

## برآورد عمق بررسی در مدل سازی وارون توموگرافی مقاومت ویژه الکتریکی

\*فاطمه فرهمند<sup>۱</sup> و رضا قناتی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

<sup>۲</sup> دانشیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۱۸، پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۱۵)

### چکیده

برآورد صحیح و مناسب عمق قابل بررسی در مطالعات توموگرافی مقاومت ویژه الکتریکی هنگام ساخت مدل های زمین شناسی و هیدروژئولوژیکی از مجموعه داده های صحرایی بسیار مهم است؛ زیرا آگاهی از عمق قابل بررسی امکان اعتبار سنجی مدل های منتج شده از مدل سازی وارون را فراهم می آورد. عمق بررسی به عمقی اطلاق می شود که در عمق های بیشتر از آن داده های ژئوفیزیکی سطحی (یا هوا برد) به دست آمده نسبت به خواص فیزیکی لایه های زیر سطحی زمین حساس نیستند. به عبارت دیگر عمقی که در آن تغییرات فیزیکی زیر سطحی تأثیر چندانی در اندازه گیری های ژئوفیزیکی و نیز مدل بدست آمده از مسئله وارون ندارند. در بررسی های توموگرافی مقاومت ویژه الکتریکی، با هدف برآورد توزیع رسانندگی لایه های زیر سطحی، داده ها (مقاومت ویژه ظاهری) وارد یک مسئله وارون غیرخطی می شوند. سپس این مسئله وارون طی یک فرآیند تکراری و تحت قیود فیزیکی مناسب حل می شود. استنباط صحیح از مدل زمین شناسی زیر سطحی با استفاده از توزیع پارامتر فیزیکی مقاومت ویژه الکتریکی از طریق ارزیابی عمق قابل اطمینان از مدل منتج شده است. در همین راستا در این مقاله ابتدا رهیافتی برای محاسبه عمق قابل بررسی در توموگرام های مقاومت ویژه الکتریکی ارائه می شود. همچنین برای بررسی بیشتر از ماتریس حساسیت و نیز شاخص حساسیت به مدل اولیه نیز استفاده می شود. نتایج عددی بر روی داده های مصنوعی و واقعی نشان می دهد که نتایج به دست آمده از هر سه معیار یعنی عمق قابل بررسی، ماتریس حساسیت و شاخص حساسیت به مدل اولیه تا حدود زیادی یکدیگر را تأیید می کنند. همچنین مشاهده می شود که عدم اطلاعات (داده) کافی منجر به افزایش عدم قطعیت در مقطع وارون شده می شود که این موضوع به صورت کاهش عمق قابل بررسی، کمتر شدن میزان حساسیت و افزایش مقدار شاخص حساسیت به مدل اولیه می شود.

**کلمه های کلیدی:** توموگرافی مقاومت ویژه الکتریکی، عمق قابل بررسی، کمی سازی عدم قطعیت، مشتقات فرچت

## ۱ مقدمه

ژئوفیزیک اکتشافی در ابتدایی‌ترین شکل خود، کاربرد اصول فیزیک برای مطالعه خواص فیزیکی زمین است. اما تنها توانایی اندازه‌گیری داده‌های مربوط به خواص فیزیکی سطح زیرین کافی نیست. محققان در برداشت‌های ژئوفیزیکی، ویژگی‌های فیزیکی خاصی را مورد بررسی قرار می‌دهند. از آنجایی که این ویژگی‌ها تا عمق مشخصی تغییر می‌کنند، پروتکل‌های نمونه‌برداری مستلزم آن است که عمق مورد بررسی زیر عمق مورد نظر باشد. بنابراین بررسی‌های ژئوفیزیکی باید به گونه‌ای مناسب طراحی شود که تمامی این الزامات را برآورده سازد. این موضوع منجر به تخمین عمق قابل بررسی (DOI) می‌شود که به عمقی اشاره می‌کند که در زیر آن داده‌های سطحی (یا هوابرد) به دست آمده نسبت به ویژگی‌های فیزیکی زمین حساس نیستند (اش و همکاران، ۲۰۱۵).

مفهوم عمق بررسی توسط شلومبرژه (۱۹۲۰) معرفی شد و متعاقباً توسط بسیاری از محققان برای انواع آرایش‌های الکترودی و ساختارهای زیرسطحی مورد بحث قرار گرفت. گرچه تلاش‌هایی برای گسترش استفاده از این مفهوم صورت گرفته است، اما کاربرد اصلی آن در مقایسه‌ی کیفی پاسخ‌های مؤثر آرایه‌های الکترودی مختلف و درک کلی از منشأ زیرسطحی مقاومت ویژه اندازه‌گیری شده است (بارکر، ۱۹۷۹).

اوجن (۱۹۳۸) عمق بررسی را به عنوان عمقی تعریف کرد که در آن یک لایه‌ی افقی نازک حداکثر سهم را در کل سیگنال اندازه‌گیری شده در سطح ایجاد می‌کند. متعاقباً، روی و آپاراتو (۱۹۷۱) و روی (۱۹۷۲) از همین تعریف در مطالعات بر روی یک محیط همسانگرد و همگن استفاده کردند. روی (۱۹۷۲) منحنی‌هایی را برای آرایه‌های الکترودی مختلف از جمله ونر، شلومبرژه و دوقطبی-دوقطبی محاسبه کرد که پاسخ یک لایه افقی نازک با عمق متغیر را نشان می‌دهد. نقطه‌ای که این منحنی‌ها به حداکثر می‌رسند، عمق بررسی آرایه الکترودی را مشخص می‌کند (بارکر، ۱۹۸۹).

به دلیل اهمیت عملی روش، سایر محققان به دنبال بررسی نتایج روی و آپاراتو از طریق رویکردهای جایگزین بوده‌اند. بانرجی و پال (۱۹۸۶) با استفاده از رویکرد مقدار مرزی نشان دادند که برای یک زمین همگن، روابط ایجاد شده توسط روی و آپاراتو درست است (بارکر، ۱۹۸۹).

در مطالعات بعدی مشخص شد عمق بررسی به موقعیت الکترودها در آرایه نیز بستگی دارد (کوئفود، ۱۹۷۹؛ بارکر، ۱۹۸۹). یعنی اندازه‌گیری‌هایی علاوه بر توزیع مقاومت ویژه در زمین به نوع و گسترش آرایه نیز بستگی دارند. برای در نظر گرفتن اثرات موقعیت همه الکترودها، از دو رویکرد مقدار حداکثر؛ به عنوان مثال اوجن (۱۹۳۸)، روی و آپاراتو (۱۹۷۱)، روی (۱۹۷۲) و رویکرد عمق میانه؛ ادواردز (۱۹۷۷) استفاده شده است. این رویکردها ابتدا منحنی‌ای را محاسبه می‌کنند که نشان می‌دهد چه نسبتی از سیگنال اندازه‌گیری شده نهایی از یک لایه نازک در عمق از یک نیم فضای همگن ناشی می‌شود.

سایر تلاش‌ها برای تعریف عمق بررسی از تکنیک‌های مدل‌سازی پیشرو استفاده می‌کنند و بر این سؤال تمرکز می‌کنند که آیا داده‌ها قادر به تشخیص جسم در عمقی مشخص هستند. از جمله تحقیقات انجام شده می‌توان به عنوان مثال به ون نوسترانند (۱۹۵۳) و آپاراتو و همکاران (۱۹۹۲) اشاره کرد. پارکر (۱۹۸۴) در مقاله مهمی نشان داد که پتانسیل‌های مشاهده شده روی زمین یک بعدی را می‌توان با دنباله‌ای از لایه‌های رسانا که ضخامت انباشته شده آن بی‌نهایت کوچک است توضیح داد (بوتلر، ۲۰۱۶). اولدنبرگ و لی (۱۹۹۹) با استفاده از الگوریتم وارون سازی مدلی را ارائه دادند که می‌توان با استفاده از آن تفسیرهای نهایی را برای ارزیابی عمق قابل بررسی انجام داد.

برای ارزیابی اینکه آیا ویژگی‌ها در عمق توسط داده‌ها تولید می‌شوند یا مصنوعات (اثرات کاذب) منتج شده از فرآیند وارون سازی هستند، باید عمق بررسی را کمی کرد. اش و همکاران (۲۰۱۵) سه روش متفاوت برای تخمین DOI شامل یک روش تخمین تحلیلی بر اساس

در روش مدل سازی پیشرو، پاسخ مقاومت ویژه ظاهری زمین براساس مدلی با مقادیر دلخواه از رسانندگی الکتریکی محاسبه می شود. در این روش یک توزیع خاص برای اجزای زیرسطحی در نظر گرفته می شود و در قدم اول فضای زیرسطحی به تعداد زیادی سلول تقسیم می شود. سپس پاسخ این مدل تحت آرایش الکترودی موردنظر محاسبه می شود (لوک و بارکر، ۱۹۹۵؛ لوک و بارکر، ۱۹۹۶؛ دی و موریسون ۱۹۷۹).

مدل سازی پیشرو داده های مقاومت ویژه را می توان با روش های عددی مانند تفاضل محدود (FDM) و المان محدود (FEM) انجام داد. مدل تفاضل محدود دوبعدی توسط دی و موریسون (۱۹۷۹) تشریح شده است.

روش تفاضل محدود، یک تکنیک عددی است که برای حل توزیع پتانسیل سه بعدی برای یک منبع نقطه ای جریان واقع در یا روی سطح یک نیم فضای حاوی توزیع رسانایی دوبعدی برای احجامی به شکل دلخواه و با وسعت بی نهایت در امتداد یک راستا توسعه یافته است (دی و موریسون، ۱۹۷۹).

