داده شد. با این حال، این روش دارای معایب آشکاری است. از جمله اینکه، هیچ افزونگی داده‌ای وجود ندارد، بنابراین نمی‌توان مقادیر پرت را آشکارسازی و حذف کرد. علاوه بر این، نرخ کرنش حاصل نیز ناپیوسته است.

رویکرد دیگر شبکه‌بندی است. در رویکردهای شبکه‌ای منطقه مورد مطالعه به شبکه‌ای یکنواخت تقسیم می‌شود. نخست، میدان سرعت همه ایستگاه‌ها به یک میدان سرعت روی شبکه برازش می‌شود و سپس برای به‌دست آوردن مستقیم توزیع میدان کرنش، مشتق نسبی در نقاط شبکه محاسبه می‌شود. میدان سرعت تعیین شده توسط رویکردهای شبکه‌ای عمده‌تاً بر اساس تجزیه و تحلیل‌های آماری است. فرض بر این است که میدان سرعت را می‌توان به روند و باقیمانده تجزیه کرد و ساختار باقیمانده را می‌توان با روش‌های آماری تعیین کرد. رویکردهای شبکه‌ای شامل روش‌های توابع چندچهارگانه، هارمونیک کروی و هم‌مکانی کمترین مربعات می‌باشد (هاکل و مالسروسی، ۲۰۰۹؛ شن و همکاران، ۲۰۰۵). این روش‌های محاسبه کرنش کاربردهای متفاوتی برای اهداف تحقیقاتی مختلف و پراکندگی داده‌ها دارند. با این حال، همه آن‌ها برای مسائل وارون‌سازی مناسب هستند. برای مثال، با توجه به فاصله ایستگاه‌های مشاهداتی میدان سرعت، شن و همکاران

ورونوی یا آزیموتی، کمینه، بیشینه و گام ثابت‌های هموارسازی مکانی، آستانه وزنی و آستانه عدم قطعیت. الگوریتم نزدیک‌ترین همسایگی وزن‌دار مونگ-هان هوانگ توسط هندورگر و همکاران (۲۰۱۹) پیاده‌سازی شده است. دو پارامتر پیکربندی اضافی برای استفاده از این روش مورد نیاز است که عبارت‌اند از: شعاع جستجوی همسایگی و حداقل تعداد ایستگاه‌ها در شعاع جستجو. تخمین چندمقیاسی میدان‌های سرعت GPS با استفاده از موجک‌های کروی توسط تیپ و همکاران (۲۰۰۹) انجام شد. کریجینگ روشی مبتنی بر تحلیل زمین آماری مرسوم برای انجام درون‌یابی میدان سرعت GPS و تحلیل کرنش است. این روش مستلزم تعیین یک نوع مدل و سه پارامتر است. مدل، نوع ساختار همبستگی است که در میدان تحت بررسی وجود دارد. مدل قطعه (Nugget) یک مدل نویز سفید است، مدل نمایی (Exponential) یک فرآیند پیوسته اما غیردیفرانسیل‌پذیر است و گاوسی (Gaussian) هم پیوسته و هم دیفرانسیل‌پذیر است. همه مدل‌ها به یک قطعه نیاز دارند که نشان‌دهنده سطح واریانس نقطه‌ای در مشاهدات است و برای میدان‌های سرعت GNSS همان عدم قطعیت داده‌هاست. مدل‌های گاوسی و نمایی نیز نیاز به تعیین آستانه (sill) و محدوده (range) دارند. آستانه میانگین واریانس کلی در مجموعه داده را مشخص می‌کند و باید به‌عنوان واریانس کل مشاهدات منهای قطعه مشخص شود. توجه به این نکته مهم است که قطعه را می‌توان به‌عنوان واریانس عدم قطعیت داده‌ها در نظر گرفت، ولی آستانه، واریانس خود داده‌ها است. محدوده مقیاس طول همبستگی مکانی همسانگرد است. از روش کریجینگ برای برآورد میدان سرعت در کشور ترکیه استفاده شده است (ون‌گورپ و همکاران، ۲۰۰۶). بگسز و همکاران نیز در سال ۲۰۱۳ از درون‌یابی کریجینگ تعمیم‌یافته برای برآورد میدان سرعت پوسته در منطقه اروپا استفاده کرده‌اند.

(۲۰۰۵) جهت به‌دست آوردن نرخ کرنش شبکه‌بندی شده با استفاده از داده‌های وزنی میدان سرعت، از روش هم‌مکانی کمترین مربع استفاده کرده و در نهایت میدان نرخ کرنش را در منطقه کالیفرنیا به‌دست آوردند. هاگل و مالسروسی (۲۰۰۹) نخست میدان سرعت را به موازات و عمود بر گسل تصویر کردند و از توابع گرین برای انجام درون‌یابی با توابع اسپلاین برای تشکیل یک شبکه یکنواخت استفاده کرده و سپس با مشتق‌گیری از میدان سرعت شبکه‌بندی شده حاصل، میدان نرخ کرنش را در منطقه کالیفرنیا جنوبی ایالات متحده محاسبه کردند. درون‌یابی اسپلاین بای‌هارمونیک در حالت یک‌بعدی و دوبعدی توسط سندول در سال ۱۹۸۷ مطرح شد. فلیسیانو-کروز و اورتیز-ریورا (۲۰۱۲). درون‌یابی تشعشعات خورشیدی را با استفاده از اسپلاین‌های بای‌هارمونیک در منطقه پورتوریکو انجام دادند. درون‌یابی اسپلاین بای‌هارمونیک در سال ۲۰۱۶ توسط سندول و وسل به درون‌یابی توأم داده‌های برداری دوبعدی با در نظر گرفتن ارتباط کشسانی مؤلفه‌ها توسعه یافت. روش درون‌یابی سندول و وسل (۲۰۱۶) برای داده‌های برداری دو بعدی از قیود قابلیت ارتجاعی استفاده می‌کند. این روش بر اساس طرح درون‌یابی کشسان ورق نازک است. سه پارامتر پیکربندی اضافی برای استفاده از این روش مورد نیاز است که شامل نسبت پواسون، ضریب فاج و کوچکترین مقدار ویژه مورد استفاده نسبت آن با بزرگترین مقدار ویژه است. ویوی و همکاران (۲۰۲۰) تغییر شکل‌های معاصر پوسته در کشور چین را با استفاده از میدان سرعت دو بعدی درون‌یابی شده مشاهدات GNSS با توابع اسپلاین و با در نظر گرفتن قیود ارتجاعی بررسی کرده‌اند. درون‌یابی بهینه داده‌های ژئودتیکی مکان گسسته برای تعیین کرنش توسط شن و همکاران (۲۰۱۵) انجام شد. هفت پارامتر پیکربندی برای استفاده از این روش عبارت‌اند از: وزن‌دهی فاصله، گاوسی یا درجه دوم، وزن‌دهی مکانی

مطالعه جامع روش‌های شبکه‌بندی شامل کریجینگ، هماهنگ‌های کروی، تابع چندسطحی و هم‌مکانی کمترین مربعات برای میدان‌های سرعت مسطحاتی GPS در کشور چین توسط وو و همکاران در سال ۲۰۱۶ انجام شده است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که اگر دقت مشاهدات بهتر از یک میلی‌متر در سال باشد می‌توان از هر چهار روش برای درون‌یابی مشاهدات استفاده کرد، ولی اگر دقت مشاهدات بیشتر از یک میلی‌متر در سال باشد روش هم‌مکانی کمترین مربعات بهترین انتخاب است. کاردوزو و آلمندینگر (۲۰۰۹) از روش‌های شبکه‌بندی با نزدیک‌ترین همسایگی و فواصل وزن‌دار برای محاسبه نرخ کرنش از میدان سرعت مسطحاتی GPS استفاده می‌کنند.

تانسور نرخ کرنش در محدوده برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا از اندازه‌گیری‌های GPS توسط ماسون و همکاران (۲۰۰۷) با استفاده از روش مثلث‌سازی دلونی محاسبه شده است. همچنین ماسون و همکاران (۲۰۱۴) تانسور نرخ کرنش را در این منطقه از میدان سرعت GPS با استفاده از تغییرات زمانی مؤلفه‌های طول مبنا محاسبه کردند.

هدف تحقیق حاضر بررسی میدان تغییرشکل‌های جدید پوسته در منطقه البرز از ناحیه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا برای تفسیر زمین‌ساختی است. در این تحقیق از اسپلاین‌های بای‌هارمونیک مبتنی بر توابع گرین برای درون‌یابی داده‌های میدان سرعت مسطحاتی GPS در منطقه البرز استفاده خواهد شد. درون‌یابی مؤلفه‌های میدان سرعت به صورت مجزا و توام با نسبت پواسون ۰/۵ انجام شده و میدان سرعت یکنواخت و میدان نرخ کرنش با شبکه روی شبکه با ابعاد ۰/۵ درجه به دست خواهد آمد.

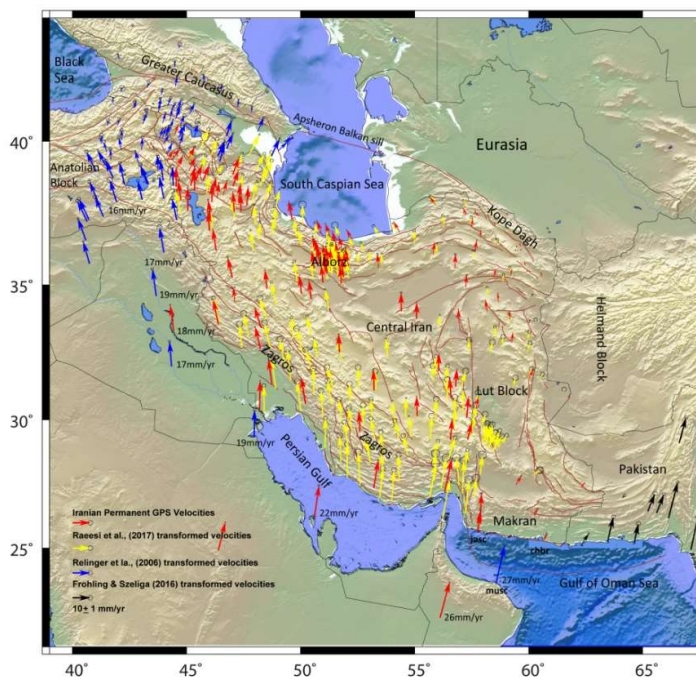
در بخش ۲، میدان سرعت GPS مورد استفاده در این

تحقیق معرفی می‌شود و روش‌های درون‌یابی میدان سرعت و محاسبه کرنش مورد استفاده بررسی می‌شوند. در بخش ۳، درون‌یابی میدان سرعت با فرایند رایج در ژئودزی که شامل مراحل حذف، محاسبه و بازیابی است، انجام می‌شود. در بخش ۴، الگوهای حرکتی و توزیع نرخ کرنش در منطقه البرز بر اساس میدان سرعت درون‌یابی شده توضیح داده می‌شود. نهایتاً در بخش ۵ نتایج این تحقیق ارائه می‌شود. میدان سرعت درون‌یابی شده و کرنش حاصل از آن کرنش متمرکز در اطراف برخی گسل‌های اصلی، نواحی با کرنش فشارشی و فشردگی در محدوده البرز از فلات ایران را نشان می‌دهد.

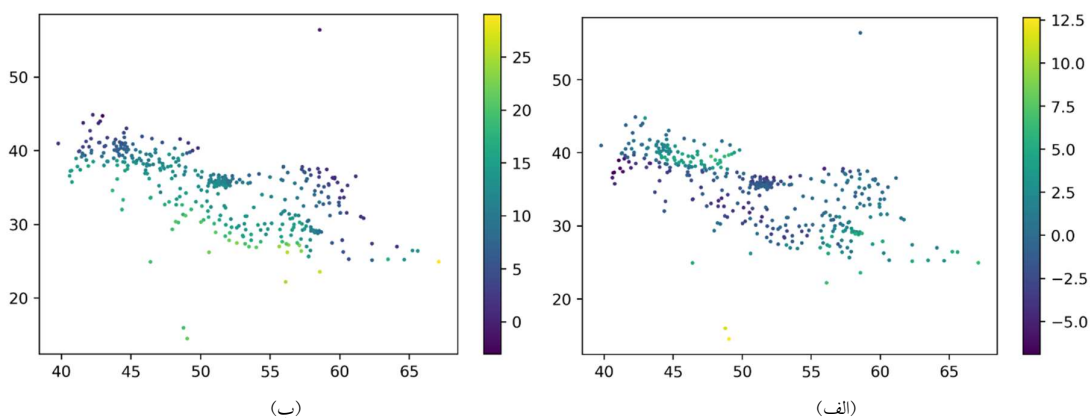
## ۲ داده‌ها و روش‌ها

### ۲-۱ داده‌ها

به منظور شبکه‌بندی از گسترده‌ترین و به‌روزترین میدان سرعت GPS یکپارچه نسبت به چارچوب ثابت اوراسیا برای منطقه برخورد مایل صفحه‌های زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا استفاده شد (شکل ۱). این میدان نتیجه ترکیب پردازش داده‌های جمع‌آوری شده در طول ۱۰ سال از ۲۰۰۶ تا ۲۰۱۵ از شبکه دائمی GNSS ایران (IPGN) با میدان‌های سرعت دوره‌ای منتشر شده قبلی از مشاهدات GPS طی سال‌های ۱۹۹۷ تا ۲۰۱۳ است (خرمی و همکاران، ۲۰۱۹). این میدان شامل ۳۹۸ داده سرعت مسطحاتی GPS است. شکل ۲ توزیع ایستگاه‌های GPS را با توجه به طول و عرض جغرافیایی به همراه مؤلفه‌های سرعت شرقی (شکل ۲-الف) و شمالی (شکل ۲-ب) به صورت رنگی نشان می‌دهد. رنگ‌ها در این شکل نشان‌دهنده بزرگی مؤلفه‌های سرعت GPS هستند. میدان سرعت برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی به ترتیب از ۶/۹۱- تا ۱۲/۶۴ میلی‌متر در سال و ۳/۰۴- تا ۲۹/۰۳ میلی‌متر در سال متغیر است.



