

## بررسی دگرشکلی حال حاضر پوسته در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا با تحلیل زمین‌آماري میدان‌های سرعت GPS

اصغر راست بود<sup>۱\*</sup>، فرشید پيله‌ور<sup>۲</sup> و ابوالفضل رنجبر<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>استادیار، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران  
<sup>۲</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران  
<sup>۳</sup>استادیار، دانشکده مهندسی مرنده، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

(دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۲۷، پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۰۴)

### چکیده

برآورد تانسور کرنش مسطحاتی در یک منطقه مستلزم آگاهی از میدان سرعت در همه نقاط منطقه است، درحالی‌که مشاهدات ژئودزی مانند GPS به شکل گسسته در محل ایستگاه‌ها انجام می‌شود. بنابراین، نمی‌توان دگرشکلی پوسته را به‌صورت یک میدان پیوسته بررسی کرد. در این مطالعه، روش کریجینگ سراسری برای درون‌یابی میدان سرعت ایستگاه‌های GPS به یک شبکه منظم اجرایی شده و یک مدل پیوسته از میدان سرعت و آهنگ کرنش در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا ارائه می‌شود. مختصات جغرافیایی، مؤلفه‌های سرعت ایستگاه‌ها به‌همراه دقت آنها ورودی و مؤلفه‌های میدان سرعت مسطحاتی به‌همراه خطای برآورد روی شبکه منظم با فواصل ۳۰ دقیقه و کمیت‌های نوردای حاصل از تانسور کرنش، خروجی هستند. برای انجام آنالیز داده‌های برداری جایجایی پراکنده ۳۶۵ ایستگاه GPS مورد بررسی قرار گرفته است. برای نیم‌تغییرنمای گاوسی، RMSE برابر ۱/۱۳ و ۱/۷۳ میلی‌متر در سال به‌ترتیب برای مؤلفه‌های شمالی و شرقی در حالت ناهمسانگرد بدست آمد. آزیموت حاصل برای نیم‌قطر اطول بیضی ناهمسانگردی یعنی جهات بیشینه تغییرات برای دو مؤلفه شمالی و شرقی به‌ترتیب برابر ۱۰۷ و ۱۰۳ درجه برآورد شد. میزان ناهمسانگردی در مؤلفه شرقی از مؤلفه شمالی میدان سرعت GPS بیشتر است. ناهمسانگردی زیاد در مؤلفه شرقی نشانگر مقاومت بلوک‌های ایران مرکزی، لوت و خزر جنوبی در داخل منطقه برخورد است. تغییرات آزیموت بیشینه کوتاه‌شدگی نشان می‌دهد که توزیع مکانی دگرشکلی پوسته در این منطقه نامنظم بوده و دارای ویژگی افزایش است. آهنگ کرنش برآوردی از میدان سرعت درونیابی شده، دگرشکلی از نوع همگرایی در منطقه را نشان می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** میدان سرعت، کریجینگ، GPS، دگرشکلی پوسته، عربستان - اوراسیا

## ۱ مقدمه

حرکت سطحی پوسته زمین در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا با استفاده از ایستگاه‌های موقت و دائم GPS به صورت گسسته قابل مشاهده است. این مشاهدات نمونه‌برداری از دگرشکلی جاری پیوسته پوسته است. درون‌یابی این داده‌ها در نقاط گسسته به نواحی دیگر که توسط ایستگاه‌های GPS پوشش داده نشده‌اند، مسئله مهمی است. در این تحقیق چنین مدلی با استفاده از سرعت‌های به دست آمده از ایستگاه‌های موقت و دائم GPS واقع در منطقه ایجاد می‌شود. درون‌یابی مقادیر مجهول در ناحیه بین نقاط اندازه‌گیری شده یعنی مشاهدات و شبکه‌بندی به منظور محاسبه آهنگ کرنش را می‌توان به روش‌های متعددی از جمله مثلث‌بندی دلونی (Delaunay triangulation) (کرمر و همکاران، ۲۰۱۸؛ وو و همکاران، ۲۰۱۱)، توابع پایه (basis functions) مختلف (هاینز و هولت، ۱۹۹۳؛ کرمر و همکاران، ۲۰۰۰؛ بیون و هاینز، ۲۰۰۱؛ تیپ و همکاران، ۲۰۰۹؛ وانگ و رایت، ۲۰۱۲؛ کرمر و همکاران، ۲۰۰۰؛ ویس و همکاران ۲۰۲۰؛ اوکازاکی و همکاران، ۲۰۲۱؛ شن و همکاران ۲۰۱۵)، روش‌های مبتنی بر قابلیت ارتجاعی (Elasticity-based methods) (هاینز و همکاران، ۲۰۱۵؛ سندول و وسل، ۲۰۱۶؛ هاینز و والاس، ۲۰۲۰) و روش‌های همسایگی وزن‌دار (weighted neighborhood) (شپرد، ۱۹۶۸؛ ماترون و بلوندل، ۱۹۶۲؛ واکرناگل، ۲۰۰۳؛ چیلس و دلفینر، ۲۰۱۲؛ شن و همکاران، ۲۰۱۵؛ هاندورگر و همکاران، ۲۰۱۹ و هوانگ و همکاران، ۲۰۲۲) انجام داد.

مورر و ماترنا (۲۰۲۳) به بررسی میزان ناهمخوانی بین مدل‌های مختلف محاسبه آهنگ کرنش حاصل از داده‌های ژئودتیکی و تأثیر آن بر برآورد خطرات لرزه‌ای پرداخته و در نهایت به اهمیت درک بهتر از ناهمخوانی‌ها در تحقیقات زمین‌ساختی و کاربردهای مربوط به خطر

لرزه‌ای تأکید کرده‌اند. بوگوش و همکاران (۲۰۱۴) به مدل‌سازی میدان سرعت در یک شبکه منظم در منطقه لهستان بر اساس سرعت ایستگاه‌های دائم اروپا پرداختند. آنها از داده‌های سرعت ۱۶۵ ایستگاه GPS در سراسر اروپا در بازه زمانی ۱۹۹۳ تا ۲۰۱۰ استفاده کردند. بردارهای سرعت با روش‌های نزدیک‌ترین همسایگی، مثلث‌بندی دلونی، اسپلاین (spline)، معکوس فاصله به توان (Inverse Distance to a Power)، حداقل انحنای (Minimum Curvature) و کریجینگ (kriging) برای برآورد سرعت در گره‌های شبکه با فاصله ۰/۵ درجه مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج حاکی از وجود حرکاتی با سرعت تا چند میلی‌متر در سال در این منطقه بود. آنها نشان دادند که این مدل می‌تواند برای تفسیرهای زمین‌ساختی مورد استفاده قرار گیرد. همچنین وو و همکاران (۲۰۱۷) کارایی روش‌های شبکه‌بندی کریجینگ، تابع چندسطحی (multi-surface spherical function)، هارمونیک‌های کروی (spherical harmonics) و هم‌مکانی کمترین مربعات (least squares collocation) را به صورت شبیه‌سازی و با داده‌های واقعی میدان‌های سرعت مسطحاتی GPS در منطقه تبت مقایسه کردند. در تحقیق دیگری توسط غیائی و نفیسی (۲۰۱۶) نشان داده شد که کریجینگ معمولی در برآورد کرنش حدود ۷۰ درصد بهتر از درون‌یابی با اسپلاین‌ها یا روش‌های درون‌یابی خطی عمل می‌کند. همچنین غیائی و نفیسی (۲۰۱۵) نشان دادند که کریجینگ سراسری در برآورد کرنش حدود ۴۰ درصد بهتر از کریجینگ معمولی عمل می‌کند. از کارهای انجام شده قبلی در منطقه مورد مطالعه می‌توان به تحقیق راست‌بود و همکاران (۲۰۲۴) اشاره کرد که در آن به بررسی دگرشکلی پوسته با برآورد آهنگ کرنش با استفاده از میدان سرعت GPS درون‌یابی شده با اسپلاین‌های بای‌هارمونیک مبتنی بر توابع گرین پرداخته

ناحیه‌ای به متغیر تصادفی گفته می‌شود که اختلاف مقادیر آن در دو نقطه مختلف از فضا مستقل از موقعیت نقاط بوده ولی بستگی به فاصله آن دو نقطه دارد. به عبارت دیگر اختلاف مقادیر دارای قالب فاصله‌ای است (حسینی‌پاک، ۱۳۸۹). ابزارهای زمین‌آمارای معمولاً برای مدل‌سازی ذخایر معدنی و مخازن نفتی استفاده می‌شوند (پیرچ و دوویچ، ۲۰۱۴). اساس تحقیق حاضر در نظر گرفتن مؤلفه‌های بردارهای سرعت GPS به‌عنوان متغیرهای ناحیه‌ای است. با توجه به اینکه مقادیر مؤلفه‌های بردارهای سرعت GPS در هر موقعیتی بیشتر شبیه به مقادیر آنها در نقاط مجاور آن است تا شبیه نقاط دورتر از آن، بنابراین مقادیر آنها دارای رفتار قالب فاصله‌ای بوده و می‌توان آنها را به‌عنوان متغیر ناحیه‌ای فرض کرد. با این فرض، تلاش بر این است تا برای اولین بار قابلیت تحلیل زمین‌آمارای کریجینگ جهت درونیابی و مدل‌سازی میدان دگرشکلی حال حاضر پوسته ناشی از وضعیت زمین‌ساخت کنونی منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا با استفاده از میدان سرعت مسطحاتی GPS بررسی شود. بدین منظور نخست روش کریجینگ از دید روش کمترین مربعات در حل معادلات پارامتریک بررسی شده و کریجینگ ساده به‌عنوان بهترین برآورد خطی و کریجینگ معمولی به‌عنوان بهترین برآورد خطی نااریب (unbiased) و کریجینگ سراسری به‌عنوان بهترین برآورد خطی نااریب و برآوردکننده همزمان مقادیر وزن‌ها و حذف روند (trend) به همراه نحوه تعیین ماتریس واریانس - کوواریانس خطای برآورد و ماتریس واریانس - کوواریانس مؤلفه‌های سرعت برآورد شده در نقاط درونیابی معرفی می‌شوند. با توجه به اینکه روش کریجینگ روی متغیرهای با دو ویژگی ایستا (stationary) و ارگودیک (ergodic) قابل اعمال است و رسیدن به این دو ویژگی با حذف روند امکان‌پذیر است

شده است. آنها نشان داده‌اند که توزیع مکانی دگرشکلی پوسته در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا نامنظم بوده و دارای ویژگی افزایش نرخ کرنش برآوردی از میدان سرعت درونیابی شده، تغییرشکل از نوع همگرایی در منطقه مورد مطالعه را نشان داده و وقوع فشارش را تأیید می‌کند. تحقیق دیگری توسط ملکشاهیان و روفیان (۲۰۱۸) به بررسی دگرشکلی در محدوده فلات ایران با استفاده از رویکرد هندسه ذاتی رویه (manifold intrinsic geometry) و درونیابی المان محدود (finite element interpolation) می‌پردازد. بدین منظور از داده‌های ۹۲ ایستگاه GPS طی سال‌های ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۳ استفاده شده است. روش هندسه ذاتی برای برآورد دگرشکلی‌هایی مانند کشیدگی (extension)، فشردگی (compression) و دوران (rotation) استفاده می‌شود. نتایج این تحقیق نشان داد که منطقه شرق و جنوب شرقی با آهنگ حدود ۲ سانتی‌متر در سال فشرده می‌شود در حالی که مناطق شمال غربی و مرکزی کشیده می‌شوند. در تحقیق دیگری توسط آزموده اردلان و همکاران (۱۳۹۰) از رویکرد هندسه ذاتی رویه برای آنالیز دگرشکلی زمین با مشاهدات شبکه ژئودینامیک کشور در فاصله زمانی ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵ استفاده شده است. تحقیق دیگری توسط آزموده اردلان و روفیان (۱۳۸۸) انجام شده است که رویکردی را برای محاسبه مستقیم تانسور کرنش از طریق تغییرات طول بردارها و زاویه‌ها معرفی می‌کند. بدین منظور از شبکه ایستگاه‌های GPS ایران استفاده شده و تغییرات طول‌ها و زوایا بین دو دوره مشاهداتی بدست می‌آید. از این تغییرات، جابجایی‌ها محاسبه می‌شوند. سپس تانسور کرنش از جابجایی‌ها برآورد می‌شود. نتایج نشان داده است که تانسور کرنش بدست آمده، الگوهای مشابهی با مدل‌سازی‌های دیگر دارد. زمین‌آمار علم محاسبات متغیرهای ناحیه‌ای است. متغیر

که در آن اندیس‌های  $i$  و  $j$  مؤلفه‌های مختصات  $x$  و سرعت  $v$  را در راستای سه محور دکارتی نشان می‌دهند. در این تحقیق، مؤلفه‌های مسطحاتی داده‌های سرعت سطحی در نظر گرفته شده پس  $\dot{\epsilon}_{ij}$  تانسور آهنگ کرنش مسطحاتی با  $i, j = 1, 2$  است (نوچی و همکاران، ۲۰۲۳). با استفاده از تانسور آهنگ کرنش، امکان محاسبه محورهای اصلی آن با حل مسئله مقادیر ویژه و بردارهای ویژه وجود دارد:

$$\dot{\epsilon}_{ij} u_j = \lambda u_i,$$

در رابطه فوق از نمادگذاری اینشتین بر روی مؤلفه‌های مکرر استفاده استفاده شده است. از آنجایی که آهنگ کرنش یک ماتریس حقیقی، دو بعدی و متقارن است، آهنگ‌های کرنش اصلی  $\dot{\epsilon}_1$  و  $\dot{\epsilon}_2$  از مقادیر ویژه ماتریس بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \frac{\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2}{2} = \frac{(\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22})}{2} \\ & \pm \sqrt{\left(\frac{\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22}}{2}\right)^2 + (\dot{\epsilon}_{12})^2} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن جواب با علامت مثبت مربوط به بیشینه انبساط و جواب با علامت منفی مربوط به بیشینه فشردگی است. بیشینه آهنگ کرنش برشی (maximum shear strain rate) نیز از رابطه زیر بدست می‌آید (مورر و ماترنا، ۲۰۲۳):

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{1}{2} \sqrt{(\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22})^2 + 4\dot{\epsilon}_{12}^2} \\ &= \frac{1}{2} (\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2) \end{aligned} \quad (3)$$

بردارهای ویژه به دلیل تقارن  $\dot{\epsilon}_{ij}$  دوبدو متعامد هستند و جهات بیشینه برش در زاویه ۴۵ درجه نسبت به محورهای اصلی قرار دارند.

مؤلفه‌های تانسور کرنش وابسته به سیستم مختصات هستند ترکیباتی از مؤلفه‌های تانسور کرنش وجود دارد که متناظر با پدیده‌های فیزیکی بوده و ناورد (invariant) هستند یعنی با تغییر سیستم مختصات تغییر نمی‌کنند. از

لذا روش‌های شناسایی و تحلیل روند و واریانس آن مطرح می‌شود. نحوه تعیین تابع واریانس-کوواریانس مابین مؤلفه‌های سرعت در ایستگاه‌های GPS و نقاط درونیابی به صورت تجربی و با تحلیل نیم‌تغییرنما (semivariogram) در دو حالت همسانگرد و ناهمسانگرد توضیح داده می‌شود. پس از درونیابی مؤلفه‌های سرعت GPS و محاسبه کرنش وضعیت زمین‌ساختی منطقه یعنی نحوه رفتار ساختارهای زمین‌شناسی، تأیید صحت تحلیل زمین آماری بکارگرفته شده برای درونیابی خواهد بود.

در بخش ۲ مفهوم آهنگ کرنش و اساس روش‌های کریجینگ مطرح می‌شود. در بخش ۳، میدان سرعت GPS مورد استفاده در این تحقیق معرفی شده و تحلیل زمین آماری آن با درونیابی به روش کریجینگ سراسری انجام می‌شود و در بخش ۴، الگوهای حرکتی و توزیع آهنگ کرنش در منطقه مورد مطالعه براساس میدان سرعت درونیابی شده توضیح داده می‌شود. نهایتاً در بخش ۵ نتایج این تحقیق ارائه می‌شود. میدان سرعت درونیابی شده و کرنش حاصل از آن مؤید وقوع افزایش دگرشکلی در منطقه است. از طرفی نتایج مدل‌سازی کرنش متمرکز در اطراف برخی گسل‌های فعال، نواحی با کرنش فشارشی و در حالت کلی فشردگی در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا را نشان می‌دهد.

## ۲ تانسور آهنگ کرنش

تانسور آهنگ کرنش سطحی یک تانسور متقارن و مثبت معین با سه مؤلفه مستقل است که از مشتقات مکانی بردار سرعت  $v$  در چارچوب مرجع دکارتی مختصات  $x_i$  با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right); i, j = 1, 2, 3. \quad (1)$$

می گیرد. کریجینگ روش درونیایی گسترش یافته ای است که برای داده هایی که دارای روندهای موضعی تعریف شده ای باشند، مناسب است و با کمترین واریانس برآورد، درونیایی می کند. میزان خطا در این روش تابع مشخصات تغییرنا است. اگر مطالعات مربوط به واریوگرافی (variography) و تعیین مدل نیم تغییرنا با دقت کافی انجام شود درونیایی به روش کریجینگ، با دقت بالایی همراه خواهد بود. درونیایی کریجینگ به چندین روش قابل انجام است که از پرکاربردترین آنها می توان به کریجینگ ساده، معمولی و سراسری اشاره کرد (پیرچ و دوپچ، ۲۰۱۴).

