

## ادامه فرسوی پایدار داده‌های میدان پتانسیل با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف برای تخمین عمق توده‌های معدنی

کمال علمدار\*

استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۸/۰۴، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۲۰)

### چکیده

ادامه فرسوی داده‌های میدان پتانسیل به‌عنوان ابزاری کارآمد در تفسیر و پردازش داده‌های ژئوفیزیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مشکل استفاده از این روش، ناپایدار بودن نتایج آن است. از لحاظ اصول نظری، گسترش داده‌های میدان پتانسیل (به سوی بالا یا پایین) باید در نواحی بدون حضور توده انجام گیرد. در مورد ادامه فراسو، این اصل مهم رعایت می‌شود، اما در مورد ادامه فرسوی گسترش داده‌ها به طرف منبع زیرسطحی باعث نقض اصل نظری و ناپایدار شدن نتایج می‌شود. برای حل این مشکل راهکارهای مختلفی توسط پژوهشگران ارائه شده است. منظم‌سازی تیخونوف یکی از این راهکارها است که در آن بر پایه راه حل کمینه‌سازی، صافی پایین‌گذری در حوزه طیف فوریه طراحی می‌شود که موجب پایدارسازی نتایج ادامه فرسوی خواهد شد. در این مقاله انتخاب مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی  $\alpha$  با استفاده از تشکیل هنج (نرم) مقادیر ادامه فرسوی انجام می‌گیرد. در این رابطه نقطه کمینه نسبی هنج  $L_p$  به عنوان محلی برای انتخاب پارامتر  $\alpha$  در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله روش ارائه شده، روی داده‌های میدان پتانسیل مصنوعی در حالت‌های دو بُعدی و سه بُعدی به کار برده شده است. نتایج نشان می‌دهند که هنگامی که عمق ادامه فرسوی به عمق قرارگیری سطحی‌ترین توده نزدیک می‌شود، نقطه کمینه نسبی هنج  $L_p$  به تدریج از بین می‌رود. لذا از این روش می‌توان به عنوان معیاری برای تخمین عمق سطحی‌ترین توده نیز استفاده کرد. همچنین این روش روی داده‌های مغناطیس چهارگوش زمین‌شناسی استان یزد و داده‌های بی‌هنجاری بوگر معدن سنگ آهن شواز در استان یزد به کار برده شده است. در این بررسی از کد برنامه‌نویسی به زبان متلب به نام REGCONT استفاده شده است.

**واژه‌های کلیدی:** میدان پتانسیل، ادامه فراسو، ادامه فرسوی، منظم‌سازی تیخونوف، پارامتر منظم‌سازی، نرم تابع، چهارگوش زمین‌شناسی یزد، معدن سنگ آهن شواز

## ۱ مقدمه

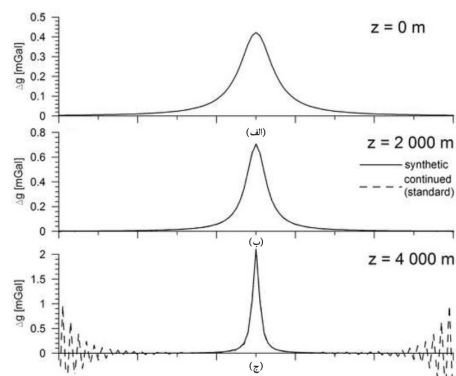
تبدیلات داده‌های میدان پتانسیل، به‌خصوص در مورد داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، نقش مهمی در خلال تفسیر و پردازش آنها ایفا می‌کند. به دلیل خاصیت هماهنگی یا هارمونیک منتج از معادله لاپلاس، این قابلیت ویژه وجود دارد که عملگر تحلیلی برای گسترش داده‌های میدان پتانسیل (به طرف بالا یا به پایین) در نواحی بدون حضور توده توسعه داده شود. هنگامی که داده‌ها به سمت نواحی دور از منابع مولد بی‌هنجاری گسترش داده می‌شوند، این عملگر ادامه فراسو و گسترش داده‌ها در جهت مخالف (به سمت منابع) ادامه فراسو نام دارد. همان‌طور که بیان شد قابلیت گسترش داده‌های پتانسیل با فرض نواحی بدون حضور توده صادق است. به عبارت دیگر، گسترش داده‌ها به نواحی خالی از توده محدود می‌شود. عملگر ادامه فراسو این فرض مهم را نقض نمی‌کند اما در عملگر ادامه فراسو چون جهت گسترش داده‌ها به سمت نواحی نزدیک به توده است، فرض فوق نقض خواهد شد. لذا در عمل ادامه فراسو مشکل ساز است. عملگر ادامه فراسو، مستقل از جهت محور قائم دستگاه مختصات است. گسترش تحلیلی داده‌های میدان پتانسیل دارای کاربردهای مختلفی است، مانند مقایسه بین داده‌های پیمایش‌های زمینی با داده‌های هوایی که در سطوح مختلف اندازه‌گیری شده‌اند. در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل، ادامه فراسو برای برجسته کردن مؤلفه‌های ناحیه‌ای داده‌های برداشت‌شده از طریق متوقف کردن اثر توده‌های سطحی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مقابل، عملگر ادامه فراسو با تعیین بی‌هنجاری باقیمانده یا محلی سبب شناسایی توده‌های کم‌عمق و سطحی‌تر خواهد شد. خصوصیات ریاضی مربوط به مسائل گسترش تحلیلی داده‌های پتانسیل در حوزه مکان یا بسامد توسط پژوهشگران زیادی گزارش شده است (اوجن، ۱۹۳۶؛ تسوبوی و فوشیبا، ۱۹۳۷؛ هیوز، ۱۹۴۲؛ بولارد و کوپر،

۱۹۴۸؛ پیترز، ۱۹۴۹؛ بلیکلی، ۱۹۹۶). مرور جامعی از این روش را رُی (۲۰۰۸) ارائه داده است. او دو هدف اصلی برای ادامه فراسو معرفی کرده است: الف) بررسی ویژگی‌های میدان گسترش یافته، به عبارت دیگر مقایسه آن با میدان اندازه‌گیری شده و ب) تخمین فضاهای هماهنگی خالی از توده که در آنها انجام فراسو امکان‌پذیر است. هدف دوم در واقع برآورد عمق سطحی‌ترین منبع زیرسطحی است.