با استفاده از قانون اهم داریم:

$$J = \sigma E \quad (1)$$

که  $J$  چگالی جریان برحسب آمپر بر مترمربع ( $A/m^2$ )،  $\sigma$  رسانایی زمین برحسب موهو بر متر ( $mho/m$ ) و  $E$  شدت میدان الکتریکی برحسب ولت بر متر ( $V/m$ ) است. فرض می کنیم که میدان های الکترومغناطیسی با زمان تغییر نمی کنند ( $\partial/\partial t = 0$ ). بنابراین میدان الکتریکی از گرادین پتانسیل حاصل از منبع نقطه ای در زمین به دست می آید:

$$E = -\nabla\Phi \quad (2)$$

با استفاده از معادلات (۱) و (۲) می توان نوشت:

$$J = -\sigma\nabla\Phi \quad (3)$$

با وارد کردن چگالی جریان در معادله ی پواسون داریم:

$$\nabla \cdot (\sigma\nabla\Phi) = -\nabla \cdot J \quad (4)$$

مقاومت های ویژه مؤثر مدل، یک روش تخمین بر اساس حساسیت های تجمعی به دست آمده از ژاکوبین حاصل از تحلیل مدل وارون و یک روش تخمین بر اساس مقایسه مدل های وارون سازی را مورد بررسی قرار دادند.

مارتین (۲۰۰۹) از حساسیت های تجمعی برای بررسی DOI اندازه گیری های الکترومغناطیسی استفاده کرد. کریستینسن و اوکن (۲۰۱۲) DOI را عامل مهمی در ساخت مدل های وارون زمین شناسی یا هیدروژئولوژیکی می دانند. آن ها تأکید می کنند که بدون تخمین DOI، قضاوت در مورد مدل وارون نهایی بسیار دشوار است. آن ها با استفاده از حساسیت داده ها به ماتریس ژاکوبین، تعیین کمی DOI را ارائه کردند. یوگشوار (۲۰۱۴) و یوگشوار و تزکان (۲۰۱۷) این روش را با انتخاب یک حد آستانه بر اساس حساسیت های تجمعی یک مدل اولیه همگن گسترش دادند. ادرین و همکاران (۲۰۲۲) DOI را برای داده های مقاومت ویژه DC و IP در ذخایر سنگ معدن مس در ایستان ترکیه با استفاده از حساسیت های تجمعی و نتایج حاصل از الگوریتم وارون سازی دوبعدی تعیین کردند. با توجه به اهمیت کمی سازی عمق قابل بررسی در مدل های منتج شده از وارون سازی داده های مقاومت ویژه الکتریکی با هدف تحلیل عدم قطعیت این مدل ها، روشی برای محاسبه عمق بررسی در توموگرام های الکتریکی ارائه می شود. همچنین برای بررسی بیشتر از ماتریس حساسیت (SM) و نیز شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM) نیز استفاده می شود. در این مقاله ابتدا بنیان های نظری مدل سازی پیشرو و وارون توموگرافی الکتریکی ارائه می شود. سپس روابط ریاضی حاکم در رهیافت پیشنهادی برای محاسبه عمق قابل بررسی در توموگرام های الکتریکی معرفی می گردد. در نهایت کارایی روش بر روی یک مدل مصنوعی و یک داده واقعی مورد ارزیابی قرار می گیرد.

## ۲ روش شناسی

### ۱-۲ مدل سازی پیشرو

## ۲-۲ مدل سازی وارون

هدف اصلی در مدل سازی وارون تخمینی از پارامترهای مدل (m) با معلوم بودن داده های اندازه گیری شده (d) است. d بردار داده های اندازه گیری شده و m بردار پارامترهای مدل به صورت زیر تعریف می شود:

$$d = [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_m]^T \quad (11)$$

$$m = [m_1 \quad m_2 \quad \dots \quad m_n]^T \quad (12)$$

نماد T بیانگر بردار یا ماتریس ترانهاده است. در حالت کلی مسائل وارون غیرخطی به صورت معادله ی زیر بیان می شوند:

$$d_i = G(m_j)_i \quad (13)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

بطوریکه G عملگر غیر خطی و نمایانگر مسئله پیشرو است. روش وارون سازی مورد استفاده، روش اُکام (Occam's inversion) است که توسط کانستبل و همکاران (۱۹۸۷) ابداع شد. تابع عدم برازش بین داده های مشاهده ای و داده های محاسبه شده ( $\varphi_d$ ) و تابع منظم سازی ( $\varphi_m$ ) به ترتیب به صورت زیر بیان می شوند:

$$\varphi_d = \| W_d (d^{obs} - G(m)) \|^2 \quad (14)$$

$$\varphi_m = \| W_m m \|^2 \quad (15)$$

که در آن m بردار پارامترهای مجهول مسئله،  $d^{obs}$  بردار داده های مشاهده ای،  $W_d$  ماتریس وزنی داده ها است که یک ماتریس قطری  $m \times m$  شامل عکس انحراف معیار هر داده ( $\sigma$ ) است.

$$W_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_m} \end{bmatrix} = \text{diag} \left( \frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_m} \right) \quad (16)$$

بنابراین می توان تابع هدف کلی ( $\Phi$ ) را به صورت زیر نوشت:

$$\Phi = \varphi_m + \varphi_d = (\| W_d (d^{obs} - G(m)) \|^2 + \lambda^2 \| W_m m \|^2) \quad (17)$$

$$-\nabla \cdot J = -I\delta(r - r_s) \quad (5)$$

$\delta$  تابع دلتای دیراک و I شدت جریان تزریقی به زمین برحسب آمپر (A)، r بردار مکان در جهت های x و y و z و  $r_s = (x_s, y_s, z_s)$  بردار مکان الکتروود جریان در مختصات دکارتی می باشد. بنابراین:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = -I\delta(r - r_s) \quad (6)$$

توزیع رسانایی در یک فضای دوبعدی به صورت زیر است:

$$\nabla \cdot [\sigma(x, z) \nabla \Phi(x, y, z)] = -I\delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (7)$$

در حالی که توزیع رسانندگی ( $\sigma(x, z)$ ) دوبعدی است، توزیع پتانسیل  $\Phi(x, y, z)$  سه بعدی می باشد. بنابراین با تبدیل فضای مکان به فضای فوریه، معادله (۷) را می توان برای یک فضای سه بعدی تعمیم یافته بازنویسی کرد:

$$-\nabla \cdot [\sigma(x, z) \nabla \tilde{\Phi}(x, k_y, z) - k_y^2 \sigma(x, z) \nabla \tilde{\Phi}(x, k_y, z)] = -\frac{I}{2} \delta(x - x_s) \delta(z - z_s) \quad (8)$$

$k_y$  عدد موج در راستای y و  $\tilde{\Phi}$  پتانسیل تبدیل شده در فضای فوریه است.

با استفاده از روش عددی تفاضل محدود و در نظر گرفتن شرایط مرزی می توان معادله را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$C \tilde{\Phi}(x, k_y, z) = q \quad (9)$$

که در آن C ماتریس جفت شدگی تحت تأثیر توزیع رسانایی زیرسطحی و خواص گسسته سازی است. q بردار منبع با ویژگی تابع دلتای دیراک است.

در نهایت با استفاده از رابطه عکس تبدیل فوریه، رابطه ی پتانسیل از حوزه ی فوریه به حوزه ی مکان منتقل می شود:

$$\Phi(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \tilde{\Phi}(x, k_y, z) \cos(k_y y) dk_y \quad (10)$$

برازش (misfit) است، زیرا حدس اولیه معمولاً از هر مدلی که مطابقت کافی با مشاهدات داشته باشد دور است (کانستبل و همکاران، ۱۹۸۷). در این فاز رابطه‌ی (۲۰) حل شده، مدل به روزرسانی شده و سپس عدم برازش برای مقادیر مختلف  $\lambda$  بررسی می‌شود. پس از اینکه عدم برازش به حد مطلوب رسید فاز دوم (phase II) شروع به از بین بردن ویژگی‌های غیر ضروری می‌کند و در عین حال عدم برازش را در سطح مطلوب نگه می‌دارد (سیریونواراپورن و اگبرت، ۲۰۰۰).

### ۳ روش‌های ارزیابی عمق بررسی (DOI)

#### ۳-۱ روش وست کریستینسن و اوکن

وست کریستینسن و اوکن (۲۰۱۲) با استفاده از حساسیت‌های داده به مدل ذاتی ماتریس ژاکوبین، تعیین کمی DOI را ارائه کردند. این روش بر اساس محاسبه حساسیت از عناصر ماتریس ژاکوبین (J) در آخرین مرحله‌ی مدل سازی وارون و سپس جمع آن‌ها برای تولید مجموعه‌ای از حساسیت‌های تجمعی در فضای مدل است. این روش برای محاسبه‌ی DOI بر اساس یک ماتریس ژاکوبین محاسبه شده مجدد از یک مدل یک بعدی است. روش ارائه شده برای مدل‌های یک بعدی قابل اجرا است اما می‌تواند به مدل‌های دوبعدی و سه بعدی نیز گسترش یابد. برای ارزیابی DOI ابتدا ماتریس ژاکوبین را محاسبه می‌کنیم. در نهایت از ژاکوبین برای محاسبه حساسیت‌های تجمعی استفاده می‌شود که می‌توانیم DOI را از آن کسر کنیم. برای مدل m ماتریس ژاکوبین را محاسبه می‌کنیم:

$$J_{ij} = \frac{\partial \log(d_i)}{\partial \log(m_j)} \quad (22)$$

که نشان دهنده حساسیت به نقطه داده‌ی  $d_i$  از پارامتر مدل  $m_j$  است. با گرفتن مجموع هر ستون از J و نرمال سازی برای انحراف استاندارد نقاط داده ( $\Delta d_i$ ) حساسیت نرمال شده خطا s هر یک از پارامترهای مدل z در m با توجه به رابطه زیر محاسبه می‌شود:

ضریب  $\lambda$  تعادل بین توابع  $\varphi_m$  و  $\varphi_d$  را کنترل می‌کند و مشخص می‌کند هر یک از جملات باید تا چه مقدار کمینه شوند.

