

وارون‌سازی مشترک داده‌های گرانی سنجی و توموگرافی حالت الحاقی اولین رسید

فاطمه صفری یساقی^۱ و سید هانی متولی عنبران^{۲*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

^۲ دانشیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۲۲، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴)

چکیده

وارون‌سازی مشترک داده‌های مختلف ژئوفیزیکی برای شناسایی ساختارهای مختلف زمین‌شناسی و برآورد پارامترهای فیزیکی به کار می‌رود. در وارون‌سازی مشترک ما با چندین مجموعه داده روبه‌رو هستیم، از این رو این روش یک استراتژی مفید برای غلبه بر محدودیت‌های یک روش در وارون‌سازی فردی و کاهش عدم قطعیت ذاتی و حصول اطمینان بیشتر به نتایج حاصل شده است. روش‌های متفاوتی برای وارون‌سازی مشترک داده‌های ژئوفیزیکی مختلف وجود دارد. در حالتی که بتوان بین پارامترهای مختلف ژئوفیزیکی ارتباط برقرار باشد، از روابطی بر مبنای خواص پتروفیزیکی پارامترهای مدل مانند رابطه گاردنر استفاده می‌شود. هدف از این مطالعه وارون‌سازی مشترک داده‌های گرانی سنجی و توموگرافی حالت الحاقی اولین رسید با استفاده از رابطه گاردنر است. رابطه گاردنر یک رابطه خطی بین سرعت و چگالی می‌باشد. نتایج بر روی دو مدل مصنوعی آزموده شد و با وارون‌سازی فردی آن‌ها مقایسه شده است. در همه مدل‌ها به‌ویژه مدل گنبد نمکی SEG/EAGE مدل سرعتی و چگالی در محیط لایه‌ای بازیابی شده است. در نتیجه وارون‌سازی فوق برای مدل‌های زیرسطحی کم عمق و نیز محدود کردن محل بی‌هنجاری در اکتشافات هیدروکربنی در محیط‌های رسوبی لایه‌ای و یا بازالتی و نیز مدل‌سازی گنبد نمکی استفاده شده است. همچنین داده‌های اولین رسید زمان‌سیر تفکیک‌پذیری قابل مقایسه‌ای را در بازسازی مدل با سایر روش‌های ژئوفیزیکی ارائه داده است.

واژه‌های کلیدی: آیکنال، Fast Sweeping، حالت الحاقی، گرانی‌سنجی، اولین رسید زمان‌سیر، وارون‌سازی مشترک

۱ مقدمه

وارون‌سازی مشترک مجموعه داده‌های مختلف ژئوفیزیکی ابزاری قدرتمند در آشکارسازی ساختارهای زیر سطحی زمین و تعیین پارامترهای فیزیکی است (ژدانوف، ۲۰۱۵). وارون‌سازی مشترک با ترکیب داده‌های مختلف ژئوفیزیکی توسط مورکامپ و همکاران (۲۰۱۱) و للیو و همکاران (۲۰۱۲) در زمینه اکتشاف هیدروکربن به طور مفصل مورد بررسی قرار گرفته است.

روش‌های مختلفی برای وارون‌سازی مشترک وجود دارد که مشخص کند پارامترهای مدل مربوطه یکسان یا متقابل یکدیگر هستند. اگر همبستگی وجود داشته باشد وارون‌سازی مشترک بر اساس این همبستگی انجام می‌شود. در مواردی که پارامترهای مدل با هم همبستگی نداشته باشند، اما از ویژگی‌های هندسی مشابهی برخوردار باشند، وارون‌سازی مشترک بر اساس قیدهای مرتبط با ساختار است. در نتیجه روش‌های معمول برای قیدهای اتصال بین پارامترهای ژئوفیزیکی به دو دسته تقسیم می‌شود، یکی مبتنی بر روابط بین خصوصیات پتروفیزیکی (به عنوان مثال رابطه گاردنر یا گادفری بین چگالی و سرعت) و دیگری قیدی برای اتصال ساختار بر اساس ویژگی یا تشابه هندسی. روش‌های اتصال پارامترهای ژئوفیزیکی مبتنی بر قیدهای ساختاری نظیر، مقادیر انحنا، گرادیان مقاطع، گرمیان، ضرب داخلی گرادیان‌ها، تشابه کسینوسی و مربع تشابه کسینوسی انجام می‌شود (شی و همکاران، ۲۰۱۸).

توموگرافی لرزه‌ای و وارون‌سازی مشترک داده‌های گرانی و زمان سیر لرزه‌ای برای تصویربرداری از مدل زیرسطحی و محدود کردن محل آنومالی استفاده می‌شود (چن و همکاران، ۲۰۱۵). از توموگرافی اولین رسید نیز برای تصویربرداری از داخل زمین در مقیاس‌های مختلف استفاده می‌شود. همچنین توموگرافی انکساری یا به طور کلی توموگرافی اولین رسید بر اساس امواج انکساری، پراکنده و یا مستقیم برای ارزیابی یک مدل سرعتی از سطح

زیرین است که به بهترین شکل داده‌ها را توضیح می‌دهد (زلت و همکاران، ۲۰۰۶). از بین طیف گسترده‌ای از الگوریتم‌ها، مناسب‌ترین الگوریتم مدل‌سازی پیشرو برای توموگرافی اولین رسید زمان‌سیر، حل آیکونال مرتبه اول می‌باشد. این الگوریتم بسیار سریع است و از تباین‌های سرعت قوی پشتیبانی می‌کند (تایلاندیر و همکاران، ۲۰۰۹). ژائو و همکاران (۲۰۱۹) و هوانگ و بلفلور (۲۰۱۲) حل توموگرافی اولین رسید و توموگرافی بازتابی با استفاده معادله آیکونال را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها یک روش برای تعیین زمان‌سیرهای بازتابی بر اساس به دست آوردن اولین رسید از طریق روش Fast Sweeping پیشنهاد می‌کنند و این طرح را برای ایجاد مدل پایه‌ای برای توموگرافی اولین رسید، توموگرافی بازتابی و ترکیبی از این دو در نظر می‌گیرند. پس از آن توموگرافی را با استفاده از روش حالت الحاقی ارائه شده توسط لیانگ و کیان (۲۰۰۶) به دست می‌آورند.

در این مطالعه، در طول فرآیند وارون‌سازی معادله آیکونال که تقریبی برای معادله موج در فرکانس‌های بالا است، برای مدل‌سازی پیشرو اولین رسید زمان‌سیرها به کار برده می‌شود. الگوریتم مورد استفاده برای حل معادله آیکونال روش Fast Sweeping است. برای انجام وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر چون با مسئله غیرخطی روبه‌رو هستیم، از گرادیان تابع عدم برازش استفاده شده است. این گرادیان را با استفاده از روش حالت الحاقی مرتبه اول به دست می‌آید. در روش گرانی‌سنجی به منظور مدل‌سازی پیشرو، سطح زیرین به مجموعه‌ای از منشورهای مستطیلی با چگالی ثابت تقسیم شده است. برای وارون‌سازی نیز از روش RCG استفاده شده است. در بخش‌های بعد تئوری روش‌های فوق مورد بررسی قرار گرفته است.

۲ روش پژوهش

۱-۲ مدل‌سازی پیشرو گرانی

هدف از مدل‌سازی پیشرو گرانی، محاسبه گرانی (g) بر روی سطح به دلیل توزیع چگالی در سطح زیرین است. برای محاسبه در ابتدا سطح زیرین به مجموعه‌ای از منشورهای مستطیلی تقسیم می‌شود (بلانژه و چاتو، ۲۰۰۱) بنابراین شتاب گرانی در هر نقطه از سطح حاصل مجموع اثرات گرانی همه بلوک‌های زیر سطحی است. گرانی $g_i = g(x_i, y_i, z_i)$ حاصل از منشور z ام با ابعاد محدود شده $x_1 \leq x \leq x_2$ ، $y_1 \leq y \leq y_2$ و $z_1 \leq z \leq z_2$ در مختصات کارتزین به صورت زیر است:

$$g_i = -\gamma \rho_j \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} dz A \quad (1)$$

$$A = \frac{(z_i - z)}{((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2)^{3/2}}$$

در رابطه (۱) فرض می‌شود که چگالی ρ_j در داخل هر منشور ثابت است. بسط و اثبات برای حالت گسسته رابطه (۱) توسط مطالعه لی و چاتو (۱۹۹۸) انجام شده است. حالت گسسته رابطه فوق عبارت است از:

$$\frac{g_i}{\rho_j} = -\gamma \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 \sum_{s=1}^2 \mu_{pqs} [B] \quad (2)$$

$$B = a_p \ln(b_q + r_{pqs}) + b_q \ln(a_p + r_{pqs}) - c_s \arctan\left(\frac{a_p b_q}{c_s r_{pqs}}\right)$$

که در آن،

g_i مؤلفه قائم گرانی اندازه‌گیری شده در ایستگاه i ام با مختصات (x_i, y_i, z_i) حاصل از منشور z ام؛
 ρ_j چگالی ثابت برای منشور z ام؛
 γ ثابت جهانی گرانش؛

$$\mu_{pqs} = (-1)^p (-1)^q (-1)^s$$

با $p, q, s = 1, 2$

$$c_s = z_i - z_s \text{ و } b_q = y_i - y_q \quad a_p = x_i - x_p$$

$$(x_p, y_q, z_s) \text{ مختصات هشت گوشه منشور } z \text{ ام؛}$$

و $r_{pqs} = (a_p^2 + b_q^2 + c_s^2)^{1/2}$ فاصله بین یک گوشه منشور و محل ایستگاه i ام با مختصات (x_i, y_i, z_i) است.