از دیدگاه نظریه میدان پتانسیل، عملگر ادامه فراسو تبدیل پایداری است و می‌تواند در هر ارتفاع دور از توده و در نواحی خالی از حضور توده انجام شود. در حوزه طیف فوریه ادامه فراسو صافی پایین‌گذر است. اما مشکل در مورد ادامه فراسو است که عملگر ناپایداری است (پارکر، ۱۹۷۷). پژوهشگران مختلفی با استفاده از نظریه میدان پتانسیل به طور تحلیلی ثابت کرده‌اند که یک تابع میدان پتانسیل تنها تا عمق نزدیک‌ترین توده مولد (بالا‌ترین لبه) می‌تواند ادامه فراسو شود (بارانو، ۱۹۷۵). با این حال، ادامه فراسوی توابع میدان پتانسیل گسسته که با یک سری از توابع متعامد (سری فوریه) تقریب زده می‌شوند به طور عددی تا هر عمق دلخواهی حتی اعماق بیشتر از قرارگیری سطحی‌ترین توده امکان‌پذیر است (فدی و فلوریو، ۲۰۰۲). شکل ۱-الف پاسخ گرانی مدل استوانه قائم را در عمق ۵ کیلومتری سطح زمین نشان می‌دهد. اختلاف چگالی مدل با اطراف ۱ گرم بر سانتیمتر مکعب فرض شده است. داده‌های قسمت الف در سطح زمین ( $z=0$ ) تولید شده‌اند. در شکل ۱-ب داده‌های قسمت الف تا ارتفاع ۲۰۰۰ متری ادامه فراسو شده‌اند.

در مورد توده‌های منزوی بعضی پژوهشگران ناحیه ادامه فراسو را ناحیه شبه‌هماهنگ نامیده‌اند (فدی و فلوریو، ۲۰۱۱). البته باید به این واقعیت توجه داشت که این میدان ادامه فراسو شده ناپایدار و بدشکل است. به عبارت دیگر این میدان گسترش‌یافته را نمی‌توان به میدان واقعی که از

پردازش داده‌های میدان پتانسیل توسط پژوهشگران مختلفی انجام شده است (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳a، پاستکا و همکاران، ۲۰۱۲).



شکل ۱. بیان کارایی و مشکل روش ادامه فروسو در پردازش داده‌های گرانی‌سنجی. (الف) پاسخ گرانی مدل استوانه قائم در عمق ۵۰۰۰ متری. (ب) ادامه فراسوی داده‌ها در عمق ۲۰۰۰ متری. در این شکل بی‌هنجاری باقیمانده ناشی از استوانه برجسته‌تر شده است. (ج) برجستگی نوفه و ناپایداری نتایج ادامه فروسو در عمق ۴۰۰۰ متری (عمقی کمتر از عمق واقعی توده زیرسطحی).

مسئله بدوضع در ژئوفیزیک مسئله‌ای است که حل آن یکتا نیست. از طرف دیگر وجود پاسخ برای مسئله، یکتایی پاسخ و پایدار بودن آن از شرایط لازم برای خوش‌وضع بودن یک مسئله وارون است. عدم برقراری یکی از شرط‌های فوق باعث بدوضع شدن مسئله می‌شود. تیخونوف و آرسنین (۱۹۷۷) ضمن بررسی اصول حل مسائل بدوضع یک روش منظم‌سازی برای حل مسائل وارون پیشنهاد کردند. این روش برای حل اکثر مسائل ژئوفیزیکی به کار گرفته شده است (رودی و مکی، ۲۰۰۱؛ ساساکی، ۲۰۰۴؛ لی و همکاران، ۲۰۰۹). در این مقاله برای بهبود کارایی ادامه فروسو و پایدارسازی نتایج آن از روش تیخونوف و همکاران (۱۹۶۸) که بر اساس تعاریف منظم‌سازی استفاده می‌شود (پاستکا و همکاران، ۲۰۱۲). اولین تلاش برای تخمین عمق با استفاده از این روش منظم‌سازی را گلاسکو و همکاران (۱۹۷۰) ارائه دادند. در این مقاله این روش بر روی داده‌های مصنوعی و

توده زیرسطحی ناشی شده نسبت داد. چنین میدانی به دلیل نوسانات شدید آشفته است (پیترز، ۱۹۴۹). در متون روسی از این پدیده معمولاً با اصطلاح "فروپاشی (Disintegration)" یا "فروشکست میدان (break-up of the field)" یاد می‌شود (مادرتسوا و وسلو، ۱۹۹۰). نکته جالب این است که این نوسانات برهم‌زننده (آشفته‌کننده) به دلیل وقوع اثر الیاسینگ (دگرنامی) دقیقاً دارای طول موج نایکوئیست مربوط به سیگنال گسسته گسترش یافته هستند (نیقیان، ۱۹۷۴؛ برزکین، ۱۹۸۸).

جدای از مسئله کلی ناپایداری ادامه فروسو، مسئله اصلی در مورد این تبدیل این است که پدیده آشفته‌گی و ناپایداری حتی در اعماقی کمتر از عمق واقعی سطحی‌ترین توده نیز اتفاق می‌افتد (شکل ۱-ج). دلیل اصلی این پدیده را می‌توان نوفه‌های سطحی و همچنین اثر گیس در لبه‌های پنجره داده‌ها (مربوط به تبدیل فوریه گسسته) دانست. این مشکل از این جا ناشی می‌شود که ادامه فروسو از لحاظ خصوصیات طیفی همانند صافی بالاگذر است و به این ترتیب هر نوفه و یا اثر گیس با دامنه کوتاه در محل ناپیوستگی یا لبه‌ها برجسته می‌شود. برخی پژوهشگران (برای مثال کو و همکاران، ۱۹۷۱) در بررسی‌های خود دریافته‌اند که روش‌های کلاسیک قویاً به فاصله نمونه‌برداری تابع اصلی وابسته هستند. چنین روش‌هایی تنها تا عمق‌های بسیار کم برابر با مضربی از فاصله نمونه‌برداری (از ۲ تا ۱۰) قادر به ادامه فروسو هستند (زو و همکاران، ۲۰۰۷). روش‌های مختلفی برای غلبه بر این نوع از ناپایداری در خلال ادامه فروسو ارائه گردیده است (برزکین و بوکتاوا، ۱۹۶۵؛ پالوسکی، ۱۹۹۵؛ فدی و فلوریو، ۲۰۰۲؛ ترومپت و همکاران، ۲۰۰۳؛ کوپر، ۲۰۰۴؛ عابدی و همکاران، ۲۰۱۴). همان‌طور که اشاره شد استفاده از روش ادامه فروسو با دو هدف کلی پردازش داده‌ها و تعیین بی‌هنجاری و همچنین تخمین کمی عمق توده انجام می‌گیرد. استفاده از روش ادامه فروسو برای

فوریه به صورت زیر نتیجه می‌شود (پاستکا و همکاران، ۲۰۱۲):

$$F\{U_h(x)\} = \tilde{U}(u) = \frac{1}{1 + \alpha u^2} e^{h|u|} \tilde{U}_0(u), \quad (1)$$