از آنجایی که تابع  $\varphi$  غیر خطی است، با گرفتن مشتق  $\varphi$  نسبت به  $m$  ( $\partial\varphi/\partial m$ ) و قرار دادن آن برابر با صفر ( $\nabla\varphi(m) = 0$ )، مدل پیشرو ( $G_i(m)$ ) با استفاده از بسط تیلور حول یک مدل اولیه ( $m^k$ ) خطی سازی می‌شود. تابع هدف به صورت زیر درمی‌آید:

$$\varphi_{k+1} = \|W_d \hat{d}(m^k) - J(m^k)m^{k+1}\|^2 + \lambda^2 \|W_m m^{k+1}\|^2 \quad (18)$$

که در آن  $\hat{d}(m^k) = d^{obs} - G(m^k) + J(m^k)m^k$  و J ماتریس حساسیت یا ماتریس ژاکوبین است که اثر تغییرات در داده‌ها را به تغییرات در پارامترهای مدل مرتبط می‌کند. ماتریس ژاکوبین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_{ij} = \frac{\partial G_i(m)}{\partial m_j} \quad (19)$$

در نهایت داریم:

$$m^{k+1} = [J(m^k)^T W_d^T W_d J(m^k) + \lambda^2 W_m^T W_m]^{-1} J(m^k)^T W_d^T W_d \hat{d}(m^k) \quad (20)$$

رابطه‌ی (۲۰) رابطه نهایی در روش وارون سازی اُکام است. با استفاده از یک مدل آغازگر ( $m^k, k=0$ ) مدل محاسبه شده در هر تکرار به مدل اصلی نزدیک تر می‌شود تا اینکه داده‌های محاسباتی ( $d^{cal}$ ) به داده‌های مشاهده شده ( $d^{obs}$ ) برازش پیدا کند. مقدار عدم برازش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\chi^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{d_i - G(m)_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (21)$$

$\sigma_i$  انحراف معیار داده‌ی  $i$  ام است. طبق رابطه بالا شرایط ایده آل برای معادله عدم برازش زمانی است که مقدار  $\chi^2$  دو برابر یک باشد.

مدل سازی وارون به روش اُکام دارای دو فاز است. در فاز اول (phase I) وارون سازی، وظیفه اصلی کاهش عدم

الکتریکی و توزیع مقاومت به دلیل تغییر در رسانایی زیرسطحی است. افزایش مقدار تابع حساسیت، نشان‌دهنده‌ی افزایش تأثیر محیط زیرسطحی بر پتانسیل اندازه‌گیری شده توسط آرایه الکتریکی است. ابعاد ماتریس حساسیت به اندازه‌ی مدل و همچنین موقعیت و تعداد جابجایی‌های الکترودها بستگی دارد؛ به طوری که هر عنصر ماتریس حساسیت فقط دارای رسانندگی سلول کناری خود است.

با توجه به مباحث مطرح‌شده در بخش مدل‌سازی پیشرو، داریم:

$$C\tilde{\Phi}(x, k_y, z) = q \quad (27)$$

برای محاسبه‌ی ماتریس حساسیت از معادله‌ی (۲۷) نسبت به رسانایی مشتق می‌گیریم:

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma} \Phi + C \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \sigma} = \frac{\partial q}{\partial \sigma} \quad (28)$$

با توجه به اینکه مشتق بردار منبع نسبت به رسانایی صفر است:

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma} \Phi + C \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \sigma} = 0 \quad (29)$$

با محاسبه‌ی  $\partial C / \partial \sigma$ ، ماتریس  $C$  با استفاده از توزیع رسانایی زیرسطحی و خواص گسسته سازی برای یک منبع نقطه‌ای به دست می‌آید. همچنین  $\Phi$  با حل معادله‌ی پیشرو محاسبه می‌شود. بنابراین با محاسبه‌ی  $\partial \tilde{\Phi} / \partial \sigma$  از معادله‌ی (۳۰) و محاسبه عکس تبدیل فوریه  $\partial \tilde{\Phi} / \partial \sigma$  می‌توان حساسیت را به دست آورد (برای جزئیات بیشتر به مقاله قناتی و فلاح‌صفری (۲۰۲۲) مراجعه شود).

### ۳-۳ شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM Index)

روش دیگری که عمق بررسی را در یک مدل‌سازی وارون تقریب می‌زند، شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM Index) است که توسط اولدنبرگ و لی (۱۹۹۹) معرفی

$$S_j = \sum_{i=1}^N \frac{J_{ij}}{\Delta d_i} \quad (23)$$

که در آن  $N$  تعداد نقاط داده مشاهده‌شده در  $d$  است. اکنون بردار  $S$  کل حساسیت‌های نرمال شده خطا را برای پارامترهای مدل با توجه به تمام داده‌ها نگه می‌دارد.

$$S_j^* = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{J_{ij}}{\Delta d_i}}{t_j} \quad (24)$$

که در آن  $t_j$  ضخامت لایه  $z$  در مدل گسسته  $m$  است.  $S$  برای آخرین لایه نیمه نامتناهی تعریف نشده است. با جمع کردن حساسیت‌های هر لایه طبق معادله‌ی (۲۴)، حساسیت‌های تجمعی  $S$  را به دست می‌آوریم:

$$S_j = \sum_{i=M, -1}^j S_i \quad (25)$$

که در آن  $M$  تعداد لایه‌ها برحسب  $m$  است. در نهایت، یک مقدار آستانه ( $\kappa$ ) تعیین می‌کنیم که نشان‌دهنده حداقل حساسیت موردنیاز برای اطلاعات نشان‌دهنده است. مقدار DOI برای استفاده از هر ستون از ماتریس  $S_j$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$[a, b] = \min(|S_j - \kappa|), j = 1, 2, \dots, p \quad (26)$$

بطوریکه  $p$  تعداد سلول یا گره‌های در محیط گسسته شده زیرسطحی است. همچنین  $a$  مقدار کمینه عبارت بالا به ازاء هر ستون ماتریس  $S_j$  است و  $b$  نشان‌دهنده شماره ردیف مقدار کمینه در هر ستون ماتریس  $S_j$  می‌باشد. بر همین اساس منحنی DOI از رابطه بالا و براساس مقادیر  $b$  قابل ترسیم در توموگرام مقاومت‌ویژه الکتریکی است. تعیین مقدار آستانه بر اساس تجربه، شهود و مقایسه مدل‌های مختلف با روش‌های مختلف است.

### ۲-۳ حساسیت (ماتریس ژاکوبین)

مشتقات فرجه یا مقادیر حساسیت درایه‌های ماتریس ژاکوبین را می‌سازد. مقادیر حساسیت نمایانگر تغییر پتانسیل

#### ۴ وارون سازی داده های مصنوعی

به منظور استفاده بهینه از قابلیت های الگوریتم توسعه داده شده جهت ارزیابی عمق بررسی (DOI)، نخست عملکرد آن بر روی داده های مصنوعی به همراه نوفه، مورد تحلیل و بررسی قرار می گیرد. سپس بر اساس میزان تطابق نتایج به دست آمده با جواب اصلی مسئله، از این روش ها برای بررسی داده های واقعی در یک منطقه استفاده می شود. مدل زمین شناسی مصنوعی دو بلوک مدفون با مقاومت ویژه  $10 \Omega m$  و  $1000 \Omega m$  در عمق  $4$  متری زمینی با مقاومت ویژه  $100 \Omega m$  را شبیه سازی می کند. قبل از مدل سازی وارون برای شبیه سازی یک حالت واقعی، نوفه گوسی تصادفی با انحراف معیار  $5\%$  مقدار دامنه هر داده، به داده های مصنوعی اضافه شده است. با هدف محاسبه پاسخ مقاومت ویژه ظاهری،  $40$  ایستگاه الکترودی با کوچک ترین فاصله الکترودی  $5$  متر ( $a = 5m$ ) و طول پروفیل  $200$  متر طراحی شده است. همچنین نوع آرایه های مورد استفاده دوقطبی-دوقطبی با طول گام  $8$  پرش ( $n = 8$ ) می باشد (شکل ۱). شکل (۲) به ترتیب از بالا به پایین شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده های مشاهده ای ( $\rho^{obs}$ )، شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده های محاسباتی ( $\rho^{cal}$ ) و مقطع مقاومت ویژه ( $\rho$ ) حاصل از مدل سازی وارون و شکل (۳) به ترتیب از بالا به پایین عمق قابل بررسی (DOI)، ماتریس حساسیت (SM) و شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM) برای مدل مصنوعی شکل (۱) و با استفاده از آرایه ی دوقطبی-دوقطبی را نشان می دهد.