عبارت سمت راست رابطه (۲) را کرنل می‌نامند و با G_{ij} نشان داده می‌شود. برای به دست آوردن برآیند پاسخ تمامی

منشورها در تمام ایستگاه‌ها، برآیند پاسخ همه منشورها در هر ایستگاه $g_i (i = 1, \dots, N)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} \rho_j \quad (1)$$

که در رابطه فوق $M = ncx * ncy * ncz$ ، تعداد منشورها است.

۲-۲ مدل‌سازی پیشرو اولین رسید زمان‌سیر

معادله آیکونال تقریبی برای حل معادله موج در فرکانس‌های بالا است که در اکتشافات لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. این معادله، یک معادله غیرخطی است که برای حل آن روش‌های متفاوتی وجود دارد از جمله: Raytracing، Fast Marching، Fast Sweeping، Finite Difference و غیره. روش‌های حل معمولاً بر اساس پرتو، شبکه یا گراف هستند.

اکثر روش‌های حل معادله آیکونال بر روی شبکه‌های مستطیلی است (مانند Fast Sweeping، Fast Marching و غیره). در مطالعه کیان و همکاران (۲۰۰۷) طراحی روش FS بر روی شبکه‌های مثلثی مطرح می‌شود. کیان و همکاران (۲۰۰۷) این روش را مفید و مناسب می‌دانند چرا که به عنوان مثال در لرزه‌نگاری یک مدل سرعتی در سطح زیرین معمولاً از چند رابط غیرمنظم تشکیل شده است؛ بنابراین برای برنامه‌هایی که دارای مرزها یا رابط‌های نامنظم است، خیلی بهتر است که دامنه محاسباتی به صورت مثلث در نظر گرفته شود تا با مرزها و رابط‌ها متناسب باشد. ژائو (۲۰۰۵) روش FS را برای محاسبه حل عددی معادله آیکونال را در یک شبکه بندی مستطیلی ارائه کرده است. این روش بر پایه تکرار است که از تفاضل upwind و تکرارهای گاوس-سایدل برای گسسته‌سازی استفاده می‌کند، سپس با استفاده از تغییر ترتیب‌های sweeping به حل سیستم گسسته شده می‌پردازد.

معادله آیکونال همراه با شرایط مرزی در نظر گرفته

می‌شود،

$$\begin{aligned} |\nabla T(x)| &= f(x), & x \in R^n \\ T(x) &= \phi(x), & x \in \Gamma \subset R^n \end{aligned} \quad (۲)$$

معادله فوق حالت کلی معادله آیکونال است. در رابطه (۲)

$$f(x) = \frac{1}{c(x)}$$

(۲) شرایط مرزی را در حالت کلی نشان می‌دهد. $x_{i,j}$

نشان‌دهنده نقاط شبکه بندی در دامنه محاسباتی است و از

طرح تفاضل upwind Godunov برای گسسته سازی

معادله دیفرانسیل جزئی در نقاط شبکه داخلی استفاده شده

است. در رابطه (۳)، h نشان‌دهنده سائز شبکه بندی و $t_{i,j}^h$

نشان دهنده حل عددی در $x_{i,j}$ است. همچنین $t_{x \min}^h$ و

$t_{y \min}^h$ انتخاب کوچک‌ترین مقدار در راستای x و y است

(ژاؤ، ۲۰۰۵):

$$\begin{aligned} & \left[(t_{i,j}^h + t_{x \min}^h)^+ \right]^2 + \left[(t_{i,j}^h + t_{y \min}^h)^+ \right]^2 \\ & = f_{i,j}^2 h^2 \\ & i = 2, \dots, I-1, j = 2, \dots, J-1 \\ & t_{x \min}^h = \min(t_{i-1,j}^h, t_{i+1,j}^h), \quad t_{y \min}^h \\ & = \min(t_{i,j-1}^h, t_{i,j+1}^h) \end{aligned} \quad (۳)$$

در این مطالعه مقادیر اولیه به این شکل است که برای

اجرای شرایط مرزی، $T(x)=0$ برای $x \in \Gamma \subset R^n$

اختصاص داده شده است که در رابطه (۶) نیز به همین شکل

است. این مقادیر در محاسبات بعدی ثابت می‌شوند.

همچنین به دلیل روش به کار گرفته شده برای حل عددی

مسئله یعنی تکرارهای گاوس-سایدل مقادیر مثبت بزرگ

برای دیگر نقاط شبکه اختصاص داده می‌شود. این مقادیر

نیز در تکرارهای بعد به‌روز خواهند شد.

روش تکرارهای گاوس سایدل برای ترتیب‌های

sweeping متناوب به کار رفته در مسئله به این صورت است

که در هر مرحله برای هر $x_{i,j}$ شبکه که در مقداردهی اولیه

ثابت نشده، حل و با \bar{t} نشان داده می‌شود که در رابطه (۵)

مقادیر فعلی همسایگانش $t_{i,j\pm 1}^h$ و $t_{i\pm 1,j}^h$ است و سپس $t_{i,j}^h$

به‌روز می‌شود، به‌طوری که مقدار آن کوچک‌ترین مقدار

بین \bar{t} و مقدار فعلی آن است یعنی: $t_{i,j}^{new} = \min(t_{i,j}^{old}, \bar{t})$

است. در نتیجه کل دامنه با چهار ترتیب متناوب زیر طی

می‌شود:

$$\begin{aligned} (1) & i = 1: I, j = 1: J, (2) i = I: 1, j = 1: J, \\ (3) & i = I: 1, j = J: 1, (4) i = 1: I, j = J: 1 \end{aligned} \quad (۴)$$

به زبان ساده‌تر، در طول تکرار گاوس-سایدل حل عددی

معادله با استفاده از مقادیر فعلی همسایگان محاسبه می‌شود.

به این صورت که کوچک‌ترین مقدار از همسایگانش به

عنوان مقدار جدید ممکن در نظر گرفته می‌شود. اگر این

کوچک‌ترین مقدار جدید کوچک‌تر از مقدار فعلی در $x_{i,j}$

شبکه باشد حل عددی در $x_{i,j}$ به روز و جایگزین می‌شود.

۳-۲ وارون‌سازی

در گرانی برای این مطالعه ما با وارون‌سازی خطی مواجه

هستیم. برای وارون‌سازی گرانی از روش RCG از ژدانوف

(۲۰۱۵) استفاده شده است. توموگرافی اولین رسید زمان سیر

و حالت الحاقی آن به شرح زیر است.

۳-۳-۱ توموگرافی اولین رسید زمان سیر

توموگرافی اولین رسید زمان سیر برای تصویربرداری از

داخل زمین در مقیاس‌های مختلف استفاده می‌شود.

توموگرافی اولین رسید مانند همه الگوریتم‌های

وارون‌سازی زمان سیر به یک روش دقیق برای محاسبه

زمان سیر احتیاج دارد و این منجر به استفاده از محاسبات

سنگین مشتق‌های فرشت می‌شود. از بین طیف گسترده‌ای

از الگوریتم‌ها، مناسب‌ترین الگوریتم مدل‌سازی پیشرو برای

توموگرافی اولین رسید زمان سیر، حل آیکونال مرتبه اول

می‌باشد که بسیار سریع است و از تباین‌های سرعت قوی

پشتیبانی می‌کند (تایلاندر و همکاران، ۲۰۰۹).

روش کلاسیک برای وارون‌سازی یک مسئله غیرخطی

شامل محاسبه مشتق‌های فرشت و فرمول‌بندی کمینه‌سازی

تابع عدم برازش به عنوان دنباله‌ای از مسائل خطی می‌باشد.

اگر مینیمم‌سازی به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی

ظاهر شود، فقط نرم‌گرادیان مورد نیاز است. این گرادیان

نتیجه تابع عدم برازش به شکل زیر بسط پیدا می‌کند،

$$L(c, t, \lambda) = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} |t(r) - T_{obs}(r)|^2 dr \quad (7)$$

$$- \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} (|\nabla t(x)|^2 - \frac{1}{c(x)^2})$$

گرادیان تابع عدم برازش اصلی $\frac{\partial J}{\partial c}$ با حل سیستم خطی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial L}{\partial c} = - \int_{\Omega} \frac{\lambda(x)}{c(x)^3} dx = \frac{\partial J}{\partial c} \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 0. \quad (10)$$

با استفاده از رابطه (۹)، معادله آیکونال به دست می‌آید. در نهایت رابطه (۱۰) راهی برای محاسبه λ فراهم می‌کند. نتیجه نرم گرادیان نهایی نیز بر اساس معادله (۸) که λ توسط مقدار c^3 نرمالایز شده حاصل می‌شود. وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر با استفاده از روش حالت الحاقی با استفاده از دستور متلب `fminunc` انجام شده است.