که  $F\{\}$  نماد تبدیل فوریه،  $U_h(x)$  تابع گسترش یافته و منظم شده (پایدار شده) در حوزه مکان،  $\tilde{U}_h(u)$  تبدیل فوریه  $U_h(x)$ ،  $U_0(x)$  تابع اصلی (برداشت شده)،  $\tilde{U}_0(u)$  تبدیل فوریه تابع  $U_0(x)$ ،  $u$  طول موج،  $h$  عمق ادامه فروسو و  $\alpha$  پارامتر منظم‌سازی (در اینجا پارامتر صافی پایین‌گذر) است. بدیهی است که رابطه (۱) از دو قسمت تشکیل شده است: قسمت اول مربوط به ادامه فروسو که به صورت  $e^{h|u|}$  نوشته می‌شود؛ قسمت دوم مربوط به صافی پایین‌گذر با عبارت  $1/(1 + \alpha u^2)$  است. در این عبارت توان دوم طول موج ( $u^2$ ) و همچنین تابع نمایی  $e^{h|u|}$  (ادامه فراسو) در مخرج، کار هموارسازی نتایج ادامه فروسو را برعهده دارند. در ضمن، پارامتر  $\alpha$  نیز بر هر دو آنها تأثیر می‌گذارد (در هر دو آنها ضرب می‌شود). برای هر فرآیند ادامه فروسو در مورد یک تابع خاص با استفاده از این فن باید مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  انتخاب شود. ذکر این نکته ضروری است که راه حل‌های ناشی از روش منظم‌سازی حالت ناورب دارند (سای و همکاران، ۲۰۰۴). اما از کاربرد این روش روی داده‌های مصنوعی در حالت‌های مختلف ثابت می‌شود که در مورد فرایند ادامه فروسو این پدیده حداقل است. در این مقاله به طور مشابه برای ادامه فروسوی یک تابع دو بُعدی مانند  $U_0(x, y)$  تا عمق  $h$  رابطه زیر پیشنهاد می‌شود (پاستکا و همکاران، ۲۰۱۲):

$$F\{U_h(x, y)\} = \tilde{U}(u, v) = \frac{1}{1 + \alpha(u^2 + v^2)} e^{h\sqrt{u^2 + v^2}} \tilde{U}_0(u, v), \quad (2)$$

واقعی مختلف به کار برده و نشان داده می‌شود که نتایج این روش بسیار پایدار و صحیح است. همچنین در کنار ارزیابی داده‌های میدان گسترش یافته، می‌توان از نتایج آن برای تخمین عمق اولین توده زیرسطحی استفاده کرد. هدف اصلی این مقاله استفاده از ادامه فروسو برای تخمین عمق توده‌های معدنی مولد بی‌هنجاری مغناطیسی است. این روش روی داده‌های گرانی و مغناطیس مناطق مختلف ایران به کار برده شده و نتایج تخمین عمق این روش توسط حفاری‌های اکتشافی اعتبارسنجی خواهد شد. در این مقاله از کد متلب REGCONT توسعه داده شده توسط پاستکا و همکاران (۲۰۱۲) استفاده شده است. این برنامه طوری تغییر داده شده است که امکان مقایسه نتایج با روش تخمین عمق تحلیل طیف انرژی نیز فراهم شود.

## ۲ استفاده از منظم‌سازی تیخونوف در ادامه فروسو

تاکنون درباره مشکل ناپایداری نتایج ادامه فروسوی داده‌های میدان پتانسیل به طور مفصل بحث شد. اما جدای از نوع الگوریتم و روش مورد استفاده، راه حل کلی برای غلبه بر این مشکل، استفاده از یک صافی پایین‌گذر در خروجی ادامه فروسو است. به عبارت دیگر خروجی ادامه فروسو باید با یک صافی پایین‌گذر منظم‌سازی و پایدار شود. این راهکار را پژوهشگران زیادی مورد استفاده قرار داده‌اند (برزکین و بوکتاوا، ۱۹۶۵). منظم‌سازی تیخونوف (تیخونوف و همکاران، ۱۹۶۸؛ تیخونوف و آرسنین، ۱۹۷۷) همان‌طور که از نام آن برمی‌آید بر این اساس استوار است که با استفاده از نظریه بهینه‌سازی، برای مثال استفاده از یک مسئله کمینه‌سازی (با فرمولبندی مشخص)، می‌توان به طور مستقیم صافی‌ای را (در حوزه طیف فوریه) طراحی نمود که دقیقاً بر مسئله حل شده برازش شود. برای یک مسئله یک بُعدی (ادامه فروسوی تابع یک بُعدی  $U_0(x)$  تا عمق  $h > 0$ ) رابطه صافی در حوزه طیف

وابستگی جواب‌ها به تغییرات پارامتر منظم‌سازی  $\alpha$  باید کمینه باشد (تیخونوف و گلاسکو، ۱۹۶۵). در این مقاله علاوه بر تشکیل تابع هنج  $c$  (هنج  $L_\infty$ )، هنج‌های دیگر (مانند  $L_1$ ،  $L_2$ ،  $L_0.5$  و  $L_0.7$ ) نیز تشکیل و به نمودار در آمده است. بر اساس مقاله تیخونوف و همکاران (۱۹۶۸) و گلاسکو و همکاران (۱۹۷۰) و همچنین براساس یافته‌های عملی و آزمایشگاهی حاصل از کاربرد این فن روی داده‌های واقعی و مصنوعی مختلف مشخص می‌شود که تابع هنج  $c$  معرفی شده در این مقاله موقعیت پارامتر منظم‌سازی بهینه را با دقت بسیار خوبی تعیین می‌کند. با این حال مواردی نیز وجود دارد که یکی از هنج‌های  $L_p$  نتایج بهتری را ایجاد می‌کند. مورد آخر بیشتر در مواردی است که چگالی نمونه‌برداری داده‌های میدان پتانسیل کمتر از حد بهینه باشد.

### ۳ تشریح الگوریتم مورد استفاده

در شروع بحث ضروری است به این نکته اشاره شود که روش معرفی شده در مقاله از تبدیل فوریه (FFT) استفاده می‌کند لذا داده‌های ورودی (پروفیل‌ها یا داده‌های شبکه‌بندی شده) به طور منظم برداشت شده (نمونه‌برداری) باشند. در مواردی که برداشت داده‌های صحرائی منظم نیست، ابتدا باید داده‌ها با یک روش مناسب (مانند کریجینگ) و با فاصله نمونه‌برداری ثابت درونیابی شوند. الگوریتم مورد استفاده برای اجرای روش معرفی شده دارای مراحل زیر است:

الف) آماده‌سازی داده‌ها (پروفیل یا شبکه): هدف از این مرحله به حداقل رساندن اثر لبه در نتایج پردازش است. این کار با یک روش برون‌یابی مناسب انجام می‌گیرد. فن برون‌یابی روی داده‌های دو بُعدی یا سه بُعدی به کار برده می‌شود. سپس با استفاده از تابع کسینوس تپیر ( cosine taper) نتایج آن به واقعیت نزدیک می‌شود (علمدار، ۱۳۸۸). با این فن، هر سری داده از هر طرف تا ۱۵ درصد

که  $U_0(x, y)$ ،  $\tilde{U}_h(u, v)$ ،  $U_h(x, y)$  و  $\tilde{U}_0(u, v)$  به ترتیب معادله‌های توابع استفاده شده در رابطه (۱) هستند.  $u$  و  $v$  طول موج در جهات محورهای  $x$  و  $y$  هستند.