با توجه به خروجی های الگوریتم مدل سازی وجود یک بی هنجاری با مقاومت ویژه متفاوت نسبت به سنگ میزبان، باعث اغتشاش در خطوط جریان و به دنبال آن در منحنی های هم پتانسیل می شود. اگر بی هنجاری نسبت به سنگ میزبان رساناتر باشد خطوط جریان با انتخاب مسیر رساناتر نسبت به سنگ میزبان مقاوم تر به طرف توده ی رسانا کشیده می شوند و باعث به هم خوردن الگوی خطوط

شد. ایده اصلی این است که تعیین کنیم کدام بخش از دامنه مدل برای برازش داده ها مهم است که مقایسه نتایج مدل سازی وارون به دست آمده با استفاده از مدل های اولیه ی مختلف به دست می آید. این بدان معنی است که بررسی می شود که در کجا نتایج مدل سازی وارون مشابه یکدیگر است و در کجا نتایج متفاوت است (اولدنبگ و لی، ۱۹۹۹؛ ادرین، ۲۰۱۷). روش کار به شرح زیر است:

۱- مقدار میانگین داده های اندازه گیری شده ( $d_{mean}$ ) تعیین می شود.

۲- مدل سازی وارون اصلی با استفاده از  $d_{mean}$  به عنوان پارامتر برای مدل اولیه  $p^0$  انجام می شود.

۳- پس از آن، دو مدل سازی وارون دیگر با استفاده از یک مدل اولیه با مقدار پارامتر افزایش یافته (در اینجا مقاومت ویژه)  $p_1^0 = 10p^0$  و دیگری با مدل پارامتر اولیه کاهش یافته  $p_2^0 = 1/10p^0$  انجام می شود. سپس نتایج وارون سازی به ترتیب به صورت  $p_1$  و  $p_2$  نشان داده می شود.

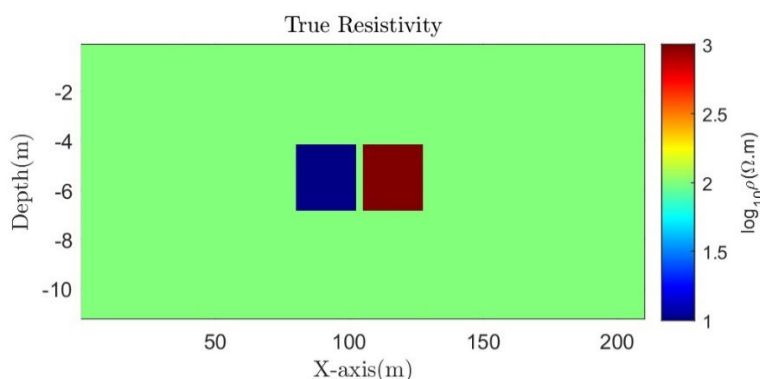
۴- از این دو مدل سازی وارون، شاخص حساسیت به مدل اولیه به دست می آید.

$$R_j = \frac{p_{1,j} - p_{2,j}}{p_{1,j}^0 - p_{2,j}^0} \quad (30)$$

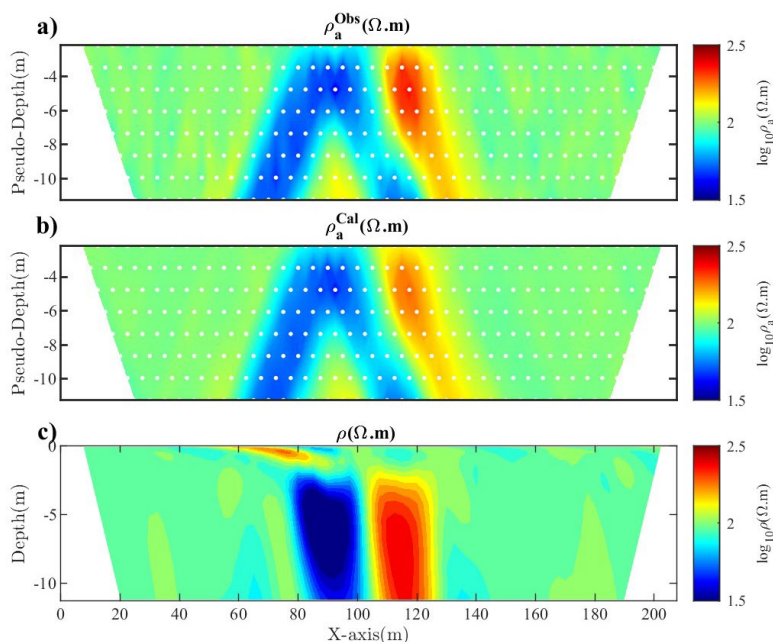
که در آن  $R_j$  ورودی مربوط به عنصر پارامتر  $j$  ام است. مقدار  $R_j$  نشان می دهد که پارامتر عنصر  $j$  بیشتر به مدل اولیه بستگی دارد یا به داده های اندازه گیری شده. اگر  $R_j \approx 0$  باشد، نتایج مدل سازی وارون  $p_{1,j}$  و  $p_{2,j}$  برابر هستند و پارامتر  $j$  مستقل از انتخاب مدل اولیه و تنها تحت تأثیر داده های اندازه گیری شده است. همچنین اگر  $R_j \approx 1$  باشد تفاوت بین نتایج مدل سازی وارون  $p_{1,j}$  و  $p_{2,j}$  برابر با تفاوت بین مدل های اولیه است. این بدان معناست که پارامتر  $j$  تنها تحت تأثیر مدل اولیه قرار دارد و تحت تأثیر داده های اندازه گیری قرار نمی گیرد (اولدنبگ و لی، ۱۹۹۹؛ ادرین، ۲۰۱۷).

به سمت پایین توده خم می‌شود و در توده‌های مقاوم‌تر DOI به سمت بالا کشیده می‌شود. علت این رخداد آن است که حساسیت در محیط‌های رسانا، بیشتر از محیط‌های مقاوم (از لحاظ الکتریکی) است. با توجه به نمودارهای الگوی حساسیت (شکل ۳-ب) وجود یک توده‌ی رسانا با مقاومت الکتریکی کمتر نسبت به زمینه باعث افزایش بزرگی حساسیت و وجود بی‌هنجاری با مقاومت بالاتر نسبت به زمینه باعث کاهش بزرگی حساسیت خواهد شد. همچنین در مناطقی که داده دریافت نشده است (مانند عمق‌های سطحی و گوشه‌های مدل) حساسیت صفر یا نزدیک صفر

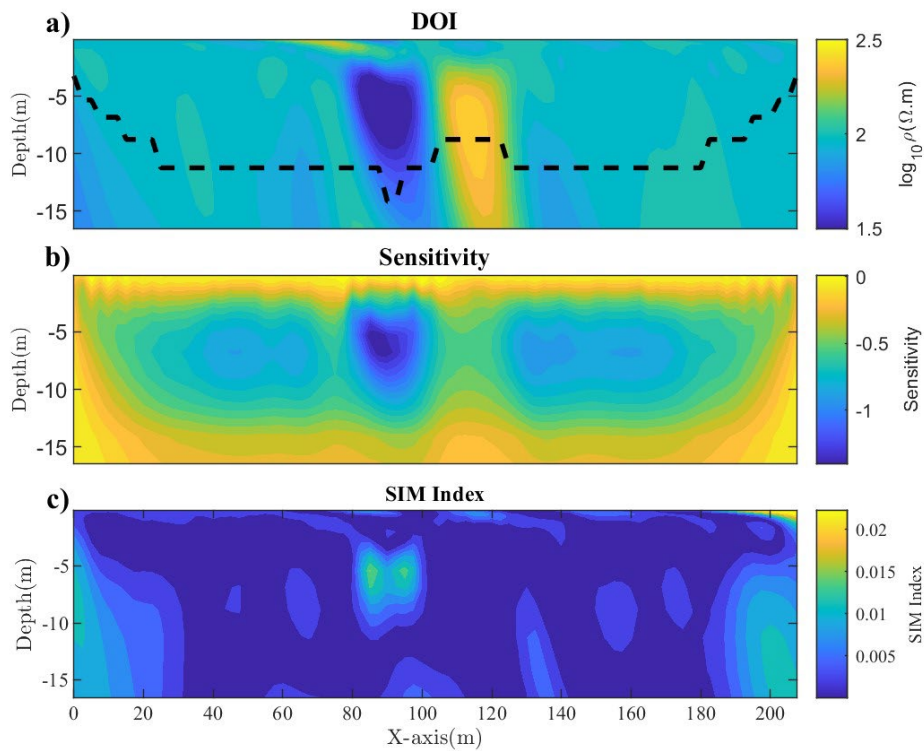
جریان نسبت به زمین همگن می‌شوند. از آنجایی که خطوط جریان عمود بر خطوط پتانسیل هستند این اغتشاش در خطوط جریان باعث به هم خوردن خطوط پتانسیل نیز می‌شود. اگر بی‌هنجاری نسبت به سنگ میزبان مقاوم‌تر (از لحاظ الکتریکی) باشد خطوط جریان محیط مقاوم را دور می‌زنند تا از مسیر رساناتر عبور کنند. این حالت نیز باعث اغتشاش در خطوط جریان و پتانسیل می‌شود. این اصل به‌وضوح در مقاطع عمقی مقاومت ویژه الکتریکی حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌ها دیده می‌شود. در مقطعی که توده‌ی بی‌هنجاری نسبت به سنگ میزبان رساناتر است DOI



شکل ۱. نمایش دوبعدی از توزیع  $\rho(x, z)$  مرتبط با مدل مصنوعی با دو بلوک مدفون. هر یک از بلوک‌ها دارای تباين مثبت و منفی نسبت به زمینه و به ترتیب دارای مقاومت ویژه  $1000 \Omega m$  و  $10 \Omega m$  می‌باشند. نیم فضای اطراف دارای مقاومت ویژه  $100 \Omega m$  است.