## ۲-۱-۱ بیان کریجینگ با استفاده از اصول

### برآورد کمترین مربعات

معادلات مشاهدات پارامتریک را می توان با رابطه زیر بیان کرد (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$y_{n,1} = A_{n,m}x_{m,1} + e_{n,1}, e \sim (0, \sigma_0^2 P^{-1}) \quad (6)$$

برای مسئله درونیایی سطحی،  $y$  مشاهدات اندازه گیری شده در نقاط مرجع با ماتریس واریانس - کوواریانس  $D(y) = \sigma_0^2 P^{-1}$  و  $x$  مجهولات در نقاط درونیایی است. برآورد پارامترهای مجهول که مجموع مربعات وزن دار بردار خطا  $(e^T P e)$  را کمینه می کند از رابطه زیر بدست می آید (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$\hat{x}_{m,1} = (A^T P A)_{m,m}^{-1} (A^T P y)_{m,1} = N^{-1} A^T P y \quad (7)$$

با استفاده از قانون انتشار خطاها ماتریس واریانس - کوواریانس مابین مجهولات برآورد شده و کمیت های مشاهده شده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$C(\hat{x}, y) = \sigma_0^2 N^{-1} A^T \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در رابطه (۶) برای برآورد کمترین مربعات مجهولات خواهیم داشت (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$\hat{x}_{m,1} = N^{-1} A^T P y \quad (9)$$

$$\hat{x}_{m,1} = (\sigma_0^2 N^{-1} A^T) (\sigma_0^{-2} P) y$$

کمیت های ناوردای اغلب برای ترسیم استفاده می شود. کمیت ناوردای اول تریس تانسور آهنگ کرنش بوده و از اهمیت ویژه ای برخوردار است که به عنوان آهنگ کرنش سطحی یا آهنگ اتساع یا آهنگ تغییر مساحتی تعریف می شود (مورر و ماترنا، ۲۰۲۳):

$$I_1 = \Delta A = (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (4)$$

همچنین کمیت ناوردای دوم که اندازه بزرگی کلی کرنش را نشان می دهد مطابق رابطه زیر محاسبه می شود (مورر و ماترنا، ۲۰۲۳):

$$I_2 = \frac{1}{2} [(\varepsilon_{11} \times \varepsilon_{22}) - \varepsilon_{12}^2] = \frac{1}{2} [tr(\varepsilon_{ij})^2 - tr(\varepsilon_{ij}^2)] \quad (5)$$

بیشینه آهنگ کرنش برشی و کمیت ناوردای اول آن یعنی آهنگ اتساع دارای واحد عکس زمان بوده و در شکل ها بر حسب  $10^{-9}/yr$  نشان داده شده و به صورت  $nstr/yr$  نیز مشخص می شود. کمیت ناوردای دوم دارای واحد مربع عکس زمان بوده و در شکل ها معمولاً در مقیاس لگاریتمی ترسیم می شود.

برآورد آهنگ کرنش به روش های مختلفی امکان پذیر است که در این تحقیق از روش های کریجینگ استفاده شده است که در ادامه توضیح داده می شود.

## ۲-۱-۲ روش زمین آماری کریجینگ

زمین آمار (geostatistics) شامل چندین روش است که از الگوریتم های کریجینگ برای برآورد ویژگی های پیوسته استفاده می کند. کریجینگ یک نام عمومی برای خانواده ای از الگوریتم های رگرسیون کمترین مربعات تعمیم یافته است که برای به رسمیت شناختن کار پیشگامانه کریگه (۱۹۵۱) به این اسم نامگذاری شده است. کریجینگ یکی از روش های درونیایی سراسری است که در آن تمام داده های معلوم در نقاط مرجع برای برآورد داده مجهول در نقطه درونیایی مورد استفاده قرار

مؤلفه بردار سرعت در یک نقطه درون‌یابی است (یعنی  $x_{1,1} = v_{p,1}$ ). بنابراین، مؤلفه درون‌یابی شده به صورت مجموع وزنی مؤلفه‌ها در نقاط مرجع را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\hat{v}_p = w_{1,n}^T v_{r,n,1} \quad (11)$$

خطای برآورد نیز قابل محاسبه است:

$$e_p = v_p - \hat{v}_p \quad (12)$$

در رابطه فوق  $v_p$  مؤلفه واقعی سرعت،  $\hat{v}_p$  مؤلفه برآورد شده سرعت و  $e_p$  خطای برآورد در نقطه درون‌یابی است. ماتریس واریانس-کوواریانس خطای برآورد در نقطه درون‌یابی با اعمال قانون انتشار خطاها به رابطه (۱۲) بدست می‌آید (اوگوندار، ۲۰۱۸).

$$D(e_p) = D(v_p) - 2w^T C(v_r, v_p) + w^T D(v_r) w \quad (13)$$

در رابطه فوق  $D(v_p)$  واریانس مؤلفه سرعت در نقطه درون‌یابی،  $C(v_r, v_p)$  کوواریانس مابین مؤلفه‌های سرعت در نقاط مرجع و درون‌یابی، و  $D(v_r)$  ماتریس واریانس-کوواریانس مؤلفه‌های سرعت در نقاط مرجع است. توجه به این نکته مهم است که این ماتریس‌های واریانس-کوواریانس ویژگی‌های تصادفی را نشان می‌دهند که به ماهیت دگرشکلی سطح مورد بررسی بستگی دارد. به عبارت دیگر آنها ماهیت خطاهای تصادفی آلاینده کمیت‌های مشاهداتی را توصیف نمی‌کنند بلکه برهمکنش مابین مؤلفه‌های سرعت در نقاط مختلف روی سطح را نشان می‌دهند.

برای رسیدن به بهترین برآورد، بایستی بردار وزنی انتخاب شود که ماتریس واریانس-کوواریانس  $(D(e_p))$  را کمینه کند. به عبارت دیگر، بردار وزن بایستی در تابع هدف  $\varphi(w)$  صدق کند (اوگوندار، ۲۰۱۸).

$$\begin{aligned} \varphi(w) &= D(v_p) - 2w^T C(v_r, v_p) \\ &+ w^T D(v_r) w \\ &= \min(w) \end{aligned} \quad (14)$$

$\hat{x}_{m,1} = C(\hat{x}, y)_{m,n} [D(y)]_{n,n}^{-1} y_{n,1}$   
بنابراین، بردار مجهولات برآورد شده حاصلضرب ماتریس واریانس - کوواریانس مابین بردار مجهولات و مشاهدات (سنجه برهمکنش مابین کمیت‌های مجهول و مشاهده شده)، معکوس ماتریس واریانس - کوواریانس بردار مشاهدات (سنجه برهمکنش مابین کمیت‌های مشاهده شده در نقاط مرجع)، و بردار مشاهدات است. به عبارت دیگر، جواب برآورد کمترین مربعات را می‌توان به صورت میانگین وزن‌دار بردار مشاهدات، که وزن‌ها به برهمکنش مابین مجهولات و مشاهدات و همچنین به برهمکنش مابین مشاهدات بستگی دارند، در نظر گرفت. تفاوت مهم مابین کریجینگ و دیگر روش‌های درون‌یابی این است که وزن‌ها برحسب فاصله مابین نقاط درون‌یابی و مرجع و همچنین ویژگی‌های آماری سطح تعیین می‌شوند.

## ۲-۱-۲ کریجینگ ساده به‌عنوان بهترین برآورد خطی

در این بخش هدف بدست آوردن برآوردی از پارامترهای مجهول به‌عنوان بهترین برآورد خطی است. مطابق اوگوندار (۲۰۱۸) برآورد خطی مشخص می‌کند که مجهولات به صورت مجموع وزنی کمیت‌های مشاهداتی برآورد می‌شوند.

$$\hat{x}_{m,1} = w_{m,n}^T y_{n,1} \quad (10)$$

از سوی دیگر، تحت بهترین برآورد خطاهای مرتبط با مجهولات برآورد شده کمترین واریانس را بین برآوردکننده‌های خطی دارند که ماتریس وزن  $(w_{m,n}^T)$  براساس این معیار تعیین می‌شود. قبل از استخراج ماتریس وزن، فرض می‌شود که بردار مشاهدات یکی از مؤلفه‌های شمالی یا شرقی بردارهای سرعت GPS در نقاط مرجع یعنی محل ایستگاه‌های GPS است (یعنی،  $y_{n,1} = v_{r,n,1}$ ). همچنین فرض می‌شود که هدف برآورد همان

وابستگی وجود ندارند (یعنی،  $C(e_p, \hat{v}_p) = 0.0$ ) که به دلیل تصادفی بودن خطای برآورد کاملاً منطقی است. روابط (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) تحت عنوان کریجینگ ساده شناخته می شوند. سؤالی که در ادامه مطرح می شود نحوه محاسبه ماتریس های واریانس - کوواریانس مورد نیاز برای فرآیند درون یابی یعنی  $D(v_r)$  و  $C(v_r, v_p)$  است که در ادامه تعیین تجربی این ماتریس ها با استفاده از مؤلفه های سرعت مشاهداتی در ایستگاه های مشاهداتی GPS توضیح داده می شود.

## ۲-۱-۲- تعیین تجربی تابع واریانس - کوواریانس

قبل از بررسی جزئیات تعیین تابع واریانس - کوواریانس که می تواند برای بدست آوردن  $D(v_r)$  و  $C(v_r, v_p)$  مورد استفاده قرار گیرد به دو سؤال زیر پاسخ داده می شود:

- ۱- متغیر مستقل تابع بیان کننده برهمکنش (واریانس - کوواریانس) مابین هر یک از مؤلفه های سرعت در نقاط مختلف روی سطح مورد بررسی چیست؟
- ۲- شکل مورد انتظار برای تابع برهمکنش (واریانس - کوواریانس) مابین مؤلفه های سرعت در نقاط مختلف روی سطح چگونه است؟

برای پاسخ به این سؤالات، بایستی توجه کرد که تابع واریانس - کوواریانس درجه شباهت مابین مؤلفه های سرعت GPS در نقاط مختلف روی سطح را نشان می دهد. می توان چنین استدلال کرد که میزان شباهت مابین مؤلفه های سرعت به فاصله افقی مابین نقاط تحت بررسی بستگی دارد. می توان انتظار داشت که نقاط مجاور مؤلفه های مشابهی داشته باشند. از سوی دیگر نقاط خیلی دور از هم ممکن است مؤلفه های خیلی متفاوتی داشته باشند. بنابراین، فاصله افقی مابین نقاط متغیر مستقل تابع واریانس - کوواریانس است. همچنین، تابع واریانس - کوواریانس برای فواصل کوچک بایستی مقدار بزرگی

$$\frac{\partial \varphi}{\partial w} = -2C(v_r, v_p) + 2D(v_r)w = 0 \quad (15)$$

$$w = (D(v_r))_{n,n}^{-1} C(v_r, v_p)_{n,1} \quad (16)$$

در نهایت، مؤلفه بردار سرعت برآورد شده در نقطه درون یابی بدست می آید:

$$\hat{v}_p = w^T v_r = C(v_r, v_p) (D(v_r))_{n,n}^{-1} v_r \quad (17)$$

مقایسه روابط (۷)، (۹) و (۱۷) نشان می دهد که راه حل کمترین مربعات مدل پارامتریک چیزی جز بهترین برآورد خطی نیست. مطابق رابطه (۱۷) بهترین برآورد خطی حاصل ضرب ماتریس واریانس - کوواریانس مابین بردار مجهولات و مشاهدات (سنجه برهمکنش مابین مؤلفه های سرعت در ایستگاه های GPS و نقاط درونیابی)، معکوس ماتریس واریانس - کوواریانس بردار مشاهدات (سنجه برهمکنش مابین مؤلفه های سرعت GPS در ایستگاه های مشاهداتی) و بردار مشاهدات (مؤلفه های بردارهای سرعت مشاهداتی در ایستگاه های GPS) است.

یک مزیت مهم کریجینگ این است که می توان یک سنجه کمی را که توصیف کننده کیفیت مؤلفه های سرعت برآورد شده در نقاط درون یابی است بدست آورد. با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۳)، می توان به ماتریس واریانس - کوواریانس برای خطای برآورد رسید (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$D(e_p) = D(v_p)_{1,1} - (w^T C(v_r, v_p))_{1,1} \quad (18)$$

در نهایت، با استفاده از قانون انتشار خطاها در رابطه (۱۱)، می توان ماتریس واریانس - کوواریانس مؤلفه های سرعت برآورد شده در نقاط درون یابی را بدست آورد:

$$D(\hat{v}_p) = w^T D(v_r) w = w^T C(v_r, v_p) \quad (19)$$

با مقایسه دو رابطه (۱۸) و (۱۹)، می توان دید که:

$$D(e_p) = D(v_p) - D(\hat{v}_p) \quad (20)$$

مقایسه دو رابطه (۱۲) و (۲۰) نشان می دهد که مابین مؤلفه های سرعت درون یابی شده و خطای برآورد

داشته باشد چون نقاط مجاور باید دارای مؤلفه‌های سرعت مشابهی باشند. با افزایش فاصله مابین نقاط مقدار تابع بایستی کاهش یابد.

برای بدست آوردن تابع واریانس - کوواریانس، بایستی به ماهیت مؤلفه‌های سرعت روی سطح توجه کرد. مؤلفه‌های سرعت را نمی‌توان به صورت متغیرهای قطعی یا تصادفی در نظر گرفت. اگر مؤلفه‌های سرعت متغیر قطعی باشند، می‌توان آنها را با یک تابع تحلیلی که تغییر مؤلفه‌های سرعت روی سطح را توصیف می‌کند بیان کرد. از طرف دیگر، آنها متغیرهای تصادفی نیستند، چون اگر مؤلفه‌های سرعت در یک ایستگاه مشاهده شده باشند، می‌توان ایده معقولی درباره مؤلفه‌های سرعت در نقاط مجاور داشت چون دگرشکلی سطح تمایل دارد که به‌طور نسبی هموار باشد. به‌عنوان نتیجه، مؤلفه‌های سرعت را می‌توان به صورت متغیر منطقی یا فرآیند تصادفی در نظر گرفت. فرآیندهای تصادفی می‌توانند ایستا و ارگودیک باشند (براون و هوانگ، ۱۹۹۲؛ گلب، ۱۹۷۹).

ویژگی‌های آماری یک فرآیند تصادفی ایستا نسبت به انتقال مکانی یا زمانی ناورد هستند. به‌عنوان مثال، امید (میانگین) یک فرآیند تصادفی ایستا دارای ویژگی زیر است (پیلز، ۲۰۰۱):

$$E(X) = E(X + \tau) \quad (21)$$

در رابطه فوق  $X$  فرآیند تصادفی تحت بررسی و  $\tau$  انتقال مکانی یا زمانی فرضی است. بنابراین مؤلفه‌های سرعت روی یک سطح ایستا صرفنظر از موقعیت مسطحاتی دارای ویژگی‌های آماری یکسانی خواهند بود. با در نظر گرفتن دقیق‌تر این ویژگی، توصیف سطح دگرشکلی با فرآیندهای تصادفی غیرممکن است. به‌عنوان مثال، ویژگی‌های آماری سطح دگرشکلی در محدوده گسل‌های فعال تغییر می‌کند. بنابراین، ویژگی ایستایی سطح فقط و فقط در صورتی قابل دسترس است که روند

سطح حذف شده باشد.

مطابق پیلز (۲۰۰۱) یک فرآیند تصادفی ارگودیک را می‌توان به صورت فرآیندی که میانگین زمانی یا مکانی آن معادل میانگین گروهی باشد تعریف کرد. بنابراین، ویژگی‌های آماری دگرشکلی یک سطح ارگودیک در هر موقعیت را می‌توان از طریق ویژگی‌های آماری دگرشکلی‌های معلوم در گروه نقاط مرجع روی سطح بدست آورد.

بر اساس تعاریف فوق، اگر فرض شود که دگرشکلی سطح با یک فرآیند تصادفی ایستا و ارگودیک قابل بیان باشد می‌توان تابع واریانس - کوواریانس توصیف‌کننده دگرشکلی سطح را با استفاده از مؤلفه‌های سرعت معلوم در نقاط مرجع بدست آورد. با حذف روند که مؤلفه فرکانس پایین دگرشکلی سطح است می‌توان به ویژگی‌های ایستایی و ارگودیک دگرشکلی سطح رسید. به عبارت دیگر، فقط مؤلفه نوسانات محلی (فرکانس بالا) دگرشکلی سطح مدنظر است.

حال مسئله تحت بررسی، بدست آوردن تابع واریانس - کوواریانس از مجموعه معلوم مؤلفه‌های سرعت نمونه‌برداری شده در محل ایستگاه‌های GPS است. واریانس یعنی کوواریانس مابین دو نقطه با فاصله جدایی صفر برای  $n$  نقطه مرجع از رابطه زیر بدست می‌آید (میخائیل، ۱۹۸۲):

$$C(0) = E \left[ \left( v_i - E(v_i) \right)_{1,n}^T \left( v_j - E(v_j) \right)_{n,1} \right] \quad (22)$$

در رابطه فوق  $n$  تعداد ایستگاه‌های GPS است. پس از حذف روند ( $E(v) = 0$ )، واریانس مؤلفه‌های سرعت GPS از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C(0) = E \left[ (v)_{1,n}^T (v)_{n,1} \right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (23)$$

در ادامه کوواریانس مابین ایستگاه‌های GPS محاسبه می‌شود (میخائیل، ۱۹۸۲):

واریانس - کوواریانس هستند که با استفاده از برآورد کمترین مربعات قابل تعیین هستند. پس از تعریف مدل واریانس - کوواریانس، ماتریس واریانس - کوواریانس مابین مؤلفه های سرعت در ایستگاه های GPS را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$D(v_r)_{n,n} = \begin{bmatrix} C(0) & C(d_{12}) & C(d_{13}) & \dots & C(d_{1n}) \\ C(d_{21}) & C(0) & C(d_{23}) & \dots & C(d_{2n}) \\ C(d_{31}) & C(d_{32}) & C(0) & \dots & C(d_{3n}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(d_{n1}) & C(d_{n2}) & C(0) & \dots & C(d_{nn}) \end{bmatrix} \quad (27)$$

در رابطه (27)،  $d_{ij}$  فاصله مسطحاتی محاسبه شده مابین نقاط مرجع نام و نام است. همچنین بردار کوواریانس مابین مؤلفه های سرعت در ایستگاه های مرجع GPS و نقاط درونیابی به صورت زیر است:

$$C(v_r, v_p)_{n,1} = \begin{bmatrix} C(d_{1p}) \\ C(d_{2p}) \\ C(d_{3p}) \\ \vdots \\ C(d_{np}) \end{bmatrix} \quad (28)$$

در رابطه (28)،  $d_{ip}$  فاصله مسطحاتی مابین نقطه مرجع نام و نقطه درونیابی است. پس از محاسبه ماتریس های واریانس - کوواریانس، از روابط (17) الی (20) برای برآورد مؤلفه سرعت در نقطه درونیابی و همچنین سنجه های کیفیت مربوطه استفاده می شود.