انتخاب صحیح پارامتر منظم‌سازی  $\alpha$  نقش بسیار مهمی در خلال فرایند ادامه فروسو ایفا می‌کند. مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  سبب ایجاد نوعی تعادل بین راه حل کلاسیک (نتایج ادامه فروسو) و صافی پایین‌گذر می‌شود. تخمین مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  کار دشواری است و دقت کاربر را می‌طلبد. روش‌های مختلفی برای تخمین  $\alpha$  وجود دارد (هانسن، ۲۰۰۷؛ ژادنو، ۲۰۰۲؛ بردیچوسکی و دیمیترو، ۲۰۰۲). در این مقاله برای انتخاب مقدار بهینه  $\alpha$  از روشی به نام هنج (نرم)  $c$  استفاده می‌شود (تیخونوف و گلاسکو، ۱۹۶۵؛ تیخونوف و همکاران، ۱۹۶۸؛ گلاسکو و همکاران، ۱۹۷۰ و پاستکا و همکاران، ۲۰۰۹، ۲۰۱۱).

اساس این روش در واقع استفاده از مفهوم ریاضی هنج (نرم) یک تابع و محاسبه آن برای یافتن مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است (در پیوست شماره ۱ مقاله مفهوم هنج یک تابع به اختصار شرح داده شده است). در این روش مقدار هنج  $c$  یا هنج  $L_\infty$  اختلاف بین دو راه حل مجاور هم محاسبه و در مقابل مقادیر  $\alpha$  مورد استفاده در محاسبات، به نمودار درمی‌آید. به این شیوه نرم چیبیشف (Chebyshev) نیز گفته می‌شود. مقادیر  $\alpha$  مورد استفاده به صورت یک تصاعد هندسی (اکیداً نزولی) تغییر می‌کند. به عبارت دیگر محور مربوط به مقادیر  $\alpha$  که بدین طریق رسم می‌شود از یک مقدار اولیه بسیار کوچک (معمولاً  $10^{-10}$ ) شروع می‌شود و با یک مقدار نسبتاً زیاد ( $10^{+20}$ ) به پایان می‌رسد. مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  معمولاً با کمینه موضعی هنج  $c$  در ارتباط است. نقطه کمینه موضعی (محلی) در ناحیه‌ای بین جواب‌های فرورنظم (under-regularized) و فرارنظم (over-regularized) قرار دارد. از لحاظ نظری اثبات شده که

و) تحلیل و بررسی هنج  $C$  حاصل (یا هنج  $L_p$ ): همان‌طور که در قسمت‌های قبلی نیز اشاره شد مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  از روی کمینه نسبی (محلی) هنج  $C$  که در نزدیکی قسمت کاو آن قرار دارد انتخاب می‌شود. در این الگوریتم موقعیت کمینه نسبی تابع توسط پنجره سه‌نقطه‌ای به طور خودکار تعیین می‌شود. این کار با مقایسه مقدار مرکزی با مقادیر اطراف انجام می‌گیرد. جستجو برای نقطه کمینه نسبی از مقادیر هنج  $C$  مربوط به مقادیر کم  $\alpha$  شروع می‌شود. در مواردی که بازه انتخاب شده برای مقادیر  $\alpha$  کافی نیست (در این حالت کاوی تابع هنج  $C$  به همراه کمینه نسبی آن قابل شناسایی نیست) بازه انتخابی  $\alpha$  توسط کاربرد تغییر می‌یابد. الگوریتم به کاربر این امکان را می‌دهد تا پارامتر  $\alpha$  که به طور خودکار انتخاب شده را برگزیند یا اینکه به طور دستی مقدار دلخواه خود را جستجو کند.

ز) درنهایت برای پارامتر  $\alpha$  بهینه انتخابی (خودکار یا دستی) پاسخ منظم شده نهایی نیز به ازاء همین مقدار  $\alpha$  محاسبه می‌شود. در این حالت نیز در ابتدا محاسبات در حوزه فوریه است و سپس معادل مکانی آن با وارون تبدیل فوریه محاسبه خواهد شد.

### ۳ مدل‌های مصنوعی

برای بررسی کارایی روش پیش گفته شده، در این قسمت این روش روی داده‌های مغناطیس مصنوعی مدل‌های مختلف به کار برده می‌شود. مثال اول شامل یک توده استوانه قائم است که در عمق ۳۰۰ متری از سطح زمین قرار گرفته است. زاویه میل و انحراف مغناطیس‌شدگی توده به ترتیب ۵۰ و ۱۰ درجه و شدت مغناطیس‌شدگی آن ۳ آمپر/متر در نظر گرفته شده است. شکل ۲-الف پاسخ مغناطیسی مدل مذکور را نشان می‌دهد. در شکل ۲-ب نمودار ادامه فرسوی داده‌های مغناطیسی

ابعاد اصلی خودش بسط داده می‌شود. البته اندازه بسط داده‌ها می‌تواند توسط کاربر تغییر کند. درنهایت، بعد از کاربست تبدیل‌ها روی داده‌های بسط‌یافته، داده‌ها به ابعاد اولیه خودشان برمی‌گردند.

ب) کاربست تبدیل فوریه: در این مرحله تبدیل فوریه  $\vec{U}_0(u)$  تابع تفسیری  $U_0(x)$  به وسیله الگوریتم FFT محاسبه می‌شود.

ج) ضرب کردن طیف  $\vec{U}_0(u)$  در عبارت طیفی مربوط به گسترش فرسوی منظم شده  $1/(1+\alpha u^2 e^{h|u|})$  در حوزه فوریه توسط رابطه (۱). با این کار طیف منظم شده نهایی  $\vec{U}_h(u)$  نتیجه می‌شود. در صافی پایین‌گذر مقادیر مختلف پارامتر  $\alpha$  استفاده می‌شود. معمولاً در محاسبات، مقدار  $\alpha$  به صورت هندسی تغییر داده می‌شود.

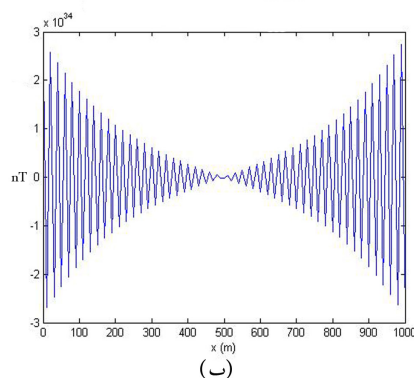
د) محاسبه میدان ادامه فرسوشده منظم در حوزه مکان توسط وارون تبدیل فوریه طیف محاسبه شده  $\vec{U}_h(u)$  در مرحله قبل به ازاء مقادیر مختلف پارامتر  $\alpha$ .