شکل ۲. نتایج حاصل از وارون‌سازی مدل مصنوعی؛ (a) شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده‌های مشاهده‌ای ( $\rho^{obs}$ ) (b) شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده‌های مشاهده‌ای ( $\rho^{obs}$ ) (c) مقطع مقاومت ویژه ( $\rho$ ) حاصل از مدل‌سازی وارون. داده‌های محاسباتی ( $\rho^{cal}$ )



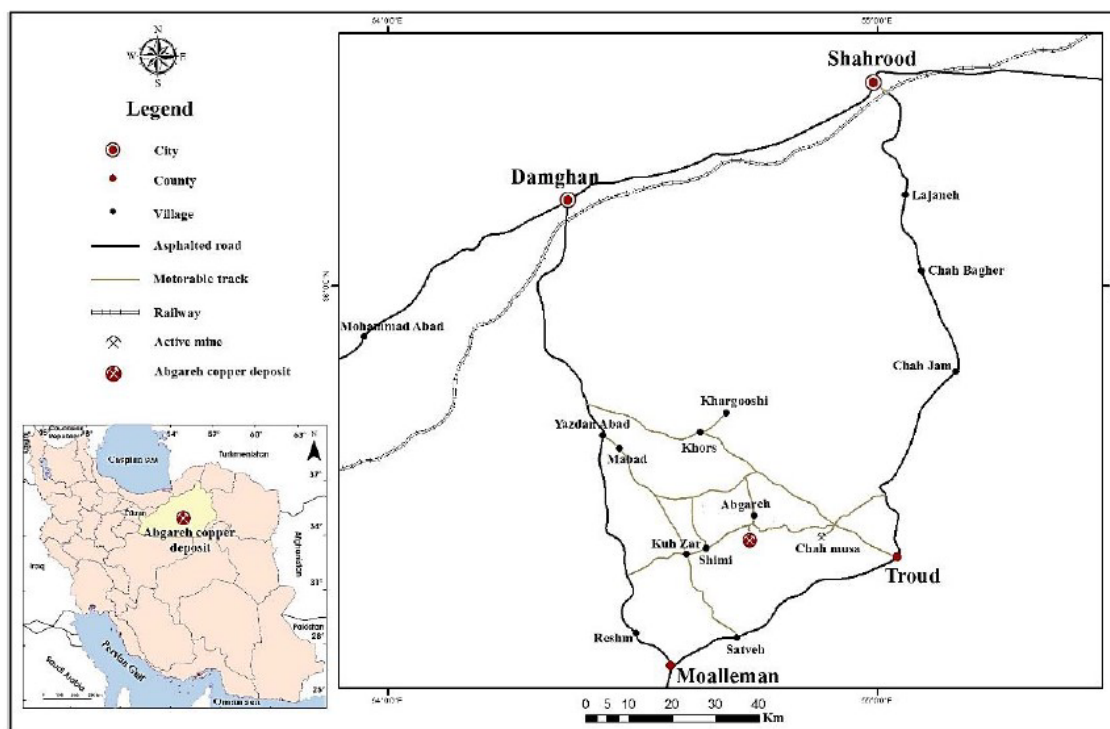
شکل ۳. نتایج ارزیابی مدل وارون شده با استفاده از: (a) عمق قابل بررسی (DOI) (خطوط نقطه‌چین تغییرات DOI را نشان می‌دهند) (b) ماتریس حساسیت (SM) و (c) شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM).

## ۵ وارون‌سازی داده‌های واقعی

پس از ارزیابی الگوریتم وارون‌سازی بر روی یک مدل مصنوعی و نیز بررسی عملکرد روش‌های پیشنهادی برای ارزیابی عمق قابل بررسی در مسائل وارون، در این بخش، عملکرد الگوریتم بر روی داده‌های واقعی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

مطالعات ژئوفیزیک به روش مقاومت ویژه الکتریکی (RS) به منظور اکتشاف نواحی حاوی سولفور مس و مناطق سیلیسی شده در محدوده اکتشافی آبگاره واقع در شهرستان شاهرود و در مجاورت روستای آبگاره انجام شد. محدوده اکتشافی کانسار مس آبگاره به مساحت ۲۹/۸۲ کیلومترمربع در استان سمنان، ۱۴۰ کیلومتری جنوب غرب شاهرود و ۳۴ کیلومتری غرب روستای طرود واقع شده است (شکل ۴).

است. برای ارزیابی تأثیر انتخاب مدل اولیه از شاخص SIM استفاده شد. در مدل‌سازی وارون، میانگین هندسی داده‌های مشاهده‌ای به عنوان مدل اولیه ( $p^0$ ) استفاده شد. سپس دو مدل‌سازی وارون دیگر با مدل شروع کننده ۱۰ برابر برابر مدل اولیه ( $p_1^0 = 10p^0$ ) و دیگری ۰/۱ برابر برابر مدل اولیه ( $p_2^0 = 1/10p^0$ ) انجام شد. نتایج حاصل از وارون‌سازی به روش شاخص SIM بر نتایج به دست آمده از تخمین عمق بررسی (DOI) منطبق است و از الگوی حساسیت پیروی می‌کند (شکل ۳-۳). وجود بی‌هنجاری رساناتر نسبت به زمینه باعث افزایش و وجود بی‌هنجاری مقاوم‌تر باعث کاهش مقدار شاخص SIM می‌شود که علت آن افزایش حساسیت در توده‌های رسانا نسبت به توده‌های مقاوم است.



شکل ۴. موقعیت جغرافیایی و راه‌های دسترسی به محدوده اکتشافی مس آبگاره.

گرانیتوئیدی ائوسن-لیگوسن قطع شده و دگرسانی گرمایی گسترده‌ای را در آن‌ها ایجاد کرده است که نقش اصلی را در کانی سازی داشته‌اند؛ به طوری که اغلب کانسارهای منطقه در حاشیه یا نزدیک توده‌های نفوذی تشکیل شده‌اند. با بررسی نقشه‌های زمین شناسی (شکل ۵) و برداشت‌های صحرایی انجام شده حضور گسترده سنگ‌های ولکانیکی از طرود تا چشمه شیرین به همراه توده‌های نفوذی گرانیتی تا گرانودیوریتی به سن الیگوسن و ولکانیک‌های آندزیتی تا اندزیت پورفیری خاکستری به سن ائوسن، لیتولوژی عمده منطقه را تشکیل می‌دهند. به طور کلی می‌توان گفت در منطقه معدنی طرود دو گونه شاخص از کانی سازی شامل کانی سازی فلزی و کانی سازی غیرفلزی دیده می‌شود. از کانی سازی فلزی می‌توان به کانسارهای سرب و روی که در آن‌ها علاوه بر سرب و روی، مقادیری از عناصر طلا، نقره، کادمیوم، مس، آهن، جیوه و باریم نیز شناسایی شده است، کانه‌های مس دار که با طلا، آهن، سرب و روی همراه هستند و همچنین کانی سازی طلا اشاره نمود. در این منطقه

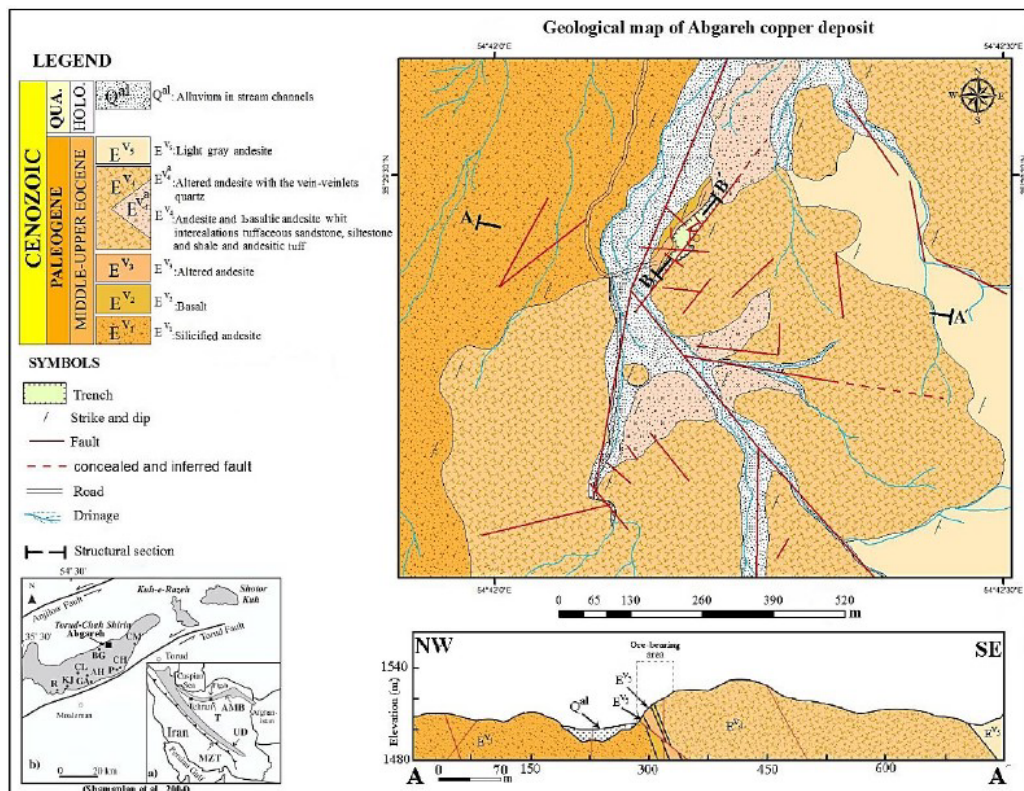
#### ۵-۱ پیشینه ی زمین شناسی منطقه ی مورد مطالعه

منطقه اکتشافی کانسار مس آبگاره بخشی از ارتفاعات نوار طرود-چاه شیرین و با روند کلی شمال شرقی- جنوب غربی به شمار می‌رود. زمین شناسی این منطقه تحت تأثیر عملکرد دو گسل اصلی و بزرگ طرود در جنوب و انجیلو در شمال و تعداد زیادی گسل‌های فرعی وابسته به آن‌ها قرار دارد. از مهم‌ترین ارتفاعات آن می‌توان به کوه‌های چاه شیرین در غرب، کوه‌های طرود-رشم در مرکز و کوه شتر در شرق اشاره نمود. بخش‌های شمالی محدوده معدنی به طور عمده توسط آبرفت‌های عهد حاضر پوشیده شده‌اند که در نتیجه فرسایش و هوازدگی واحدهای قدیمی‌تر به وجود آمده‌اند. این آبرفت‌های جوان قسمت عمده دشت را به خصوص در قسمت شمالی منطقه تشکیل داده‌اند.