### ۲-۱-۳ کریجینگ معمولی به عنوان بهترین برآورد خطی نارایب

تاکنون، مؤلفه سرعت برآورد شده در نقاط درونیابی به صورت ترکیب خطی جمع وزندار مؤلفه های سرعت در نقاط مرجع، بدست آمده است. وزن ها به نحوی انتخاب می شوند که اطمینان حاصل شود که خطای برآورد متناظر، کمترین واریانس مابین برآوردهای خطی را دارد. علاوه بر ویژگی بهترین برآورد خطی مؤلفه سرعت برآورد شده در نقطه درونیابی، نارایب بودن برآورد مؤلفه سرعت واقعی در نقطه مورد بررسی نیز

$$C(d) = E \left[ (v_i - E(v_i))_{1,n_d}^T (v_j - E(v_j))_{n_d,1} \right] \quad (24)$$

$$= 1/n_d \sum_{i=1}^{n_d} v_i v_j$$

در رابطه فوق  $i$  و  $j$  اندیس های نقاط مرجع هستند که در فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند و  $n_d$  تعداد زوج نقاط است. با فرض اینکه روند مشاهدات حذف شده باشد (یعنی،  $E(v_i) = E(v_j) = 0$ ، کوواریانس از رابطه زیر بدست می آید:

$$C(d) = 1/n_d \sum_{i=1}^{n_d} v_i v_j \quad (25)$$

به طور خلاصه، مراحل محاسبه تابع واریانس -

کوواریانس  $C(d)$  عبارتست از:

۱- حذف روند سطحی دگرشکلی با استفاده از تحلیل سطح روند جهت اطمینان از ویژگی های ایستایی و ارگودیک بودن سطح.

۲- محاسبه واریانس یا کوواریانس در فاصله صفر ( $C(0)$ ) مطابق رابطه (18) با استفاده از مؤلفه های سرعت باقیمانده پس از حذف روند.

۳- انتخاب فاصله مشخص  $d$  و تعیین کلیه زوج نقاطی که در فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند، تعداد زوج نقاط برابر  $n_d$  است.

۴- محاسبه  $C(d)$  مطابق رابطه (25) با استفاده از مؤلفه های سرعت باقیمانده پس از حذف روند.

۵- تکرار مراحل ۳ و ۴ پس از انتخاب فواصل دیگر.

تابع واریانس - کوواریانس تعیین شده معمولاً تحت عنوان تابع واریانس - کوواریانس تجربی شناخته می شود. مرحله بعد انتخاب مدل تابع واریانس - کوواریانس است که یک تابع تحلیلی بوده و شبیه تابع واریانس - کوواریانس تجربی است. به عنوان مثال می توان مطابق رابطه (26) از مدل واریانس - کوواریانس گاوسی استفاده کرد.

$$C(d) = C_0 e^{-d^2/(2k^2)} \quad (26)$$

در رابطه فوق،  $C_0$  و  $k$  پارامترهای توصیف کننده مدل تابع

که به معادلات نرمال زیر منجر می‌شود:

$$\begin{bmatrix} D(v_r)_{n,n} & K_{n,1} \\ K_{1,n}^T & 0 \end{bmatrix}_{(n+1),(n+1)} \begin{bmatrix} W_{n,1} \\ \lambda \end{bmatrix}_{(n+1)} \quad (37) \\ = \begin{bmatrix} C(v_r, v_p)_{n,1} \\ 1 \end{bmatrix}_{(n+1)}$$

در نهایت، واریانس خطای برآورد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} D(e_p) &= (w^T D(v_r) w)_{1,1} \\ &- (2w^T C(v_r, v_p))_{1,1} + D(v_p)_{1,1} \end{aligned} \quad (38)$$

با استفاده از رابطه (۳۷) خواهیم داشت:

$$D(v_r) w = C(v_r, v_p) - K\lambda \quad (39)$$

با جایگذاری رابطه (۳۹) در رابطه (۳۸) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} D(e_p) &= w^T C(v_r, v_p) - w^T K\lambda \\ &- 2w^T C(v_r, v_p) \\ &+ D(v_p) \end{aligned} \quad (40)$$

برای برآورد ناریب،  $w^T K = 1$ ، بنابراین رابطه (۴۰) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} D(e_p) &= D(v_p) - w^T C(v_r, v_p) - \lambda \\ &= C(0) \\ &- w^T C(v_r, v_p) - \lambda \end{aligned} \quad (41)$$

در نهایت می‌توان واریانس مؤلفه سرعت درون‌یابی شده را با استفاده از رابطه (۲۰) به صورت زیر بدست آورد (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$D(\hat{v}_p) = D(v_p) - D(e_p) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} D(\hat{v}_p) &= D(v_p) - [D(v_p) \\ &- w^T C(v_r, v_p) - \lambda] \end{aligned} \quad (43)$$

$$D(\hat{v}_p) = w^T C(v_r, v_p) + \lambda \quad (44)$$

بهترین برآورد خطی ناریب مؤلفه سرعت در نقطه درون‌یابی به عنوان کریجینگ معمولی شناخته می‌شود. به طور خلاصه، مراحل روش‌های درون‌یابی بهترین برآورد خطی و بهترین برآورد خطی ناریب به شرح ذیل هستند:

۱- حذف روند جهت اطمینان از ویژگی‌های ایستایی و ارگودیک دگرشکلی سطحی.

۲- استفاده از مؤلفه‌های سرعت مشاهداتی GPS در نقاط

مطرح است که به صورت ریاضی زیر بیان می‌شود (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$E(e_p) = E(v_p) - w^T E(v_r) = 0.0 \quad (29)$$

حال شرط لازم برای اطمینان از ویژگی ناریبی برآورد بدست آمده بررسی می‌شود. برای سطح ایستا، ویژگی‌های آماری سطح از جمله امید، بایستی همه‌جا یکسان باشد. بنابراین،  $E(v_r)$  را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$E(v_r) = K_{n,1} E(v_p) \quad (30)$$

که برداری است که درآیه‌های آن همگی واحد هستند (یعنی،  $K_{1,n}^T = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]$ ) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E(e_p) = (1 - w_{1,n}^T K_{n,1}) E(v_p) \quad (31)$$

$$E(e_p) = \left(1 - \sum_{i=1}^n w_i\right) E(v_p) \quad (32)$$

بنابراین، مؤلفه سرعت برآورد شده در نقطه درون‌یابی ناریب خواهد بود اگر و فقط اگر مجموع وزن‌ها دقیقاً برابر یک شود. جهت رسیدن به بهترین برآورد خطی ناریب برای مؤلفه سرعت در نقطه درون‌یابی تابع هدف در رابطه (۱۴) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\begin{aligned} \varphi(w) &= D(v_p) - 2w^T C(v_r, v_p) \\ &+ w^T D(v_r) w \end{aligned} \quad (33)$$

تابع هدف را می‌توان با وارد کردن ضریب لاگرانژ ( $\lambda$ ) به صورت زیر اصلاح کرد (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$\begin{aligned} \varphi^{(w,\lambda)} &= D(v_p) - 2w^T C(v_r, v_p) \\ &+ w^T D(v_r) w \\ &+ 2\lambda(w^T K - 1) \\ &= \min(w, \lambda) \end{aligned} \quad (34)$$

جواب تابع هدف را می‌توان به همان روش جواب تابع هدف (۱۴) بدست آورد:

$$\begin{aligned} \partial \varphi' / \partial w &= -2C(v_r, v_p) + 2D(v_r) w \\ &+ 2\lambda K = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\partial \varphi' / \partial \lambda = 2(w^T K - 1) = 0 \quad (36)$$

زوج نقاط ممکن با فاصله  $d$  از یکدیگر توصیف کرد (کلارک، ۱۹۷۹).

$$\gamma(d) = 1/2 E \left[ \left( (v_i - v_j) - E(v_i - v_j) \right)^2 \right] \quad (45)$$

در رابطه فوق  $i$  و  $j$  زانندیس های نقاط مرجع هستند که در فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند. با فرض اینکه دگرشکلی سطح مورد بررسی یک فرآیند تصادفی ایستا باشد (یعنی،  $E(v_i) = E(v_j)$ )، رابطه (۴۵) را می توان به صورت زیر نوشت (بورو، ۲۰۰۱؛ ژانگ و یائو، ۲۰۰۸):

$$\gamma(d) = 1/2 E \left[ (v_i - v_j)^2 \right] \quad (46)$$

$$\gamma(d) = 1/(2n_d) \sum_{n_d} (v_i - v_j)^2 \quad (47)$$

در رابطه فوق  $n_d$  تعداد زوج نقاطی است که در فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند. بزرگی نیم تغییرنا مابین نقاط به فاصله مابین نقاط بستگی دارد. فاصله کوچکتر به نیم تغییرنمای کوچکتر و فاصله بزرگتر به نیم تغییرنمای بزرگتر منجر می شود. نیم تغییرنا در فاصله صفر برابر صفر است (یعنی،  $\gamma(0) = 0$ ) چون نقطه با خودش مقایسه می شود. نمای مورد انتظار برای نیم تغییرنا برحسب فاصله در شکل ۱ نشان داده شده است. دو ویژگی مهم در نمودار نیم تغییرنا قابل مشاهده است؛ دامنه تأثیر (range) و حد آستانه یا سقف (sill). دامنه تأثیر به عنوان فاصله ای تعریف می شود که در آن نیم تغییرنا به سقف می رسد. به عبارت دیگر، دامنه تأثیر فاصله ای است که در فواصل بیشتر از آن جفت نقاط متناظر ارتباطی باهم ندارند. دامنه تأثیر برای فرآیند درون یابی مهم است چون وسعت همسایگی را تعریف می کند که می تواند برای درون یابی محلی استفاده شود. مقدار نیم تغییرنا در دامنه تأثیر به عنوان حد آستانه تعریف می شود، یعنی:

$$\gamma(\text{range}) = \text{sill}$$

مرجع بعد پس از حذف روند (مؤلفه های سرعت باقیمانده) جهت تعیین تابع واریانس - کوواریانس تجربی  $C(d)$

۳- انتخاب مدل تابع واریانس - کوواریانس که شبیه تابع واریانس - کوواریانس تجربی تعیین شده باشد.

۴- استفاده از روش کمترین مربعات جهت تعیین پارامترهای مدل تابع واریانس - کوواریانس.

۵- درون یابی مؤلفه های سرعت باقیمانده و دقت آنها با استفاده از روابط (۱۷) تا (۲۰) برای بهترین برآورد خطی یا روابط (۳۷) تا (۴۴) برای بهترین برآورد خطی ناریب.

۶- اضافه کردن مؤلفه های سرعت باقیمانده درون یابی شده به روند جهت رسیدن به مؤلفه های سرعت نهایی.

درون یابی کریجینگ را می توان با در نظر گرفتن قيود سطحی برای مؤلفه های بردارهای سرعت سطحی GPS انجام داد. یکی از مهمترین قيود سطحی، لغزش گسل های فعال در منطقه مورد مطالعه است. در این حالت تابع کوواریانس مابین ایستگاه های GPS و نقاط درون یابی در طرفین گسل بایستی برابر صفر قرار داده شود. مقدار کوواریانس صفر مشخص می کند که مابین مؤلفه های سرعت وابستگی وجود ندارد که برای نقاط در دو طرف یک گسل فعال صادق است.

## ۲-۱-۴ کریجینگ با استفاده از تحلیل نیم تغییرنا

تا این بخش، برآورد مؤلفه سرعت در نقطه درون یابی با استفاده از تابع واریانس - کوواریانس بدست می آید، که برهمکنش مابین مؤلفه های سرعت در نقاط نزدیک به هم روی سطح را نشان می دهد. به جای تابع واریانس - کوواریانس، می توان از نیم تغییرنا برای تعریف وابستگی مکانی مابین نمونه ها (مؤلفه های سرعت) در موقعیت های مختلف استفاده کرد. نیم تغییرنا  $\gamma(d)$  را می توان به صورت ریاضی برابر نصف واریانس تفاضل مابین کلیه

$$\gamma(d) = 1/(2n_d) \sum_{n_d} (v_i^2 - 2v_i v_j + v_j^2) \quad (51)$$

$$\gamma(d) = 1/(2n_d) \left( \sum_{n_d} v_i^2 + \sum_{n_d} v_j^2 - 1/n_d \sum_{n_d} v_i v_j \right) \quad (52)$$

برای سطوح ایستا:

$$1/(2n_d) \sum_{n_d} v_i^2 = 1/(2n_d) \sum_{n_d} v_j^2 = 1/2 C(0) \quad (53)$$

که به رابطه نهایی زیر منجر می‌شود:

$$\gamma(d) = C(0) - C(d) \quad (54)$$

با استفاده از رابطه (۵۴) می‌توان روابط متناظر برای کریجینگ ساده را بدست آورد. با جایگذاری رابطه (۵۴) در رابطه (۱۶) می‌توان به بردار وزن رسید (ژانگ و یائو، ۲۰۰۸).

$$w_{n,1} = [C(0)KK^T - \gamma(v_r, v_r)]_{n,n}^{-1} [C(0)K - \gamma(v_r, v_p)]_{n,1} \quad (55)$$

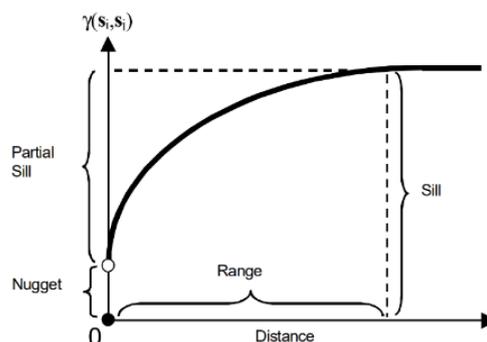
در رابطه فوق  $K$  بردار  $n \times 1$  است که درآیه‌های آن همگی یک هستند. بنابراین،  $KK^T$  یک ماتریس  $n \times n$  است که درآیه‌های آن همگی واحدند. رابطه (۵۵) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد (ژانگ و یائو، ۲۰۰۸):

$$[C(0)KK^T - \gamma(v_r, v_p)]_{n,n} w_{n,1} = [C(0)K - \gamma(v_r, v_p)]_{n,1} \quad (56)$$

$$C(0)KK^T w - \gamma(v_r, v_p)w = C(0)K - \gamma(v_r, v_p) \quad (57)$$

با فرض اینکه مؤلفه سرعت درون‌یابی شده برآورد تقریباً ناریب مؤلفه سرعت واقعی در نقطه درون‌یابی باشد، خواهیم داشت  $K^T w \approx 1$ . بنابراین رابطه (۵۷) به صورت زیر ساده می‌شود (ژانگ و یائو، ۲۰۰۸):

$$C(0)K - \gamma(v_r, v_p)w = C(0)K - \gamma(v_r, v_p) \quad (58)$$



شکل ۱. شکل مورد انتظار برای نیم‌تغییرنا برای مشاهدات در فاصله  $d$  از یکدیگر (جانستون، ۲۰۰۱)

از بین انواع مختلف توابع نیم‌تغییرنا در این تحقیق از سه تابع نیم‌تغییرنا دایروی، نمایی و گاوسی به ترتیب مطابق روابط (۴۸) تا (۵۰) استفاده شد (وبستر و اولیویر، ۲۰۰۷).

$$\gamma(h) = \begin{cases} c \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left( \frac{h}{a} \right) + \frac{2h}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{h^2}{a^2}} \right\}; & h \leq a \\ c & ; h > a \end{cases} \quad (48)$$

$$\gamma(h) = c \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{h}{r} \right) \right\} \quad (49)$$

$$\gamma(h) = c \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{h^2}{r^2} \right) \right\} \quad (50)$$

در روابط فوق،  $c$  حد آستانه،  $a$  دامنه تأثیر و  $h$  نشان‌دهنده فاصله است.

برای بدست آوردن روابط درون‌یابی متناظر زمانی که از نیم‌تغییرنا به عنوان سنجه اندرکنش مابین مؤلفه‌های سرعت در نقاط نزدیک استفاده می‌شود، بایستی رابطه ریاضی مابین نیم‌تغییرنا و تابع واریانس - کوواریانس برقرار شود. برای سطوح ایستا و ارگودیک، تعاریف ریاضی (۲۴) و (۴۷) برقرار است. با بسط رابطه (۴۷) برای نیم‌تغییرنا خواهیم داشت (بورو، ۲۰۰۱؛ ژانگ و یائو، ۲۰۰۸):

مرجع پس از حذف روند یعنی مؤلفه های سرعت باقیمانده جهت تعیین نیم تغییر نمای تجربی  $\gamma(d)$ .  
 ۳- انتخاب مدل نیم تغییر نما که شبیه نیم تغییر نمای تعیین شده به صورت تجربی باشد.  
 ۴- استفاده از برآورد کمترین مربعات جهت تعیین پارامترهای مدل نیم تغییر نما.  
 ۵- درون یابی مؤلفه های سرعت باقیمانده و تعیین دقت آنها.  
 ۶- اضافه کردن مؤلفه های سرعت باقیمانده درون یابی شده به روند جهت رسیدن به مؤلفه های سرعت نهایی درون یابی شده.

مشابه محاسبه کوواریانس، در محاسبه نیم تغییر نما نیز می توان قیود سطحی را در روش درون یابی در نظر گرفت. یکی از مهمترین قیود سطحی، لغزش گسل های فعال در منطقه مورد مطالعه است. در چنین حالتی نیم تغییر نما  $(\gamma(d))$  مابین ایستگاه های GPS و نقاط درون یابی در طرفین گسل بایستی برابر  $C(0)$  قرار داده شود. مطابق رابطه (۵۴) چنین نیم تغییر نمایی متناظر با مقدار کوواریانس صفر است.