ه) تشکیل تابع هنج  $C$  از طریق مقایسه جواب‌های مجاور (برای مقادیر مختلف  $\alpha$ ). مقادیر تولید شده در مراحل قبل از یکدیگر کم می‌شوند و قدر مطلق بیشینه مقدار این اختلاف، فاصله آنها را به عنوان تابع هنج  $C$  ارائه می‌کند، سپس در یک منحنی دولگاریتمی و بسته به مقدار  $\alpha$  مورد استفاده به نمودار درمی‌آید. شکل کلی تابع هنج  $C$  همیشه به صورت کاو است و دارای یک کمینه موضعی نزدیک به بیشینه مطلق تابع می‌باشد. سمت چپ تابع هنج  $C$  (مقادیر کم  $\alpha$ ) نشان‌دهنده اختلاف بین مقادیر فرومنظم شده و سمت راست آن (مقادیر زیاد  $\alpha$ ) مربوط به اختلاف بین مقادیر فرومنظم شده است. علاوه بر تابع هنج  $C$  و برای اطلاعات مکمل، مرتبه‌های دیگر هنج  $L_p$  نیز ارائه می‌شود. توابع هنج  $L_p$  برای حالت دو بُعدی با مرتبه‌های  $L_1$ ،  $L_2$ ،  $L_{0.7}$  و  $L_{0.5}$  و برای حالت سه بُعدی با مرتبه‌های  $L_1$  و  $L_2$  ارائه خواهد شد.

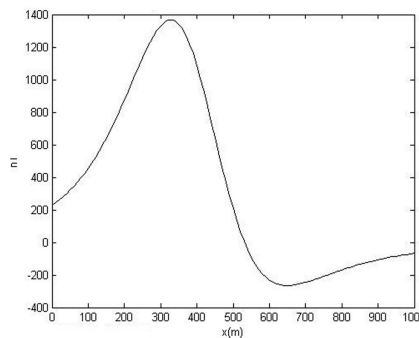
نرم‌افزار ژئوسافت است. همان‌طور که از شکل مشخص است نتایج آغشته به نوفه و ناپایدار، بی‌هنجاری اصلی را پوشانده است. شکل ۳-ج نقشه ادامه فرسوی داده‌های مغناطیسی را در عمق ۱۰۰ متر و با استفاده از فن منظم‌سازی تیخونوف نشان می‌دهد. نتایج این شکل بسیار پایدار بوده و در آن محدوده بی‌هنجاری کاملاً مشخص و واضح است. شکل ۳-د نمودارهای هنج مربوط به ادامه فرسو در عمق ۱۰۰ متر را نشان می‌دهد. در این شکل نیز علاوه بر نمودار هنج  $C$ ، نمودارهای هنج  $L_p$  به‌ازای  $p = 1, 2$  نیز نشان داده شده است. معیار انتخاب پارامتر بهینه  $\alpha$  نقطه کمینه نسبی نمودار هنج  $C$  است که با مربع سبزرنگ نشان داده شده است. شکل ۳-ه مربوط به ادامه فرسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۲۰۰ متر و شکل ۳-و نمودارهای هنج مربوط به آن را نشان می‌دهد. شکل ۳-ز مربوط به ادامه فرسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۳۰۰ متری (عمق قرارگیری توده) است. همان‌طور که بیان شد یکی از فرض‌های اصلی تبدیل ادامه فرسو، کاربست آن در نواحی بدون توده است. در شکل ۳-ز این فرض نقض شده است. به عبارت دیگر ادامه فرسو در عمق قرارگیری توده (برخورد به توده) انجام شده و به همین دلیل نتایج آن ناپایدار گشته و در شکل ۳-ح مربوط به مقادیر هنج ادامه فرسو در عمق ۳۰۰ متر هیچ نقطه کمینه نسبی در نمودار هنج  $C$  مشاهده نمی‌شود. از این رو نتایج ادامه فرسو نیز ناپایدار است. می‌توان این مهم را از این جهت نیز بررسی کرد که در ادامه فرسوی داده‌ها در عمق‌های مختلف، هنگامی که نقطه کمینه نسبی در نمودار هنج  $C$  قابل تعیین نباشد می‌توان گفت که عمق ادامه فرسو به عمق سطحی‌ترین توده نزدیک شده است. لذا از این شیوه می‌توان به عنوان معیاری برای تخمین عمق توده نیز استفاده کرد. بعد از تخمین عمق توده با این روش باید نتایج ادامه فرسوی مربوط به آن نیز پایدار شود. برای این کار محدوده تغییرات پارامتر  $\alpha$  تغییر داده می‌شود تا در

قسمت الف در عمق ۱۰۰ متری بدون استفاده از فن منظم‌سازی (ادامه فرسوی متداول) آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با وجود اینکه داده‌ها تنها تا عمق ۱۰۰ متری ادامه فرسو شده‌اند، ناپایداری نتایج به حدی است که عملاً اثری از بی‌هنجاری ورودی نیست. در شکل ۲-ج ادامه فرسوی داده‌ها در عمق ۱۵۰ متری و با استفاده از فن منظم‌سازی ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج این مرحله بسیار پایدار است. نمودار مقادیر هنج مربوط به نتایج ادامه فرسو در عمق ۱۵۰ متری در شکل ۲-د آمده است. در این شکل محور افقی محدوده تغییرات  $\alpha$  و محور قائم اختلاف بین دو جواب مجاور (دو هنج) را نشان می‌دهد. در این شکل منحنی مربوط به هنج  $C$  با رنگ بنفش نشان داده شده است. کمینه نسبی این منحنی به عنوان معیاری برای تعیین موقعیت پارامتر  $\alpha$  استفاده می‌شود. این موقعیت با مربع توپر سبز مشخص شده است. شکل ۲-ه مربوط به ادامه فرسوی منظم‌شده داده‌ها تا عمق ۲۵۰ متر است. در این شکل نیز نتایج پایدار و متعادل ارائه شده است. شکل ۲-و نیز منحنی‌های هنج را نشان می‌دهد. در این شکل نیز موقعیت کمینه نسبی نمودار هنج  $C$  با مربع توپر نمایش داده شده است که مقدار  $\alpha$  متناظر آن  $1.77 \times 10^4$  است. این نقطه کمینه به طور خودکار توسط الگوریتم انتخاب و نمایش داده می‌شود.