نوار ماگمایی طرود-چاه شیرین شامل گدازه‌ها و توف‌های مربوط به ائوسن است، که توسط توده‌های

شیرین) گسترش دارند، مشاهده می‌شوند. نمک و گچ نیز در نیمه جنوبی ورقه کلاته رشم رخمون دارند. در کمربند آتشفشانی نفوذی طرود-چاه شیرین تعداد زیادی کانسار و آثار معدنی فلزات پایه و فلزات گران‌بها گزارش شده است. در این منطقه دو معدن مس بانام‌های چاه موسی و قلعه سوخته نیز وجود دارد. در منطقه معدنی چاه موسی، کانی‌سازی توسط درزها و گسل‌ها کنترل می‌شود و به نظر می‌رسد که در منطقه اکتشافی آبگاره نیز چنین باشد. در این ناحیه شواهدی از معدنکاری قدیمی دیده می‌شود. همچنین یک تونل استخراجی در جنوب محدوده وجود دارد. در برون‌زدهای منطقه کانی‌های مالاکیت و کالکوسیت در کنار رگه‌های سیلیسی شده رؤیت می‌شود. بنابراین تشخیص بی‌هنجاری‌هایی با مقادیر بالای شارژ پذیری الکتریکی و مقاومت ویژه الکتریکی می‌تواند راهنمایی جهت ردیابی کانی‌سازی احتمالی در عمق باشد.

دگرسانی آرژیلیتی که در بسیاری از رخنمون‌های سنگ‌های آتشفشانی و در همبری توده‌های آتشفشانی نیمه عمیق یا دایک‌ها دیده می‌شوند، می‌تواند برای اکتشاف طلا مورد توجه قرار گیرد. در منطقه کانی‌سازی فلزی طرود-چاه شیرین، ذخایر غیرفلزی به خصوص خاک‌های صنعتی و به‌طور عمده بنتونیت، کائولینیت و فلدسپات نیز نمود دارند. در محور رشم تا شمال غرب طرود، توف‌های اسیدی-ریولیتی مربوط به ائوسن رخنمون دارند و در محل‌هایی که کانی اصلی، مونت موریلونیت باشد، این توف‌ها تشکیل معادن بنتونیت را داده‌اند. به‌علاوه، در مناطقی که توف‌ها سالم و میزان فلدسپات در آن‌ها بالا بوده، معادن فلدسپات تشکیل شده‌اند. از سایر کانی‌های غیرفلزی می‌توان به سیلیس، نمک و گچ اشاره نمود. رگه‌های سیلیسی در نقاطی که سنگ‌های شیستی پالئوزوئیک (دره رشم و چاه

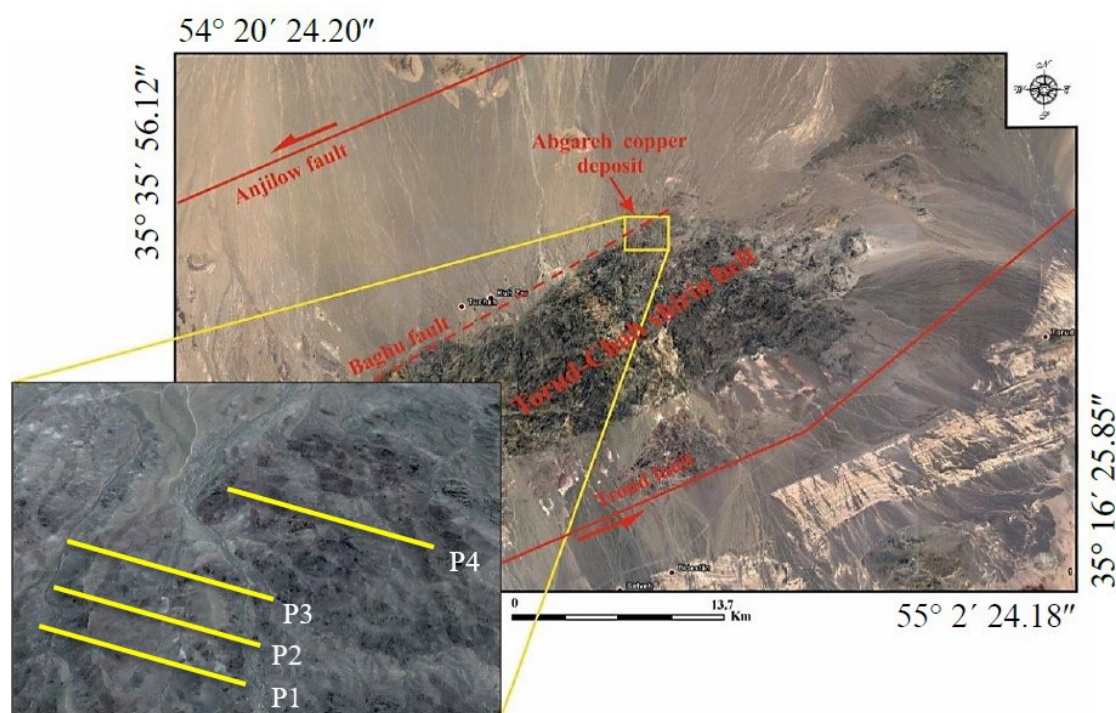


شکل ۵. نقشه زمین‌شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ محدوده اکتشافی آبگاره و نیمرخ عرضی آن بر اساس نقشه زمین‌شناسی معلمان

## ۲-۵ نحوه انجام برداشت‌ها و تفسیر و پردازش داده‌های صحرایی

همان‌طور که گفته شد در این مطالعات از روش مقاومت ویژه الکتریکی استفاده شده است. آرایش به کاررفته در این روش، ترکیب آرایش‌های دوقطبی-دوقطبی و قطبی-دوقطبی با فواصل الکترودی ۲۰ متر بوده که مجموعاً در محدوده مورد مطالعه در طول ۴ مقطع تعداد ۷۸۹ قرائت برداشت شد. در شکل (۶) موقعیت این مقاطع بر روی تصویر ماهواره‌ای (Google Earth) نشان داده شده است. در آرایه دوقطبی-دوقطبی از  $n = 1$  تا  $n = 11$  و در آرایه قطبی-دوقطبی از  $n = 8$  تا  $n = 11$  استفاده شد. بر اساس این روش برداشت ترکیبی، با فواصل الکترودی ۲۰ متری تا عمق ۹۰ متر در مسیر پروفیل مورد مطالعه قرار گرفته است. هدف مطالعات اکتشافی، بررسی چگونگی گسترش عمقی

و جانبی کانی‌سازی احتمالی در محدوده اکتشافی می‌باشد. سه مقطع ۱ تا ۳ که بانام‌های P1 تا P3 نام‌گذاری شده‌اند بر روی بی‌هنجاری مشاهده شده در بخش جنوبی منطقه‌ی مورد مطالعه با فواصل الکترودی ۲۰ متر و به صورت ترکیب دو آرایه دوقطبی-دوقطبی و قطبی-دوقطبی و بافاصله ۵۰ متر از یکدیگر طراحی و اجرا شد. بیشینه عمق مورد کاوش در این سه مقطع ۹۰ متر است. این مقاطع با آزمون  $263^\circ$  (زاویه به صورت ساعت گرد نسبت به جهت شمال جغرافیایی) اجرا شده‌اند. الکترودهای جریان در سمت شرقی و الکترودهای پتانسیل در سمت غربی پروفایل واقع شده‌اند. مقطع شماره ۴ بانام P4 با آرایشی مشابه با سه مقطع پیشین و با آزمون  $255^\circ$  اجرا شده است.



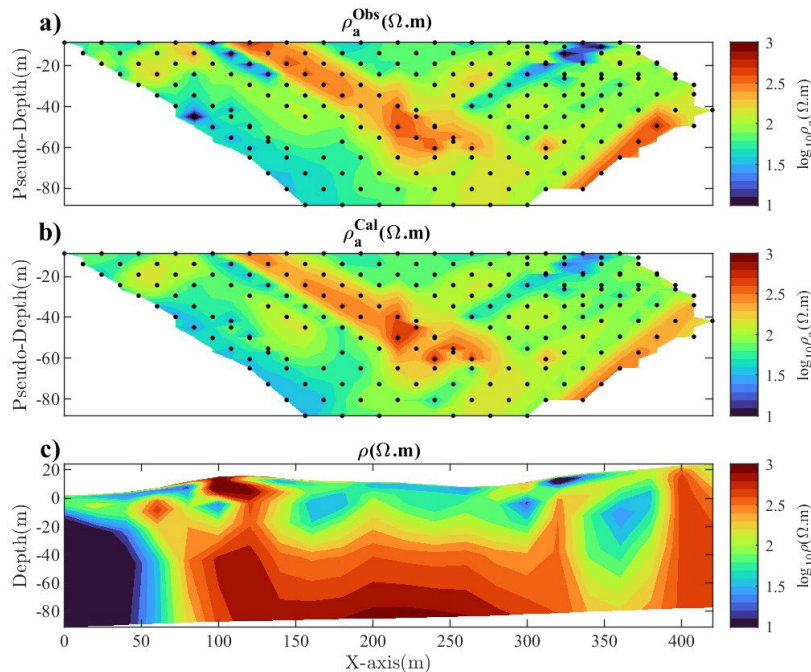
شکل ۶. نقشه محدوده مورد مطالعه و موقعیت اجرای مقاطع ژئوفیزیک بر روی تصویر ماهواره‌ای.