شکل ۱. میدان سرعت GPS یکپارچه نسبت به چارچوب ثابت اوراسیا (خرمی و همکاران، ۲۰۱۹). میدان‌های سرعت رایلینگر و همکاران، ۲۰۰۶ (بردارهای آبی)، فرولینگ و شلایگا، ۲۰۱۶ (بردارهای سیاه) و رئیسی و همکاران، ۲۰۱۷ (بردارهای زرد) به چارچوب مرجع IPGN تبدیل شده‌اند (بردارهای قرمز). گسل‌های اصلی ایران، شرق ترکیه و قفقاز از حسامی و همکاران (۲۰۰۳)، طالبیان و همکاران (۲۰۱۳)، قدس و همکاران (۲۰۱۵) اقتباس شده است.



شکل ۲. نمودار پراکنندگی ایستگاه‌های GPS برحسب طول و عرض جغرافیایی به همراه مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت به صورت رنگی برحسب میلی‌متر در سال.

## ۲-۲ روش‌های درون‌یابی

هدف اصلی از درون‌یابی به‌دست آوردن میدان نرخ کرنش پیوسته پوسته با استفاده از داده‌های گسسته میدان سرعت GPS است. یکی از روش‌های شبکه‌بندی داده‌های برداری، شبکه‌بندی هر مؤلفه به‌صورت جداگانه است. روش

جایگزین شبکه‌بندی هم‌زمان دو مؤلفه است، به‌گونه‌ای که ارتباط مؤلفه‌ها از طریق تئوری تغییرشکل کشسان در نظر گرفته شود. در این مقاله از هر دو روش برای درون‌یابی استفاده شد. برای انجام درون‌یابی ابتدا روند داده‌های ورودی به روش کمترین مربعات برآورد می‌شود. تفاوت

$\alpha_j$  استحکام نیروهای نقطه‌ای است که با حل سیستم معادلات خطی زیر به دست می‌آید:

$$w_i = \sum_{j=1}^N \alpha_j |x_i - x_j|^3 \quad (5)$$

با تعیین  $\alpha_j$ ، تابع بای‌هارمونیک  $w(x)$  را می‌توان در هر نقطه با استفاده از رابطه (۴) محاسبه کرد.

مزیت مهم درونیابی بای‌هارمونیک این است که تعداد پارامترهای مجهول مدل یا نیروهای نقطه‌ای ( $\alpha_j$ ها) می‌تواند کمتر از تعداد نقاط داده باشد. به این ترتیب سیستم معادلات خطی فرامعین بوده و می‌توان آن را به عنوان یک مسئله کمترین مربعات حل کرد. همچنین سندول (۱۹۸۷) بیان می‌کند که تعداد پارامترها را می‌توان طوری تعیین کرد که انحراف معیار برازش تقریباً برابر با انحراف معیار داده‌ها باشد. این ویژگی زمانی مهم است که تعداد زیادی داده غیردقیق استفاده شود یا اینکه ترکیبی از داده‌های غیردقیق با داده‌های دقیق در دسترس باشد.

رویکرد اسپلین‌های دوبعدی سندول (۱۹۸۷) در سیستم مختصات دکارتی پیاده‌سازی می‌شود. تابع گرین در دو بعد برای اسپلین متناظر با انحراف کشسان یک ورقه نازک در معرض نیروی قائم است.

در دو یا چند بعد، استخراج روابط مشابه مسئله یک بعدی است. برای  $n$  نقطه داده در  $m$  بعد داریم:

$$\nabla^4 w(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \gamma(x - x_j) \quad (6)$$

$w(x_i) = w_i$  که در آن عملگر بای‌هارمونیک بوده و  $x$  نشانگر موقعیتی در فضای  $m$  بعدی است. جواب عمومی به صورت زیر است:

$$w(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \varphi_m(x - x_j) \quad (7)$$

درون‌یابی با استفاده از روش کمترین مربعات با برآورد نیروهایی انجام می‌شود که انحناهایی را ایجاد می‌کنند که

بین داده‌های واقعی و مقادیر روند، باقیمانده‌ها را نشان می‌دهد. سپس کاهش مقادیر باقیمانده انجام شده و در نهایت اسپلین روی باقیمانده‌ها برازش می‌شود. سپس پیش بینی روی شبکه انجام شده و با روند جمع می‌شود. این عملیات که شامل مراحل حذف، محاسبه و بازیابی است در ژئودزی بسیار رایج است.

### ۲-۲-۱ درون‌یابی اسپلین بای‌هارمونیک

اسپلین‌های مکعبی برای یافتن هموارترین سطحی که از مجموعه داده‌های با فاصله نامنظم عبور می‌کند، مورد استفاده قرار گرفته است. این اسپلین‌ها در معادله بای‌هارمونیک صدق کرده و دارای حداقل انحنا هستند. این مسئله در ابتدا با اتصال یک‌سری وزنه به یک تیر کشسان (اسپلین) به نحوی که از نقاط داده عبور کرده و دارای مشتقات مرتبه چهارم صفر در محل اتصال وزنه‌ها است، حل شد. سندول (۱۹۸۷) یک الگوریتم ساده بر اساس تابع گرین عملگر بای‌هارمونیک ارائه می‌دهد. از نظر ریاضی، سندول بیان می‌کند که برای روش درونیابی اسپلین بای‌هارمونیک یک بعدی، تابع گرین نیروی نقطه‌ای برای اسپلین معادله در معادله بای‌هارمونیک صدق می‌کند:

$$\frac{d^4 \varphi}{dx^4} = 6\gamma(x) \quad (1)$$

جواب خاص معادله (۱) به صورت زیر است:

$$\varphi(x) = |x|^3 \quad (2)$$

برای درونیابی  $n$  نقطه داده،  $w_i$ ، در موقعیت‌های  $x_i$ ، معادله بای‌هارمونیک به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \sum_{j=1}^N 6\alpha_j \gamma(x - x_j) \quad (3)$$

$$w(x_i) = w_i$$

جواب خاص برای معادله دیفرانسیل (۳) ترکیبی خطی توابع گرین نیروی نقطه‌ای در هر نقطه داده است.

$$w(x) = \sum_{j=1}^N \alpha_j |x - x_j|^3 \quad (4)$$

نیز از توابع گرین توسعه داده شده در سیستم مختصات دکارتی به منظور درونیابی هم‌زمان داده‌های مرتبط کشسانی استفاده می‌شود. درونیابی با برآورد نیروهای نقطه‌ای انجام می‌شود که تغییر شکل کشسانی متناسب با داده‌های برداری مشاهده شده ایجاد می‌کنند. ارتباط مؤلفه-های شرقی و شمالی داده‌ها از طریق معادلات تغییر شکل کشسان برقرار می‌شود. معادلات تغییر شکل بر اساس یک ورقه کشسان دوبعدی با نسبت پواسون ثابت است.

هدف محاسبه بردار جابجایی دو بعدی  $\vec{u}(x, y) = \hat{i}u(x, y) + \hat{j}v(x, y)$  از نیروی حجمی برداری دو بعدی صفحه‌ای است. هاینز و همکاران (۲۰۱۵) معادلات تعادل نیروی شبه‌استاتیک را در دو بعد به صورت زیر توسعه دادند:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{1-\nu}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{2\nu}{1-\nu}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ & \quad + \frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} \\ & = \frac{-f_x}{\mu}\delta(x)\delta(y) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left(\frac{2\nu}{1-\nu}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} \\ & \quad + \left(\frac{2}{1-\nu}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ & = \frac{-f_y}{\mu}\delta(x)\delta(y), \end{aligned}$$

که  $\nu$  نسبت پواسون،  $\mu$  مدول برشی و  $(f_x, f_y)$  بردار نیرو است. نیروها در یک نقطه با استفاده از تابع دلتای دو بعدی  $\delta(x)\delta(y)$  اعمال می‌شوند. این معادلات با گرفتن تبدیل فوریه دو بعدی معادلات (۱۱) حل می‌شوند. معادلات

تبدیل شده به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{2}{1-\nu}\right)k_x^2 + k_y^2 & \left(\frac{1+\nu}{1-\nu}\right)k_x k_y \\ \left(\frac{1+\nu}{1-\nu}\right)k_x k_y & \left(\frac{2}{1-\nu}\right)k_y^2 + k_x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(\vec{k}) \\ V(\vec{k}) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2\mu} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در آن  $k_x$  و  $k_y$  تعداد موج (عکس طول موج) هستند. برای تعیین پاسخ نیروی نقطه‌ای بایستی این مجموعه

با داده‌های مشاهده شده مطابقت دارند. با حل دستگاه معادلات خطی، می‌توان نیروهای نقطه‌ای را به دست آورد:

$$w_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j \varphi_m(x_i - x_j) \quad (8)$$

سپس، نقاط درونیابی را می‌توان در هر مکانی تعیین کرد. مطابق سندول (۱۹۸۷) برای یک نقطه مشاهداتی در مبدأ و یک نیرو در مختصات معلوم داده شده توسط بردار  $x$ ، تابع گرین بای‌هارمونیک در حالت دوبعدی به صورت زیر است:

$$\varphi(x) = |x|^2 (\ln|x| - 1) \quad (9)$$

در عمل، این تابع برای نقاط داده منطبق با نیرو، تعریف نشده است. برای جلوگیری از این امر، یک مقدار (fudge factor) به  $|x|$  اضافه می‌شود.

سندول (۱۹۸۷) بر این واقعیت تأکید می‌کند که روش اسپلین بای‌هارمونیک زمانی بهترین درونیابی را انجام می‌دهد که تعداد ابعاد کمتر از سه باشد. این به این دلیل است که در سه بعد تابع گرین در مبدأ دارای شیب ناپیوسته است در حالی که در چهار بعد یا بیشتر، توابع گرین در مبدأ کران دار نبوده و منجر به ضرایب نامعین می‌شود. از سوی دیگر، مسئله یک‌بعدی، زمانی که بیش از ۴۰ نقطه داده استفاده می‌شود می‌تواند به دلیل بزرگ شدن سریع (مکعب) تابع گرین که از دقت ماشین فراتر می‌رود، ناپایدار شود. مسائل دوبعدی و سه‌بعدی تا زمانی که توزیع داده‌ها خیلی نامنظم نباشد، می‌توانند نسبتاً پایدار باشند.

## ۲-۲-۲ درونیابی توأم داده‌های برداری دو بعدی با قیود ارتجاعی

این رویکرد برای درونیابی داده‌های تغییر شکل دو بعدی که مؤلفه‌های آن دارای ارتباط کشسانی هستند توسط سندول و وسل (۲۰۱۶) ارائه شده است و برای داده‌هایی که مانند سرعت‌های مسطحاتی GPS نشان‌دهنده تغییر شکل کشسان یا نیمه کشسان هستند، مناسب است. در این روش

تبدیلات معکوس چهار تابع فوق ساده بوده و به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} & -\ln r, \\ & \frac{1}{2} \left[ \frac{y^2}{r^2} - \ln r \right], \\ & \frac{1}{2} \left[ \frac{x^2}{r^2} - \ln r \right], \\ & -\frac{1xy}{2r^2}. \end{aligned} \quad (۱۷)$$

در حوزه مکان، سه تابع گرین رابطه (۱۵) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} q(\vec{r}) &= 4 \ln r + (1 + \nu) \left( \frac{y^2}{r^2} - \ln r \right) \\ &= (3 - \nu) \ln r \\ &+ (1 + \nu) \frac{y^2}{r^2} \end{aligned} \quad (۱۸)$$

$$\begin{aligned} p(\vec{r}) &= (3 - \nu) \ln r + (1 + \nu) \frac{x^2}{r^2} \\ w(\vec{r}) &= -(1 + \nu) \frac{xy}{r^2}. \end{aligned}$$

صحت توابع گرین را می توان با نشان دادن صدق کردن آنها در معادله دیفرانسیل اصلی یعنی رابطه (۱۱) بررسی کرد.