## ۲-۱-۵ نیم تغییر نماها و توابع واریانس - کوواریانس جهت دار

تابع واریانس - کوواریانس و نیم تغییر نمای مطرح شده در بخش های قبلی همسانگرد هستند، یعنی رفتار این توابع در همه جهت ها یکسان است. در ادامه نیم تغییر نماها و توابع واریانس - کوواریانس جهت دار و پدیده ناهمسانگردی توضیح داده می شود.

نیم تغییر نما و تابع واریانس - کوواریانس جهت دار، تغییر مکانی مابین نقاط جدا شده با بردار  $\vec{d}$  را تعریف می کنند. تفاوت با نیم تغییر نماها و توابع واریانس - کوواریانس همسانگرد این است که  $\vec{d}$  به جای اسکالر بردار است. به عنوان مثال، اگر  $\vec{d} = (d_1, d_2)$  هر زوج

$$w_{n,1} = [\gamma(v_r, v_p)]_{n,n}^{-1} [\gamma(v_r, v_p)]_{n,1} \quad (59)$$

به روشی مشابه، ماتریس واریانس - کوواریانس خطای برآورد به صورت زیر برآورد می شود (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$D(e_p) = C(0) - w^T C(v_r, v_p) \quad (60)$$

$$D(e_p) = C(0) - w^T [KC(0) - \gamma(v_r, v_p)] \quad (61)$$

$$D(e_p) = C(0) - w^T KC(0) + w^T \gamma(v_r, v_p) \quad (62)$$

$$D(e_p) = C(0) - C(0) + w^T \gamma(v_r, v_p) \quad (63)$$

$$D(e_p) = w^T \gamma(v_r, v_p) \quad (64)$$

در نهایت، واریانس مؤلفه سرعت درون یابی شده از روابط زیر بدست می آید (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$D(\hat{v}_p) = w^T C(v_r, v_p) \quad (65)$$

$$D(\hat{v}_p) = w^T [KC(0) - \gamma(v_r, v_p)] \quad (66)$$

$$D(\hat{v}_p) = w^T KC(0) - w^T \gamma(v_r, v_p) \quad (67)$$

$$D(\hat{v}_p) = C(0) - w^T \gamma(v_r, v_p) \quad (68)$$

به روش مشابه، روابط کریجینگ معمولی با استفاده از تحلیل نیم تغییر نما را می توان بدست آورد (الشمی، ۲۰۰۵):

$$\hat{v}_p = w^T v_r \quad (69)$$

بردار وزن را می توان با رابطه زیر بدست آورد:

$$\begin{bmatrix} \gamma(v_r, v_p) & K \\ K^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(v_r, v_p) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (70)$$

واریانس خطای برآورد از رابطه زیر بدست می آید (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$D(e_p) = w^T \gamma(v_r, v_p) + \lambda \quad (71)$$

سرانجام، واریانس مؤلفه سرعت درون یابی شده به صورت زیر تعیین می شود (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$D(\hat{v}_p) = C(0) - w^T \gamma(v_r, v_p) - \lambda \quad (72)$$

به طور خلاصه، مراحل درون یابی با استفاده از تحلیل نمودار نیم تغییر نما به شرح ذیل هستند:

۱- حذف روند جهت اطمینان از ویژگی های ایستایی و ارگودیک دگرشکلی سطحی.

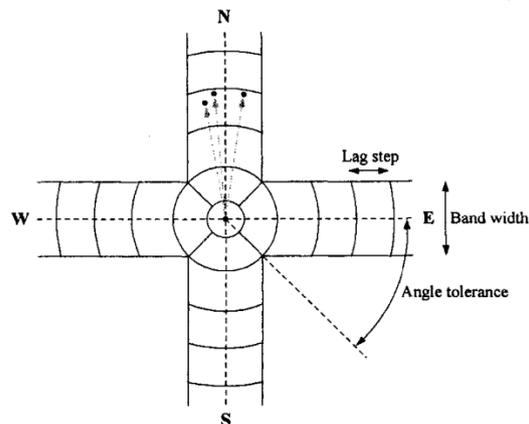
۲- استفاده از مؤلفه های سرعت مشاهداتی GPS در نقاط

مؤلفه‌های سرعت معلوم در محل ایستگاه‌های GPS اطمینان پیدا کرده و سپس روابط درونیابی را بر روی باقیمانده مؤلفه‌های سرعت اعمال کرد. پس از درونیابی، باقیمانده مؤلفه سرعت درونیابی شده با روند جمع می‌شود تا برآورد نهایی مؤلفه سرعت در نقطه درونیابی بدست آید. روش کریجینگ سراسری را می‌توان بدون حذف روند مستقیماً به داده‌های خام اعمال کرد. دلیل این امر این است که کریجینگ سراسری روند و بردار وزن را به‌طور همزمان برآورد می‌کند. بنابراین، با این روش نیاز به مرحله پیش‌پردازش جهت حذف روند سطحی حذف می‌شود (دیویس، ۲۰۰۲). پس در روش کریجینگ سراسری وزن‌هایی که به نقاط مرجع معلوم اعمال می‌شوند و همچنین ضرایب روند به‌طور همزمان تعیین می‌شوند. چون ترم‌های بیشتری برآورد می‌شود، نمونه بزرگتری از نقاط مرجع مورد نیاز است. همچنین، یک مدل نیم‌تغییرنا یا تابع واریانس - کوواریانس مناسب فرض شده و سپس با نیم‌تغییرنا یا تابع واریانس - کوواریانس تجربی بدست آمده از مؤلفه‌های سرعت باقیمانده پس از حذف روند مقایسه می‌شود. اگر هر دو یکسان باشند، آنگاه فرضیات انجام شده در مورد مدل نیم‌تغییرنا یا تابع واریانس - کوواریانس همچنین روند صحیح هستند، و مقدار مجهول را می‌توان تعیین کرد و اگر متفاوت باشند، آنگاه مدل نیم‌تغییرنا یا تابع واریانس - کوواریانس و یا روند دیگری بایستی مورد استفاده قرار گیرد تا نیم‌تغییرنا‌های مدل و تجربی یکسان شوند.

## ۲-۲ تحلیل سطح روند

تحلیل سطح روند، سطح را با بسط چندجمله‌ای به صورت تابعی از مختصات مسطحاتی تقریب می‌زند. به عبارت دیگر، داده مشاهداتی در نقطه مرجع به صورت جمع یک تابع چندجمله‌ای قطعی از مختصات مسطحاتی (روند) و خطای تصادفی (باقیمانده) در نظر گرفته می‌شود. روند

نمونه مورد مقایسه باید به اندازه  $d_1$  متر در راستای شرق - غرب و به اندازه  $d_2$  متر در راستای شمال - جنوب از هم فاصله داشته باشند.



شکل ۲. افزایش سطح برای محاسبات نیم‌تغییرنا و تابع واریانس - کوواریانس جهت‌دار (الشیمی و همکاران، ۲۰۰۵)

در عمل پیدا کردن نقاط نمونه کافی که دقیقاً با بردار یکسان  $\vec{d}$  جدا شده باشند مشکل است. بنابراین، مجموعه کلیه بردارهای ممکن معمولاً به دسته‌هایی افزایش می‌شود. بردارهایی که به یک سلول ختم می‌شوند در یک کلاس گروه‌بندی می‌شوند و مقادیر نیم‌تغییرنا یا تابع واریانس - کوواریانس بطور جداگانه برای هر کلاس برآورد می‌شوند (شکل ۲). تعداد کلاس‌ها می‌تواند متفاوت باشد (۴، ۸، ۱۶ و غیره). نیم‌تغییرنا یا تابع واریانس - کوواریانس با استفاده از همان معادلات همسانگرد برآورد می‌شوند. تنها تفاوت این است که نقاط مورد استفاده در ابتدا و انتهای بردار  $\vec{d}$  قرار دارند.

## ۲-۱-۶ کریجینگ سراسری

روابط بدست آمده برای کریجینگ ساده یا برآورد خطی بهینه و کریجینگ معمولی یا برآورد نارایب خطی بهینه فرض می‌کنند که دگرشکلی سطحی می‌تواند با فرآیند تصادفی ایستا و ارگودیک بیان شود (الشیمی و همکاران، ۲۰۰۵). بنابراین، بایستی از این ویژگی‌ها با حذف روند از

معادلات (۷۵) را می‌توان به شکل ماتریسی به صورت رابطه (۷۶) یا به شکل نمادین (۷۷) نوشت.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}_{n,1} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & Y_n \end{bmatrix}_{n,3} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}_{3,1} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}_{n,1} \quad (76)$$

$$V_{n,1} = A_{n,3} X_{3,1} + e_{3,1} \quad (77)$$

ماتریس  $A_{n,3}$  در رابطه (۷۷) به عنوان ماتریس ضرایب شناخته می‌شود که مشاهدات  $V_{n,1}$  در نقاط مرجع را به ضرایب مجهول  $X_{3,1}$  مرتبط می‌کند. جواب این معادله را می‌توان از طریق برآورد کمترین مربعات بدست آورد (اوگوندار، ۲۰۱۸):

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix}_{3,1} = (AB)^{-1}_{3,3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \end{bmatrix}_{n,n} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}_{n,1} \quad (78)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \end{bmatrix}_{3,n}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & Y_n \end{bmatrix}_{n,3}$$

جواب معادلات فوق با استفاده از برازش کمترین مربعات به بهترین برازش مابین مشاهدات در نقاط مرجع و سطح روند مرتبه اول (صفحه) منجر می‌شود. اگر کمتر از سه نقطه مرجع موجود باشد، معکوس ماتریس نرمال  $(A^T A)$  فاقد معکوس خواهد بود. بنابراین، تعداد نقاط مرجع ( $n$ ) بایستی بیشتر از تعداد ضرایب در چندجمله‌ای روند انتخابی باشد. سطوح روند مرتبه دوم، سوم، و چهارم به ترتیب در روابط (۷۹)، (۸۰) و (۸۱) نشان داده شده است (اوگوندار، ۲۰۱۸).

$$V(X, Y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 X^2 + a_4 XY + a_5 Y^2 \quad (79)$$

ویژگی‌های کلی سطح را توصیف می‌کند درحالی‌که باقیمانده‌ها جزئیات محلی سطح را نشان می‌دهند. ضرایب تابع چندجمله‌ای از طریق برآورد کمترین مربعات با استفاده از داده‌های مشاهداتی در نقاط مرجع برآورد می‌شوند. برآورد کمترین مربعات جمع مربعات باقیمانده‌ها مابین سطح اولیه و روند بدست آمده از بسط چندجمله‌ای را کمینه می‌کند. با داشتن ضرایب برآورد شده چندجمله‌ای، به سادگی برآورد مجهول در هر موقعیت مسطحاتی قابل انجام است (هوتا، ۲۰۱۴). از نظر تئوری، می‌توان یک چندجمله‌ای با هر درجه‌ای را برای نمایش روند تا زمانی که نقاط مرجع به تعداد کافی وجود داشته باشد انتخاب کرد. رابطه (۷۳) مشاهده در نقطه مرجع را به صورت مجموع بسط چندجمله‌ای و باقیمانده  $e$  بیان می‌کند (ساغر و همکاران، ۲۰۲۳):

$$V(X, Y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y + \dots + e \quad (73)$$

در رابطه فوق  $V(X, Y)$  مشاهده در نقطه مرجع،  $(a_0, a_1, a_2, \dots)$  ضرایب چندجمله‌ای، و  $e$  باقیمانده متناظر است. روند بهینه روندی است که مجموع مربعات باقیمانده‌ها را کمینه کند، یعنی  $\sum e^2 = \min$ . این روند با استفاده از برآورد کمترین مربعات بدست می‌آید (کخ، ۱۹۸۷). مرتبه چندجمله‌ای نمایش دهنده روند توسط عامل از قبل مشخص می‌شود. شکل عمومی روند، که با استفاده از بسط چندجمله‌ای مرتبه  $n$  توصیف می‌شود، به صورت زیر است (ساغر و همکاران، ۲۰۲۳):

$$V(X, Y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} X^i Y^j \quad (74)$$

به عنوان مثال، برای نمایش روش کمترین مربعات جهت برآورد ضرایب چندجمله‌ای، روند مرتبه اول در نظر گرفته می‌شود که به  $n$  نقطه مرجع برازش می‌شود. در این حالت، مشاهدات در نقاط مرجع به ضرایب مجهول به صورت ریاضی زیر مرتبط می‌شوند (برلیانت، ۱۹۷۰):

$$\begin{aligned} V_1(X_1, Y_1) &= a_0 + a_1 X_1 + a_2 Y_1 + e_1 \\ V_2(X_2, Y_2) &= a_0 + a_1 X_2 + a_2 Y_2 + e_2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (75)$$

دیگر، ممکن است انتظار رود که با افزایش مرتبه چندجمله‌ای، روند به سطح اصلی نزدیک‌تر می‌شود. این انتظار همیشه صحیح نیست. برای برآورد میزان خوبی سطح روند، لازم است که مجموع مربعات مطلق ( $SS_T$ )، مجموع مربعات روند یا رگرسیون ( $SS_R$ )، و مجموع مربعات باقیمانده‌ها ( $SS_D$ ) به ترتیب مطابق روابط زیر محاسبه شوند (هوتا، ۲۰۱۴):

$$SS_T = \sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n V_i\right)^2 / n \quad (۸۴)$$

$$SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{V}_i - \bar{V})^2 = \sum_{i=1}^n \hat{V}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \hat{V}_i\right)^2 / n \quad (۸۵)$$

$$SS_D = \sum_{i=1}^n (V_i - \hat{V}_i)^2 = \sum_{i=1}^n V_i^2 - \sum_{i=1}^n \hat{V}_i^2 = SS_T - SS_R \quad (۸۶)$$

در روابط (۸۴) و (۸۵) نشان‌دهنده میانگین داده‌هاست که توسط داده‌های نقاط مرجع تعریف می‌شود. در معادلات (۸۵) و (۸۶) فرض بر این است که روند و سطح اولیه دارای میانگین یکسان هستند. علاوه بر این، فرض می‌شود که مابین روند برآورد شده و باقیمانده‌ها همبستگی وجود ندارد. با توجه به اینکه فرض می‌شود باقیمانده‌ها معرف نوسانات تصادفی با میانگین صفر هستند پس در نظر گرفتن این فرض‌ها صحیح است. بنابراین، روند و سطح اولیه بایستی دارای میانگین یکسان باشند. همچنین، روند که مطابق تعریف بسط چندجمله‌ای، مؤلفه سیستماتیک است بایستی فاقد

$$V(X, Y) = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3X^2 + a_4XY + a_5Y^2 + a_6X^3 + a_7X^2Y + a_8XY^2 + a_9Y^3 \quad (۸۰)$$

$$V(X, Y) = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3X^2 + a_4XY + a_5Y^2 + a_6X^3 + a_7X^2Y + a_8XY^2 + a_9Y^3 \quad (۸۱)$$

پس از بدست آوردن ضرایب سطح روند، می‌توان مقدار روند  $\hat{V}(X, Y)$  را در هر موقعیت  $(X, Y)$  برآورد کرد؛ رابطه (۸۲) برای حالت روند مرتبه اول است (الشمی، ۲۰۰۵).

$$\hat{V}(X, Y) = [1 \quad X \quad Y] \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix} \quad (۸۲)$$

با فرض اینکه  $n$  نقطه مرجع برای برآورد ضرایب چندجمله‌ای مورد استفاده قرار گرفته باشد، رابطه (۸۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت (الشمی، ۲۰۰۵):

$$\hat{V}(X, Y) = [1 \quad X \quad Y](D)^{-1}_{3,3} A \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}_{n,1} \quad (۸۳)$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \end{bmatrix}_{3,n} \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & Y_n \end{bmatrix}_{n,3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \end{bmatrix}_{n,n}$$

سؤالی که در ادامه مطرح می‌شود این است چگونه می‌توان تشخیص داد که مرتبه چندجمله‌ای مناسب برای روند انتخاب شده است؟ برای پاسخ به این سؤال می‌توان از تحلیل واریانس سطح روند استفاده کرد.