محدوده اکتشافی است. بخش شمالی‌ترین بی‌هنجاری راستای جنوب شرقی-شمال غربی به خود گرفته است. جنوبی‌ترین بخش بی‌هنجاری شماره ۱ منطبق بر پرونده‌های حاوی کانی‌سازی مس در این محدوده

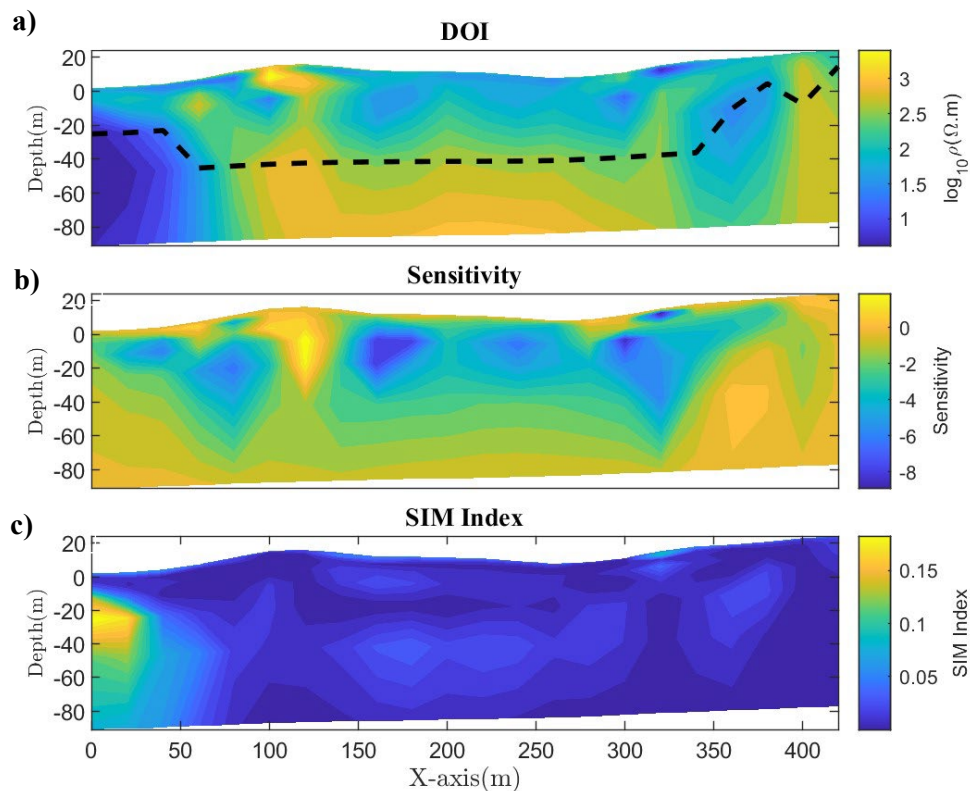
در اینجا تنها نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون پروفیل P1 بررسی می‌شود. بی‌هنجاری ۱ با راستای تقریبی شمالی-جنوبی و گسترش ۳۰۰ متر، جنوبی‌ترین بی‌هنجاری مقاومت ویژه الکتریکی مشاهده شده در

هیدروترمالی تشکیل کانی‌سازی در منطقه، وجود گسل و شکستگی در نزدیکی بی‌هنجاری‌های شارژ پذیری الکتریکی نیز امید را جهت ارتباط دادن منشأ این بی‌هنجاری‌ها با کانی‌سازی احتمالی افزایش می‌دهد. بخش‌های با مقاومت ویژه الکتریکی بالا احتمالاً بیانگر نواحی سیلیسی‌شده و سنگ‌های آذرین شدیداً به‌هم‌پیوسته می‌باشند. همچنین نواحی با مقاومت ویژه کم می‌توانند نشانه‌ای از آلتراسیون‌های آرژیلیتی و بروز شکستگی و درزه و گسل‌های مرطوب موجود در منطقه و راهنمایی جهت تفکیک ساختارهای متفاوت زمین‌شناسی باشند. هرچند این موضوع از طریق مقاطع پلاریزاسیون القائی قابل تایید است که در این مطالعه از نتایج برداشت‌های پلاریزاسیون القائی استفاده نشده است. در مقاطع مقاومت ویژه الکتریکی، اثر سنگ‌های دربرگیرنده و گسل‌ها به‌مراتب از اثر ماده معدنی قوی‌تر است. به این مفهوم که اگر بخش مینرالیزه در زون

است. شکل (۷) به ترتیب از بالا به پایین شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده‌های مشاهده‌ای ( $\rho^{obs}$ )، شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده‌های محاسباتی ( $\rho^{cal}$ ) و مقطع مقاومت ویژه ( $\rho$ ) حاصل از مدل‌سازی وارون را برای پروفیل ۱ نشان می‌دهد. شکل (۷-c) تغییرات پارامتر مقاومت ویژه الکتریکی را در طول پروفیل نمایش می‌دهد. در امتداد این مقطع تعداد ۲۱۷ قرائت مقاومت ویژه الکتریکی صورت پذیرفته است. طول مورد بررسی در زیر این مقطع ۳۷۰ متر و عمق آن از سطح تا حدود ۹۰ متر و امتداد آن با آزیموت  $163^\circ$  درجه است. همان‌طور که در شکل مقطع عمقی مقاومت ویژه دیده می‌شود گستره تغییرات مقاومت ویژه در توپوگرام مورد نظر زیاد است و بی‌هنجاری‌ها در گستره مقاومت ویژه متوسط تا نسبتاً زیاد قرار دارند. همچنین مدل‌های مقاومت ویژه الکتریکی، وجود شکستگی‌ها و گسل‌هایی را تأیید کرده‌اند که برون‌زد کانی‌سازی به برخی از این شکستگی‌ها نزدیک بوده است. در صورت پذیرفتن منشأ



شکل ۷. نتایج مدل‌سازی وارون داده‌های واقعی: (a) شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده‌های مشاهده‌ای ( $\rho^{obs}$ ) (b) شبه مقطع مقاومت ویژه ظاهری داده‌های محاسباتی ( $\rho^{cal}$ ) (c) مقطع مقاومت ویژه ( $\rho$ ) حاصل از مدل‌سازی وارون.



شکل ۸. نتایج ارزیابی مدل وارون شده با استفاده از: (a) عمق قابل بررسی (DOI) (خطوط نقطه چین DOI را نشان می‌دهند) (b) ماتریس حساسیت (SM) و (c) شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM).

محاسبه DOI هنگام ساخت مدل‌های زمین‌شناسی یا هیدروژئولوژیکی از داده‌های صحرایی بسیار مهم است، زیرا اعتبار مدل‌ها به شدت با نوفه‌ی اضافه‌شده به داده‌های مصنوعی یا نوفه‌ی زمین‌شناسی و مقاومت ویژه لایه‌ها متفاوت است. بدون برآورد DOI، قضاوت در مورد اینکه آیا اطلاعات موجود در مدل توسط داده‌ها هدایت می‌شود یا فقط اثری از مدل اولیه یا تکنیک‌های مدل‌سازی وارون است تقریباً غیرممکن است. در این مطالعه از روش اکام برای مدل‌سازی وارون غیرخطی داده‌ها استفاده شد. ایده‌ی اصلی در روش اکام استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار در خطی‌سازی محلی مسائل غیرخطی بر اساس بسط سری تیلور است. در این روش یک تابع هدف مدل‌طوری کمینه می‌شود که داده‌ها به صورت مناسبی برازش شوند. اجرای الگوریتم اکام نیازمند مدل‌سازی پیشرو غیرخطی و ماتریس

سیلیسی واقع‌شده باشد، بی‌هنجاری‌های شارژ پذیری با بخش‌های پر مقاومت الکتریکی منطبق می‌گردد و چنانچه با زون‌های آرژیلیتی و یا هوازده همراه باشد با بخش‌هایی با مقاومت ویژه پایین منطبق خواهد شد. بنابراین در تفسیر مقاطع، باید به ژنز و زمین‌شناسی منطقه توجه گردد. با هدف ارزیابی مدل مقاومت ویژه زیرسطحی، شکل (۸) به ترتیب از بالا به پایین عمق قابل بررسی (DOI)، ماتریس حساسیت (SM) و شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM) را برای پروفیل P4 را نشان می‌دهد. براساس این نتایج وجود یک توده‌ی مقاوم در عمق باعث کاهش شاخص DOI، کمتر شدن میزان حساسیت و کاهش شاخص وابستگی به مدل اولیه (SIM) می‌شود. ۶. بحث و نتیجه‌گیری

تطابق نتایج به‌دست‌آمده با جواب اصلی مسئله، از این روش‌ها برای بررسیداده‌های واقعی در منطقه آبگاره استفاده شد. نتایج منتج شده از داده‌های صحرایی تطابق مناسبی با بررسی‌ها در مدل‌سازی مصنوعی نشان داد.