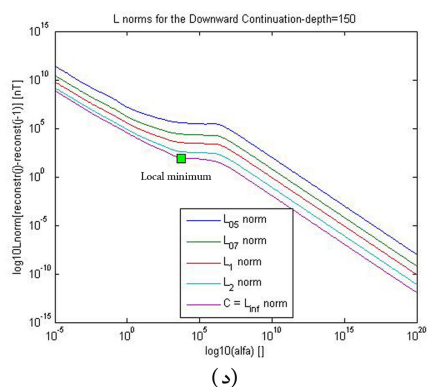
در مثال دوم الگوریتم پیشنهادی روی داده‌های مغناطیس مصنوعی مدل منشور با سطح مقطع مستطیل اعمال شده است. منشور در عمق ۳۰۰ متری از سطح زمین قرار دارد. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس اطراف در تولید مدل به ترتیب ۷۵ و ۱۵ درجه فرض شده است. شدت مغناطیس‌شدگی منشور نیز ۴ آمپر/متر در نظر گرفته شده است. شکل ۳-الف نقشه پاسخ مغناطیسی مدل را نشان می‌دهد. شکل ۳-ب مربوط به ادامه فرسوی داده‌های مغناطیسی مدل در عمق ۱۰۰ متر و با استفاده از



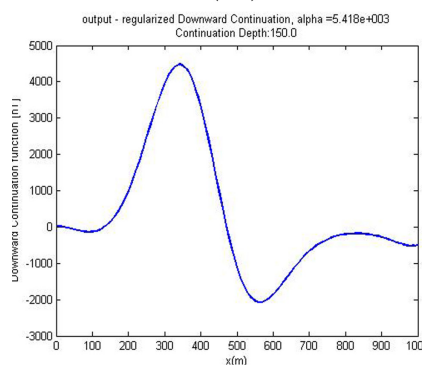
(ب)



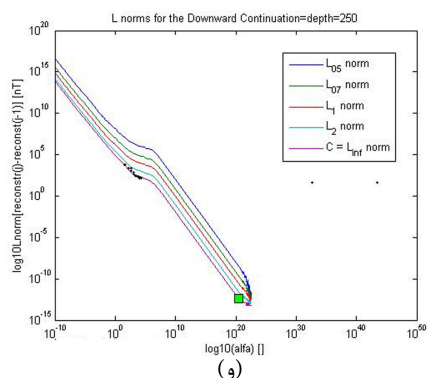
(الف)



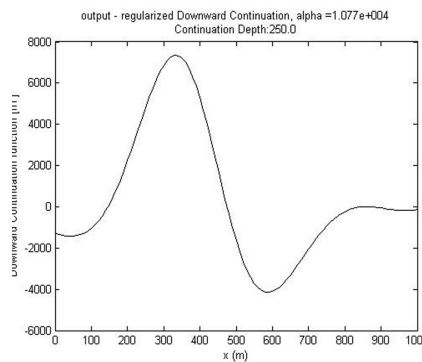
(د)



(ج)



(و)



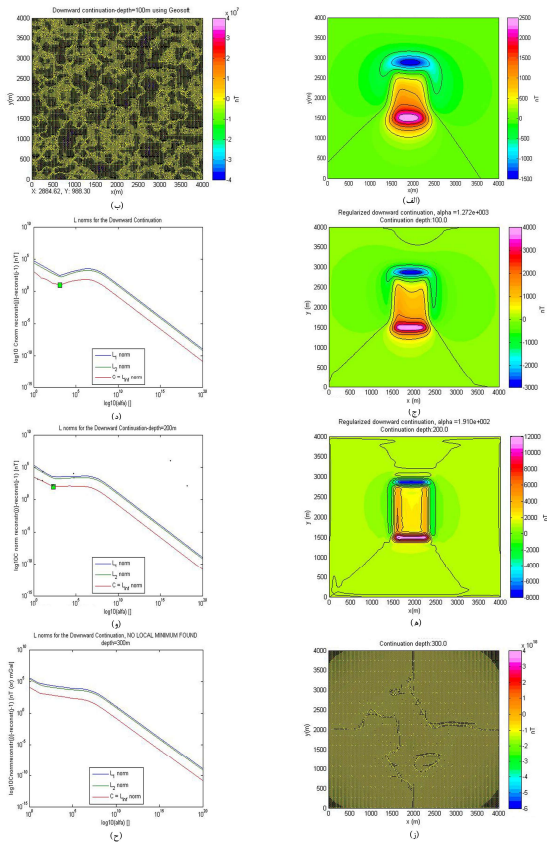
(ه)

شکل ۲. کاربرد فن منظم‌سازی روی داده‌های مغناطیسی مدل استوانه قائم. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل در عمق ۳۰۰ متر از سطح زمین و به ازای زاویه میل و انحراف ۵۰ و ۱۰ درجه. (ب) ادامه فروسوی داده‌ها تا عمق ۱۰۰ متری و با استفاده از الگوریتم متداول. در این شکل برجستگی نوفه و ناپایداری نتایج، بی‌هنجاری اصلی را حذف کرده است. (ج) ادامه فروسوی داده‌ها در عمق ۱۵۰ متر و با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف. (د) نمودار مقادیر هنج نتایج ادامه فروسو در عمق ۱۵۰ متر. در این شکل علاوه بر تابع هنج  $C$ ، توابع هنج  $L_p$  نیز ارائه شده است. کمینه نسبی تابع هنج  $C$  معیاری برای انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است. (ه) نمودار ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۲۵۰ متری. (و) مقادیر هنج ادامه فروسو در عمق ۲۵۰ متری از سطح زمین.

در مثال سوم روش پیش‌گفته روی دو مدل دایک و منشور با سطح مقطع مربع به کار برده می‌شود. مدل دایک در عمق ۳۰۰ متر و منشور در عمق ۴۰۰ متری از سطح زمین قرار گرفته است. پارامترهای مغناطیس‌شدگی هر دو توده یکسان و برابر با ۵۵ و ۱۰ درجه و ۴ آمپر/متر فرض