## ۲-۲-۱ تحلیل واریانس سطح روند

برازش هر مرتبه سطح روندی به مجموعه‌ای از نقاط مرجع دلیل بر معنی دار بودن روند نیست. ممکن است اینگونه به نظر برسد که بهتر است همیشه از تابع روند مرتبه بالاتر به جای مرتبه پایین‌تر استفاده شود. به عبارت

آزادی مربوط به مجموع مربعات مطلق  $SS_T$  برابر  $(n-1)$  است، که  $n$  تعداد نقاط مرجع است. درجه آزادی مربوط به مجموع مربعات روند  $SS_R$  برابر  $(m-1)$  است، که  $m$  تعداد ضرایب در چندجمله‌ای توصیف‌کننده روند است. در نهایت، درجه آزادی برای مجموع مربعات باقیمانده‌ها  $SS_D$  تفاضل دو مقدار قبلی یعنی  $(n-m)$  است (الشیمی، ۲۰۰۵).

$$MS_T = SS_T / (n - 1) \quad (۸۸)$$

$$MS_R = SS_R / (m - 1) \quad (۸۹)$$

$$MS_D = SS_D / (n - m) \quad (۹۰)$$

در روابط فوق،  $MS_T$ ، واریانس مطلق،  $MS_R$ ، واریانس روند و  $MS_D$  واریانس باقیمانده است. برای آزمون اهمیت روند برآورد شده، نسبت مابین واریانس روند و واریانس باقیمانده تعیین می‌شود. این نسبت دارای توزیع فیشر با  $(m-1, n-m)$  درجه آزادی است (رایس، ۲۰۰۶).

$$F_{statistic} = MS_R / MS_D \sim F_{(m-1, n-m)} \quad (۹۱)$$

اگر رگرسیون با اهمیت باشد یعنی روند به سطح اولیه خیلی نزدیک باشد، واریانس باقیمانده،  $MS_D$ ، در مقایسه با واریانس روند،  $MS_R$ ، خیلی کوچک بوده و به مقادیر بزرگتر  $F_{statistic}$  منجر می‌شود. بنابراین،  $F_{statistic}$  را می‌توان در یک  $F-test$  برای تعیین اینکه آیا ضرایب سطح روند مخالف صفر هستند، یعنی اثر رگرسیون متفاوت از اثر تصادفی داده است، بکار برد. به صورت آماری، فرض صفر  $(H_0)$  و فرض مقابل  $(H_A)$  آزمون  $F-test$  برای تعیین اهمیت روند را می‌توان به صورت زیر نوشت (رایس، ۲۰۰۶):

$$H_0: a_0 = a_1 = a_2 = \dots = a_{m-1} = 0$$

$$H_A: a_0, a_1, a_2, \dots, a_{m-1} \neq 0$$

فرض صفر  $(H_0)$  بیان می‌کند که اثر رگرسیون خیلی متفاوت از اثر تصادفی داده‌ها نیست. پذیرش فرض صفر به این نتیجه منجر می‌شود که همگی یا برخی از ضرایب چندجمله‌ای با اهمیت نبوده و می‌توان مرتبه چندجمله‌ای

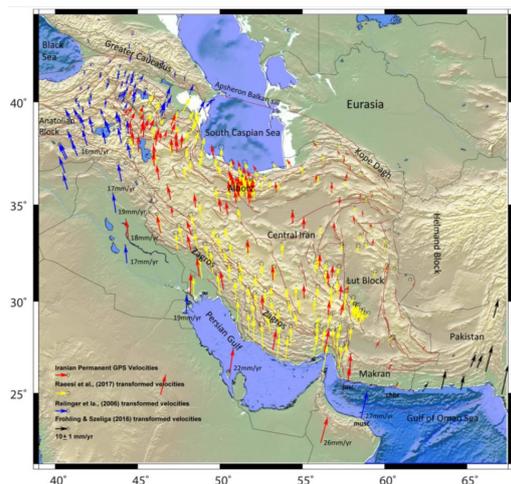
همبستگی با مؤلفه تصادفی باقیمانده سطح باشد. با استفاده از مجموع مربعات فوق، می‌توان درصد خوبی برازش روند  $(R^2)$  را به صورت زیر تعریف کرد (الشیمی، ۲۰۰۵).

$$R^2 = SS_R / SS_T \quad (۸۷)$$

رابطه (۸۶) نشان می‌دهد که خوبی برازش  $(R^2)$  کوچک‌تر از یک خواهد بود. همچنین توجه به این نکته مهم است که چون  $SS_D$  مجموع مربعات است پس همیشه مثبت خواهد بود. مقدار بهینه برای  $(R^2)$  یک است، که نشان می‌دهد  $(SS_T = SS_R)$ . این وضعیت زمانی اتفاق می‌افتد که روند برآورد شده بر سطح اولیه تعریف شده توسط نقاط مرجع منطبق باشد یعنی برآوردکننده صحیح باشد. چون داشتن سطحی که به‌طور صحیح توسط یک چندجمله‌ای قطعی توصیف شود تقریباً غیرممکن است، لذا مقدار  $(R^2)$  هرگز به یک نمی‌رسد. بنابراین، یک سطح روند خوب به درصد بالایی از خوبی برازش منجر می‌شود. یک روش برای تعیین روند بهینه را می‌توان با چندجمله‌ای مرتبه پایین یعنی مرتبه یک شروع کرد. مرتبه چندجمله‌ای با در نظر گرفتن  $(R^2)$  افزایش می‌یابد. اگر با افزایش مرتبه چندجمله‌ای مقدار  $R^2$  نیز افزایش یابد برازش بهتر خواهد شد. اگر وضعیتی پیش آید که افزایش مرتبه تأثیر جزئی در مقدار  $R^2$  داشته باشد، در این صورت بهتر است از کمترین مرتبه چندجمله‌ای نگهدارنده مقدار  $R^2$  استفاده شود.

یک روش دیگر برای آزمون اهمیت سطح روند انجام تحلیل واریانس (ANOVA) است (الشیمی و همکاران، ۲۰۰۵). تحلیل واریانس با محاسبه واریانس‌های  $MS_T$ ،  $MS_D$ ،  $MS_R$  که به ترتیب متناظر با مجموع مربعات مطلق  $(SS_T)$ ، مجموع مربعات روند یا رگرسیون  $(SS_R)$ ، و مجموع مربعات باقیمانده‌ها  $(SS_D)$  است، شروع می‌شود. این واریانس‌ها با تقسیم مجموع مربعات به درجه آزادی متناظر بدست می‌آیند (روابط (۸۸)، (۸۹) و (۹۰)). درجه

همکاران (۲۰۰۶) بردارهای آبی، فرولینگ و شلابنگا (۲۰۱۶) بردارهای سیاه، و رئیس و همکاران (۲۰۱۷) بردارهای زرد، به چارچوب مرجع اوراسیا مربوط به شبکه IPGN تبدیل شده‌اند (بردارهای قرمز). گسل‌های اصلی ایران، شرق ترکیه و قفقاز نیز از حسامی و همکاران (۲۰۰۳)، طالبیان و همکاران (۲۰۱۳) و قدس و همکاران (۲۰۱۵) اقتباس شده است.



شکل ۳. میدان سرعت مسطحی GPS یکپارچه نسبت به چارچوب ثابت اوراسیا در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا (خرمی و همکاران، ۲۰۱۹).

داده‌هایی که فاصله زیادی از منطقه مورد مطالعه دارند، به دلیل اینکه حاوی اطلاعات زیادی نیستند، در شبکه‌بندی لحاظ نمی‌شوند. بنابراین، اولین گامی که باید انجام شود این است که داده‌های خارج از محدوده  $42^{\circ}\text{E}$  به‌عنوان مرز غربی،  $66^{\circ}\text{E}$  به‌عنوان مرز شرقی،  $24^{\circ}\text{N}$  به‌عنوان مرز جنوبی و  $42^{\circ}\text{N}$  به‌عنوان مرز شمالی حذف شوند. بنابراین، داده‌ها به منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا محدود می‌شوند. به این ترتیب، ۳۹۸ داده GPS به منطقه مورد مطالعه محدود شده و به تعداد ۳۶۵ داده کاهش یافت (شکل‌های ۴-الف و ۴-ب).

جهت تحلیل اولیه قبل از درون‌یابی، چندضلعی‌های تیسن (thiessen) و نقشه ورونوی (Voronoi) برای

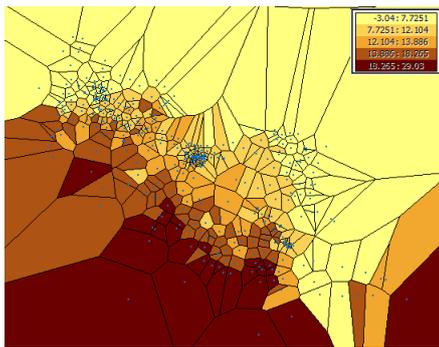
را کاهش داد. از طرف دیگر، اگر فرض صفر ( $H_0$ ) رد شود، یعنی فرض مقابل،  $H_A$  پذیرفته شود، کلیه ضرایب در رگرسیون بااهمیت در نظر گرفته شده و رگرسیون معنی‌دار است. مقدار  $F_{statistic}$  نسبت به مقادیر بحرانی در جداول توزیع  $F$  با فرض سطح اهمیت ( $\alpha$ ) کنترل می‌شود، که احتمال رد فرض صفر صحیح (احتمال خطای نوع اول) است.

روش تحلیل سطح روند دارای مزیت بدست آوردن سطح روند منحصربفرد است، یعنی صرفنظر از انتخاب چارچوب مرجع برای نقاط مرجع، سطح منحصربفردی تولید می‌شود. بدست آوردن روند قابل اعتماد نیازمند داشتن نقاط مرجع کافی است. تعداد نقاط مرجع بایستی خیلی بیشتر از تعداد ضرایب مجهول چندجمله‌ای باشد. فاصله و توزیع نقاط مرجع دارای نقش حیاتی برای اطمینان از کیفیت بالای روند بدست آمده است. توزیع خوشه‌ای یا غیریکنواخت نقاط کنترل شکل سطح روند برآورد شده را تحت تأثیر قرار داده و به اریب منجر می‌شود.

برای تشخیص روند می‌توان از نیم‌تغییرنما نیز استفاده کرد. بطور کلی نیم‌تغییرنمایی که در محدوده موردنظر به سقف ثابتی نمی‌رسند می‌توانند دلالت بر وجود روند داشته باشند (حسنی‌پاک، ۱۳۸۹).

### ۳ مراحل درون‌یابی و نتایج

به‌منظور برآورد از گسترده‌ترین و به‌روزترین میدان سرعت GPS یکپارچه برای منطقه برخورد مایل صفحه‌های زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا استفاده شد (شکل ۳). این میدان نتیجه ترکیب پردازش داده‌های جمع‌آوری شده در طول ۱۰ سال از ۲۰۰۶ تا ۲۰۱۵ از شبکه دائمی GNSS ایران (IPGN) با میدان‌های سرعت منتشر شده قبلی از مشاهدات GPS طی سال‌های ۱۹۹۷ تا ۲۰۱۳ است. در شکل ۳ میدان‌های سرعت رایلینگر و



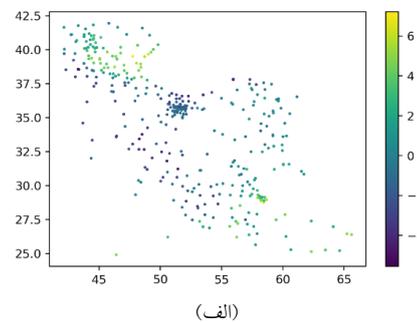
(ب)

شکل ۵. نقشه وروئوی ساده مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت GPS در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا برحسب میلی‌متر در سال.

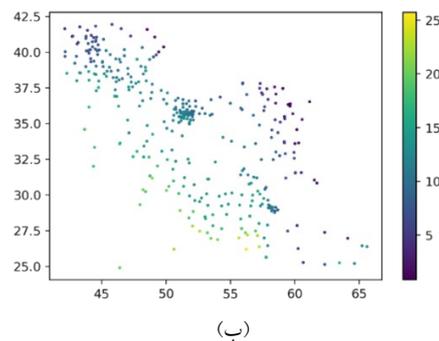
### ۱-۳ تحلیل سطح روند

برای شناسایی روند دو صفحه عمود برهم در جهت شرقی-غربی و شمالی-جنوبی در نظر گرفته می‌شوند. در هر دو شکل ۶-الف و ب، محور  $\lambda$  محدوده ایستگاه‌های GPS از طول جغرافیایی ۴۱ تا ۶۶ درجه و محور  $\varphi$  محدوده ایستگاه‌های GPS از عرض جغرافیایی ۲۴/۵ تا ۴۲/۵ درجه را نشان می‌دهد. محور قائم نیز در شکل ۶-الف دامنه مؤلفه شرقی سرعت از صفر تا ۱۲/۶۴ میلی‌متر در سال و در شکل ۶-ب دامنه مؤلفه شمالی سرعت از ۰/۱۸ تا ۲۹/۰۳ میلی‌متر در سال را نشان می‌دهد. مؤلفه‌های سرعت در هر دو شکل با توجه به موقعیت ایستگاه‌ها با رنگ سبز روشن نشان داده شده‌اند. مقادیر مؤلفه‌های بردارهای سرعت روی دو صفحه عمودبرهم شرقی - غربی و شمالی - جنوبی تصویر می‌شوند. موقعیت ایستگاه‌ها روی سطح افق با رنگ قهوه‌ای، تصویر موقعیت ایستگاه‌ها و دامنه مؤلفه‌ها روی صفحه قائم شرقی - غربی با رنگ سبز و روی صفحه قائم شمالی - جنوبی با رنگ آبی نشان داده شده است. بهترین چندجمله‌ای که بتوان به نقاط تصویر شده برازش داد به‌عنوان روند در جهات دو صفحه شرقی - غربی (سبز رنگ) و شمالی - جنوبی (آبی رنگ) در نظر گرفته

مؤلفه‌های شرقی (شکل ۵-الف) و شمالی (شکل ۵-ب) میدان سرعت ترسیم شدند. مطابق شکل ۵-الف دامنه مؤلفه‌های شرقی در داخل ایران تغییر علامت می‌دهد. بدین صورت که در نیمه غربی به سمت غرب و در قسمت جنوبی نیمه شرقی به سمت شرق می‌باشد. همچنین دامنه مؤلفه‌های شرقی در شمال غرب ایران افزایش یافته و به سمت شرق می‌باشد. همچنین مطابق شکل ۵-ب دامنه مؤلفه شمال از جنوب به شمال و از غرب به شرق در حال کاهش است.

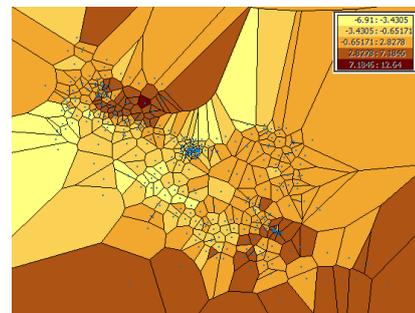


(الف)

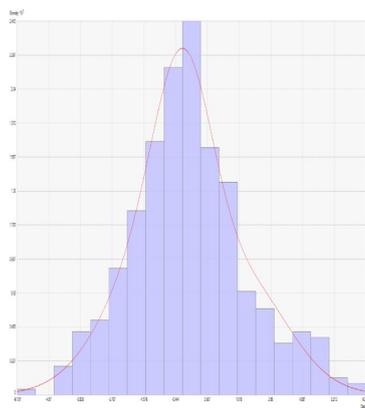


(ب)

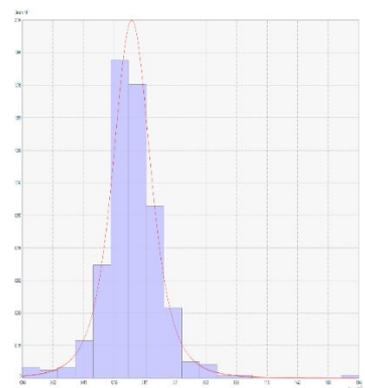
شکل ۴. نمودار پراکندگی ایستگاه‌های انتخابی و مؤلفه‌های سرعت (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت GPS در منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان-اوراسیا برحسب میلی‌متر در سال.



(الف)



(الف)

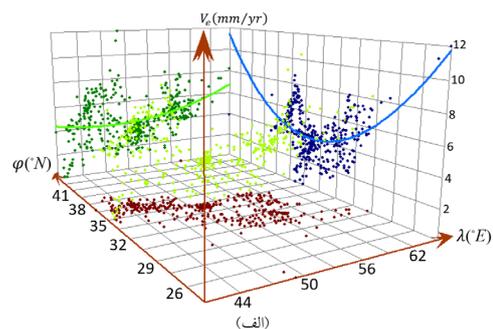


(ب)

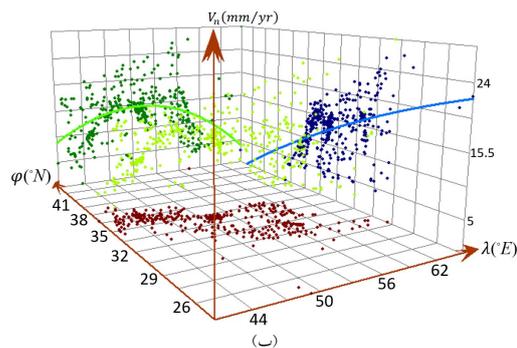
شکل ۶. نمودار میله‌ای و منحنی توزیع مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی میدان سرعت GPS پس از حذف روند درجه دو.

مدل تنوری نیم‌تغییرنا که بهترین برازش را با داده‌های تجربی دارد، براساس روش اعتبارسنجی متقابل انتخاب شده است، که امکان ارزیابی میزان دقت مدل را برای تعیین مقادیر تقریبی فراهم می‌آورد (وبستر و اولیویر، ۲۰۰۷). چندین مدل نیم‌تغییرنا مورد آزمایش قرار گرفته و با آماره‌های میانگین خطا ( $ME$ )، جذر میانگین مربعات خطا ( $RMSE$ )، میانگین استاندارد شده خطا ( $MSE$ )، جذر میانگین مربعات استاندارد شده خطا ( $RMSSE$ ) و میانگین استاندارد خطا ( $ASE$ ) ارزیابی گردید. روابط مورد استفاده برای ارزیابی عملکرد روش‌های درونیابی مکانی (احمد و دی‌مارسیلی، ۱۹۸۷؛ بارو و مک‌دانل، ۱۹۹۸؛ هو و همکاران، ۲۰۰۴؛ ایزاکس و سربواستاوا، ۱۹۸۹؛ ویسنه-سرانو و همکاران، ۲۰۰۳؛ مولر و

می‌شود. مطابق شکل ۶-الف یک روند  $U$  شکل قوی در صفحه تصویر شمالی - جنوبی و یک روند  $U$  شکل ضعیف در صفحه تصویر شرقی - غربی برای مؤلفه شرقی مشاهده می‌شود. همچنین مطابق شکل ۶-ب یک روند تقریباً خطی در صفحه شمالی - جنوبی و یک روند  $U$  شکل قوی در صفحه شرقی - غربی برای مؤلفه شمالی بردارهای سرعت مشاهده می‌شود. لذا براساس دید بصری و با انجام تحلیل سطح روند و واریانس آن یک چندجمله‌ای دو بعدی درجه دو برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی بردارهای سرعت GPS به‌عنوان روند در نظر گرفته شد. نمودار میله‌ای و منحنی توزیع مؤلفه‌های شرقی و شمالی پس از حذف روند به‌ترتیب در شکل‌های ۷-الف و ۷-ب قابل مشاهده است.