۴-۲ وارون‌سازی مشترک

در این مطالعه وارون‌سازی مشترک داده‌ها بر اساس روش وارون‌سازی متوالی با استفاده از قید پتروفیزیکی یعنی رابطه گاردنر انجام شده است. رابطه گاردنر یک رابطه خطی بین سرعت لرزه‌ای و چگالی در سنگ‌های رسوبی است،

$$\rho = aV^{1/4} \quad (11)$$

که در آن ρ چگالی بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب است و اگر V سرعت موج لرزه‌ای P بر حسب متر بر ثانیه باشد مقدار a برابر است با ۳۱۰ و اگر سرعت بر حسب فوت بر ثانیه باشد مقدار a برابر با ۳۲۰ می‌شود (لافر و نیقیان،

بدون نیاز به مشتق فرشت نیز محاسبه می‌شود. در دهه ۱۹۷۰، روش حالت الحاقی برای محاسبه نرم گرادیان توسعه پیدا کرد. حالت الحاقی یک روش شناخته شده عددی برای محاسبه نرم گرادیان با توجه به پارامترهای مدل است و زمانی قابل استفاده است که این تابع به پارامترهای مدل از طریق متغیرهای حالت بستگی داشته باشد. این متغیرهای حالت حل‌های مسئله پیشرو نیز هستند (پلسیکس، ۲۰۰۶).

۲-۳-۲ توموگرافی زمان سیر بر پایه روش حالت الحاقی

توموگرافی اولین رسید زمان سیر بر پایه روش حالت الحاقی از مطالعات تایلاندیر و همکاران (۲۰۱۹) و لیانگ و کیان (۲۰۰۶) به شرح زیر می‌باشد.

برای تک شوت تابع عدم برازش کلاسیک به صورت رابطه (۷) است،

$$J(c) = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} |T(c, r) - T_{obs}(r)|^2 dr, \quad (5)$$

که رابطه فوق برای هر گیرنده r روی سطح $\partial\Omega$ محاسبه می‌شود. در رابطه (۷) T_{obs} اولین رسید زمان‌سیرهای مشاهده شده و T زمان‌سیرهای به دست آمده توسط حل معادله آیکونال در مدل سرعتی c است. حل آیکونال نشان می‌دهد که نرم گرادیان مکان از زمان‌سیر برابر با مربع‌کندی است و برای هر نقطه در زیرفضای Ω داریم،

$$|\nabla T(x)|^2 = \frac{1}{c(x)^2} \quad (6)$$

$$T(s) = 0$$

رابطه (۸) در تقریب برای فرکانس‌های بالا معتبر است.

روش حالت الحاقی یک تکنیک است برای محاسبه نرم گرادیان بدون نیاز استفاده از مشتق‌های فرشت است. در این مورد متغیر حالت زمان رسید T است و حل معادله آیکونال رابطه بین T و مدل سرعتی c فراهم می‌کند. حالت الحاقی در این بخش توسط فرمول لاگرانژین معرفی می‌شود. حال سه متغیر مستقل تعریف می‌شود: s, t, λ حالت الحاقی در

۲۰۱۲).

آمده با استفاده از رابطه گاردنر به مدل اولیه برای وارون‌سازی گرانی تبدیل می‌شود و وارون‌سازی گرانی در ۱۰ تکرار انجام می‌شود. سرانجام مدل چگالی به دست آمده با تبدیل معکوس گاردنر به مدل اولیه سرعت برای انجام وارون‌سازی برای حلقه بعد، تبدیل می‌شود. تعداد تکرار برای وارون‌سازی فردی گرانی و لرزه برای هر سه مدل بر اساس تعداد تکرارهای انجام شده در نتایج وارون‌سازی مشترک آن‌ها است.

۴-۱ مدل شماره ۱. دو مربع ساده با ابعاد متفاوت
مدل مصنوعی اول شامل دو آنومالی پرسرعت با سرعت یکسان و ابعاد متفاوت برای مدل لرزه‌ای و دو آنومالی با چگالی بالا، یکسان و ابعاد متفاوت برای مدل گرانی است. آنومالی مستطیلی سمت راست در عمق ۳۵۰ متری با طول ۱ کیلومتر و عرض ۷۰۰ متر قرار دارد، همچنین آنومالی مستطیلی سمت چپ در عمق ۵۰۰ متری با طول ۷۰۰ متر و عرض ۵۰۰ متر در مدل جای گرفته است (شکل ۱).

شکل ۲، وارون‌سازی فردی گرانی را در ۱۰۰ تکرار نشان می‌دهد. آنومالی سمت چپ در این وارون‌سازی به‌خوبی بازیابی نشده است. برای رسیدن به نتیجه بهتر تعداد تکرارهای بیشتر مورد نیاز است. شکل ۳ وارون‌سازی فردی لرزه را در ۵۰ تکرار نشان می‌دهد. هر دو آنومالی بازیابی شده‌اند اما نسبت به وارون‌سازی مشترک آن‌ها در همان تعداد تکرار تفکیک‌پذیری پایین‌تری دارند. وارون‌سازی مشترک با استفاده از رابطه گاردنر برای داده‌های مصنوعی گرانی و لرزه در ۱۰ حلقه انجام شده است. مدل اولیه برای شروع وارون‌سازی همانند مدل اولیه استفاده شده برای وارون‌سازی فردی لرزه است.

وارون‌سازی مشترک با استفاده از رابطه گاردنر برای داده‌های مصنوعی گرانی و لرزه در ۱۰ حلقه انجام شده است. مدل اولیه برای شروع وارون‌سازی همانند مدل اولیه استفاده شده برای وارون‌سازی فردی لرزه است. شکل ۴

۳ اندازه‌گیری و محاسبه

در این پژوهش وارون‌سازی مشترک داده‌ها بر اساس روش وارون‌سازی متوالی با استفاده از قید پتروفیزیکی یعنی رابطه گاردنر انجام شده است. فرآیند وارون‌سازی در هر حلقه به این صورت است که ابتدا با مدل اولیه سرعت، وارون‌سازی فردی لرزه در چند تکرار انجام می‌شود، سپس نتیجه مدل سرعتی به دست آمده با استفاده از رابطه گاردنر به مدل چگالی تبدیل می‌شود. مدل چگالی به دست آمده مدل اولیه برای وارون‌سازی فردی گرانی در تکرارهای مورد نظر است. در آخر مدل گرانی به دست آمده با استفاده از معکوس رابطه گاردنر به مدل سرعتی تبدیل می‌شود و فرآیند فوق تکرار می‌شود تا نتیجه مورد نظر حاصل شود.

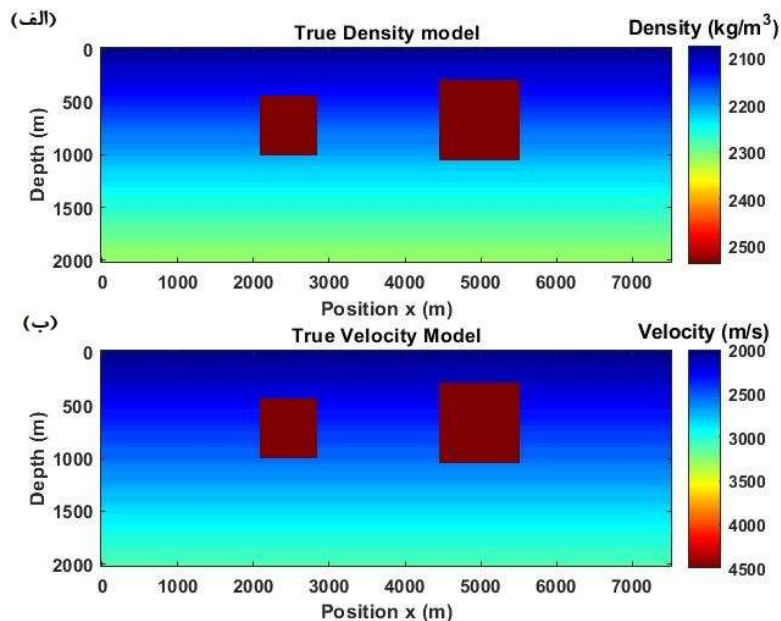
۴ نتایج و بحث

در این بخش نتایج وارون‌سازی فردی و مشترک برای روش‌های گرانی سنجی و توموگرافی اولین رسید زمان‌سیر شرح داده می‌شود. الگوریتم‌های فوق بر روی سه مدل متفاوت تست شده است. هدف بازیابی آنومالی‌های با سرعت و چگالی بالا در مدل‌های مذکور است.