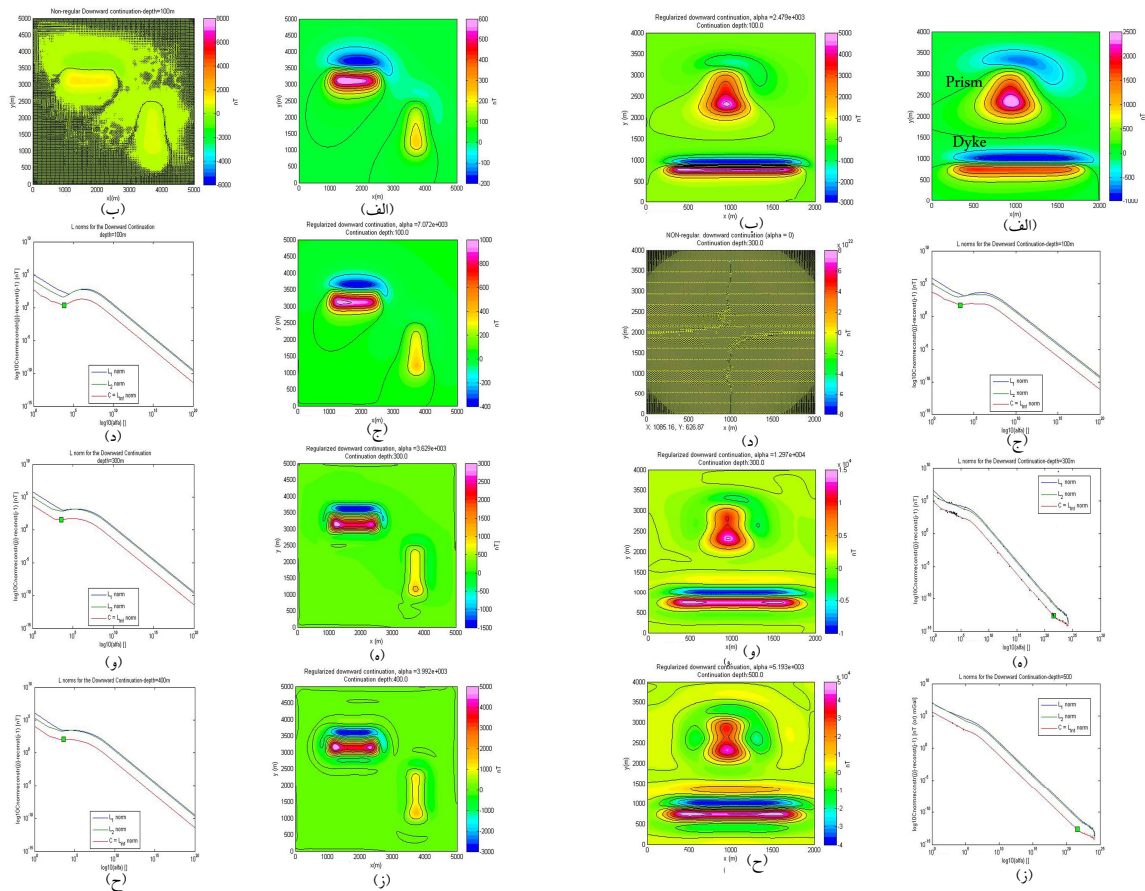
محدوده جدید مقاداری بهینه برای این پارامتر تعیین شود. با این کار و با انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  در محدوده جدید می‌توان به ادامه فروسوی پایدار حتی در محدوده عمقی توده دست یافت، در ضمن اینکه می‌توان برآوردی از عمق توده نیز ارائه کرد.





**شکل ۳.** کاربرد فن منظم‌سازی روی داده‌های مغناطیسی سه‌بعدی مدل منشور با سطح مقطع مستطیل (الف) پاسخ مغناطیسی مدل در عمق ۳۰۰ متر از سطح زمین و به ازای زاویه میل و انحراف ۷۵ و ۱۵ درجه. (ب) نقشه ادامه فروسوی داده‌ها تا عمق ۱۰۰ متری و با استفاده از الگوریتم متداول نرم‌افزار ژئوسافت. در این شکل برجستگی نوفه و ناپایداری، نتایج بی‌هنجاری اصلی را حذف کرده است. (ج) نقشه ادامه فروسوی داده‌ها در عمق ۱۰۰ متر و با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف. (د) نمودار مقادیر هنج نتایج ادامه فروسوی در عمق ۱۰۰ متر. در این شکل علاوه بر تابع هنج  $C$ ، توابع هنج  $L_p$  نیز با مرتبه های ۱ و ۲ ارائه شده است. کمینه نسبی تابع هنج  $C$  معیاری برای انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است. (ه) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۲۰۰ متری. (و) نتایج مقادیر هنج ادامه فروسوی در عمق ۲۰۰ متری از سطح زمین. (ز) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۳۰۰ متری (عمق قرارگیری توده). در این مورد فرض کاربست ادامه فروسوی در نواحی خارج از توده نقض شده و در نتیجه نتایج ناپایدار گشته است. (ح) نتایج مقادیر هنج ادامه فروسوی در عمق ۳۰۰ متری از سطح زمین. در این شکل نمی‌توان کمینه نسبی در نمودار هنج  $C$  یافت. از این شیوه می‌توان برای تخمین عمق سطحی‌ترین توده زیرسطحی بهره برد. برای پایدار شدن نتایج ادامه فروسوی در عمق ۳۰۰ متر باید محدوده تغییرات جدیدی برای پارامتر  $\alpha$  انتخاب کرد تا در این محدوده کمینه نسبی تابع هنج  $C$  رخ دهد.

شده است. نقشه پاسخ مغناطیسی مدل‌ها در شکل ۴-الف نشان داده شده است. شکل‌های ۴-ب و ۴-ج به ترتیب نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده در عمق ۱۰۰ متر و نمودارهای هنج مربوط به آن را نشان می‌دهد. در این شکل نتایج ادامه فروسو پایدار بوده و محدوده حضور توده به خوبی مشخص است. در نمودارهای هنج مربوط به ادامه فروسو در اعماق ۱۰۰ و ۲۰۰ متر، محدوده تغییرات  $\alpha$ ،  $(10^0 - 10^{10})$  انتخاب شده است. شکل ۴-د مربوط به ادامه فروسو در عمق ۳۰۰ متری از سطح زمین است. در این عمق که در واقع محدوده برخورد به اولین توده است، نتایج ادامه فروسو ناپایدار شده است. در این مرحله در منحنی هنج  $C$  تولیدی نقطه کمینه نسبی مشاهده نمی‌شود. برای رفع این مشکل و انجام ادامه فروسوی پایدار، محدوده مقادیر پارامتر  $\alpha$  به  $10^0 - 10^{20}$  تغییر داده شد. شکل ۴-ه نمودارهای هنج ادامه فروسو را در عمق ۳۰۰ متر و به ازای محدوده تغییرات جدید  $\alpha$  نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است در این شکل روی نمودار هنج  $C$  نقطه‌ای با مربع سبزرنگ مشخص شده است. این نقطه در واقع نقطه کمینه مطلق تابع است و به اشتباه به عنوان کمینه نسبی تعیین شده است. در نتیجه از این نقطه نمی‌توان پارامتر بهینه  $\alpha$  را تعیین کرد. برای انتخاب پارامتر بهینه  $\alpha$  به طور دستی عمل می‌شود. با انتخاب نقاط مختلف روی نمودار هنج  $C$  (نقاط کوچک سیاه‌رنگ) و بررسی نتایج ادامه فروسوی مربوط به آن می‌توان مقدار بهینه‌ای برای  $\alpha$  انتخاب و با استفاده از آن نتایج ادامه فروسو را پایدار کرد. نتیجه برای عمق ۳۰۰ متر در شکل ۴-و آمده است. شکل ۴-ز نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۵۰۰ متر را نشان می‌دهد. در این شکل نیز پارامتر بهینه  $\alpha$  به ازای محدوده تغییرات جدید  $(10^0 - 10^{25})$  انتخاب شده است. نمودارهای هنج مربوط به عمق ۵۰۰ متر در شکل ۴-ح آمده است.