در ادامه روش عددی شرح داده می شود. هدف محاسبه یک میدان سرعت برداری هموار است که با مجموعه محدودی از  $N$  بردار اندازه گیری شده  $u(\vec{r}_i)$  و  $v(\vec{r}_i)$  مطابقت دارد، که  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  موقعیت بردارهاست. این کار با حل مجموعه  $N$  بردار نیروی حجمی  $f_x^j$  و  $f_y^j$  که در مکان های اندازه گیری سرعت اعمال می شوند، انجام می شود. برای تعیین میزان نیروهای حجمی، سیستم معادلات خطی  $2N \times 2N$  زیر حل می شود:

$$\begin{bmatrix} u(\vec{r}_i) \\ v(\vec{r}_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(\vec{r}_i - \vec{r}_j) & w(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \\ w(\vec{r}_i - \vec{r}_j) & p(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^j \\ f_y^j \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

ماتریس  $2N \times 2N$  رابطه (۱۹) را می توان به روش های مختلفی مانند الگوریتم تجزیه مقدار منفرد ( $SVD$ ) حل کرد. در نهایت، می توان میدان سرعت برداری را در هر

معادلات حل شده و تبدیل فوریه معکوس دوبعدی جواب گرفته شود. ماتریس جواب به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & (۱۳) \\ & \begin{bmatrix} U(\vec{k}) \\ V(\vec{k}) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{8\pi^2 \mu k_r^4} \begin{bmatrix} 2k_r^2 - (1 + \nu)k_x^2 & -(1 + \nu)k_x k_y \\ -(1 + \nu)k_x k_y & 2k_r^2 - (1 + \nu)k_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$k_r^2 = k_x^2 + k_y^2$$

ارتباط ارتجاعی مؤلفه های تغییرشکل با نسبت پواسون کنترل می شود که بین  $-1$  و  $1$  است. در حالت خاص نسبت پواسون  $-1$ ، جواب به صورت ساده زیر است:

$$\begin{bmatrix} U(\vec{k}) \\ V(\vec{k}) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2 \mu k_r^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

این حالت متناظر با درون یابی مستقل مابین دو مؤلفه سرعت است و تابع گرین به صورت ساده  $\phi(\vec{r}) = \ln r$  است. در این حالت مؤلفه های شرقی و شمالی میدان سرعت GPS ارتباط کشسانی باهم نداشته و به صورت جداگانه درون یابی می شوند. جواب عمومی به سه تابع رابطه (۱۳) بستگی دارد:

$$\begin{aligned} Q(\vec{k}) &= \frac{2k_r^2 - (1 + \nu)k_x^2}{k_r^4}, \\ P(\vec{k}) &= \frac{2k_r^2 - (1 + \nu)k_y^2}{k_r^4}, \\ W(\vec{k}) &= \frac{-(1 + \nu)k_x k_y}{k_r^4}. \end{aligned} \quad (۱۵)$$

برای به دست آوردن جواب در حوزه مکان، بایستی تبدیل فوریه معکوس دو بعدی چهار تابع مؤلفه زیر برآورد شود:

$$\begin{aligned} & F_2^{-1} \left[ \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} \right], \\ & F_2^{-1} \left[ \frac{k_x^2}{(k_x^2 + k_y^2)^2} \right], \\ & F_2^{-1} \left[ \frac{k_y^2}{(k_x^2 + k_y^2)^2} \right], \\ & F_2^{-1} \left[ \frac{k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (۱۶)$$



که  $\varepsilon_{max}$  نشان‌دهنده بیشینه کرنش اصلی و  $\varepsilon_{min}$  نشان‌دهنده کمینه کرنش اصلی است.

بیشینه نرخ کرنش برشی و جهت آن می‌تواند ابزاری برای شناسایی گسل‌های فعال باشد زیرا حرکت در امتداد گسل با برش در ساختار مرتبط است. در یک رویداد زمین-لرزه، احتمال گسیختگی گسل در این راستا زیاد است. بیشینه نرخ کرنش برشی هر نقطه شبکه را می‌توان با ترکیب خطی بیشینه و کمینه مقدار ویژه به دست آورد. بیشینه نرخ کرنش برشی ( $\varepsilon_{max\_shear}$ ) با رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{max\_shear} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}) \quad (23)$$

نرخ اتساع نشان‌دهنده تغییر مساحت سطح است، بنابراین می‌تواند مناطق مربوط به گسل‌های شیب‌لغز را مشخص کند. نرخ اتساع ( $\delta$ ) با رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود:

$$\delta = \varepsilon_{max} + \varepsilon_{min} \quad (24)$$

نرخ دوران ( $\varepsilon_{rot}$ ) با رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{rot} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\lambda}{\partial x_\varphi} - \frac{\partial v_\varphi}{\partial x_\lambda} \right) \quad (25)$$

کمیت ناوردای دوم نرخ کرنش ویژگی‌های نیرویی تغییر شکل منطقه‌ای را در پوسته نشان می‌دهد. رابطه (۲۶) کمیت ناوردای دوم نرخ کرنش ( $\varepsilon_{second\_inv}$ ) را نشان می‌دهد:

$$\varepsilon_{second\_inv} = \sqrt{\varepsilon_{max}^2 + \varepsilon_{min}^2} \quad (26)$$

### ۳ مراحل درون‌یابی

در این تحقیق از هر دو روش درون‌یابی جداگانه با اسپلاین بای‌هارمونیک و هم‌زمان با ارتباط کشسانی برای مؤلفه‌های میدان سرعت مسطحاتی GPS در محدوده مورد مطالعه استفاده شد. برای پردازش داده‌ها از کدهای MATLAB و GMT توسعه داده شده توسط سندول و وسل (۲۰۱۶) به دلیل عدم اعتبارسنجی نتایج حاصل استفاده نشد. بلکه بسته نرم‌افزاری جامع ورده (Verde) مورد استفاده قرار

موقعیت دلخواه با استفاده از روابط زیر محاسبه کرد (سندول و وسل، ۲۰۱۶):

$$\begin{aligned} u(\vec{r}) &= \sum_{j=1}^N [q(\vec{r} - \vec{r}_j) f_x^j \\ &\quad + w(\vec{r} - \vec{r}_j) f_y^j] \\ v(\vec{r}) &= \sum_{j=1}^N [w(\vec{r} - \vec{r}_j) f_x^j \\ &\quad + p(\vec{r} - \vec{r}_j) f_y^j] \end{aligned} \quad (20)$$

### ۲-۳ محاسبه نرخ کرنش

خروجی درون‌یابی، دو میدان عددی پیوسته مربوط به مؤلفه‌های شمالی و شرقی میدان سرعت است. از آنجایی که از یک تابع درون‌یابی اسپلاین برای دو مؤلفه میدان سرعت استفاده می‌شود، می‌توان مشتقات نسبی مکانی را در امتداد شمال و شرق محاسبه کرده و چهار میدان پیوسته تولید کرد که بتوانند به صورت خطی برای یک نمایش پیوسته از تانسور نرخ کرنش ترکیب شوند.

با فرض تغییر شکل‌های کوچک مؤلفه‌های تانسور نرخ کرنش مطابق رابطه (۱) محاسبه می‌شود (هاکل و مالسروسی، ۲۰۰۹):

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = \frac{\partial v_\varphi}{\partial x_\varphi} \\ \varepsilon_\lambda = \frac{\partial v_\lambda}{\partial x_\lambda} \\ \varepsilon_{\varphi\lambda} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\lambda}{\partial x_\varphi} + \frac{\partial v_\varphi}{\partial x_\lambda} \right) \end{cases} \quad (21)$$

که  $\varphi$  و  $\lambda$  نشان‌دهنده عرض و طول جغرافیایی،  $v_\varphi$  و  $v_\lambda$  نشان‌دهنده سرعت یک نقطه در جهت طول و عرض جغرافیایی، و  $\varepsilon_\varphi$ ،  $\varepsilon_\lambda$  و  $\varepsilon_{\varphi\lambda}$  نشان‌دهنده سه مؤلفه مستقل تانسور نرخ کرنش هستند.

بیشینه و کمینه کرنش‌های اصلی با روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases} \varepsilon_{max} = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\lambda + \sqrt{(\varepsilon_\varphi - \varepsilon_\lambda)^2 + 4\varepsilon_{\varphi\lambda}^2} \right) \\ \varepsilon_{min} = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\lambda - \sqrt{(\varepsilon_\varphi - \varepsilon_\lambda)^2 + 4\varepsilon_{\varphi\lambda}^2} \right) \end{cases} \quad (22)$$

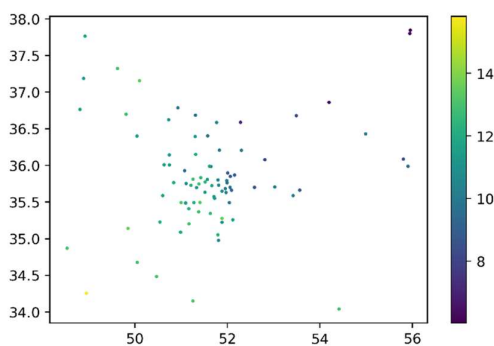
زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا محدود می‌شوند. به این ترتیب، ۳۹۸ داده GPS به منطقه مورد مطالعه محدود شده و به تعداد ۸۶ داده کاهش یافت (شکل‌های ۳-الف و ۳-ب). در ادامه داده‌های حاصل شبکه‌بندی و تجزیه و تحلیل گردید.

### ۳-۱ سیستم تصویر

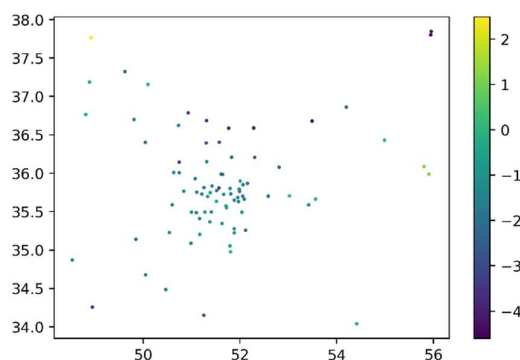
توابع گرین مورد استفاده در این تحقیق برای محیط نیم‌فضا توسعه داده شده است؛ بنابراین، شبکه طول و عرض جغرافیایی باید به شبکه دکارتی تبدیل شود. برای ایجاد شبکه دکارتی می‌توان از یک سیستم تصویر دلخواه استفاده کرد. بدین منظور سیستم تصویر مرکاتور با میانگین عرض جغرافیایی داده‌ها به عنوان عرض جغرافیایی با مقیاس واقعی یعنی بدون اعوجاج طولی مورد استفاده قرار گرفت. نتیجه تصویر در شکل‌های ۴-الف و ۴-ب نشان داده شده است. انتخاب سیستم تصویر مرکاتور اختیاری بوده و می‌توان از سایر سیستم‌های تصویر نیز استفاده کرد.

گرفت. این بسته بخشی از پروژه فاتیاندو ترا (Fatiando a Tera) برای پردازش داده‌های مکانی و شبکه‌بندی با استفاده از توابع گرین با اسپلاین‌ها است که برای پردازش مکانی داده‌های زمینی مشاهدات دائم و دوره‌ای GPS و همچنین درون‌یابی آن‌ها به گونه‌ای که معنادارتر از درون‌یابی نزدیک‌ترین همسایگی باشد، مناسب است. علاوه بر این مفاهیم یادگیری ماشین را با پردازش‌های زمین - مکانی ترکیب کرده و رابطی مابین شبکه یادگیری ماشین و درون‌یابی در علوم زمین - مکانی فراهم می‌کند (اویدا، ۲۰۱۸).