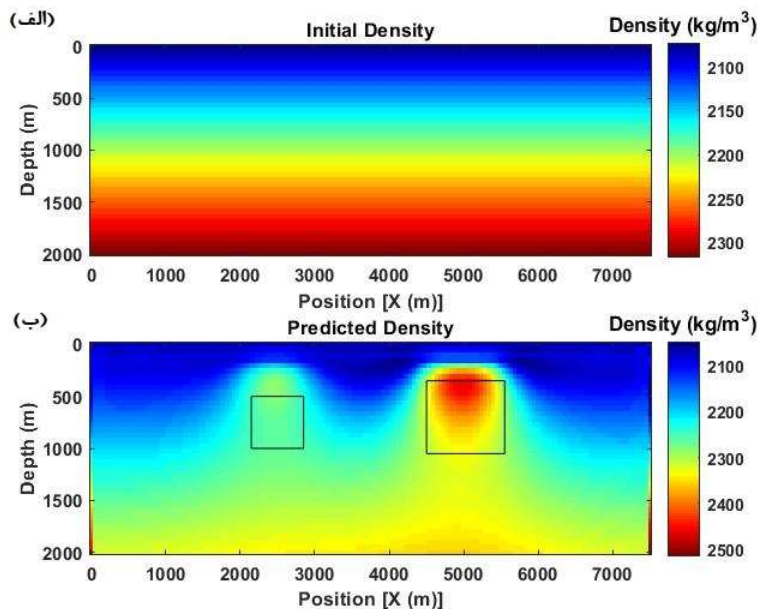
طول پروفیل برای مدل اول و دوم ۷٫۵ کیلومتر و عمق آن ۲ کیلومتر با فاصله شبکه‌بندی ۵۰ در ۵۰ متر گسسته شده است. تعداد ایستگاه‌های گرانی برای وارون‌سازی گرانی مدل اول و دوم ۱۵۰، با فاصله ۵۰ متر می‌باشد. برای مدل‌های تست شده به منظور وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر ۱۵۰ چشمه در نظر گرفته شده است و برای هر چشمه ۱۵۰ گیرنده وجود دارد. چشمه‌ها و گیرنده‌ها با فاصله ۵۰ متر به طور یکنواخت بر روی سطح مدل قرار دارند.

هر حلقه وارون‌سازی مشترک برای مدل اول و دوم شامل سه مرحله است: ابتدا پنج تکرار برای وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر انجام می‌شود، سپس مدل به دست

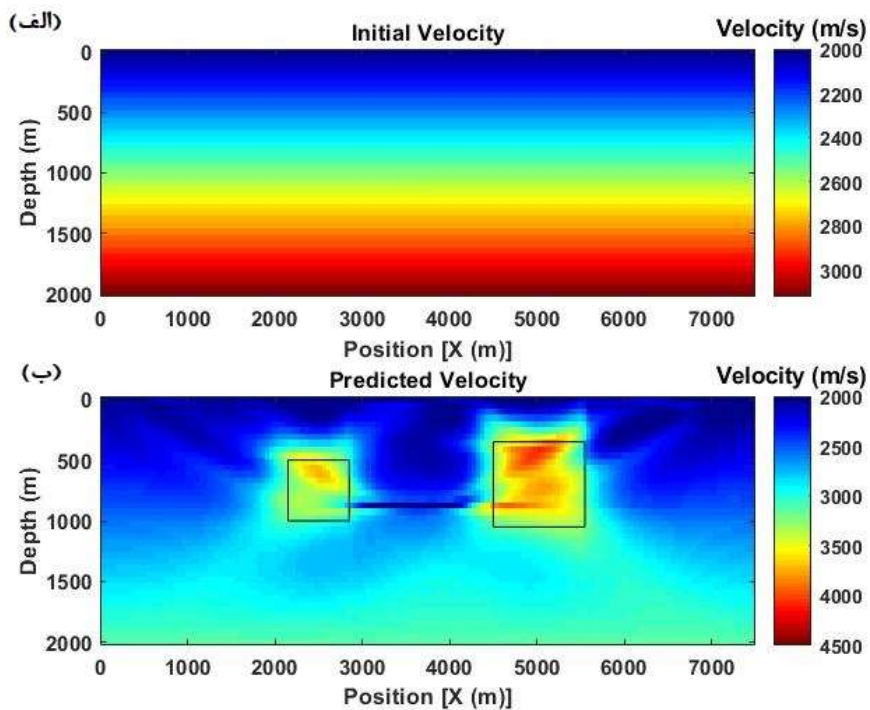
نتیجه وارون‌سازی در حلقه آخر را نشان می‌دهد. در مجموع در فرآیند وارون‌سازی مشترک ۵۰ تکرار برای وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر و ۱۰۰ تکرار برای گرانی انجام شده است. شکل ۴ در مقایسه با وارون‌سازی فردی گرانی و اولین رسید زمان‌سیر هر دو آنومالی بازیابی شده‌اند و محدوده آنومالی‌ها متمرکزتر نشان‌داده شده است.



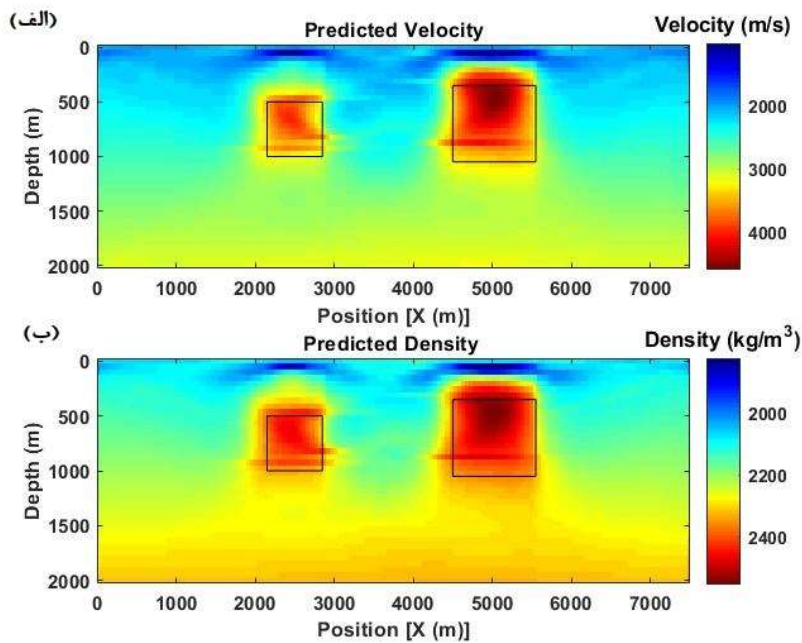
شکل ۱. مدل مصنوعی اول. الف) بالا مدل مصنوعی چگالی و ب) مدل مصنوعی سرعت برای تست وارون‌سازی فردی و مشترک است.



شکل ۲. وارون‌سازی گرانی فردی در ۱۰۰ تکرار برای مدل مصنوعی اول. الف) مدل اولیه مورد استفاده برای شروع وارون‌سازی و ب) مدل چگالی بازیابی شده بعد از ۱۰۰ تکرار وارون‌سازی است.



شکل ۳. وارون سازی فردی اولین رسید زمان سیر برای مدل مصنوعی اول. الف) مدل اولیه سرعت برای شروع وارون سازی و ب) توموگرافی به دست آمده پس از ۵۰ تکرار است.



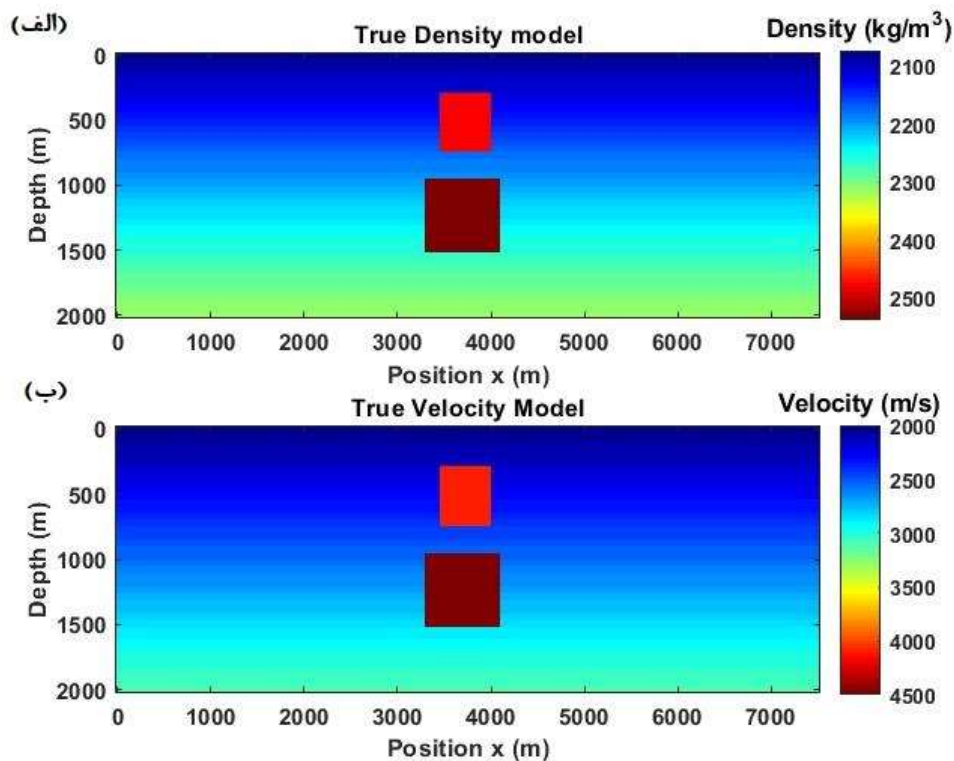
شکل ۴. وارون سازی مشترک مدل مصنوعی اول در حلقه دهم. الف) مدل سرعتی به دست آمده در حلقه دهم و ب) پایین مدل چگالی به دست آمده در حلقه دهم.