(الف)



(ب)

شکل ۷. تحلیل روند برای مؤلفه‌های (الف) شرقی و (ب) شمالی بردارهای سرعت در منطقه مورد مطالعه.

### ۲-۳ توسعه مدل کریجینگ

در مرحله توسعه تجربی نیم‌تغییرنا مناسب، فاصله بهینه (اندازه تأخیر) و حداکثر فاصله (تعداد تأخیرها) که برای آن نیم‌تغییرنا محاسبه می‌شود، باید انتخاب شوند.

همکاران، ۲۰۲۲) به صورت ذیل هستند:

$$ME = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N (V(x_i) - \hat{V}(x_i))$$

$$RMSE = \left[ \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N (V(x_i) - \hat{V}(x_i))^2 \right]^{1/2}$$

$$MSE = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N (V(x_{si}) - \hat{V}(x_{si}))^2$$

$$RMSSE = \left[ \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N (V(x_{si}) - \hat{V}(x_{si}))^2 \right]^{1/2}$$

$$ASE = \left[ \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N \left( V(x_i) - \left( \frac{\sum_{i=1}^N V(x_i)}{N} \right) \right)^2 \right]^{1/2}$$

پارامترهای نیم تغییرنا شامل مقدار قطعه، آستانه نسبی برحسب میلی متر در سال، دامنه تأثیر در دو حالت همسانگرد و ناهمسانگرد و آزمون بیشینه تأثیر برحسب درجه برای مؤلفه شرقی میدان سرعت درون یابی شده به ترتیب در جداول ۱ و ۳ و نتایج اعتبارسنجی در جداول ۲ و ۴ ارائه شده است. پارامترهای نیم تغییرنا شامل مقدار قطعه، آستانه جزئی برحسب میلی متر در سال، دامنه تأثیر در دو حالت همسانگرد و ناهمسانگرد و آزمون بیشینه تأثیر برحسب درجه برای مؤلفه شمالی میدان سرعت درون یابی شده به ترتیب در جداول ۵ و ۷ و نتایج اعتبارسنجی در جداول ۶ و ۸ ارائه شده است. بیشینه تغییرات نیم تغییرنا برای مؤلفه شرقی در حدود ۵/۵ درجه و در جهت WNW-ESE روی می دهد. آزمون

قطر اطول بیضی ناهمسانگردی برای مؤلفه شرقی با نیم تغییرنا گوسی در حدود ۱۰۳ درجه است (جدول ۳ و شکل ۸). محدوده مقادیر کمینه و بیشینه تغییرات نیم تغییرنا برای مؤلفه شرقی به ترتیب برابر ۱/۹۴۱ و ۴/۸۳۷ درجه است (جدول ۳). بیشینه مقدار نیم تغییرنا برای این مؤلفه در آزمون حدود ۷۵ درجه رخ می دهد. بیشینه مقدار نیم تغییرنا برای این مؤلفه در آزمون حدود ۳۴۰ درجه رخ می دهد. مقادیر نیم تغییرناها با استفاده از نقاط داخل بیضی با نیم محورهایی به ابعاد ستون پنجم جدول ۴ که به ۸ بخش تقسیم شده محاسبه می شوند. استفاده از مدل ناهمسانگرد، تمایز سرعت را با توجه به فاصله و جهت در نظر گرفته و برازش بهتر مدل را با داده ها امکان پذیر می سازد. جهت بیضی های ناهمسانگردی با جهت گرادیان های سرعت منطبق است. برای مؤلفه شمال سرعت، نیم تغییرنا در یک محدوده کوچکتر در جهت NW-SE تغییر می کنند (شکل ۹). آزمون قطر اطول بیضی ناهمسانگردی برای مؤلفه شمالی با استفاده از نیم تغییرنا گوسی در حدود ۱۰۷ درجه است (جدول ۷). بیشینه مقدار نیم تغییرنا برای این مؤلفه در آزمون حدود ۳۳۰ درجه رخ می دهد. مقادیر نیم تغییرناها با استفاده از نقاط داخل بیضی با نیم محورهایی به ابعاد ستون پنجم جدول ۴ که به ۴ و ۸ بخش تقسیم شده محاسبه می شوند.

جدول ۱. پارامترهای نیم تغییرنا برای مؤلفه شرقی میدان سرعت (V<sub>E</sub>) در حالت همسانگرد.

مدل	قطعه	دامنه	آستانه نسبی
دایروی	۰/۰۶۱	۳/۸۴۲	۴/۸۶۶
نمایی	۰/۰۰۰	۵/۵۵۳	۵/۳۰۷
گوسی	۰/۴۹۳	۲/۸۷۰	۴/۳۴۲

جدول ۲. نتایج عددی اعتبارسنجی برای مؤلفه شرقی میدان سرعت (V<sub>E</sub>) بر حسب میلی متر در سال برای حالت همسانگرد.

مدل	ME	RMSE	MSE	RMSSE	ASE	بخش
دایروی	-۰/۰۷۹	۱/۱۷۶	-۰/۰۲۶	۱/۱۰۷	۱/۶۹۷	⊗
نمایی	-۰/۰۱۹	۱/۳۲۶	-۰/۰۱۷	۱/۱۴۳	۱/۶۱۶	⊗
گوسی	۰/۳۸۲	۶/۳۱۵	۰/۰۰۱	۱/۱۷۰	۵/۳۶۸	⊕

جدول ۳. پارامترهای نیم‌تغییرنما برای مؤلفه شرقی میدان سرعت ( $V_E$ ) در حالت ناهمسانگرد.

مدل	قطعه	دامنه	نسبت ناهمسانگردی	آستانه نسبی	آزیموت
دایروی	۰/۰۳۳	۲/۵۷۸~۵/۵۵۳	۲/۱۵	۴/۸۲۴	۱۰۴/۲۳۸
نمایی	۰/۰۰۰	۴/۰۸۵~۵/۵۵۳	۱/۳۶	۵/۰۱۲	۹۵/۲۷۳
گاوسی	۰/۳۸۶	۱/۹۴۱~۴/۸۳۷	۲/۵۰	۴/۵۵۶	۱۰۳/۳۵۹

جدول ۴. نتایج عددی اعتبارسنجی مقاطع برای مؤلفه شرقی میدان سرعت ( $V_E$ ) بر حسب میلی‌متر در سال برای حالت ناهمسانگرد.

مدل	ME	RMSE	MSE	RMSSE	ASE	بخش
دایروی	-۰/۰۰۴	۱/۰۸۵	-۰/۰۰۹	۱/۱۶۴	۱/۱۳۵	⊕
نمایی	-۰/۰۵۷	۱/۵۵۶	-۰/۰۰۶	۱/۰۹۱	۱/۷۳۳	⊗
گاوسی	۰/۰۰۲	۱/۱۲۹	۰/۰۰۰	۱/۳۲۲	۱/۰۲۲	⊗

جدول ۵. پارامترهای نیم‌تغییرنما برای مؤلفه شمالی میدان سرعت ( $V_N$ ) در حالت همسانگرد.

مدل	قطعه	دامنه	آستانه نسبی
دایروی	۰/۳۱۴	۴/۱۹۸	۵/۲۶۸
نمایی	۰/۱۶۸	۵/۱۴۴	۵/۵۱۱
گاوسی	۰/۸۲۸	۳/۳۰۰	۴/۷۲۸

جدول ۶. نتایج عددی اعتبارسنجی مقاطع برای مؤلفه شمالی میدان سرعت ( $V_N$ ) بر حسب میلی‌متر در سال برای حالت همسانگرد.

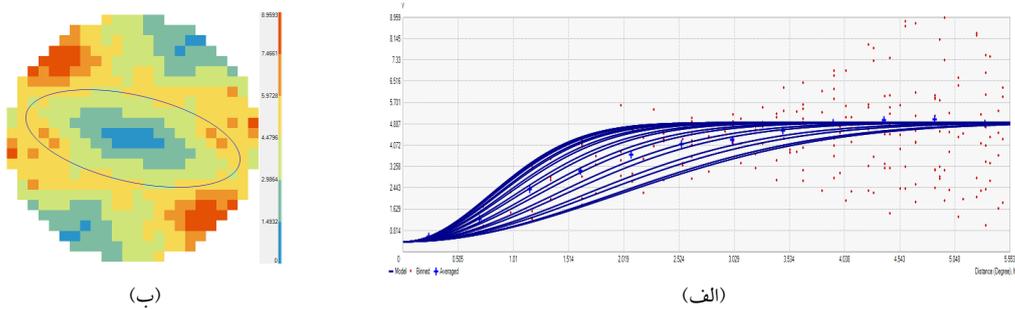
مدل	ME	RMSE	MSE	RMSSE	ASE	بخش
دایروی	-۰/۰۱۸	۲/۹۲۶	۰/۰۰۰	۱/۱۸۹	۱/۸۷۱	⊕
نمایی	۰/۰۰۲	۱/۸۵۱	۰/۰۱۵	۱/۰۹۵	۱/۸۲۲	⊗
گاوسی	-۰/۰۱۱	۲/۵۶۱	۰/۰۴۲	۱/۱۸۱	۲/۱۱۸	⊗

جدول ۷. پارامترهای نیم‌تغییرنما برای مؤلفه شمالی میدان سرعت ( $V_N$ ) در حالت ناهمسانگرد.

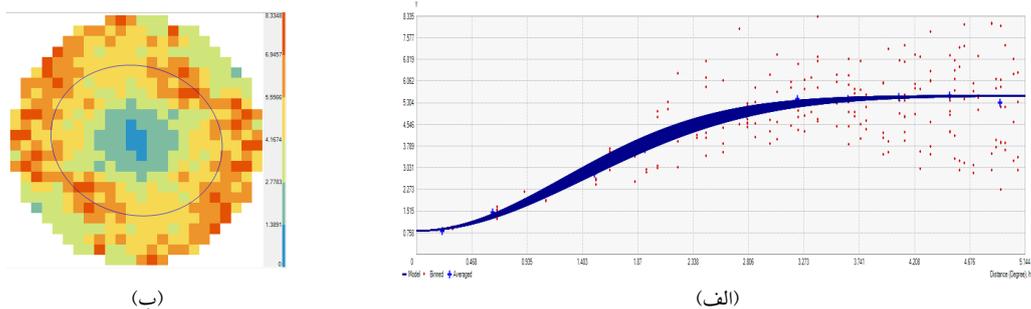
مدل	قطعه	دامنه	نسبت ناهمسانگردی	آستانه نسبی	آزیموت
دایروی	۰/۳۱۵	۳/۸۹۴~۴/۴۲۵	۱/۱۴	۵/۲۴۵	۱۲۲/۳۴۴
نمایی	۰/۱۶۸	۵/۱۴۳~۵/۱۴۳	۱/۰۰	۵/۵۱۱	۰/۰۰۰
گاوسی	۰/۸۲۷	۳/۰۶۱~۳/۵۳۱	۱/۱۵	۴/۷۳۰	۱۰۷/۰۵۱

جدول ۸. نتایج عددی اعتبارسنجی مقاطع برای مؤلفه شمالی میدان سرعت ( $V_N$ ) بر حسب میلی‌متر در سال برای حالت ناهمسانگرد.

مدل	ME	RMSE	MSE	RMSSE	ASE	بخش
دایروی	۰/۰۲۷	۱/۶۶۶	۰/۰۰۵	۱/۱۷۱	۱/۴۰۹	⊕
نمایی	۰/۰۰۲	۱/۸۵۱	۰/۰۱۵	۱/۰۹۵	۱/۸۲۱	⊗
گاوسی	-۰/۰۱۹	۱/۷۳۲	۰/۰۰۰	۱/۲۳۳	۱/۳۲۴	⊕



شکل ۸. (الف) نمودار و (ب) نقشه نیم‌تغییرنما برای مؤلفه شرقی میدان سرعت GPS با مدل نیم‌تغییرنمای گاوسی



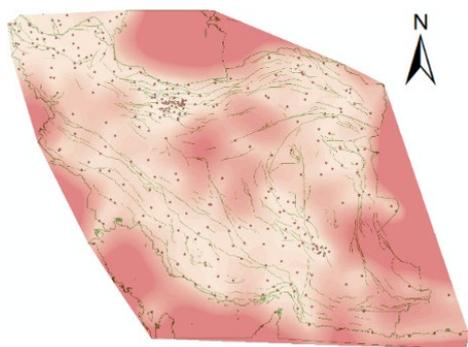
شکل ۹. (الف) نمودار و (ب) نقشه نیم‌تغییرنما برای مؤلفه شمالی میدان سرعت GPS با مدل نیم‌تغییرنمای گاوسی.

آن نشان‌دهنده مقدار نیم‌تغییرنما است. فاصله بیشتر نمودارهای نیم‌تغییرنما در بخش پرش واریوگرام برای مؤلفه شرقی نسبت به مؤلفه شمالی نشانگر ناهمسانگردی بیشتر مؤلفه شرقی نسبت به مؤلفه شمالی است. اشکال ۸-۹ و ۹-ب نقشه نیم‌تغییرنما به همراه بیضی ناهمسانگردی را برای مؤلفه‌های شرقی و شمالی با استفاده از نیم‌تغییرنمای گاوسی نشان می‌دهند. فواصل به‌صورت شعاعی از مرکز نقشه اندازه‌گیری شده و رنگ زمینه نقشه نشان‌دهنده مقدار نیم‌تغییرنما است. بیضی ناهمسانگردی محدوده مدل را در جهت معین نشان می‌دهند. استفاده از بیضی ناهمسانگردی از روش‌های رایج برای بررسی میزان ناهمسانگردی است. هرچقدر اختلاف بزرگترین و کوچک‌ترین دامنه یا اختلاف نیم‌قطر اطول و اقصر بیضی ناهمسانگردی بیشتر باشد نشانگر میزان بیشتر ناهمسانگردی در مؤلفه‌های سرعت مشاهداتی است. بنابراین نقشه‌های نیم‌تغییرنما نیز نشان‌دهنده ناهمسانگردی بیشتر مؤلفه‌های شرقی نسبت به مؤلفه شمالی

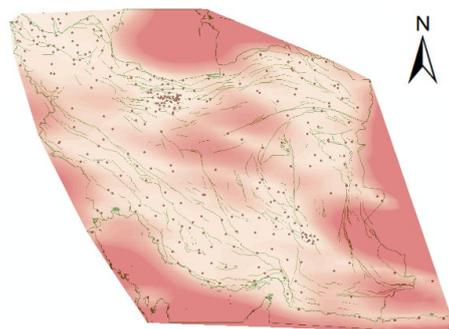
باتوجه به قابلیت روش کریجینگ سراسری در مقابله با روند در داده‌ها و با توجه به نتایج اعتبارسنجی در جداول ۴ و ۸ از مدل نیم‌تغییرنمای گاوسی به‌همراه کریجینگ سراسری برای درون‌یابی و شبکه‌بندی نهایی میدان سرعت GPS و محاسبه آهنگ کرنش و کمیت‌های اسکالر (نرده‌ای) حاصل از آن انتخاب شد.

در صورتی که نسبت بزرگترین دامنه به کوچکترین دامنه برابر  $2/5$  یا بیشتر از آن باشد دلیل بر ناهمسانگردی است و اگر این نسبت کوچکتر از  $2/50$  باشد می‌توان از ناهمسانگردی صرف‌نظر کرد (الیور و وبستر، ۲۰۱۴). مطابق جداول ۳ و ۷ نسبت ناهمسانگردی برای مؤلفه شرقی برابر  $2/50$  و برای مؤلفه شمالی برابر  $1/15$  است، مطابق این نسبت ناهمسانگردی فقط برای مؤلفه شرقی در نظر گرفته می‌شود. اشکال ۸-الف و ۹-الف واریوگرام مؤلفه‌های شرقی و شمالی میدان سرعت GPS را با استفاده از نیم‌تغییرنمای گاوسی نشان می‌دهند. محور افقی واریوگرام نشان‌دهنده فاصله برحسب درجه و محور قائم

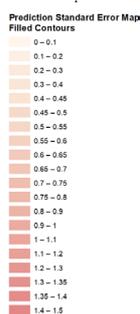
است. همچنین مطابق جدول ۳ متوسط آزمون حاصل برای قطر اطول بیضی ناهمسانگردی برای مؤلفه شرقی برابر  $103/35$  درجه بوده که تقریباً بر مرز منطقه برخورد مایل صفحات زمین ساختی عربستان - اوراسیا منطبق است که نشانگر ساختار مکانی همبستگی بویژه برای مؤلفه شرقی در این راستا است.



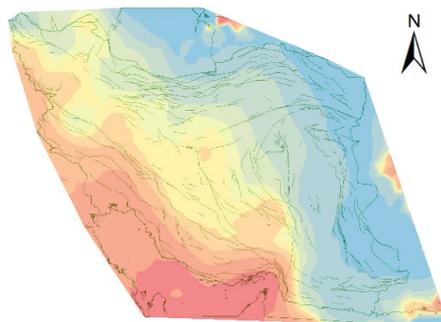
(الف)



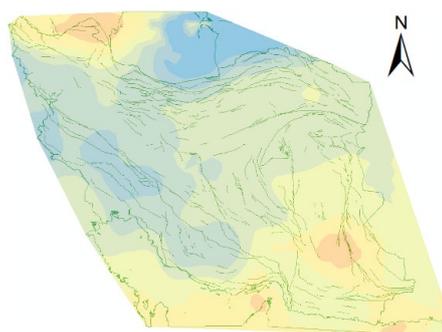
(ب)



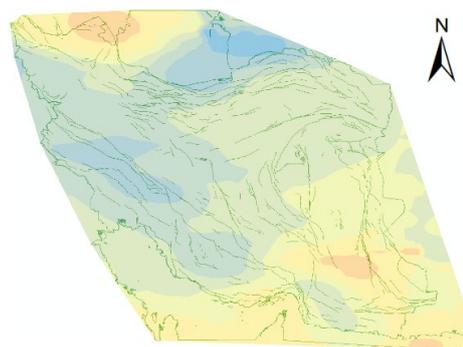
شکل ۱۱. خطای مؤلفه شرقی سرعت شبکه بندی شده با فرض مدل (الف) همسانگرد و (ب) ناهمسانگرد برحسب میلی متر در سال.