داده‌هایی که فاصله زیادی از منطقه مورد مطالعه دارند، به دلیل اینکه حاوی اطلاعات زیادی نیستند، در شبکه‌بندی لحاظ نمی‌شوند؛ بنابراین، اولین گامی که باید انجام شود این است که داده‌های خارج از محدوده  $48/5^{\circ}E$  به عنوان مرز غربی،  $56^{\circ}E$  به عنوان مرز شرقی،  $34^{\circ}N$  به عنوان مرز جنوبی و  $38^{\circ}N$  به عنوان مرز شمالی حذف شود؛ بنابراین، داده‌ها به منطقه البرز در محدوده برخورد مایل صفحات

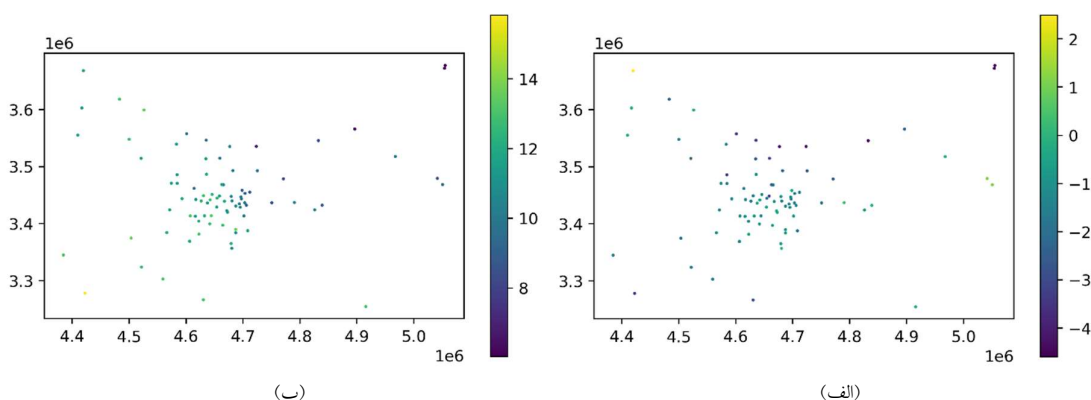


(ب)



(الف)

شکل ۳. نمودار پراکندگی ایستگاه‌های GPS برحسب طول و عرض جغرافیایی به همراه مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت در منطقه البرز به صورت رنگی برحسب میلی‌متر در سال.



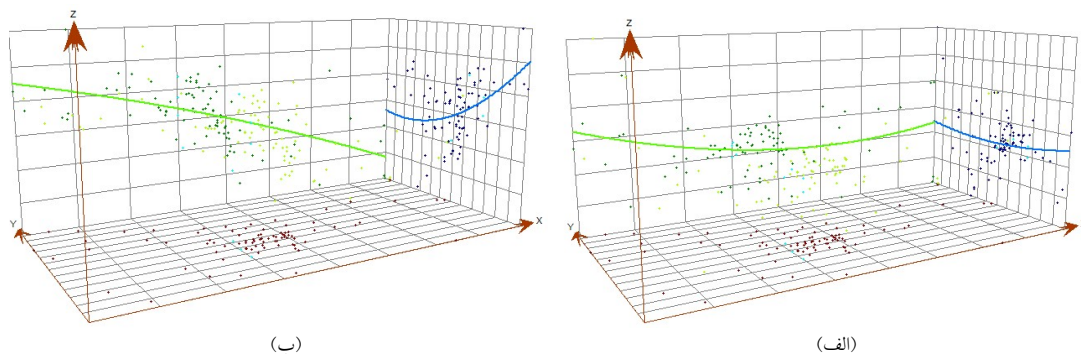
شکل ۴. نمودار پراکنندگی ایستگاه‌های GPS برحسب مختصات دکارتی با واحد متر در سیستم تصویر مرکاتور به همراه مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت برحسب میلی‌متر در سال.

### ۳-۲ آنالیز روند

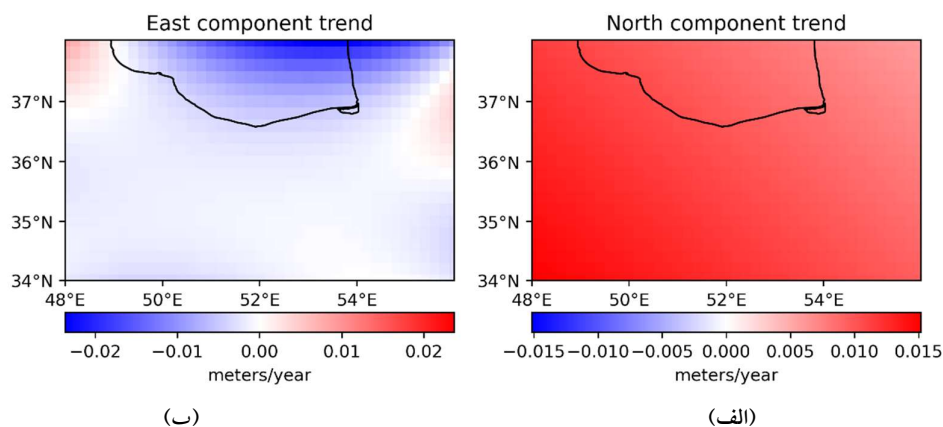
اگر روند قابل توجهی در داده‌ها وجود داشته باشد، ممکن است اسپلاین برای بازیابی روندهای طول موج بلند با مشکل مواجه شود؛ بنابراین اگر ابتدا روند حذف شود سپس باقیمانده‌ها شبکه‌بندی شده و در نهایت روند بازیابی شود، مفید خواهد بود؛ بنابراین اولین قدم حذف روند است.

برای شناسایی روند دو صفحه عمود برهم  $XZ$  در جهت شرقی-غربی و  $YZ$  در جهت شمالی-جنوبی در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر مؤلفه‌های بردارهای سرعت روی این دو صفحه عمود برهم تصویر می‌شوند. بهترین چندجمله‌ای که بتوان به نقاط تصویر شده برازش داد به عنوان روند در جهات

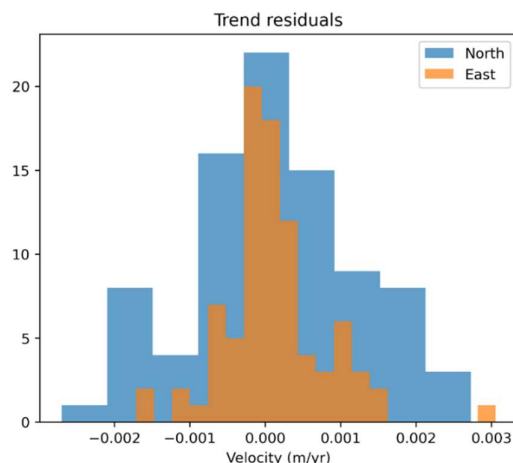
دو صفحه شرقی-غربی (سبز رنگ) و شمالی-جنوبی (آبی رنگ) در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل ۵-الف یک روند  $U$  شکل ضعیف در صفحات تصویر برای مؤلفه شرقی مشاهده می‌شود. همچنین مطابق شکل ۵-ب یک روند قوی‌تر  $U$  شکل در صفحه شمال-جنوبی و یک روند تقریباً خطی در صفحه شرقی-غربی برای مؤلفه شمالی بردارهای سرعت مشاهده می‌شود. لذا یک چندجمله‌ای دو بعدی درجه دو از مؤلفه‌های شرقی و شمالی بردارهای سرعت GPS به عنوان روند حذف می‌شود (شکل‌های ۶-الف و ۶-ب). تفاوت بین داده‌های واقعی و مقادیر روند، باقیمانده‌ها را نشان می‌دهد (شکل ۷).



شکل ۵. تحلیل روند برای مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی بردارهای سرعت در منطقه مورد مطالعه.



شکل ۶. روند چندجمله‌ای دو بعدی درجه دو برآورد شده برای مؤلفه‌های (الف) شمالی و (ب) شرقی.



شکل ۷. توزیع باقیمانده‌های روند برای مؤلفه‌های شرقی (قهوه‌ای رنگ) و شمالی (آبی رنگ).

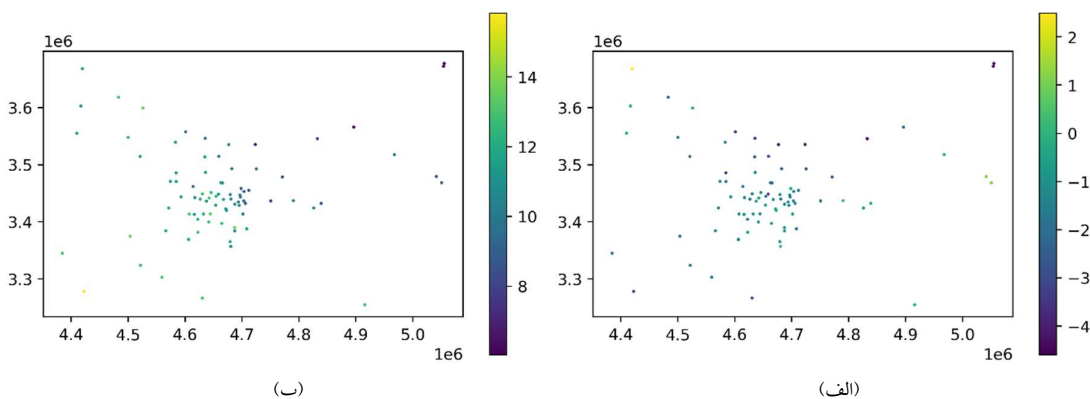
### ۳-۳ کاهش بلوکی

با کاهش بلوکی، تعداد باقیمانده‌های نزدیک به هم کمتر خواهد شد. اسپلین بر روی باقیمانده‌های کاهش یافته بلوکی برازش داده می‌شود. دلیل کاهش بلوکی داده‌ها این است که ایستگاه‌های GPS در نزدیکی شهرهای بزرگ مانند تهران مترکم بوده و در مناطق دیگر بسیار کم تراکم هستند. این موضوع موجب یک چولگی در نمونه‌برداری شده و لذا شبکه ساخته شده از این داده‌ها، می‌تواند اثرات اختلاط فرکانسی (aliasing) را در شبکه نهایی ایجاد کند؛ بنابراین باید این اثر را از بین برود تا شبکه نهایی دچار چولگی نشود. از طرفی حذف باقیمانده‌های نزدیک به هم

باعث رفع ناپایداری دستگاه معادلات خطی برآورد ضرایب درونیاب می‌شود. یک راه برای انجام این کار، کنار گذاشتن تعدادی از داده‌ها است که می‌تواند با کاهش بلوکی صورت گیرد. در کاهش بلوکی، کل منطقه به بلوک‌هایی با ابعاد معین تقسیم شده و میانگین یا میانه یا هر نوع تابع کاهشی به تمام نقاط داده داخل هر بلوک اعمال می‌شود. تابع کاهشی اعداد داخل یک بلوک را گرفته و یک عدد واحد را برمی‌گرداند. برای انجام کاهش از تابع میانه (median) به جای میانگین استفاده شد. اندازه بلوک‌ها ۲۵ کیلومتر انتخاب شد. به این ترتیب تعداد داده‌ها با کاهش بلوکی از ۸۶ به ۶۱ کاهش یافت (شکل‌های ۸-الف و ۸-ب)

کوچکتر انجام شود، می‌توان به دقت‌های بیشتری رسید، اما در این زمینه محدودیت وجود دارد و مانند هر کاربرد علم داده دیگری باید داده‌ها و مدلی که در مرحله پیش‌پردازش در دسترس است بررسی شود.

ب). مزایای کاهش بلوکی از جنبه عددی عبارت‌اند از: (۱) اجتناب از اثرات اختلاط فرکانسی و (۲) تبدیل تمام داده‌های اولیه به تعداد داده کمتر که منجر به انجام سریع‌تر محاسبات خواهد شد. اگر کاهش بلوکی با ابعاد بلوک



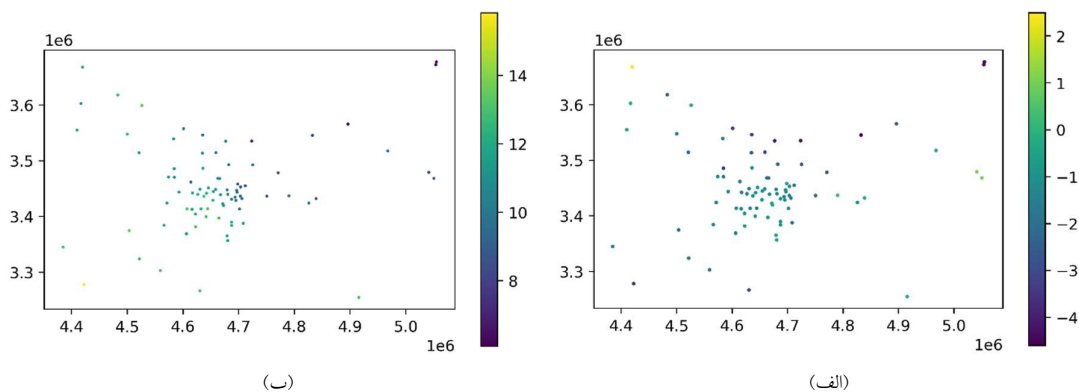
شکل ۸. نتیجه کاهش بلوکی برای مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی. تعداد داده‌ها از ۸۶ به ۶۱ کاهش یافت.

سایر روش‌های درون‌یابی در برون‌یابی برای فواصل دور از مشاهدات چندان مناسب نیست.