۲-۴ مدل شماره ۲. دو مربع ساده با چگالی و عمق مختلف

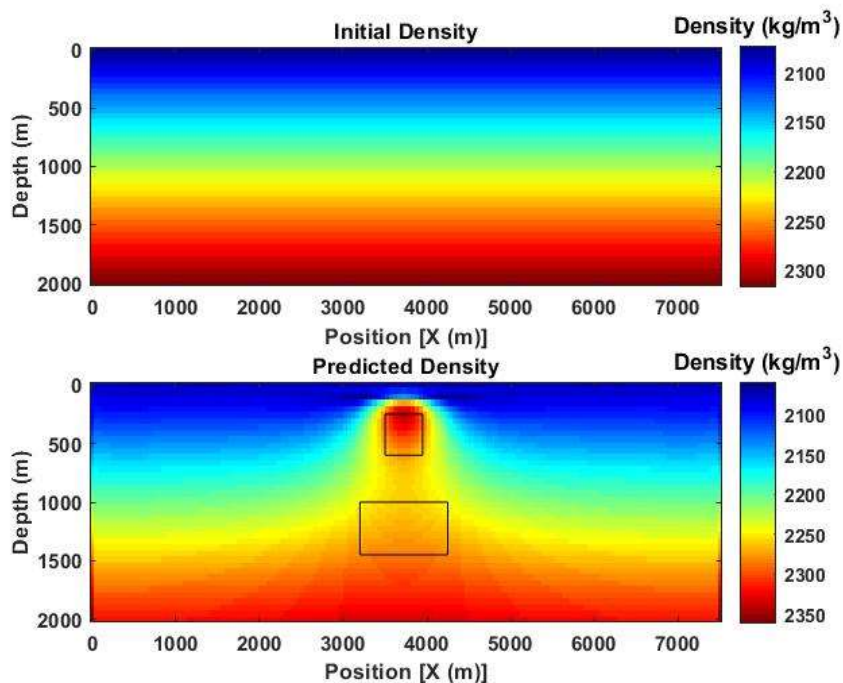
مدل مصنوعی دوم شامل دو آنومالی پرسرعت با سرعت و ابعاد متفاوت برای مدل لرزه‌ای و دو آنومالی با چگالی بالا و ابعاد و چگالی‌های متفاوت برای مدل گرانی است. آنومالی مستطیلی بالا در عمق ۳۵۰ متری با طول ۵۰۰ متر و عرض ۴۰۰ متر قرار دارد، همچنین آنومالی مستطیلی پایین در عمق ۱ کیلومتری با طول ۷۵۰ متر و عرض ۵۰۰ متر در مدل جای گرفته است (شکل ۵).

شکل ۶ واریون‌سازی فردی گرانی را در ۱۵۰ تکرار نشان می‌دهد. فقط آنومالی نزدیک به سطح بازیابی شده است و آنومالی عمیق‌تر قابل تفکیک نیز نیست. شکل ۷، واریون‌سازی فردی لرزه را در ۷۵ تکرار نشان می‌دهد.

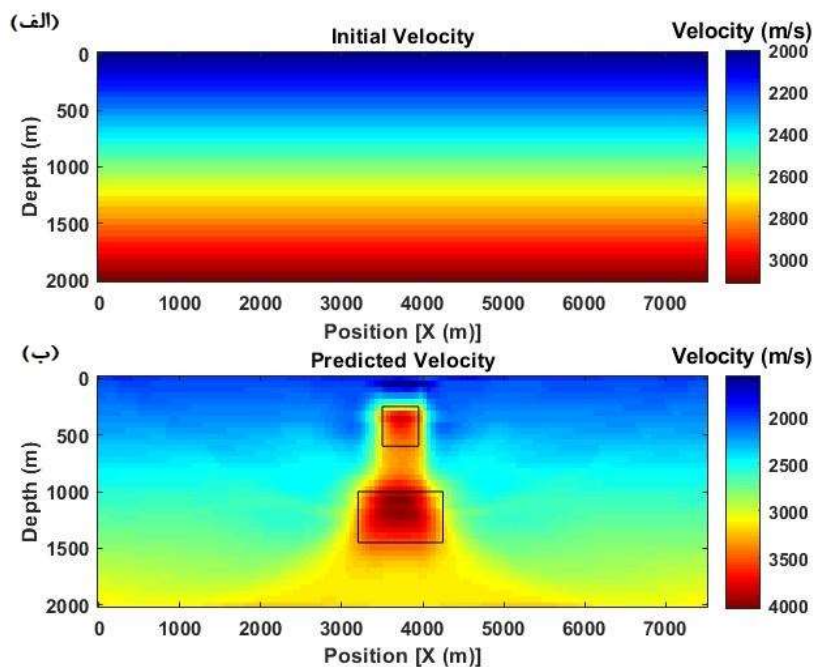
توموگرافی به‌دست آمده دو آنومالی تقریباً قابل تفکیک هستند. برای مدل مصنوعی دوم نیز واریون‌سازی مشترک با استفاده از رابطه گاردنر برای داده‌های مصنوعی گرانی و لرزه در ۱۵ حلقه انجام شده است. مدل اولیه برای شروع واریون‌سازی همانند مدل اولیه استفاده شده برای واریون‌سازی فردی لرزه است. شکل ۸ نتیجه واریون‌سازی حلقه آخر را نشان می‌دهد. در مجموع در فرآیند واریون‌سازی مشترک ۷۵ تکرار برای واریون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر و ۱۵۰ تکرار برای گرانی انجام شده است. در مقایسه با واریون‌سازی فردی گرانی و اولین رسید زمان‌سیر هر دو آنومالی بازیابی شده‌اند و محدوده آنومالی‌ها متمرکزتر نشان داده شده است.



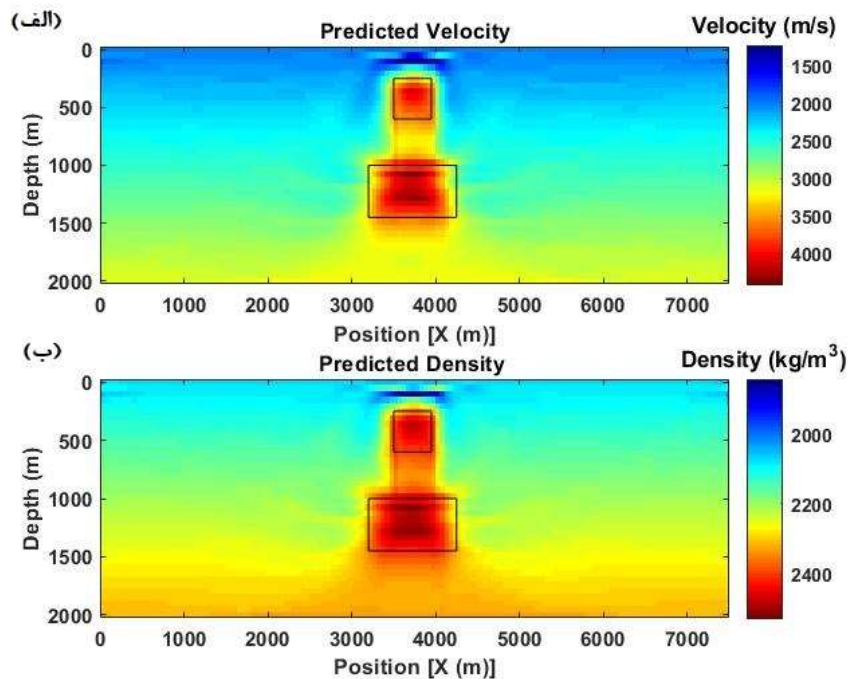
شکل ۵. مدل مصنوعی دوم. الف) مدل مصنوعی چگالی و ب) مدل مصنوعی سرعت برای تست واریون‌سازی فردی و مشترک است.



شکل ۶. وارون‌سازی گرانی فردی در ۱۵۰ تکرار برای مدل مصنوعی دوم. الف) مدل اولیه مورد استفاده برای شروع وارون‌سازی و ب) مدل چگالی به‌دست آمده بعد از ۱۵۰ تکرار وارون‌سازی است.



شکل ۷. وارون‌سازی فردی اولین رسیدن زمان‌سیر برای مدل مصنوعی دوم. الف) مدل اولیه سرعت برای شروع وارون‌سازی و ب) توموگرافی به‌دست آمده پس از ۷۵ تکرار است.