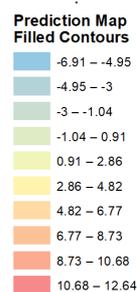
(الف)



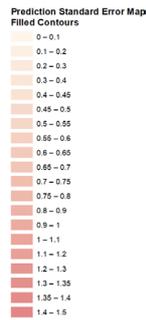
(الف)



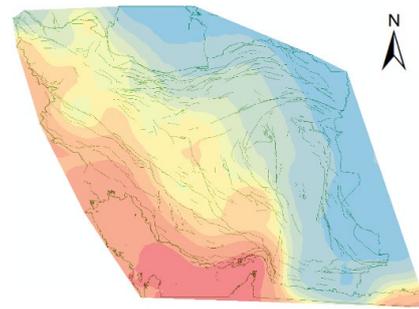
(ب)



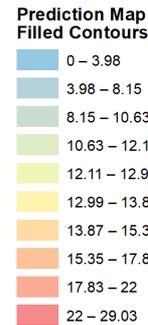
شکل ۱۰. مؤلفه شرقی سرعت شبکه بندی شده با فرض مدل (الف) همسانگرد و (ب) ناهمسانگرد برحسب میلی متر در سال.



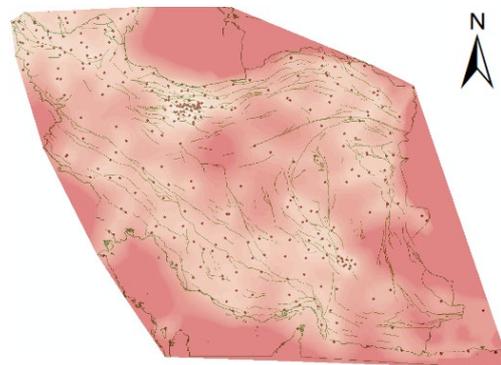
شکل ۱۳. خطای مؤلفه شمالی سرعت شبکه‌بندی شده با فرض مدل (الف) همسانگرد و (ب) ناهمسانگرد برحسب میلی‌متر در سال.



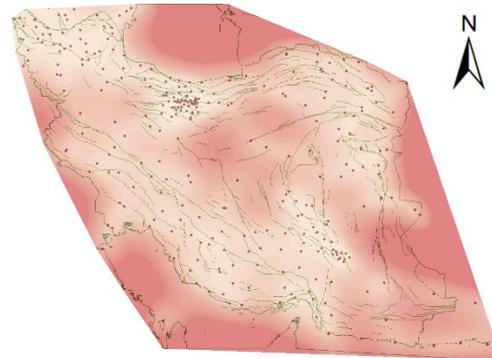
(ب)



شکل ۱۲. مؤلفه شمالی سرعت شبکه‌بندی شده با فرض مدل (الف) همسانگرد و (ب) ناهمسانگرد برحسب میلی‌متر در سال.



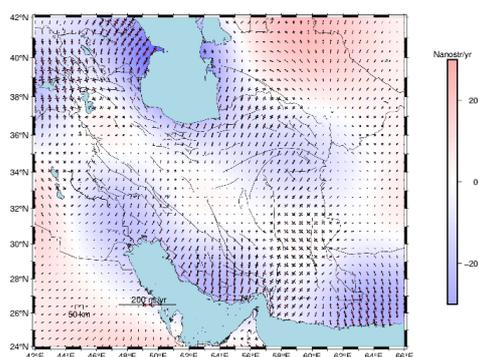
(الف)



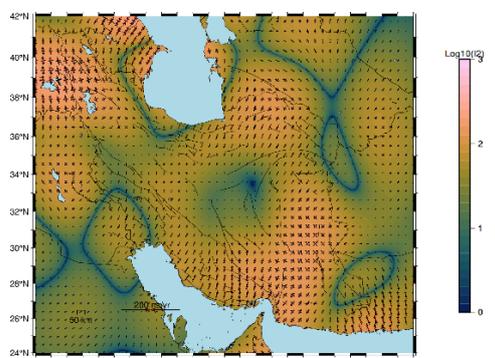
(ب)

با بررسی مؤلفه‌های میدان سرعت درون‌یابی شده (اشکال ۱۰ و ۱۲) دیده می‌شود که کل ایران در دگرشکلی ناشی از برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان و اوراسیا مشارکت دارد. در این دو شکل تغییرات سرعت در منطقه ایران نشان داده شده است. بررسی شکل ۱۰ نشان می‌دهد که مقادیر مؤلفه‌های شرقی سرعت  $V_E$  در داخل ایران تغییر علامت می‌دهد به نحوی که در اکثر مناطق به سمت غرب و در جنوب شرق و شمال غرب ایران به سمت شرق می‌باشد. تغییرات مؤلفه شرقی سرعت مقاومت پوسته دریای خزر را در مقابل دگرشکلی در منطقه برخورد نشان می‌دهد. بررسی شکل ۱۲ نشان می‌دهد که مقادیر مؤلفه‌های شمالی سرعت  $V_N$  از جنوب به شمال و از شرق به غرب کاهش می‌یابد، به عبارت دیگر بخش جنوب غربی ایران تندتر از بخش شمال شرقی آن حرکت می‌کند. مقایسه دو شکل ۱۰ و ۱۲ نشان می‌دهد که دامنه مؤلفه شمالی بیشتر از دامنه مؤلفه شرقی است. تغییرات مؤلفه شمالی سرعت مقاومت پوسته دریای خزر و بلوک‌های هلمند و توران را در مقابل دگرشکلی در منطقه برخورد نشان می‌دهد.

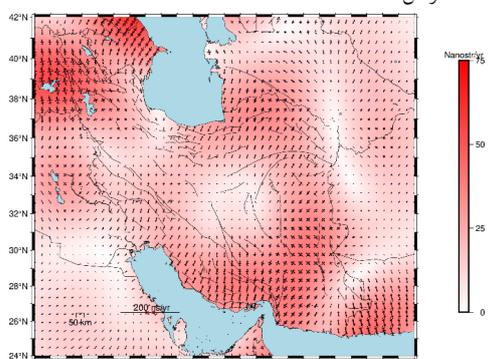
مقایسه دو شکل ۱۰-الف و ۱۰-ب نشان می‌دهد که گرادیان سرعت بیشتر در جهت‌های اصلی ظاهر می‌شود و نقاط درون‌یابی در این جهات با استفاده از وزن‌هایی (مرتبط با ویژگی‌های پدیده) که متفاوت با وزن‌های مورد استفاده در مدل همسانگرد هستند، محاسبه می‌شوند.



شکل ۱۵. توزیع میدان آهنگ کرنش اتساعی. کوتاه‌شدگی پوسته در کل منطقه مورد مطالعه مشاهده می‌شود. کوتاه‌شدگی پوسته با علامت منفی برای اتساع مشخص می‌شود.



شکل ۱۶. توزیع لگاریتم در مبنای ۱۰ کمیت نورداری دوم تانسور آهنگ کرنش.



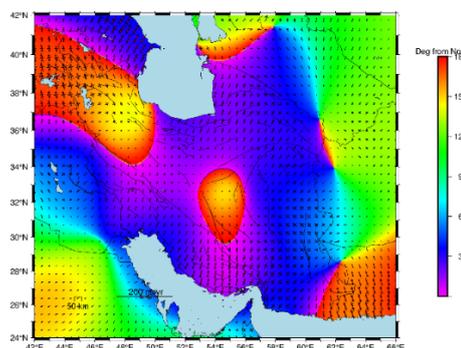
شکل ۱۷. توزیع بیشینه میدان آهنگ کرنش برشی.

محورهای اصلی کرنش که عمودبرهم بوده و جهات بیشینه کشیدگی و کوتاه‌شدگی هستند همراه با آزیموت بیشینه کوتاه‌شدگی برحسب درجه نسبت به شمال در جهت عقربه‌های ساعت به صورت رنگ زمینه در شکل ۱۴ نمایش داده شده است. تغییرات دامنه محورهای اصلی

این ویژگی در مؤلفه شرقی مشهودتر از مؤلفه شمالی است. با توجه به دو شکل ۱۱ و ۱۳ می‌توان دید که هم در مدل‌های همسانگرد و هم ناهمسانگرد میزان خطای درون‌یابی با فاصله گرفتن از محل ایستگاه‌های GPS بیشتر می‌شود.

#### ۴ ویژگی‌های زمین‌ساختی میدان سرعت درون‌یابی شده

در ادامه ویژگی‌های برجسته زمین‌ساختی میدان سرعت شبکه‌بندی شده برای منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا توضیح داده می‌شود. آهنگ کرنش برآورد شده با میدان سرعت شبکه‌بندی شده و کمیت‌های اسکالر مستخرج از آن برای منطقه مورد مطالعه در اشکال ۱۴ الی ۱۷ نشان می‌دهد که دگرشکلی به‌طور یکنواخت و هموار در منطقه مورد مطالعه توزیع نشده است و کل منطقه در دگرشکلی ناشی از برخورد صفحات زمین‌ساختی عربستان و اوراسیا مشارکت دارد. مطالعات متعدد قبلی از جمله ورنانت و همکاران (۲۰۰۴)، ریتز و همکاران (۲۰۰۶)، جمور و همکاران (۲۰۱۰ و ۲۰۱۱)، ماسون و همکاران (۲۰۰۷) و ۲۰۱۴ و خرمی و همکاران (۲۰۱۹) نیز مؤید این ادعا است.



شکل ۱۴. میدان آهنگ کرنش اصلی که با استفاده از محورهای اصلی کرنش در نقاط درون‌یابی نمایش داده شده است. رنگ زمینه آزیموت بیشینه کوتاه‌شدگی را برحسب درجه نسبت به شمال در جهت عقربه‌های ساعت نشان می‌دهد.

به شکل انحراف معیار یا واریانس خطا در هر نقطه درون یابی ارائه می کند. برآورد خطا ارزیابی مستقیمی از قابلیت اعتماد به سطح درون یابی شده ارائه می دهد. چون وزن های برآورد شده برای نقاط مرجع با استفاده از ویژگی های آماری دگرشکلی سطح از طریق تابع نیم تغییرنا تعیین می شوند، لذا همسایگی مورد استفاده برای درون یابی نه بصورت تجربی بلکه براساس ماهیت سطح مورد بررسی تعیین می گردد.

در مقابل مزایای ذکر شده این روش دارای معایبی نیز هست. از جمله اینکه پیچیدگی محاسباتی کریجینگ نسبت به دیگر روش های درون یابی بالاست. برای هر نقطه درون یابی با کریجینگ بایستی دستگاه معادلات بزرگی حل شود که زمان اجرای محاسبات را افزایش خواهد داد. علاوه بر این داده ها نیاز به پیش پردازش دارند تا مشخص گردد که ۱- آیا سطح ایستا هست یا خیر. ۲- شکل مدل نیم تغییرنا مشخص شود که رسیدن به بهترین انتخاب نیازمند فرآیند سعی و خطا خواهد است. بنابراین استفاده از کریجینگ در مورد داده هایی توصیه می شود که ۱- بهترین برآورد ممکن دگرشکلی سطح ضروری باشد. ۲- داده ها دارای کیفیت آماری خوبی باشند. ۳- برآورد خطا ضروری باشد.

هدف تحقیق حاضر بررسی میدان دگرشکلی های معاصر پوسته در منطقه برخورد مایل صفحات زمین ساختی عربستان- اوراسیا برای تفسیر زمین ساختی است. در این تحقیق از داده های برداری مسطحاتی پراکنده میدان سرعت GPS در منطقه مورد مطالعه برای انجام درون یابی به منظور شبکه بندی میدان سرعت با استفاده از روش زمین آماری کریجینگ استفاده شد. از بین سه نیم تغییرنا دایروی، نمایی و گاوسی برای نیم تغییرنمای گاوسی، میزان RMSE برابر ۱/۱۲۹ و ۱/۳۲۲ میلی متر در سال به ترتیب برای مؤلفه های شمالی و شرقی در حالت ناهمسانگرد بدست آمد. همچنین

کرنش و آزمون بیشینه کوتاه شدگی نشان می دهد که توزیع مکانی میدان سرعت درون یابی شده در منطقه نامنظم بوده و دارای ویژگی افراز آشکار است. یکی از ویژگی های اساسی میدان سرعت در منطقه مورد مطالعه این است که منطقه مورد مطالعه غالباً دارای کرنش انقباضی است که توسط کمیت ناوردای اول تانسور آهنگ کرنش یعنی اتساع در شکل ۱۵ نشان داده شده است. دگرشکلی انقباضی به وضوح در بردارهای ویژه تانسور کرنش قابل مشاهده است. کمیت ناوردای دوم میدان کرنش نیز آهنگ بالای کرنش را در اطراف اکثر گسل های فعال برای شمال غرب، شمال شرق و جنوب شرق منطقه مورد مطالعه نشان می دهد (شکل ۱۶). آهنگ بالای کرنش برشی نیز در همین مناطق قابل مشاهده است (شکل ۱۷).

## ۵ بحث و نتیجه گیری

یکی از رویکردهای محاسبه صحیح کرنش در پوسته زمین شبکه بندی و افزایش تراکم مشاهدات پراکنده GPS با درون یابی است. بدین منظور می توان از کریجینگ که یکی از روش های درون یابی زمین آماری است، استفاده کرد. شرط استفاده از محاسبات زمین آماری برای این هدف، در نظر گرفتن مؤلفه های بردارهای سرعت GPS به عنوان متغیرهای ناحیه ای است. کریجینگ ساده بهترین برآورد خطی و کریجینگ معمولی بهترین برآورد نااریب خطی است. با کریجینگ می توان ماهیت آماری مؤلفه های سرعت درون یابی شده را نیز تعیین کرد. در عمل، اعتبار مؤلفه سرعت درون یابی شده به مشخصات صحیح پارامترهای توصیف کننده مدل نیم تغییرنا بستگی دارد. همچنین، بدست آوردن ویژگی های ایستایی و ارگودیک سطح، یعنی حذف کامل روند، نقش مهمی در کیفیت مؤلفه سرعت درون یابی شده دارد. کریجینگ خطای محتمل برآورد را

بلوک‌های ایران مرکزی، لوت، خزر جنوبی، هلمند و توران را در داخل پهنه برخورد صفحات عربستان با اوراسیا نشان می‌دهد. میدان سرعت درونیابی شده و آهنگ کرنش حاصل از آن نشانگر کرنش متمرکز در اطراف گسل‌های فعال و نواحی با کرنش فشارشی در محدوده مورد مطالعه است. همچنین آهنگ کرنش و کمیت‌های ناوردای حاصل از آن در شمال غرب، شمال شرق و جنوب شرق ایران مقادیر بیشتری نسبت به سایر نواحی دارند. شبکه‌بندی میدان سرعت GPS با سایر روش‌های درونیابی و اعتبارسنجی نتایج حاصل با سبک‌های یادگیری ماشین و تفسیر زمین‌ساختی نتایج برای تحقیقات بعدی پیشنهاد می‌شود.

#### منابع

- آزموده اردلان، ع.، روفیان نایینی، م. (۱۳۸۸). پیشنهادی برای محاسبه مستقیم تانسور کرنش از راه تغییرات طول‌ها و زاویه‌ها، بررسی موردی: محاسبه تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور، مجله فیزیک زمین و فضا، ۳۵(۲)، ۶۰-۳۷.
- آزموده اردلان، ع.، وثوقی، ب.، روفیان نایینی، م. (۱۳۹۰). آنالیز تغییر شکل زمین بر مبنای هندسه ذاتی رویه، تحقیق موردی: آنالیز تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور در فاصله زمانی ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵، مجله فیزیک زمین و فضا، ۳۷(۴)، ۱۲۵-۱۴۶.
- حسنی‌پاک، ع. ا. (۱۳۸۹). زمین‌آمار (ژئواستاتستیک)، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۳۱۴ ص.
- Abramowitz, M., and Stegun, I. A. (1972). Handbook of mathematical functions, 10th edn., Dover Publications, New York, ISBN 978-0-486-61272-0.
- Ahmed, S. and De-Marsily, G. (1987). Comparison of geostatistical methods for estimating transmissivity using data on transmissivity and specific capacity. Water Resources Research, 23(9): 1717-1737.
- Beavan, J. & Haines, J. (2001). Contemporary آزمون حاصل برای نیم‌قطر طول بیضی ناهمسانگردی یعنی جهات بیشینه تغییرات برای دو مؤلفه شمالی و شرقی به ترتیب برابر ۱۰۷ و ۱۰۳ درجه برآورد شد. میزان ناهمسانگردی در مؤلفه شرقی از مؤلفه شمالی میدان سرعت GPS بیشتر است. همچنین متوسط آزمون حاصل برای قطر طول بیضی ناهمسانگردی برای دو مؤلفه شمالی و شرقی تقریباً بر مرز منطقه برخورد مایل صفحات زمین‌ساختی عربستان - اوراسیا منطبق است. انتظار می‌رفت که گسل‌های در راستای نیم‌قطر طول بیضی ناهمسانگردی بیشتر دارای رفتار امتدادلغز و عمود بر آن دارای رفتار شیب‌لغز و مابین این دو امتداد دارای رفتار اریبلغز باشد که در این تحقیق برآورده نشد. برای بررسی این موضوع تحلیل زمین‌آماری در ابعاد کوچک‌تر مثلاً برای شبکه‌های محلی GPS البرز و شمال غرب به جای شبکه سراسری IPGN پیشنهاد می‌شود.
- براساس ویژگی بهترین برآورد خطی نااریب کریجینگ سراسری و توانایی آن برای برآورد همزمان وزن‌ها و حذف روند، از این روش برای درونیابی و شبکه‌بندی میدان سرعت GPS استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که مقدار خطای درونیابی با فاصله از محل ایستگاه‌های GPS افزایش می‌یابد. میدان سرعت درونیابی شده دارای ویژگی‌های کلیدی است. براساس نتایج درونیابی میدان سرعت، توزیع مکانی حرکت پوسته در منطقه مورد مطالعه نامنظم بوده و تغییرات آزمون بیشینه کوتاه‌شدگی ویژگی افزاز را آشکارا در منطقه نشان می‌دهد. دامنه مؤلفه‌های شمالی میدان سرعت بیشتر از مؤلفه‌های شرقی است. جهت مؤلفه شمالی همیشه به سمت اوراسیا است و به سمت اوراسیا دامنه آن به تدریج کم می‌شود، اما مؤلفه شرقی در منطقه مورد مطالعه تغییر جهت می‌دهد و دارای دامنه کمتری است. در روند برازش شده به داده‌ها نیز این مشخصات مشاهده می‌شود. این ویژگی‌های میدان سرعت درونیابی شده مقاومت