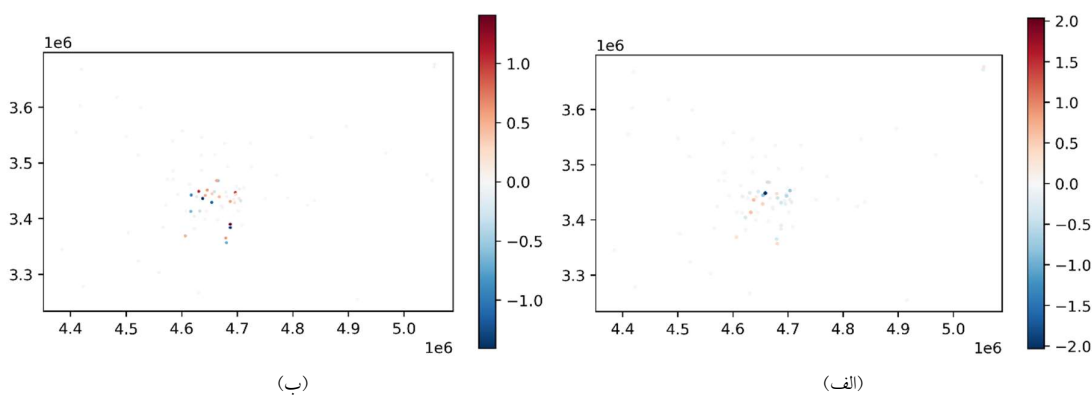
در اینجا ابعاد مدل با ابعاد مجموعه داده برابر بوده و بنابراین، کاری که انجام می‌شود اساساً یک رگرسیون کمترین مربعات با تعداد ۶۱ پارامتر و داده است. این روش بسیار مفید است، اما در عین حال می‌تواند برای داده‌های با حجم زیاد زمان‌بر باشد، زیرا باید مدل‌های خطی با ابعاد بالا برآزش شوند. در مورد داده‌های کاهش یافته مورد استفاده، این برآزش به راحتی با وارون‌سازی یک ماتریس  $61 \times 61$  انجام و مقادیر میدان سرعت در نقاط مشاهده واقعی پیش‌بینی شدند. شکل‌های ۹- الف و ۹- ب باز یابی داده‌های اولیه بدون کاهش بلوکی را نشان می‌دهند. توجه به این نکته مهم است که برخلاف برآزش مدل، پیش‌بینی خیلی سریع‌تر انجام می‌شود. با در دسترس بودن مدل، می‌توان با صرف زمان بسیار کمتر در مقایسه با برآزش مدل، شبکه با هر ابعادی تولید کرد.

#### ۳-۴ شبکه‌بندی با اسپلین‌ها

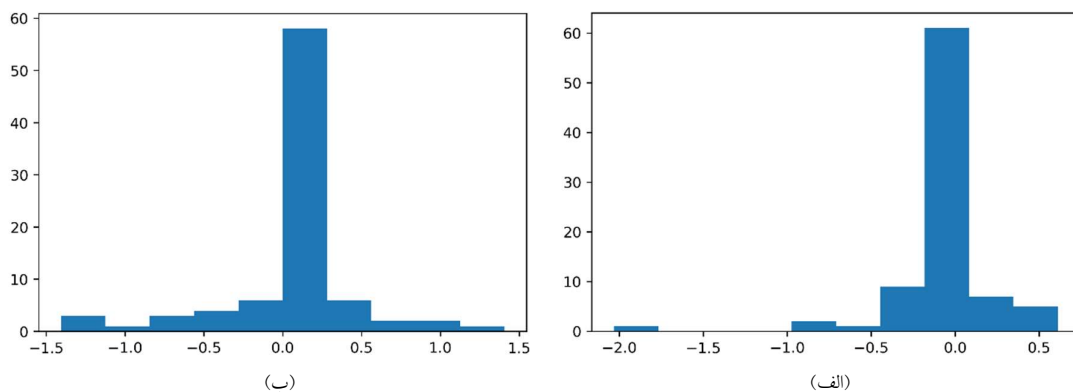
حال داده‌ها آماده برای شبکه‌بندی است. مفهوم توابع گرین برای شبکه‌بندی مورد استفاده قرار گرفت. ایده اصلی این است که یک مدل خطی ایجاد شود. این مدل خطی به داده‌ها برآزش داده می‌شود و پس از به دست آوردن ضرایب برای مدل خطی، می‌توان از آن برای پیش‌بینی داده‌ها در هر مکان دلخواه استفاده کرد. این شبیه حل مسئله به روش رگرسیون در یادگیری ماشین است که در آن نخست یک مدل به داده‌ها برآزش شده و سپس از آن برای پیش‌بینی استفاده می‌شود. مدلی که استفاده می‌شود یک ورق کشسان نازک است. داده‌ها نیروهایی هستند که ورق را به سمت پایین فشار می‌دهند و پیش‌بینی‌ها میزان خم شدن ورق است؛ بنابراین مفهوم فیزیکی در مورد نوع اسپلین‌هایی که استفاده شده وجود دارد. در این تحقیق یک نوع پایه‌ای اسپلین به نام اسپلین‌های بای‌هارمونیک مورد استفاده قرار گرفت. این نوع اسپلین‌ها در درون‌یابی نقاط نزدیک به یکدیگر بسیار خوب عمل می‌کنند، اما مانند



شکل ۹. پیش‌بینی مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت اولیه GPS.



شکل ۱۰. اختلاف مابین پیش‌بینی‌ها و داده‌های واقعی برای مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت GPS.



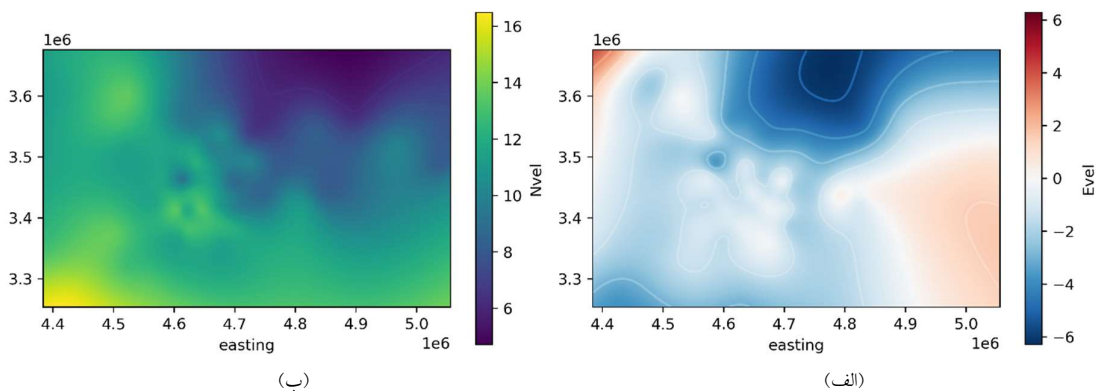
شکل ۱۱. هیستوگرام باقیمانده‌ها برای مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت GPS.

می‌توان مکان‌هایی را که اسپلین داده‌ها را کمتر یا بیشتر از حد برآورد کرده است، تشخیص داد. شکل ۱۱ هیستوگرام باقیمانده‌ها را نشان می‌دهد. مطابق شکل‌های ۱۱-الف و ۱۱-ب اکثر باقیمانده‌ها نزدیک به

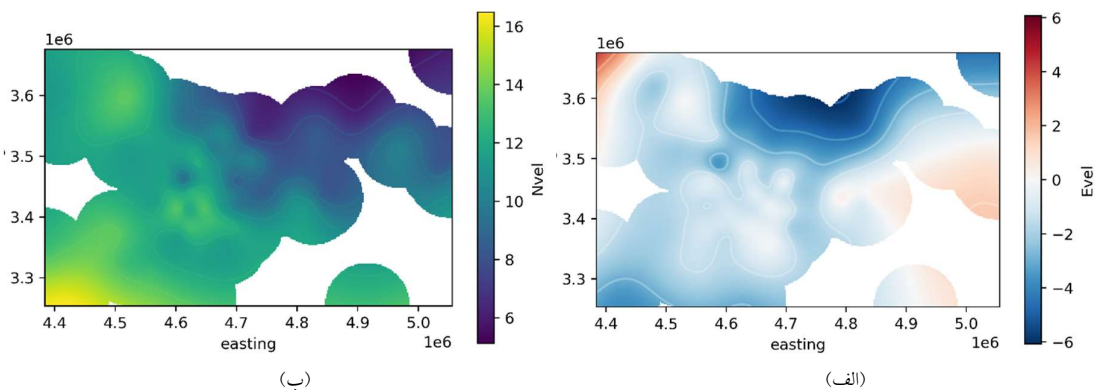
پس از انجام پیش‌بینی، اختلاف مابین پیش‌بینی‌ها و داده‌های واقعی، یعنی باقیمانده‌ها، محاسبه می‌شود. باقیمانده‌ها نشان می‌دهند که پیش‌بینی در هر نقطه از چه کیفیتی برخوردار است؛ بنابراین، با توجه به شکل‌های ۱۰-الف و ۱۰-ب

آنچه در واقع باید انجام شود پیش‌بینی مقادیر میدان سرعت در مکان‌های مختلف است. برای مثال، فرض می‌شود که هدف پیش‌بینی این مقادیر در یک شبکه منظم با فواصل ۲ کیلومتری است. نتیجه در شکل‌های ۱۲-الف و ۱۲-ب نشان داده شده است.

صفر هستند. بیشتر باقیمانده‌های بزرگ در نزدیکی گسل‌های فعال قرار می‌گیرند و معمولاً بازیابی آن‌ها با اسپلاین سخت است؛ بنابراین، اسپلاین برای پیش‌بینی اکثر مجموعه داده‌ها خوب بوده ولی در برخی موارد خوب عمل نکرده است.



شکل ۱۲. پیش‌بینی مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت GPS در یک شبکه منظم فاصله ۲ کیلومتری.



شکل ۱۳. مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت درون‌یابی شده. تمامی مناطق با فاصله بیش از ۷۰ کیلومتر از مجموعه داده از شبکه‌بندی حذف شده‌اند.

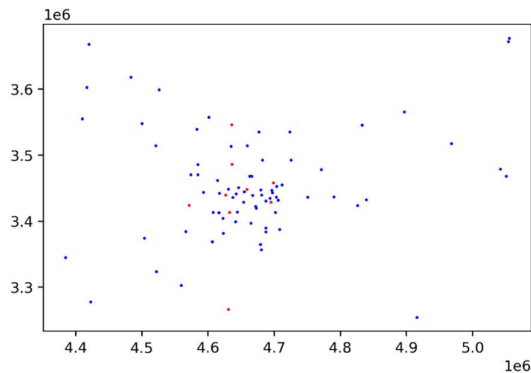
سرعت درون‌یابی شده همیشه دارای مقدار مثبت بوده و با کاهش مقدار از جنوب به شمال و از شرق به غرب منطقه مورد مطالعه همراه است که مشارکت البرز در حرکت صفحه عربستان به سمت اوراسیا و مقاومت پوسته دریای خزر در مقابل برخورد را تأیید می‌کند. یک نکته مهم که به‌وضوح در شکل ۱۲ دیده می‌شود این است که می‌توان تشخیص داد داده‌ها به کجا ختم

مطابق شکل ۱۲ مقدار مؤلفه‌های میدان سرعت به کل منطقه پوشش‌دهنده مجموعه داده گسترش یافته و فقط بر روی ایستگاه‌های GPS متمرکز نیست. مطابق شکل ۱۲-الف، مؤلفه شرقی میدان سرعت درون‌یابی شده در منطقه البرز حول و حوش صفر بوده و با تغییر جهت همراه است که مقاومت پوسته دریای خزر را در منطقه برخوردی تأیید می‌کند. همچنین مطابق شکل ۱۲-ب، مؤلفه شمالی میدان

شده و سنجه خوبی برازش با محاسبه ضریب تعیین ( $R^2$ ) روی داده‌های آزمون معلوم محاسبه شد.

$$R^2 = 1 - \sum_{i=1}^n (v_i - \hat{v}_i)^2 \quad (27)$$

بیشینه مقدار ضریب تعیین برابر یک است که به معنای برازش کامل یا برازش با کیفیت ایده‌آل است و مقدار کمینه‌ای ندارد بنابراین می‌توان برازش با کیفیت بی‌نهایت پایین هم داشت. ضریب تعیین برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی میدان سرعت به ترتیب برابر  $0/25$  و  $0/88$  به دست آمد؛ بنابراین،  $0/88$  برازش بسیار خوبی را برای مؤلفه شمالی سرعت نشان می‌دهد. این مقدار نشان می‌دهد که پیش‌بینی مؤلفه شمالی سرعت در نقاطی که قبلاً داده‌ای مشاهده نشده بسیار خوب است. ولی  $0/25$  برازش چندان خوبی را برای مؤلفه شرقی سرعت نشان نمی‌دهد.



شکل ۱۴. تفکیک تصادفی ایستگاه‌های GPS آموزش - آزمون، ایستگاه-های آموزش با رنگ آبی و ایستگاه‌های آزمون با رنگ قرمز مشخص شده‌اند. محورهای افقی و قائم نشانگر مختصات دکارتی مسطحاتی برحسب متر در سیستم تصویر مرکاتور هستند.