شکل ۸. وارون‌سازی مشترک مدل مصنوعی دوم در حلقه ۱۵ ام. الف) مدل سرعتی به‌دست آمده در حلقه ۱۵ ام و ب) مدل چگالی به دست آمده در حلقه ۱۵ ام.

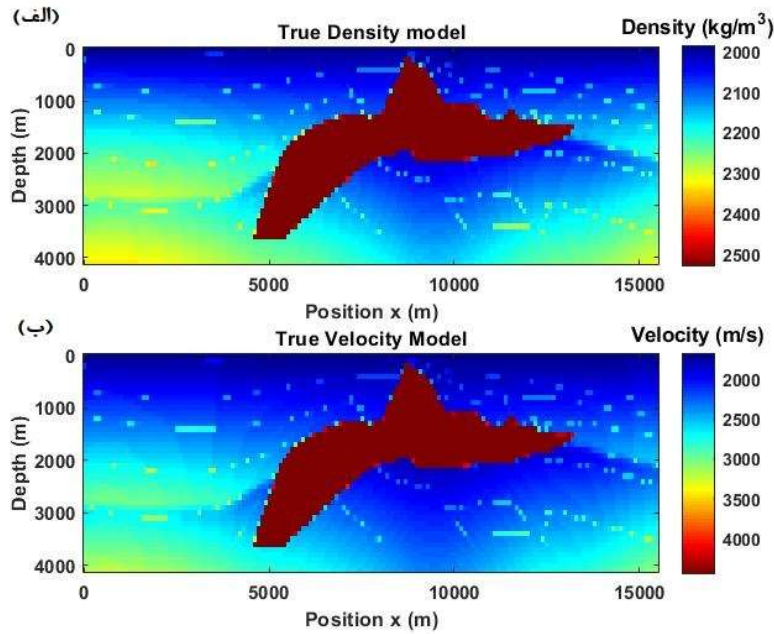
به مدل اولیه برای وارون‌سازی گرانی تبدیل می‌شود و وارون‌سازی گرانی در ۲۰ تکرار انجام می‌شود. سرانجام مدل چگالی به دست آمده با تبدیل معکوس گاردنر به مدل اولیه سرعت برای انجام وارون‌سازی برای حلقه بعد، تبدیل می‌شود.

شکل ۱۲. وارون‌سازی فردی گرانی را در ۱۶۰ تکرار نشان می‌دهد. در این تعداد تکرار فقط قسمت نزدیک به سطح آنومالی بازیابی شده اما شکل کلی و مرزهای آنومالی مشخص نیست. شکل ۱۳. وارون‌سازی فردی لرزه را در ۱۶۰ تکرار نشان می‌دهد. برای مدل سرعتی بازیابی شده نیز مرزهای آنومالی به‌خوبی قابل تشخیص نیست. وارون‌سازی مشترک در ۸ حلقه انجام شده است. شکل ۱۴. نتایج مدل-های بازیابی شده در حلقه آخر را نشان می‌دهد. در هر دو مدل آنومالی به‌خوبی بازیابی شده و قابل تشخیص هستند (شکل ۱۴).

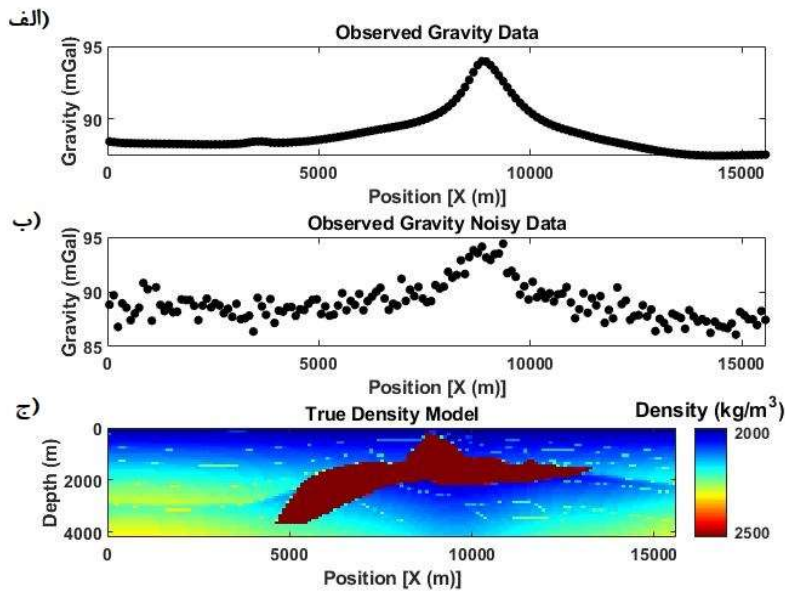
۳-۴ مدل شماره ۳. گنبد نمکی SEG/EAGE در این حالت برای بررسی نتایج مطالعه فوق یک مقطع دو بعدی از مدل گنبد نمکی SEG/EAGE در نظر گرفته می‌شود. طول پروفیل برای مدل ۱۵٫۶ کیلومتر و عمق آن ۴٫۲ کیلومتر با فاصله شبکه‌بندی ۱۰۰ در ۱۰۰ متر گسسته شده است. تعداد ایستگاه‌های گرانی برای مدل‌های تست شده برای وارون‌سازی گرانی ۱۵۶، با فاصله ۱۰۰ متر می‌باشد. همچنین به منظور وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر ۱۵۶ چشمه در نظر گرفته شده است و برای هر چشمه ۱۵۶ گیرنده وجود دارد. چشمه‌ها و گیرنده‌ها با فاصله ۱۰۰ متر به طور یکنواخت بر روی سطح مدل قرار دارند.

هر حلقه وارون‌سازی مشترک شامل سه مرحله است: ابتدا ۱۵ تکرار برای وارون‌سازی اولین رسید زمان‌سیر انجام می‌شود، سپس مدل به‌دست آمده با استفاده از رابطه گاردنر

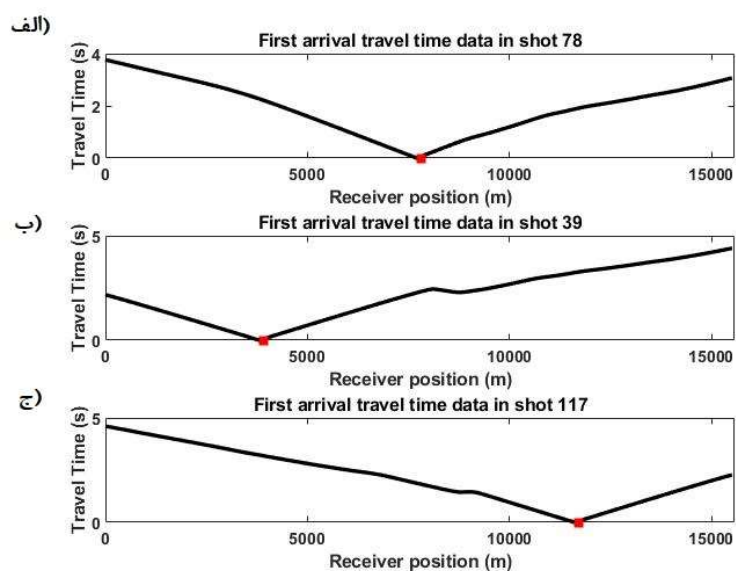
وارون‌سازی مشترک همراه با نویز نیز در ۹ حلقه انجام شده است. Error! Reference source not found. نتایج مدل‌های بازیابی شده همراه با نویز در حلقه آخر را نشان می‌دهد.



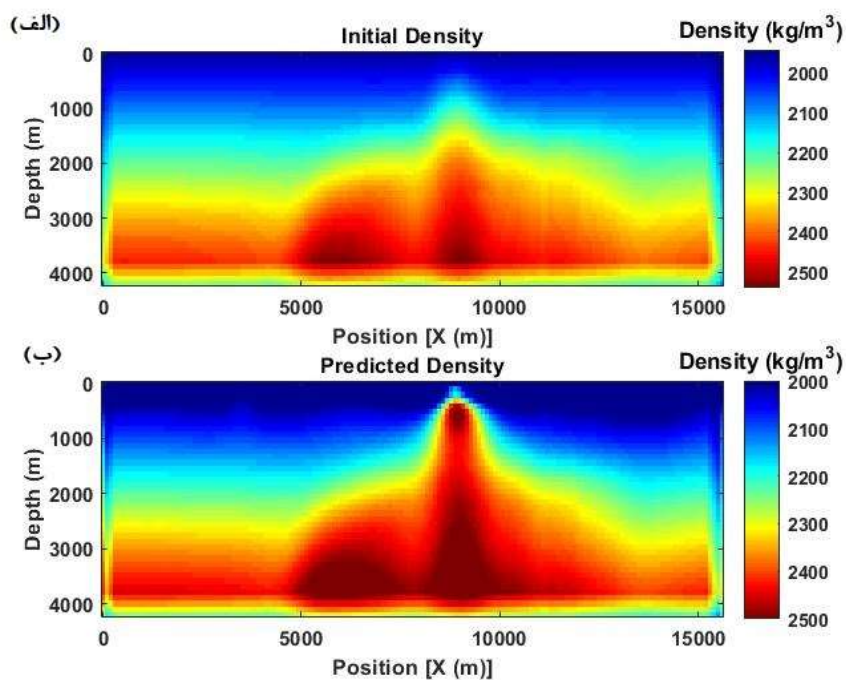
شکل ۹. مدل گنبد نمکی SEG/EAGE (الف) مدل مصنوعی چگالی و (ب) مدل مصنوعی سرعت برای تست وارون‌سازی فردی و مشترک است.