#### منابع

- Adrian, J., Tezkan, B. and Candansayar, M.E. (2022). Exploration of a copper ore deposit in Elbistan/Turkey using 2D inversion of the time-domain induced polarization data by using unstructured mesh, *Pure Appl. Geophys.* 179, 2255–2272
- Apparao, A., Rao, T. G., Sastry, R. S., and Sarma, V. S. (1992). Depth of detection of buried conductive targets with different electrode arrays in resistivity prospecting 1, *Geophysical Prospecting*, 40(7), 749–760.
- Asch, T., Abraham, J., and Irons, T. (2015). A discussion on depth of investigation in geophysics and AEM inversion results, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015.
- Banerjee B. and Pal B.P. (1986). A simple method for determination of depth of investigation characteristics in resistivity prospecting. *Exploration Geophysics* 17, 93–95.
- Barker, R. D. (1979). Signal contribution sections and their use in resistivity studies. *Geophysical Journal International*, 59(1), 123–139.
- Barker, R. D. (1989). Depth of investigation of collinear symmetrical four electrode arrays, *Geophysics*, 54(8), 1031–1037.
- Constable, S. C., Parker, R. L., & Constable, C. G. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52(3), 289–300.
- Christiansen A.V. and Auken E. (2012). A global measure for depth of investigation. *Geophysics* 77, WB171-WB177.
- Dey, A., & Morrison, H. F. (1979). Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 27(1), 106–136
- Edwards, L. S. (1977). A modified pseudo-section for resistivity and IP. *Geophysics*, 42(5), 1020–1036.

ژاکوین است. لذا از مدل‌سازی پیشرو به روش تفاضل محدود استفاده شد.

روش اصلی به‌کاربرده شده برای ارزیابی عمق بررسی (DOI) بر اساس محاسبه حساسیت از عناصر ماتریس ژاکوین (J) در آخرین مرحله‌ی مدل‌سازی وارون و سپس جمع آن‌ها برای تولید مجموعه‌ای از حساسیت‌های تجمعی در فضای مدل است. برای حصول اطمینان از نتایج به‌دست‌آمده از این روش از ماتریس حساسیت (SM) و شاخص حساسیت به مدل اولیه (SIM) نیز استفاده شد.

به‌منظور استفاده بهینه از قابلیت‌های الگوریتم توسعه داده‌شده جهت ارزیابی عمق بررسی (DOI)، نخست عملکرد آن بر روی داده‌های مصنوعی به همراه نوفه، مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. برای بررسی کارایی الگوریتم، یک مدل زمین‌شناسی مصنوعی طراحی شده است. این مدل شامل یک نیم فضای همگن با مقاومت ویژه  $100 \Omega m$  و دو بلوک مدفون با مقاومت ویژه  $10 \Omega m$  و  $1000 \Omega m$  در عمق ۴ متری زمینی می‌باشد. نتایج مدل‌سازی عددی بر روی مدل مصنوعی نشان داد که زمانیکه توده‌ی بی‌هنجاری نسبت به سنگ میزبان رساناتر است DOI به سمت پایین توده خم می‌شود و در توده‌های مقاوم‌تر DOI به سمت بالا کشیده می‌شود. علت این رخداد آن است وجود یک توده‌ی رسانا با مقاومت کمتر نسبت به زمینه باعث افزایش بزرگی حساسیت و وجود بی‌هنجاری با مقاومت بالاتر نسبت به زمینه باعث کاهش بزرگی حساسیت خواهد شد. همچنین برای ارزیابی تأثیر انتخاب مدل اولیه از شاخص SIM استفاده شد. در مثال مصنوعی و واقعی، میانگین هندسی داده‌های مشاهده‌ای به‌عنوان مدل اولیه ( $p^0$ ) استفاده شد. سپس دو مدل‌سازی وارون دیگر اولی  $10$  برابر مدل اولیه مدل اولیه ( $p_1^0 = 10p^0$ ) و دیگری  $0.1$  برابر مدل اولیه ( $p_2^0 = 1/10p^0$ ) انجام شد. نتایج حاصل از وارون‌سازی به روش شاخص SIM بر نتایج به‌دست‌آمده از تخمین عمق بررسی (DOI) منطبق است و از الگوی حساسیت پیروی می‌کند. پس از بررسی مدل‌های مصنوعی بر اساس میزان

- Evjen, H. M. (1938). Depth factors and resolving power of electrical measurements, *geophysics*, 3(2), 78–95.
- Ghanati, R., and Fallahsafari, M. (2022). Fréchet Derivatives calculation for electrical resistivity imaging using forward matrix method. *Iranian Journal of Geophysics*, 15(4), 153-163.
- Koefoed O. 1979. *Geo-sounding Principles*, 1: Resistivity Sounding Measurements Elsevier.
- Loke, M. H., & Barker, R. D. (1996). Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudo-sections by a quasi-Newton method1. *Geophysical Prospecting*, 44(1), 131-152
- Loke, M. H., & Barker, R. D. (1995). Practical techniques for 3D resistivity surveys and data inversion. *Geophysical Prospecting*, 44(3), 499–523.
- Martin, R. (2009). Development and application of 2D and 3D transient electromagnetic inverse solutions based on adjoint Green functions: A feasibility study for the spatial reconstruction of conductivity distributions by means of sensitivities. PhD thesis, University of Cologne, Germany.
- Oldenburg, D. W., and Li, Y. (1999). Estimating depth of investigation in dc resistivity and IP surveys, *Geophysics*, 64(2), 403–416.
- Parker R. 1984. The inverse problem of resistivity sounding. *Geophysics*, 49, 2143–2158.
- Roy, A., and Apparao, A. (1971). Depth of investigation in direct current methods, *Geophysics*, 36(5), 943–959.
- Roy, A. (1972). Depth of investigation in Wenner, three-electrode and dipole-dipole dc resistivity methods, *Geophysical Prospecting*, 20(2), 329–340.
- Roy A. and Apparao A. (1971). Depth of investigation in direct current methods. *Geophysics* 36(5), 943–959.
- Schlumberger, C., 1920, *Etude sur la prospection électrique du sous-sol*: Gauthier-Villars et Cie., Paris.
- Siripunvaraporn, W., & Egbert, G. (2000). An efficient data-subspace inversion method for 2D magneto-telluric data. *Geophysics*, 65(3), 791–803.
- Van Nostrand, R. G. (1953). Limitations on resistivity methods as inferred from the buried sphere problem, *Geophysics*, 18(2), 423-433.
- Yogeshwar, P. (2014). A resistivity-depth model of the central Azraq basin area, Jordan: 2D forward and inverse modeling of time domain electromagnetic data. PhD thesis, University of Cologne, Germany.
- Yogeshwar, P., & Tezkan, B. (2017). Two-dimensional basement modeling of central loop transient electromagnetic data from the central Azraq basin area, Jordan. *Journal of Applied Geophysics*, 136, 198.
- gravity anomalies due to faulted thin slabs. *Geophysics*, 68: 535–543.

## Estimating depth of investigation in electrical resistivity tomography Inverse modelling

Fatemeh Farahmand<sup>1</sup> and Reza Ghanati<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>M.Sc. Graduated, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Associate Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 9 October 2024, Accepted: 5 December 2024)

### Summary

Correct and appropriate estimation of the depth of investigation (DOI) in electrical resistivity tomography (ERT) studies is crucial for constructing geologic and hydrological models from field data sets. Understanding the DOI allows for the validation of models resulting from inverse modeling. The investigation depth typically refers to the depth below which surface (or airborne) geophysical data obtained are not sensitive to the physical properties of subsurface layers of the Earth. In other words, it is the depth at which the geophysical techniques used in an investigation become insensitive to subsurface changes. Estimating this depth is essential for resistivity (DC) and induced polarization (IP) investigations when interpreting the models obtained from inverse modeling. This is because the structure beneath it has a greater depth of uncertainty compared to other parts of the inverted model and must be carefully interpreted from a geological perspective. The depth of investigation is influenced by various factors, such as receiver sensitivity, measurement accuracy, operating frequencies, ambient noise level, exploration target characteristics, host rock, and data processing and interpretation techniques. Several resolution indicators can be used to estimate the depth of investigation or to identify possible artifacts in the electrical structures. Understanding the quantitative relationship between survey depth and these factors is crucial for users to achieve their geological objectives, minimize unnecessary survey costs, and uncover meaningful geological features. In electrical resistivity or induced polarization (IP) tomography studies, the data, including apparent resistivity or apparent induced polarization, is used to solve a nonlinear inverse problem. This problem is addressed through an iterative process known as the Occam's inversion method with appropriate physical constraints to avoid unrealistic subsurface features. Accurate interpretation of the subsurface geological model relies on the distribution of specific physical parameters, such as electrical resistance and chargeability, and enables reliable depth assessment. This study presents an approach to calculate the detectable depth (DOI) in electrical resistivity tomograms. Additionally, the sensitivity matrix (SM) and the sensitivity index to the primary model (SIM) are employed for further investigation. To evaluate the proposed method, a synthetic model and a real dataset are utilized. Numerical results obtained from synthetic and real data demonstrate a strong agreement among all three criteria i.e., DOI, SM, and SIM. It is worth noting that insufficient information (data) leads to increased uncertainty in the inverted cross-section, resulting in a decrease in the DOI index, a decrease in sensitivity, and an increase in the SIM value.

**Keywords:** Depth of investigation (DOI), electrical resistivity tomography (ERT), fréchet derivatives, uncertainty quantification