از آنجایی که نقاط به صورت تصادفی نمونه‌برداری شده است، برخی از نقاط آزمون تقریباً در کنار مشاهدات قرار می‌گیرند و به مشاهدات بسیار نزدیک هستند؛ بنابراین، مقدار ضریب تعیین خیلی معرف درون‌یابی‌ها در فواصل دور از نقاط داده نیست. پس سنجه  $R^2$  به سمت یک مقدار

می‌شوند و برون‌یابی از کجا شروع می‌شود. همانطور که قبلاً هم ذکر شد، اسپلین‌ها همانند سایر روش‌های درون‌یابی در پیش‌بینی خیلی دور از داده‌ها خوب عمل نمی‌کنند؛ بنابراین، بهتر است که نقاط برون‌یابی را که خیلی دور از داده‌ها هستند از فرآیند شبکه‌بندی حذف کنیم. بر اساس همین استدلال مناطق با فاصله بیش از ۷۰ کیلومتر از نقاط داده از فرآیند شبکه‌بندی حذف گردیدند (شکل ۱۳-الف و ۱۳-ب).

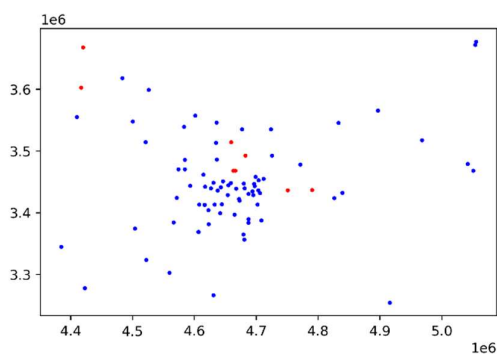
### ۳-۵ اعتبارسنجی مدل

با برازش اسپلین بر روی داده‌ها یک شبکه ایجاد شد و در ادامه یک شبکه‌بندی با حذف مناطق دور از داده‌ها ایجاد گردید. پیش‌بینی‌ها تقریباً شبیه داده‌هایی هستند که برای برازش مدل استفاده شده است که نشان می‌دهد این مدل حداقل در بازبایی اطلاعات اولیه خوب است؛ اما چیزی در مورد موفقیت مدل در شبکه‌بندی در اختیار کاربر قرار نمی‌دهد. اکنون باید به این سؤال جواب داد که آیا نتیجه خوبی برای شبکه‌بندی به دست آمده است یا خیر یا به عبارت دیگر درون‌یابی چقدر دقیق انجام شده است. انتشار عدم قطعیت‌ها فرآیند چندان آسانی نیست و حتی اگر عدم قطعیت داده‌های ورودی معلوم باشد، فقط میزان خوب بودن شبکه در پیش‌بینی داده‌های ورودی را مشخص خواهد کرد و در مورد اینکه شبکه چقدر در پیش‌بینی داده‌هایی که قبلاً مشاهده نشده خوب است اطلاعی در اختیار کاربر قرار نخواهد داد. برای پاسخ به این سؤال باید اعتبارسنجی مدل را انجام داد.

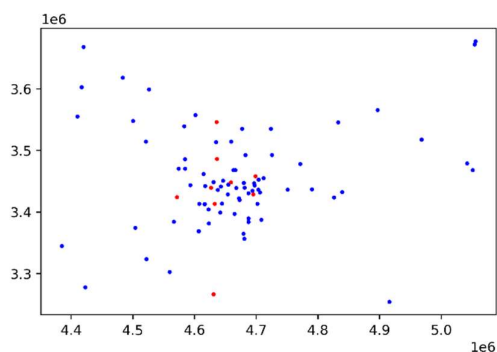
لذا مجموعه داده اولیه به صورت تصادفی به یک زیرمجموعه آموزش و یک زیرمجموعه آزمون تقسیم و سپس مدل به مجموعه داده آموزش، برازش داده شده و صحت آن با استفاده از مجموعه داده آزمون تأیید شد. ده درصد داده‌های اولیه برای آزمون انتخاب شدند (شکل ۱۴). داده‌ها بر روی مختصات داده‌های آزمون پیش‌بینی



بنابراین، در مواجهه با داده‌های مکانی، استفاده از نمونه-برداری آموزش - آزمون بلوکی به‌جای استفاده از نمونه‌برداری تصادفی بسیار مهم است. این روش جهت انجام اعتبارسنجی به سبک یادگیری ماشین برای دیگر انواع داده‌های مکانی نیز مؤثر است. در هر دو حالت نمونه‌برداری تصادفی و بلوکی برای اعتبارسنجی درون‌یابی، ضریب تعیین به‌دست آمده برای مؤلفه شمالی بهتر از مؤلفه شرقی میدان سرعت است.



(الف)



(ب)

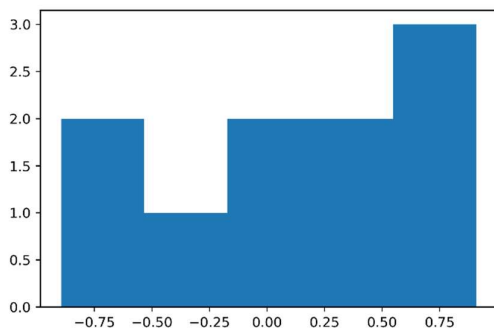
شکل ۱۵. تفکیک بلوکی آموزش - آزمون با فاصله ۵۰ کیلومتر برای مؤلفه‌های (الف) شرقی ( $R^2 = 0.56$ ) و (ب) شمالی ( $R^2 = 0.81$ ). نقاط آموزش با رنگ آبی و نقاط آزمون با رنگ قرمز مشخص شده‌اند. محورهای افقی و قائم نشانگر مختصات دکارتی مسطحاتی برحسب متر در سیستم تصویر مرکاتور هستند.

#### ۱-۵-۳ اعتبارسنجی متقابل

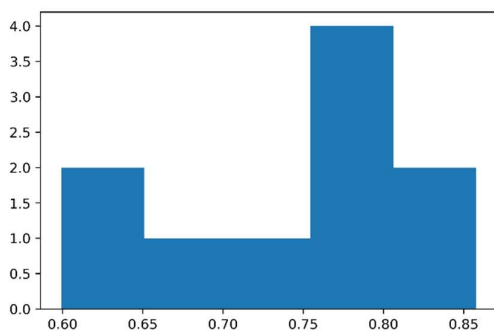
هرچند تفکیک بلوکی مزیت دقت را در درون‌یابی نشان می‌دهد، اما تا حد زیادی به تفکیک تصادفی وابسته است و

بزرگتر انحراف دارد. از آنجایی که داده‌ها همبستگی مکانی دارند، به این معنی که ایستگاه‌های GPS که نزدیک به یکدیگر هستند، مقادیر بسیار مشابهی دارند؛ زیرا داده‌هایی که به هم نزدیک‌ترند بیشتر به هم شبیه هستند یا داده‌هایی که با یکدیگر خیلی اختلاف دارند از هم دورترند؛ بنابراین، پیش‌بینی در نقاطی که نزدیک به نقاط داده هستند طبیعتاً به مقادیر خوبی منجر می‌شود. بیشتر داده‌های زمین‌میدانی در ژئوفیزیک چنین رفتاری دارند؛ بنابراین، ضریب تعیین ممکن است احساس اطمینان اشتباهی را در درون‌یابی ایجاد کند. یکی از راه‌های مقابله با این مسئله، استفاده از تفکیک بلوکی است. بر اساس این روش داده‌ها به بلوک‌های مکانی با ابعاد مشخص برابر ۵۰ کیلومتر تقسیم شدند (شکل‌های ۱۵-الف و ۱۵-ب). اولین نکته‌ای که می‌توان متوجه شد این است که نقاط آزمون به‌طور تصادفی توزیع نشده‌اند. تمام نقاط آزمون در بلوک‌هایی با ابعاد مشخص (۵۰ کیلومتر) باهم گروه‌بندی شده‌اند؛ بنابراین، با انجام اعتبارسنجی بلوکی، داده‌ها به بلوک‌هایی تقسیم می‌شوند و سپس بلوک‌ها به‌صورت تصادفی به مجموعه داده‌های آموزش و آزمون تفکیک می‌شوند. انجام تفکیک بلوکی تضمین می‌کند که مجموعه داده‌های آزمون حداقل به‌طور متوسط ۵۰ کیلومتر از هر مجموعه داده آموزش فاصله دارند. اگر آموزش و آزمون با ابعاد بلوک‌های مختلف از هم جدا شوند، ضرایب تعیین متفاوتی به‌دست می‌آید. با ابعاد بلوک ۵۰ کیلومتر، ضریب تعیین برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی سرعت به ترتیب ۰/۱۸- و ۰/۴۷ به‌دست آمد که کمتر از مقادیر قبلی یعنی ۰/۲۵ و ۰/۸۸ است. این ضرایب تعیین نماینده پیش‌بینی‌هایی هستند که در فاصله ۵۰ کیلومتری از هر مشاهده‌ای قرار دارند. برای نقطه‌ای در فاصله ۵۰ کیلومتر از هر مشاهده‌ای، ضریب تعیینی که می‌توان انتظار داشت برای مؤلفه شرقی به ۰/۱۸- نزدیکتر از ۰/۲۵ و برای مؤلفه شمالی به ۰/۴۷ نزدیکتر از ۰/۸۸ است؛

نتایج ضریب تعیین برای اعتبارسنجی متقابل ده گانه را به ترتیب برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی میدان سرعت نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۶- الف ضریب تعیین صفر یک امتیاز معمولی برای درون‌یابی مؤلفه شرقی است که می‌توان به دست آورد، اما بسته به نحوه تخصیص بلوک‌ها، می‌توان به ضریب تعیین پایین‌تری در حدود ۰/۷۵- هم رسید. همچنین می‌توان ضریب تعیین بزرگتری در حدود ۰/۷۵+ برای درون‌یابی به دست آورد. همچنین مطابق شکل ۱۶- ب ضریب تعیین حدود ۰/۷۲ یک امتیاز معمول برای درون‌یابی مؤلفه شمالی است که می‌توان به دست آورد، اما بسته به نحوه تخصیص بلوک‌ها، می‌توان ضریب تعیین پایین‌تری در حدود ۰/۶۰+ یا ضریب تعیین بزرگتری در حدود ۰/۸۵+ برای درون‌یابی به دست آورد؛ بنابراین، اعتبارسنجی متقابل ۱۰ گانه تصویر کامل‌تری از دقت درون‌یابی ارائه می‌دهد.



(الف)



(ب)

شکل ۱۶. نتایج اعتبارسنجی متقابل برای مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت. محورهای افقی نشان‌دهنده ضریب تعیین و محورهای قائم نشان‌دهنده تعداد بلوک‌هاست.

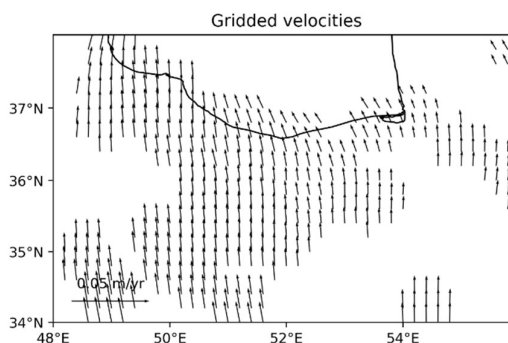
لذا دید جامعی از دقت درون‌یابی را به دست نمی‌دهد. اگر به صورت تصادفی، داده‌هایی در مجموعه داده‌های آزمون قرار گیرد که فاقد داده باشد یا داده‌ها خیلی هموار باشند، ممکن است ضریب تعیین بهتری نسبت به موارد دیگر به دست آید. یک روش برای به دست آوردن تصویری جامع‌تر از نحوه تغییر ضریب تعیین درون‌یابی بسته به مجموعه داده‌ای که برای آموزش یا آزمون اختصاص داده شده است، استفاده از اعتبارسنجی متقابل (روبرتر و همکاران، ۲۰۱۷) است. برای این منظور اعتبارسنجی متقابل به سبک یادگیری ماشین انجام می‌شود. در این تحقیق اعتبارسنجی متقابل  $K$ -گانه (والاوی و همکاران، ۲۰۱۹) مورد استفاده قرار گرفت. با فرض اعتبارسنجی متقابل سه گانه، مجموعه داده‌ها به سه بخش تقسیم می‌شوند. سپس یکی از این بخش‌ها مجموعه داده آزمون و دو بخش دیگر مجموعه داده آموزش خواهند بود. آموزش و آزمون انجام می‌شود و سپس مجموعه‌های آموزش و آزمون تغییر داده می‌شوند. فرض کنید بلوک اول برای آزمون و بلوک‌های دوم و سوم برای آموزش هستند، در ادامه بلوک اول و سوم برای آموزش و بلوک دوم برای آزمون خواهد بود و به همین ترتیب تا زمانی که همه جایگشت‌ها انجام شوند فرآیند آموزش و آزمون ادامه می‌یابد. با اعتبارسنجی متقابل  $K$ -تایی تضمین می‌شود که کل مجموعه داده به طور متناوب مورد آموزش و آزمون قرار می‌گیرند. در این تحقیق اعتبارسنجی متقابل  $K$ -تایی بلوکی با ابعاد ۵۰ کیلومتر انجام شد. در حالت کلی، اگر ده تقسیم داده انجام شود، به این معنی است که هر مجموعه داده آزمون ۱۰ درصد داده‌ها را خواهد داشت. یک مورد مهم این است که مجموعه داده‌ها به هم آمیخته شود زیرا در غیر این صورت بلوک‌ها همه با هم خوشه می‌شوند. این فرآیند کمی زمان‌بر است، زیرا کاری که انجام می‌شود این است که داده‌ها ۱۰ بار تقسیم می‌شوند، بنابراین، فرآیند برازش و محاسبه ضریب تعیین ۱۰ بار انجام می‌شود. شکل ۱۶- الف و ۱۶- ب توزیع

صفر یک امتیاز معمول برای درون‌یابی توأم مؤلفه‌هاست، ولی بسته به نحوه تخصیص بلوک‌ها، می‌توان به ضریب تعیین بالاتری تا حدود ۰/۸۷ یا به ضریب تعیین پایین‌تری در حدود ۱/۸۰- رسید.