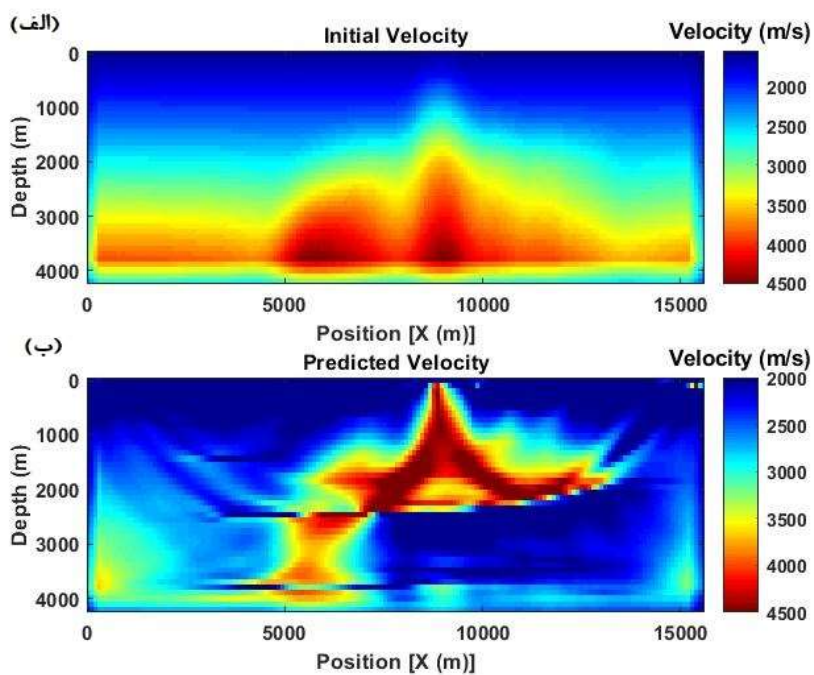
شکل ۱۰. (الف) داده مشاهده‌ای حاصل از مدل گنبد نمکی SEG/EAGE. (ب) داده مشاهده‌ای همراه با نویز حاصل از مدل گنبد نمکی SEG/EAGE. (ج) مدل چگالی گنبد نمکی SEG/EAGE.



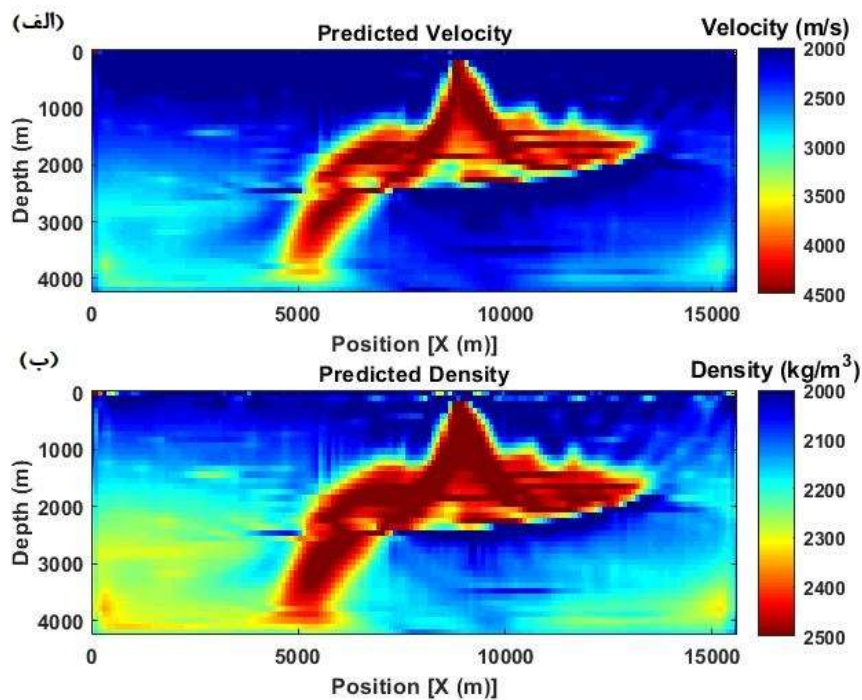
شکل ۱۱. الف) داده مشاهده‌ای اولین رسید زمان سیر در شوت ۷۸، ب) داده مشاهده‌ای اولین رسید زمان سیر در شوت ۳۹ و ج) داده مشاهده‌ای اولین رسید زمان سیر در شوت ۱۱۷ حاصل از مدل گنبد نمکی SEG/EAGE.



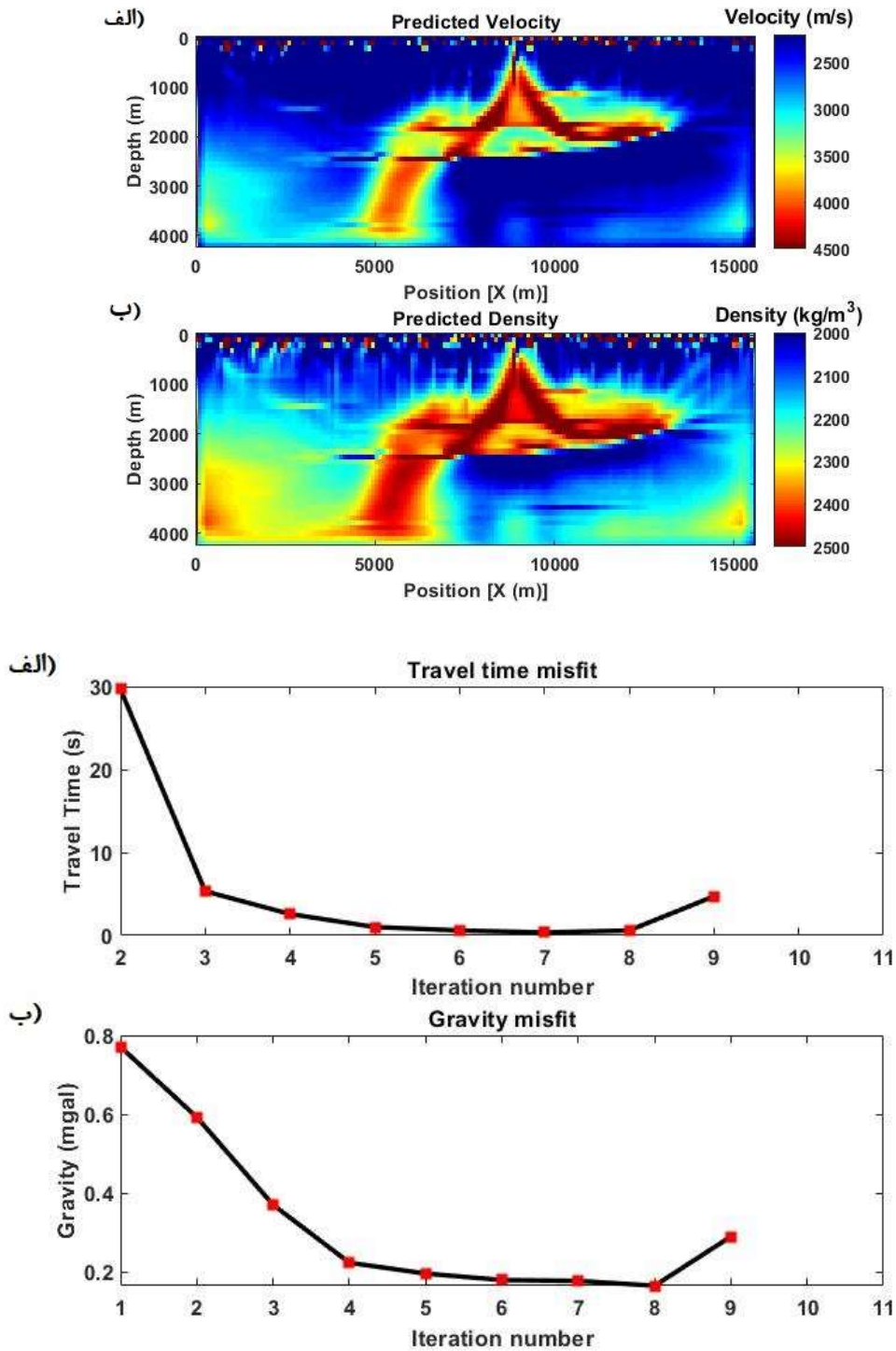
شکل ۱۲. وارون‌سازی گرانی فردی بدون نویز در ۱۶۰ تکرار برای مدل SEG/EAGE. الف) مدل اولیه مورد استفاده برای شروع وارون‌سازی و ب) مدل چگالی به‌دست آمده بعد از ۱۶۰ تکرار وارون‌سازی است.