- horizontal velocity and strain rate fields of the Pacific-Australian plate boundary zone through New Zealand, *J. geophys. Res.: Solid Earth*, **106**(B1), 741-770.
- Berlyant, A. M. (1970). Trend-Surface and Residual-Surface Mapping and its Application in Geographical Research. *Soviet Geography*, *11*(10), 839-849. <https://doi.org/10.1080/00385417.1970.10770548>.
- Bogusz, J., Kłos, A., Grzempowski, P., Kontny, B. (2014). Modelling the Velocity Field in a Regular Grid in the Area of Poland on the Basis of the Velocities of European Permanent Stations, *Pure and Applied Geophysics*, *171*(6), 809-833.
- Boufassa, A. and Armstrong, M. (1989). Comparison between different kriging estimators. *Mathematical Geology*, *21*(3): 331-345.
- Brown, R., and Hwang, P. (1996). Introduction to random signals and applied Kalman filtering, New York, John Wiley & Sons, ISBN: 0471128392, 9780471128397.
- Burrough, P. A. and McDonnell, R. A. (1998). Principles of Geographical Information Systems. Oxford University Press, Oxford, 333 pp.
- Chilès, J.-P. and Delfiner, P. (2012). Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty, second edn., Wiley Series in Probability and Statistics, <https://doi.org/10.1002/9781118136188>.
- Clark, I. (1979). Practical Geostatistics, Elsevier Science & Technology, ISBN: 085334843X, 9780853348436.
- Davis, J. (2002). Statistics and data analysis in geology, Wiley, ISBN: 0471172758, 9780471172758.
- Djamour, Y., Vernant, P., Bayer, R., Nankali, H.R., Ritz, J.-F., Hinderer, J., Hatam, Y., Luck, B., Le Moigne, N., Sedighi, M., & Khorrami, F. (2010). GPS and Gravity Constraints on Continental Deformation in the Alborz Mountain Range, Iran. *Geophysical Journal International*, *183*(3), 1287-1301.
- Djamour, Y., Vernant, P., Nankali, H.R., & Tavakoli, F. (2011). Nw Iran-Eastern Turkey Present-Day Kinematics: Results from the Iranian Permanent Gps Network. *Earth and Planetary Science Letters*, *307*(1-2), 27-34.
- El-Sheimy, N., Valeo, C., Habib, A. (2005). Digital Terrain Modeling: Acquisition, Manipulation And Applications, Artech House, ISBN: 1580539211, 978-1-58053-921-0.
- Frohling, E., & Szeliga, W. (2016). GPS constraints on interpolate locking within Makran subduction zone. *Geophys. J. Int.*, *205*, 67-76.
- Gelb, A., (1979). Applied Optimal Estimation, MIT press, ISBN: 0-262-20027-9, 9780262200271.
- Ghiasi, Y., Nafisi, V. (2015). The improvement of strain estimation using universal kriging, *Acta Geodaetica et Geophysica*, *50*(4), 479-490.
- Ghiasi, Y., Nafisi, V. (2016). Strain estimation using ordinary Kriging interpolation, *Survey Review*, 1-6.
- Ghods A., Shabani E., Bergman E., Faridi M., Donner S., Mortezaejad G., & Aziz-Zanjani A. (2015). The Varzaghan-Ahar, Iran, Earthquake Doublet (Mw 6.4, 6.2): implications for the geodynamics of northwest Iran. *Geophys. J. Int.*, *203*, 522-540.
- Goovaerts, P. (2000). Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. *Journal of Hydrology*, *228*, 113-129.
- Haines, A., Dimitrova, L., Wallace, L. & Williams, C. (2015). Enhanced Surface Imaging of Crustal Deformation: Obtaining Tectonic Force Fields using GPS Data. Springer.
- Haines, A. & Holt, W. (1993). A procedure for obtaining the complete horizontal motions within zones of distributed deformation from the inversion of strain rate data, *J. geophys. Res.: Solid Earth*, **98**(B7), 12057-12082.
- Haines, A. & Wallace, L. (2020). New Zealand-wide geodetic strain rates using a physics-based approach, *Geophys. Res. Lett.*, **47**(1), e2019GL084606.
- Handwerker, A., Huang, M.-H., Fielding, E., Booth, A. & Burgmann, R. (2019). A shift from drought to extreme rainfall drives a stable landslide to catastrophic failure, *Sci. Rep.*, **9**(1), 1569.
- Hessami, K., Jamali, F. & Tabassi, H. (2003). Major Active Faults of Iran (map), Ministry of Science, Research and Technology, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology.
- Hota, T. (2014). Trend surface analysis of spatial data. *Gondwana Geological Magazine*, *29*, 39-44.
- Hu, K., Li, B., Lu, Y. and Zhang, F. (2004).

- Comparison of various spatial interpolation methods for non-stationary regional soil mercury content. *Environmental Science*, **25**(3): 132-137.
- Huang, M., Lopez, K. & Olsen, K. (2022). Icequake-magnitude scaling relationship along a rift within the Ross Ice Shelf, Antarctica, *Geophys. Res. Lett.*, e2022GL097961. <https://doi.org/10.1029/2022GL097961>.
- Isaaks, E.H. and Srivastava, R. M. (1989). *Applied Geostatistics*. Oxford University Press, New York, 561 pp.
- Johnston, K. Ver-Hoef, J. M., Krivoruchko, K., & Lucas, N. (2001). *Using ArcGIS Geostatistical Analyst*, Esri: Redlands, CA, USA, Volume 380.
- Journel, A. G. and Huijbregts, C. J. (1978). *Mining Geostatistics*. Academic Press, London, 600 pp.
- Khorrani F., Vernant P., Masson F., Nilfouroushan F., Mousavi Z., Nankali H., Saadat S. A., Walpersdorf A., Hosseini S., Tavakoli P., Aghamohammadi A., Alijanzade M. (2019). An up-to-date crustal deformation map of Iran using integrated campaign-mode and permanent GPS velocities. *Geophys. J. Int.*, **217**, 832–843.
- Koch, K. (1999). *Parameter estimation and hypothesis testing in linear models*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN: 978-3-642-08461-4, 978-3-662-03976-2.
- Kreemer, C., Hammond, W. C. & Blewitt, G. (2018). A robust estimation of the 3-D intraplate deformation of the North American plate from GPS, *J. geophys. Res.: Solid Earth*, **123**(5), 4388–4412.
- Kreemer, C., Haines, J., Holt, W., Blewitt, G. & Lavallee, D. (2000). On the determination of a global strain rate model, *Earth Planets Space*, **52**(10), 765–770.
- Krige, D. G. (1951). A statistical approach to some mine valuations problems at the Witwatersrand. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, **52**, 119-139.
- Malekshahian, Z., Raoofian-Naeeni, M. (2018), Deformation analysis of Iran Plateau using intrinsic geometry approach and  $C^1$  finite element interpolation of GPS observations, *Journal of Geodynamics*, **119**, 47-61.
- Masson, F., Anvari, M., Djamour, Y., Walpersdorf, A., Tavakoli, F., Daignières, M., Nankali, H., & Van Gorp, S., 2007, Large-scale velocity field and strain tensor in Iran inferred from GPS measurements: new insight for the present-day deformation pattern within NE Iran. *Geophys. J. Int.*, **170**, 436–440.
- Masson, F., Lehujeur, M., Ziegler Y., & Doubre, C. (2014). Strain rate tensor in Iran from a new GPS velocity field. *Geophys. J. Int.*, doi:10.1093/gji/ggt509.
- Matheron, G. & Blondel, F. (1962). *Traite' de geostatistique applique'e*, Bureau de recherches ge'ologiques et minie'res (France), 1, Technip. OCLC #: 491866302.
- Matheron, G. (1969). *Le Krigeage universel*. Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau.
- Maurer, J., Materna, K. (2023). Quantification of geodetic strain rate uncertainties and implications for seismic hazard estimates, *Geophysical Journal International*, **234**(3), 2128-2142.
- Mikhail, E. M., & Ackermann, F. E. (1982). *Observations and least squares*. University Press of America, ISBN: 0819123978, 9780819123978.
- Müller, S., Schüler, L., Zech, A., and Heße, F. (2022), *GSTools v1.3: a toolbox for geostatistical modelling in Python*, *Geoscientific Model Development*, **15**, 3161–3182.
- Nucci, R., Serpelloni, E., Faenza, L., Garcia, A., & Belardinelli, M. E. (2023). Comparative Analysis of Methods to Estimate Geodetic Strain Rates from GNSS Data in Italy. *Annals of Geophysics*, **66**(5), 1-23, doi:10.441/ag-9015.
- Ogundare, J. O. (2018). Understanding least squares estimation and geomatics data analysis. John Wiley & Sons.
- Okazaki, T., Fukahata, Y. & Nishimura, T. (2021). Consistent estimation of strain-rate fields from GNSS velocity data using basis function expansion with ABIC, *Earth Planets Space*, **73**(1), 1–22.
- Oliver, M. A., & Webster, R. (2014). A tutorial guide to geostatistics: Computing and modelling variograms and kriging. *Catena*, **113**, 56-69.
- Peebles, P. Z. (2001). *Probability, Random Variables and Random Signal Principles*, McGraw-Hill Inc, Boston, ISBN: 0-07-118181-4.
- Pyrcz, M. J., Deutsch, C. V. (2014). *Geostatistical Reservoir Modeling*, Oxford University Press, ISBN:

- 0199731446,9780199731442.
- Raeesi, M., Zarifi, Z., Nilfouroushan, F., Boroujeni S., Tiampo, K. (2017). Quantitative Analysis of Seismicity in Iran. *Pure Appl. Geophys.*, 174, 793-833.
- Rastbood, A., Salmanian, M., & Hossainali, M. M. (2024). Present-day crustal deformation based on an interpolated GPS velocity field in the collision zone of the Arabia-Eurasia tectonic plates, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **68**, 191-215.
- Reilinger, R., McClusky, S., Vernant, P., Lawrence, S., Ergintav, S., Cakmak, R., Ozener, H., Kadirov, F., Guliev, I., Stepanyan, R., Nadariya, M., Hahubia, G., Mahmoud, S., Sakr, K., ArRajehi, A., Paradissis, D., Al-Aydrus, A., Prilepin, M., Guseva, T., Evren, E., Dmitrova, A., Filikov, S. V., Gomez, F., Al-Ghazzi, R., Karam, G. (2006). GPS constraints on continental deformation in the Africa-Arabia-Eurasia continental collision zone and implications for the dynamics of plate interactions, *J. geophys. Res.*, 111, doi:10.1029/2005JB004051.
- Rice, J. (2006). *Mathematical statistics and data analysis*, Duxbury Press, ISBN: 0534399428,9780534399429.
- Ritz, J.-F., Nazari, H., Ghassemi, A., Salamati, R., Shafei, A., Solaymani, S., Vernant, P. (2006), Active transtension inside central Alborz: A new insight into northern Iran-southern Caspian geodynamics, *Geology*, **34**(6), 477-480.
- Sagar, B. D., Cheng, Q., McKinley, J., & Agterberg, F. (Eds.). (2023). *Encyclopedia of mathematical geosciences*. Springer Nature.
- Sandwell, D. & Wessel, P. (2016). Interpolation of 2-D vector data using constraints from elasticity, *Geophys. Res. Lett.*, **43**(20), 10,703-10,709.
- Shen, Z., Wang, M., Zeng, Y. & Wang, F. (2015). Optimal interpolation of spatially discretized geodetic data, *Bull. seism. Soc. Am.*, **105**(4), 2117-2127.
- Shepard, D. (1968). A two-dimensional interpolation function for irregularly spaced data, in *Proceedings of the 1968 ACM National Conference*, New York, 27-29, 517-524. <https://doi.org/10.1145/800186.810616>.
- Talebian, M., Ghorashi, M., Nazari, H. (2013). *Seismotectonic map of the Central Alborz*, Research Institute for Earth Sciences, Geological Survey of Iran.
- Tape, C., Muse, P., Simons, M., Dong, D. & Webb, F. (2009). Multiscale estimation of GPS velocity fields, *Geophys. J. Int.*, **179**(2), 945-971.
- Vernant, P., Nilfouroushan, F., Chery J., Bayer, R., Djamour Y., Masson F., Nankali H., Ritz J.-F., Sedighi M., Tavakoli, F. (2004). Deciphering oblique shortening of central Alborz in Iran using geodetic data, *Earth and Planetary Science Letters*, **223**, 177 - 185.
- Vicente-Serrano, S. M., Saz-Sánchez, M. A. and Cuadrat, J. M. (2003). Comparative analysis of interpolation methods in the middle Ebro Valley (Spain): application to annual precipitation and temperature. *Climate Research*, 24, 161-180.
- Wackernagel, H. (2003). *Multivariate Geostatistics: An Introduction with Applications*, 3 edn., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-44142-7, <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05294-5>.
- Wang, H. & Wright, T. (2012). Satellite geodetic imaging reveals internal deformation of western Tibet, *Geophys. Res. Lett.*, **39**(7), L07303, doi:10.1029/2012GL051222.
- Webster, R. and Oliver, M. A. (2007). *Geostatistics for Environmental Scientists (Statistics in Practice)*, John Wiley & Sons, ISBN 978-0-470-02858-2.
- Weiss, J. R., Walters, R. J., Morishita, Y., Wright, T. J., Lazecky, M., Wang, H., Hussain, E., Hooper, A. J., Elliot, J. R., Rollins, C., Yu, C., González, P. J., Spaans, K., Li, Z., Parsons, B. (2020). High-resolution surface velocities and strain for Anatolia from Sentinel-1 InSAR and GNSS data, *Geophys. Res. Lett.*, **47**(17), e2020GL087376.
- Wu, Y., Jiang, Z., Yang, G., Wei, W. & Liu, X. (2011). Comparison of GPS strain rate computing methods and their reliability, *Geophys. J. Int.*, **185**(2), 703-717.
- Wu, Y., Zaisen, J., Liu, X., Wei W., Zhu, S., Zhang, L., Zou, Z., Xiong, X., Wang, Q., Du, J. (2017). *A Comprehensive Study of Gridding Methods for GPS Horizontal Velocity Fields*, *Pure and Applied Geophysics*, 174(3), 1201-1217.

## Investigation of the present-day crustal deformation in the oblique collision zone of Arabia-Eurasia tectonic plates using geostatistical analysis of GPS velocity fields

Asghar Rastbood<sup>1\*</sup>, Farshid Pilehvar<sup>2</sup> and Abolfazl Ranjbar<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Civil Engineering Faculty, University of Tabriz, Tabriz, Iran

<sup>2</sup> M.Sc. Student, Civil Engineering Faculty, University of Tabriz, Tabriz, Iran

<sup>3</sup> Assistant Professor, Marand Engineering Faculty, University of Tabriz, Tabriz, Iran

(Received: 18 October 2024, Accepted: 22 February 2025)

### Summary

Geodetic velocity data are vital for understanding crustal surface strain; however, since GPS measurements are taken at discrete locations, analyzing crustal deformation as a continuous field becomes challenging. This study employs the geostatistical kriging method to interpolate GPS velocity fields into a regular grid, thereby creating a continuous model of velocity and strain rates in the oblique collision zone of the Arabian-Eurasian tectonic plates. The input data comprise geographical coordinates and velocity components from 365 non-uniformly distributed stations of the Iranian Permanent GPS Network. The output includes horizontal velocity components, estimation errors on a 30-minute interval grid, and invariant quantities derived from the strain tensor.

Based on the validation results, the Gaussian semi-variogram model is chosen for generating the Variance-Covariance matrix among reference and interpolation points. The RMSE values of 1.13 mm/year and 1.73 mm/year were obtained for the northern and eastern components, respectively, in anisotropic mode. The azimuths for the semi-major axis of the anisotropy ellipse, which indicate the maximum directions of change for the northern and eastern components, were estimated to be 107 degrees and 103 degrees, respectively. The average azimuth for the semi-major axis of the anisotropy ellipse, representing the two northern and eastern components, nearly coincides with the boundary of the oblique collision zone. Semi-variogram graphs indicate that the level of anisotropy in the eastern components is greater than that in the northern components. High anisotropy in the eastern component suggests that the Central Iran, Lut, and South Caspian blocks exhibit resistance to deformation within the oblique collision zone.

By analyzing the components of the interpolated velocity field, it can be inferred that all of Iran is affected by the deformation resulting from the oblique collision zone of the Arabia and Eurasia tectonic plates. Deformation is not smoothly distributed in the study area. The direction of the eastern components ( $V_E$ ) within Iran varies, predominantly pointing westward in most areas, while in the southeast and northwest regions, it points eastward. The values of the northern velocity components ( $V_N$ ) decrease from south to north and from east to west. In other words, the southwestern region of Iran moves faster than the northeastern region. The range of the northern component is greater than that of the eastern component. The changes in the northern velocity component indicate the resistance of the South Caspian Sea block, as well as the Helmand and Turan blocks, to deformation in the collision zone. The changes in the magnitude of the principal strain axes and the maximum compression azimuth indicate that the spatial distribution of the interpolated velocity field in the region is irregular and exhibits a clear partitioning characteristic. The strain rate derived from the interpolated velocity field indicates convergence-type deformation, affirming the presence of compression in the study area. Strain concentration is evident around the majority of the active faults in the region.

**Keywords:** Velocity field, kriging, GPS, crustal deformation, Arabia-Eurasia