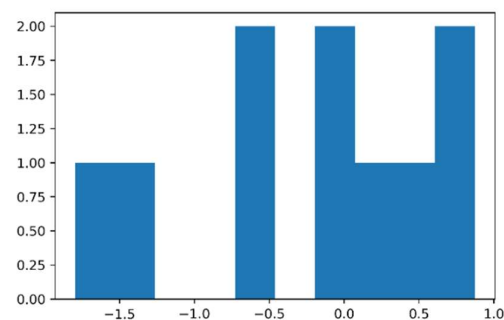
#### ۴ ویژگی‌های زمین‌ساختی میدان سرعت درون‌یابی شده

در ادامه ویژگی‌های زمین‌ساختی کلیدی میدان سرعت درون‌یابی شده برای منطقه البرز توضیح داده می‌شود. نرخ کرنش برآورد شده با میدان سرعت شبکه‌بندی شده و کمیت‌های اسکالر مستخرج از آن برای منطقه البرز با نتایج ارائه شده در مطالعات متعدد قبلی از جمله ورنانت و همکاران (۲۰۰۴)، ریتز و همکاران (۲۰۰۶)، جمور و همکاران (۲۰۱۰)، ماسون و همکاران (۲۰۱۴) و خرمی و همکاران (۲۰۱۹) مطابقت دارد. با بررسی مؤلفه‌های میدان سرعت درون‌یابی شده (اشکال ۱۹ الی ۲۲) دیده می‌شود که کل منطقه البرز در تغییر شکل ناشی از برخورد صفحات زمین‌ساختی عربستان و اوراسیا مشارکت دارد. از طرفی تغییر شکل به‌طور یکنواخت و هموار در منطقه مورد مطالعه توزیع نشده است. یکی از ویژگی‌های اساسی میدان سرعت برای منطقه البرز این است که کل منطقه دارای کرنش انقباضی است که بیشترین مقدار آن در البرز مرکزی مشاهده می‌شود (شکل ۲۰). همچنین تمرکز کرنش در اطراف گسل‌های بخش مرکزی و شرقی البرز از جمله در گسل‌های خزر و مشا مشاهده می‌شود (شکل ۲۱). تغییر شکل انقباضی به‌وضوح در بردارهای ویژه تانسور کرنش قابل مشاهده است (شکل ۲۲). کمیت ناوردای دوم میدان کرنش نیز نرخ بالای کرنش را برای مرکز و شرق البرز نشان می‌دهد (شکل ۲۱).

در ادامه درون‌یابی هم‌زمان با ارتباط کشسانی مؤلفه‌های بردارهای سرعت GPS کاهش بلوکی شده با استفاده از نسبت پواسون ۰/۵ انجام گردید. نتیجه درون‌یابی با حذف تمامی مناطق شبکه‌بندی با فاصله بیش از ۷۰ کیلومتر از مجموعه داده در شکل ۱۷ نمایش داده شده است.

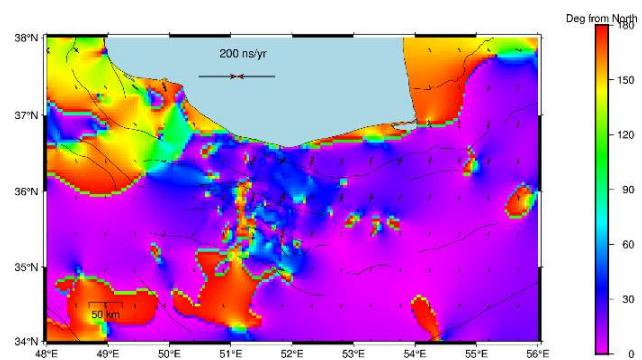


شکل ۱۷. نتایج درون‌یابی هم‌زمان دو مؤلفه که از طریق نسبت پواسون با هم‌دیگر مرتبط هستند.

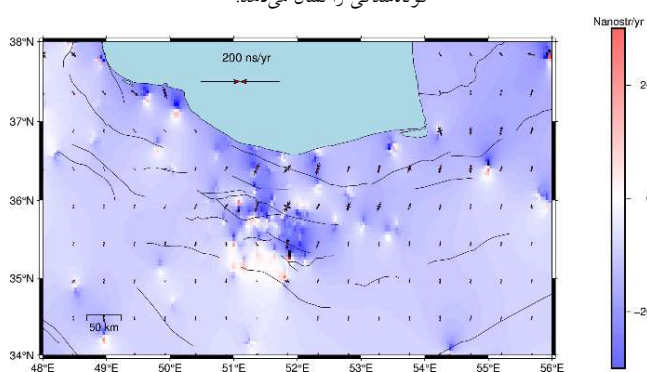


شکل ۱۸. نتایج اعتبارسنجی متقابل برای درون‌یابی هم‌زمان مؤلفه‌های میدان سرعت.

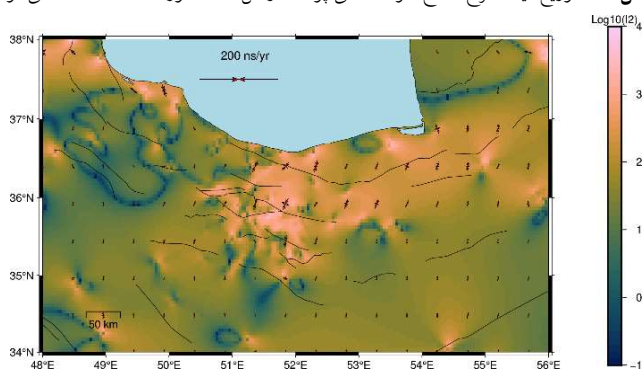
اعتبارسنجی نیز بدون تفکیک بلوکی و با تفکیک بلوکی انجام شد. سنجه خوبی برازش با محاسبه ریشه میانگین مربعی محاسبه شد و مقدار  $R^2$  برای داده‌های بدون تفکیک برابر ۰/۸۸ و با تفکیک بلوکی برابر ۰/۸۴ به‌دست آمد. همچنین اعتبارسنجی متقابل ده گانه با ابعاد بلوک ۵۰ کیلومتر انجام شد. مطابق شکل ۱۸ ضریب تعیین حدود



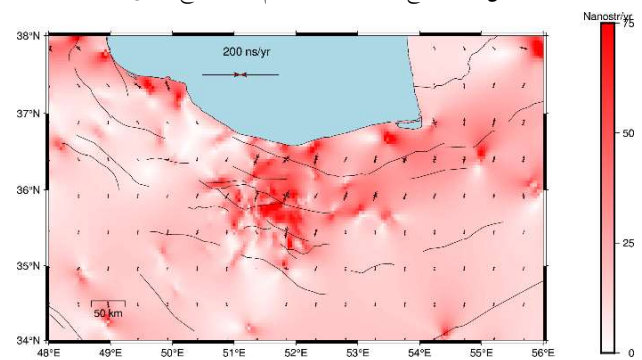
شکل ۱۹. میدان نرخ کرنش. بردارهای قرمز و آبی به ترتیب نرخ کرنش فشارش و کشش اصلی را در نقاط درون‌یابی نشان می‌دهند. رنگ زمینه آزیموت بیشینه کوتاه‌شدگی را نشان می‌دهد.



شکل ۲۰. توزیع میدان نرخ اتساع. کوتاه‌شدگی پوسته در کل منطقه مورد مطالعه مشاهده می‌شود.



شکل ۲۱. توزیع کمیت ناورداری دوم تانسور نرخ کرنش.



شکل ۲۲. توزیع بیشینه میدان نرخ کرنش برشی.

## ۵ نتایج

محاسبه صحیح کرنش در پوسته زمین نیازمند شبکه‌بندی و افزایش تراکم مشاهدات پراکنده GPS با درون‌یابی است. یکی از راه‌های شبکه‌بندی داده‌های برداری، شبکه‌بندی هر مؤلفه به‌طور جداگانه است. روش جایگزین شبکه‌بندی هم‌زمان دو مؤلفه به‌گونه‌ای است که وابستگی مؤلفه‌ها از طریق تئوری تغییر شکل کشسان در نظر گرفته شود. این رویکرد به‌ویژه برای داده‌هایی مانند سرعت‌های مسطحاتی GPS که نشان‌دهنده تغییر شکل کشسان یا نیمه‌کشسان است، مناسب بوده و بینشی در مورد وابستگی رفتار درون‌یابی به طیف وسیعی از مقادیر نسبت پواسون ارائه می‌دهد. این رویکرد درون‌یابی بهبود یافته داده‌های برداری پراکنده را زمانی که فیزیک ماده تغییر شکل‌دهنده از معادلات ارتجاعی پیروی می‌کند، فراهم می‌آورد.

در این تحقیق برای نخستین بار از داده‌های برداری دوبعدی پراکنده میدان سرعت مسطحاتی GPS در منطقه البرز از محدوده برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا برای انجام درون‌یابی به‌منظور شبکه‌بندی میدان سرعت با استفاده از توابع اسپلاین بای‌هارمونیک استفاده شد. درون‌یابی برای هر مؤلفه به‌صورت جداگانه و هم‌زمان انجام شد. حالت دوم درون‌یابی هم‌زمان بر اساس توابع گرین مستخرج از قیود ارتجاعی است که از آن با نسبت پواسون ۰/۵ برای ۶۱ داده ایستگاه‌های GPS در محدوده البرز استفاده شد و یک میدان سرعت و نرخ کرنش منظم با شبکه به ابعاد ۳۰ دقیقه به‌دست آمد.

برای انجام درون‌یابی در هر دو حالت ابتدا روند داده‌های ورودی به روش کمترین مربعات برآورد شد. باقیمانده‌ها تفاضل بین داده‌های واقعی و مقادیر روند هستند. سپس کاهش مقادیر باقیمانده انجام و در نهایت اسپلاین روی باقیمانده‌ها برازش شد. در نهایت پیش‌بینی روی شبکه انجام و با روند جمع شد. در نهایت اعتبارسنجی متقابل برای تعیین اعتبار مدل انجام شد. این عملیات که شامل مراحل

حذف، محاسبه و باز‌یابی است در ژئودزی بسیار رایج است. روند و اسپلاین به‌ترتیب برای پیش‌بینی طول موج‌های بلند و کوتاه سیگنال مناسب هستند. انجام فرآیند درون‌یابی به این صورت باعث می‌شود که اسپلاین بتواند پیش‌بینی خوبی را در طول موج‌های بلند انجام دهد. شبکه‌بندی حاصل از درون‌یابی را می‌توان به‌عنوان یک لایه اطلاعاتی در تحلیل‌های GIS مورد استفاده قرار داد.

میدان سرعت درون‌یابی شده دارای ویژگی‌های کلیدی است. بر اساس نتایج درون‌یابی میدان سرعت، توزیع مکانی حرکت پوسته در منطقه البرز نامنظم بوده و دارای ویژگی افزایش آشکار است. دامنه مؤلفه‌های شمالی میدان سرعت بیشتر از مؤلفه‌های شرقی است. جهت مؤلفه شمالی همیشه به سمت اوراسیا است و به سمت اوراسیا دامنه آن کم می‌شود، اما جهت مؤلفه شرقی در منطقه مورد مطالعه تغییر می‌کند و دارای دامنه کمتری است. در روند برازش شده به داده‌ها نیز این مشخصات مشاهده می‌شود. این ویژگی‌های میدان سرعت درون‌یابی شده مقاومت پوسته خزر را در داخل پهنه برخورد صفحه عربستان با اوراسیا نشان می‌دهد. میدان سرعت درون‌یابی شده و نرخ کرنش حاصل از آن کرنش متمرکز در اطراف گسل‌های خزر و مشا و نواحی با کرنش فشارشی در محدوده البرز از فلات ایران را نشان می‌دهد. همچنین نرخ کرنش و کمیت‌های ناوردای حاصل از آن به‌ترتیب در البرز مرکزی و شرقی مقادیر بیشتری نسبت به البرز غربی دارند.