شکل ۱۳. وارون‌سازی فردی اولین رسید زمان‌سیر برای مدل SEG/EAGE. (الف) مدل اولیه سرعت برای شروع وارون‌سازی و (ب) توموگرافی به‌دست آمده پس از ۱۲۰ تکرار است.



شکل ۱۴. وارون‌سازی مشترک بدون نویز مدل SEG/EAGE در حلقه هشتم. (الف) مدل سرعتی به‌دست آمده در حلقه هشتم و (ب) مدل چگالی به دست آمده در حلقه هشتم.



شکل ۱۵. الف) عدم برازش داده‌های زمان سیر در ۹ تکرار وارون‌سازی مشترک بدون نویز و ب) عدم برازش داده‌های گرانی در ۹ تکرار وارون‌سازی مشترک بدون نویز حاصل از مدل گنبد نمکی SEG/EAGE.

بازسازی مدل با سایر روش‌های ژئوفیزیکی ارائه می‌دهد.

مراجع

- Boulianger, O., & Chouteau, M. (2001). Constraints in 3D gravity inversion, Vol. 49, 2, pp. 265-280.
- Chen, Y., Yu, P., & Zhao, C. (2015). Joint inversion of gravity data and seismic transmission-reflection traveltime, SEG/CGS Workshop: GEM Chengdu 2015, April.
- Huang, J. W., & Bellefleur, G. (2012). Joint transmission and reflection traveltime tomography using the fast sweeping method and the adjoint-state technique, Vol. 188, 2, pp. 570-582.
- LaFehr, T. R., & Nabighian, M. N. (2012). *Fundamentals of gravity exploration*. s.l.: Society of Exploration Geophysicist.
- Lelièvre, P. G., Farquharson, C. G., & Hurich, C. A. (2012). Joint inversion of seismic traveltimes and gravity data on unstructured grids with application to mineral exploration, Vol. 77, 1, pp. K1-K15.
- Leung, S., & Qian, J. (2006). An adjoint state method for three-dimensional transmission traveltime tomography using first-arrivals. 2006, Vol. 4, 1, pp. 249-266.
- Li, X., & Chouteau, M. (1998). Three-dimensional gravity modeling in all space, Vol. 19, 4, pp. 339-368.
- Moorkamp, M., Heincke, B., Jegen, M., Roberts, A. W., & Hobbs, R. W. A., (2011). Framework for 3-D joint inversion of MT, gravity and seismic refraction data, Vol. 184, 1, pp. 477-493.
- Taillandier, C., Noble, M., Chauris, H., & Calandra, H. (2009). First-arrival traveltime tomography based on the adjoint-state method, Vol. 74, 6.
- Qian, J., Zhang, Y. T., & Zhao, H. K. (2007). Fast sweeping methods for eikonal equations on triangular meshes, Vol. 45, 1, pp. 83-107.
- Shi, B., Yu, P., Zhao, C., Zhang, L., & Yang, H. (2018). Linear correlation constrained joint inversion using squared cosine similarity of regional residual model
- برای توقف الگوریتم شرط زیر در نظر گرفته شده است:
- $$if \ \|d_{cal}^{n+1} - d_{obs}^{n+1}\|^2 \geq \|d_{cal}^n - d_{obs}^n\|^2 \quad (12)$$
- در شرط فوق تعداد تکرارهای انجام شده، d_{obs} مشاهده‌ای و d_{cal} داده محاسبه‌ای است. این شرط برای هر دو داده گرانی و زمان رسید در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۵ مقادیر شرط فوق برای وارون سازی مشترک مدل گنبد نمکی SEG/EAGE بدون نویز نشان داده شده است. در تکرار ۹ مقادیر عدم برازش در هر دو داده از مقادیر عدم برازش در تکرار ۸ بیشتر شده است و شرط فوق برای خاتمه وارون سازی برقرار است. برای وارون سازی دیگر مدل‌ها تعداد تکرار در وارون سازی مشترک بر اساس همین شرط بوده است.
- ### ۵ نتیجه‌گیری
- در این مطالعه تئوری وارون سازی مشترک دو روش گرانی سنجی و اولین رسید زمان سیر با استفاده از روش حالت الحاقی مرتبه اول مورد بررسی قرار گرفت. برای وارون سازی از رابطه گاردنر استفاده شده که بر اساس خواص پتروفیزیکی مدل‌ها است. رابطه گاردنر یک رابطه خطی بین سرعت و چگالی برقرار می‌کند. همچنین نتایج بر روی سه مدل مصنوعی تست و با وارون سازی فردی آن‌ها مقایسه شده است. در همه مدل‌ها به ویژه مدل گنبد نمکی SEG/EAGE، مدل سرعتی و مدل چگالی بازیابی شده است. روش گرانی در محیط‌های لایه‌ای محدود است و قادر به بازیابی لایه‌ها نیست. با وارون سازی مشترک بر این محدودیت غلبه شده است و در هر دو مدل لایه‌ها نیز بازتولید شده‌اند.
- با توجه به نتایج به دست آمده، روش فوق برای تصویرسازی از مدل‌های سطح زیرین کم عمق و محدود کردن آنومالی‌های پرسرعت و پرچگال در زمینه اکتشافات هیدروکربن مانند گنبد نمکی به کار برده می‌شود. داده‌های اولین رسید زمان سیر تفکیک پذیری قابل مقایسه‌ای را در

- Zhao, C., Zhang, L., Yu, P., Liu, Y., & Feng, S. (2019). Combined inversion of first-arrival travel times and reflection travel times, Vol. 67, 7, pp. 1764-1777.
- Zhao, H. A fast sweeping method for eikonal equations. 2005, Vol. 74, 250, pp. 603-627.
- Zhdanov, M. S. (2015). *Inverse theory and applications in geophysics*. s.l. : Elsevier, Vol. 36.
- vectors, Vol. 215, 2, pp. 1291-1307.
- Plessix, R. E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. 2006, Vol. 167, 2, pp. 495-503.
- Zelt, C. A., Azaria, A., & Levander, A. (2006). 3D seismic refraction traveltimes tomography at a groundwater contamination site, Vol. 71, 5, pp. H67-H78.

Joint inversion of gravity and adjoint-state first arrival tomography

Fatemeh Safari-Yasaghi¹ and Seyed-Hani Motavalli-Anbaran^{2*}

¹ M.Sc. Student, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

² Associate Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 14 October 2022, Accepted: 14 May 2023)

Summary

Joint inversion of different geophysical data is used to identify different geological structures and estimate some physical parameters. This study is aimed to do joint inversion of gravity and adjoint-state first arrival tomography by using the Gardner relation. *Gardner's relation* is an equation that relates seismic velocity to density.

In the gravity method, forward modeling aims to compute the gravity response at the surface due to a density distribution in the subsurface (Boulinger & Chouteau, 2001). RCG method introduced by Zhdanov (2015) has been used for inversion of gravity.

In the forward modeling of the seismic method, the eikonal equation is used to model the first arrival traveltime, which approximates the high-frequency wave equation. The eikonal equation is nonlinear. There are different methods to solve it, such as Raytracing, Fast Marching, Fast Sweeping, and Finite Difference. This solving method is usually based on a beam, grid, or graph. This study examines the fast sweeping method (FSM) based on rectangular grids by Zhao (2005) has presented.

Estimating model parameters from measured data generally minimizes the misfit function in geophysics. A classic way to solve a minimum problem is to determine the minimum of a series of linear problems sequentially. This formulation requires Frechet derivatives (Jacobin matrices), which need heavy and lengthy calculations. If minimization appears as a nonlinear optimization problem, only the misfit function gradient is required. In this study, the adjoint-state method is used to calculate the gradient.

In the 1970s, the adjoint-state method was developed to efficiently calculate the gradient. It is now a well-known numerical community method for calculating the gradient of a function misfit. It can be used when this function misfit depends on the model parameters through state variables. State variables are solutions to the forward problem (Plessix, 2006). For example, state equations can be beam equations in the tomography problem that is the subject of this study. State variables are spatial coordinates and slowness vectors that describe beam paths. The adjoint-state method is effective because only one additional linear system has to be solved.

This study performs the joint inversion of data based on the sequential inversion method using the petrophysical constraint, Gardner relation. The inversion process performs in several loops. In each loop, the individual seismic inversion is first performed in several iterations. The velocity model obtained using the Gardner relation is converted into a density model. The obtained density model is the initial model for individual inversion of gravity in the desired iterations. Finally, the obtained gravity model is converted to a velocity model using the inverse Gardner relation, and the above process is repeated to achieve the desired result. The results of the above inversion can be used to image shallow subsurface models and to limit the location of anomalies in hydrocarbon exploration in layered sediment environments such as basalt and salt dome modeling.

Keywords: Eikonal, fast sweeping, adjoint-state, gravity, first arrival travel time, joint inversion

*Corresponding author:

motavalli@ut.ac.ir