درون‌یابی میدان‌های سرعت مسطحاتی GPS شبکه‌های ژئودینامیک محلی برای رسیدن به برآوردی از مقادیر نسبت پواسون به‌صورت محلی در بهترین حالت صحت‌سنجی پیشنهاد می‌شود. در این تحقیق درون‌یابی داده‌های دو بعدی GPS انجام شد. شبکه‌بندی داده‌های سه بعدی GPS نیز با استفاده از توابع گرین ارائه شده توسط اویدا و همکاران (۲۰۱۸) قابل انجام است. همچنین استفاده از توابع گرین مختلف برای شبکه‌بندی انواع داده‌های

- Handwerger, A. L., Huang, M. H., Fielding, E. J., Booth, A. M., and Bürgmann, R., 2019, A shift from drought to extreme rainfall drives a stable landslide to catastrophic failure. *Scientific reports*, **9**(1), 1-12.
- Hessami, K., Jamali, F. and Tabassi, H., 2003, Major Active Faults of Iran (map), Ministry of Science, Research and Technology, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology.
- Khorrani F., Vernant P., Masson F., Nilfouroushan F., Mousavi Z., Nankali H., Saadat S. A., Walpersdorf A., Hosseini S., Tavakoli P., Aghamohammadi A., and Alijanzade M., 2019, An up-to-date crustal deformation map of Iran using integrated campaign-mode and permanent GPS velocities. *Geophys. J. Int.*, **217**(2), 832–843.
- Masson, F., Anvari, M., Djamour, Y., Walpersdorf, A., Tavakoli, F., Daignières, M., Nankali, H., and Van-Gorp, S., 2007, Large-scale velocity field and strain tensor in Iran inferred from GPS measurements: new insight for the present-day deformation pattern within NE Iran, *Geophys. J. Int.*, **170**(1), 436–440.
- Masson, F., Lehujeur, M., Ziegler Y., and Doubre, C., 2014, Strain rate tensor in Iran from a new GPS velocity field, *Geophys. J. Int.*, **197**(1), 10–21, 10.1093/gji/ggt509.
- Raeesi, M., Zarifi, Z., Nilfouroushan, F., Boroujeni S., and Tiampo, K., 2017, Quantitative Analysis of Seismicity in Iran, *Pure Appl. Geophys.*, **174**, 793-833.
- Reilinger, R., McClusky, S., Vernant, P., Lawrence, S., Ergintav, S., Cakmak, R., Ozener, H., Kadirov, F., Guliev, I., Stepanyan, R., Nadariya, M., Hahubia, G., Mahmoud, S., Sakr, K., ArRajehi, A., Paradissis, D., Al-Aydrus, A., Prilepin, M., Guseva, T., Evren, E., Dmitrova, A., Filikov, S. V., Gomez, F., Al-Ghazzi, R., and Karam, G., 2006, GPS constraints on continental deformation in the Africa–Arabia–Eurasia continental collision zone and implications for the dynamics of plate interactions, *J. geophys. Res.*, **111**, 10.1029/2005JB004051.
- Ritz, J.-F., Nazari, H., Ghassemi, A., Salamati, R., Shafei, A., Solaymani, S., and Vernant, P., 2006, Active transtension inside central Alborz: A new insight into northern Iran–southern Caspian geodynamics, *Geology*, **34**(6), 477-480.
- Roberts, D. R., Bahn, V., Ciuti, S., Boyce, M. S., Elith, J., Guillera-Arroita, G., Hauenstein, S., Lahoz-Monfort, J. J., Schröder, B., Thuiller, مکانی پیشنهاد می‌شود. شبکه‌بندی میدان سرعت GPS با سایر روش‌های درون‌یابی و اعتبارسنجی نتایج حاصل با سبک‌های یادگیری ماشین و تفسیر زمین‌ساختی نتایج برای تحقیقات بعدی پیشنهاد می‌شود.
- ### مراجع
- Arnos, J., and Riccardi, U., 2020, Strain Pattern and Kinematics of the Canary Islands from GNSS Time Series Analysis, *Remote Sensing*, **12**(20), 10.3390/rs12203297.
- Bogusz, J., Klos, A., Grzempowski, P., and Kontny, B., 2014, Modelling the velocity field in a regular grid in the area of Poland on the basis of the velocities of European permanent stations, *Pure and Applied Geophysics*, **171**, 809-833.
- Cai, J., and Grafarend, E. W., 2007, Statistical analysis of geodetic deformation (strain rate) derived from the space geodetic measurements of BIFROST Project in Fennoscandia, *Journal of Geodynamics*, **43**(2), 214–238.
- Cardozo, N., Allmendinger, R. W., 2009, SSPX: A program to compute strain from displacement/velocity data, *Computers & Geosciences*, **35**(6), 1343–1357.
- Djamour, Y., Vernant, P., Bayer, R., Hamid Reza Nankali, H., Ritz, J.-F., Hinderer, J., Hatam, Y., Luck, B., Moigne, N., Sedighi, M., and Khorrani, F., 2010, GPS and gravity constraints on continental deformation in the Alborz mountain range, Iran, *Geophys. J. Int.* **183**(3), 1287–1301.
- Feliciano-Cruz, L. I., Ortiz-Rivera, E. I., 2012, Biharmonic spline interpolation for solar radiation mapping using Puerto Rico as a case of study, 38th IEEE Photovoltaic Specialists Conference, Austin, TX, USA, pp. 002913-002915, doi: 10.1109/PVSC.2012.6318196.
- Frohling, E., and Szeliga, W., 2016, GPS constraints on interpolate locking within Makran subduction zone, *Geophys. J. Int.*, **205**(1), 67–76.
- Ghods A., Shabanian E., Bergman E., Faridi M., Donner S., Mortezaejad G. and Aziz-Zanjani A., 2015, The Varzaghan–Ahar, Iran, Earthquake Doublet (Mw 6.4, 6.2): implications for the geodynamics of northwest Iran. *Geophys. J. Int.*, **203**(1), 522–540.
- Hackl, M., and Malservisi, R., 2009, Strain rate patterns from dense GPS networks. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, **9**(4), 1177–1187.

- hierarchical, or phylogenetic structure. *Ecography*, **40**(8), 913–929. <https://doi.org/10.1111/ecog.02881>.
- Sandwell, D. T., 1987, Biharmonic spline interpolation of GEOS-3 and SEASAT altimeter data, *Geophys. Res. Lett.*, **14**, 139–142, 10.1029/GL014i002p00139.
- Sandwell, D. T., and Wessel P., 2016, Interpolation of 2-D vector data using constraints from elasticity, *Geophys. Res. Lett.*, **43**, 10,703–10,709, 10.1002/2016GL070340.
- Savage, J. C., Weijun Gan, W., Svarc, J. L., 2001, Strain accumulation and rotation in the Eastern California Shear Zone, *Journal of Geophysical Research*, **106** (B10), 21995-22007.
- Shen, Z. K., M. Wang, Y. Zeng, and F. Wang, 2015, Optimal interpolation of spatially discretized geodetic data, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **105**(4), 2117–2127, doi:10.1785/0120140247.
- Shen, Z.K.; Lü, J.; Wang, M.; Bürgmann, R., 2005, Contemporary crustal deformation around the southeast borderland of the Tibetan Plateau. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, **110**, B11409, doi:10.1029/2004JB003421.
- Taleblian, M., Ghorashi, M., Nazari, H., 2013. Seismotectonic map of the Central Alborz, Research Institute for Earth Sciences, Geological Survey of Iran.
- Tape, C., Muse, P., Simons, M., Dong, D., and Frank Webb F., 2009, Multiscale estimation of GPS velocity fields, *Geophys. J. Int.*, **179**(2), 945–971.
- Uieda, L., 2018, Verde: Processing and gridding spatial data using Green's functions. *Journal of Open Source Software*, **3**(30), 957. <https://doi.org/10.21105/joss.00957>.
- W., Warton, D. I., Wintle, B. A., Hartig, F., and Dormann, C. F., 2017, Cross-validation strategies for data with temporal, spatial, Uieda, L., Sandwell, D., and Wessel, P., 2018, Joint Interpolation of 3-component GPS Velocities Constrained by Elasticity. figshare, 10.6084/m9.figshare.6387467.
- Valavi, R., Elith, J., Lahoz-Monfort, J. J., and Guillera-Arroita, G., 2019, blockCV: An R package for generating spatially or environmentally separated folds for k-fold cross-validation of species distribution models. *Methods in Ecology and Evolution*, **10**(2), 225–232.
- VanGorp, S., Masson, F. and Chéry, J., 2006, The use of Kriging to interpolate GPS velocity field and its application to the Arabia-Eurasia collision zone, *Geophysical Research Abstracts*, **8**, 1607-7962/gra/EGU06-A-02120.
- Vernant, P., Nilforoushan, F., Chery J., Bayer, R., Djamour Y., Masson F., Nankali H., Ritz J.-F., Sedighi M., Tavakoli, F., 2004, Deciphering oblique shortening of central Alborz in Iran using geodetic data, *Earth and Planetary Science Letters*, **223**(1-2), 177 – 185.
- Wdowinski, S., Smith-Konter, B., Bock, Y., Sandwell, D., 2007, Diffuse interseismic deformation across the Pacific–North America plate boundary, *Geology*, **35**, 311–314.
- Weiwei B., Jicang W., and Weiwei W., 2020, Recent Crustal Deformation Based on Interpolation of GNSS Velocity in Continental China, *Remote Sensing*, **12**(22), 3753, DOI: 10.3390/rs12223753.
- Wu, Y., Jiang Z., Liu, X., Wei, W., Zhu, S., Zhang L., Zou Z., Xiong, X., Wang, Q. and Du J., 2016. A Comprehensive Study of Gridding Methods for GPS Horizontal Velocity Fields, *Pure and Applied Geophysics*, **174**(3), 1201-1217.

## Present-day crustal deformation in Alborz region based on GPS velocity field and spline functions

Asghar Rastbood <sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Civil Engineering Faculty, University of Tabriz, Tabriz, Iran

(Received: 1 October 2022, Accepted: 05 April 2023)

### Summary

GPS observations over the Earth surface occur at the location of stations. So, they have a discrete form and are often sparse and irregularly distributed. Most of the data processing approaches require the data over a regular grid. As such, the interpolation of sparse observations onto a regular grid, known as gridding, is a challenging step in geosciences. To overcome this problem, interpolation with spline functions can be used.

In this method, the geographic coordinates and velocity components of GPS stations are inputs, and the two-dimensional velocity field components on a regular grid are outputs. The sparse vector data of horizontal displacements of 86 GPS stations with non-uniform distribution in the Alborz region located in the north of Iran has been analyzed. Due to ample GPS stations and a tectonically active area, this region has been selected for study.

Interpolation is done for each component separately and in coupled form. Both cases are based on the Green functions of an elastic body subjected to in-plane forces. The second approach ensures elastic coupling between the two components. Coupling could be adjusted by varying Poisson's ratio. Vector gridding is done using the Poisson's ratio 0.5 to couple the two horizontal components.

Since the used Green functions developed for the half-space, an arbitrary map projection e.g., Mercator used to create it. Trend analysis was done on the input data first. Then residuals were calculated by subtracting predicted trend from the input data. The output is passed onto block reduction to generate reduced data. Then, the spline is fitted to the residuals of trend analysis and block reduction.

To validate the model, ten percent of the data are selected for testing and the rest for training. The coefficient of determination for eastern and northern components are as 0.25 and 0.88, respectively. To reduce the correlation effect of data with close distances in the validation results, data reduction is done with 50 km blocks. In this case, the coefficient of determination for eastern and northern components are -0.18 and 0.47. For the coupled interpolation of two components, the coefficient of determination is 0.88 and by reducing the data with 50 km blocks, it is 0.84. Validations show that the coupled interpolation of velocity components using elasticity constraint leads to improved interpolation of sparse vector data.

The results of velocity field interpolation show that the spatial distribution of the crustal deformation in the Alborz region is irregular and has partitioning characteristics. The range of the northern components is larger than the eastern components. The direction of the northern components is always towards Eurasia, but the direction of the eastern components changes in the region in such a way that the amplitude of the eastern component in the inner region is around zero. The amplitude of the northern components is decreasing from south to north and from west to east. Estimated strain rate from interpolated velocity field shows the convergence deformation in the study area and confirms the compressing of high-elevation region of Alborz.

**Keywords:** Biharmonic spline, interpolation, Green's Functions, horizontal GPS velocity field, Alborz

---

\*Corresponding author:

arastbood@tabrizu.ac.ir