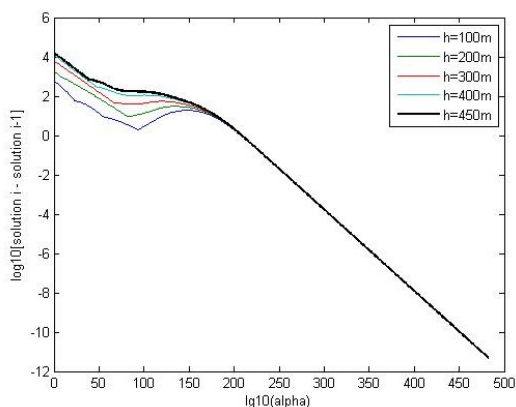


**شکل ۵.** کاربرد فن منظم‌سازی روی داده‌های مغناطیسی سه‌بعدی مدل‌های منشور A در عمق ۴۰۰ متر و منشور B در عمق ۵۰۰ متر. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل منشور در عمق ۴۰۰ متر و دایک با امتداد شرقی-غربی. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل منشور در عمق ۴۰۰ متر و دایک در عمق ۲۳۰۰ متر از سطح زمین. (ب) ادامه فروسوی داده‌ها تا عمق ۱۰۰ متری و با استفاده از الگوریتم متداول نرم‌افزار ژئوسافت. در این شکل برجستگی نوفه و ناپایداری نتایج، بی‌هنجاری اصلی را حذف کرده است. (ج) نقشه ادامه فروسوی داده‌ها در عمق ۱۰۰ متر با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف. (د) نمودار مقادیر هیچ نتایج ادامه فروسو در عمق ۱۰۰ متر. در این شکل علاوه بر تابع هیچ C، توابع هیچ  $L_p$  نیز با مرتبه‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. کمینه نسبی تابع هیچ C معیاری برای انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است. (ه) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۳۰۰ متری. (و) نتایج مقادیر هیچ ادامه فروسو در عمق ۳۰۰ متری از سطح زمین. (ز) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۴۰۰ متری. (ح) نتایج مقادیر هیچ ادامه فروسو در عمق ۴۰۰ متری از سطح زمین.

**مثال چهارم** مربوط به کاربرد روش پیش‌گفته روی دو مدل منشوری با سطح مقطع مستطیل به کار برده می‌شود. منشور A در عمق ۴۰۰ متری و دارای امتداد شرقی-غربی است. منشور B در عمق ۵۰۰ متری قرار دارد، امتداد

**شکل ۴.** کاربرد فن منظم‌سازی روی داده‌های مغناطیسی سه‌بعدی مدل منشور با سطح مقطع مربع و دایک با امتداد شرقی-غربی. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل منشور در عمق ۴۰۰ متر و دایک در عمق ۲۳۰۰ متر از سطح زمین. (ب) ادامه فروسوی داده‌ها تا عمق ۱۰۰ متری و با استفاده از الگوریتم منظم‌سازی ارائه شده در مقاله. (ج) نمودار مقادیر هیچ نتایج ادامه فروسو در عمق ۱۰۰ متر. در این شکل علاوه بر تابع هیچ C، توابع هیچ  $L_p$  نیز با مرتبه‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. کمینه نسبی تابع هیچ C معیاری برای انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است. (د) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۳۰۰ متری. به دلیل نزدیک شدن به عمق سطحی‌ترین توده، با وجود استفاده از فن منظم‌سازی، نتایج ادامه فروسو ناپایدار شده است و در نتیجه مقدار بهینه‌ای نمی‌توان یافت. (ه) نتایج مقادیر هیچ ادامه فروسو در عمق ۳۰۰ متری از سطح زمین. در این شکل برای یافتن مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$ ، محدوده تغییرات آن عوض شده است. (و) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده داده‌ها در عمق ۳۰۰ متری (عمق قرارگیری توده). در این مورد با تغییر محدوده تغییرات  $\alpha$  و یافتن مقدار بهینه آن، نتایج پایدار شده است. (ز) نتایج مقادیر هیچ مربوط به ادامه فروسو در عمق ۵۰۰ متری از سطح زمین. در این شکل نیز برای یافتن مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$ ، محدوده تغییرات آن عوض شده است. (ح) نقشه ادامه فروسوی منظم‌شده در عمق ۵۰۰ متری با استفاده از مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$ .

مربوط به هنج  $C$  در عمق‌های ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰ و ۴۵۰ متر رسم شده است (شکل ۶). همان‌طور که انتظار می‌رفت از بین رفتن نقطه کمینه نسبی منحنی‌های هنج  $C$  در عمق ۴۵۰ متر (نمودار سیاه) اتفاق افتاده است. این عدد برابر با عمق و ضخامت توده منشور  $A$  است.



شکل ۶. نمودارهای هنج  $C$  مربوط به ادامه فروسوی داده‌های مغناطیسی شکل ۵ در اعماق مختلف. در این شکل از بین رفتن نقطه کمینه نسبی در عمق ۴۵۰ متر رخ می‌دهد که برابر با عمق و ضخامت منشور  $A$  است.

## ۵ داده‌های واقعی

در این قسمت برای بررسی کارایی روش ارائه شده در مقاله، روش پیش‌گفته روی داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش زمین‌شناسی یزد و داده‌های گرانی‌سنجی زمینی معدن سنگ آهن شواز به کار برده می‌شود.

### ۱-۵- داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش

#### زمین‌شناسی یزد

از نظر زمین‌شناسی چهارگوش یزد بخشی از ایران مرکزی بوده و دارای ویژگی‌های مختلفی است. محدوده بسیار کوچکی از قسمت جنوبی استان در جنوب هرات جزء منطقه زاگرس است. استان یزد دارای قدیمی‌ترین تشکیلات زمین‌شناختی (پرکامبرین) تا جوان‌ترین آن (هولوسن) است. تشکیلات پرکامبرین از سنگ‌های دگرگونی به شکل‌های مختلف و سنگ‌های آذرین

آن شمالی-جنوبی و درضمن دارای شیب ۲۰ درجه به سمت شمال است. ضخامت منشور  $A$ ، ۵۰ متر و ضخامت منشور  $B$ ، ۱۰۰ متر است. شدت مغناطیس شدن منشورهای  $A$  و  $B$  به ترتیب ۴ و ۳ آمپر/متر فرض شده است. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس به ترتیب ۶۰ و ۲۰ درجه انتخاب شده است. شکل ۵-الف نقشه پاسخ مغناطیسی منشورها را نشان می‌دهد. شکل ۵-ب نقشه ادامه فروسوی داده‌های قسمت الف در عمق ۱۰۰ متری را با استفاده از الگوریتم‌های بدون منظم‌سازی نشان می‌دهد. در این شکل ناپایداری نتایج تبدیل ادامه فروسو مشهود است. شکل ۵-ج مربوط به نقشه ادامه فروسو داده‌های قسمت الف در عمق ۱۰۰ متری و با استفاده از الگوریتم تیخونوف است. شکل ۵-د منحنی هنج مربوط به داده‌های ادامه فروسو در عمق ۱۰۰ متر را نشان می‌دهد. در این شکل کمینه نسبی منحنی هنج  $C$  به عنوان مکانی برای تعیین پارامتر بهینه  $\alpha$  استفاده شده که موقعیت آن با مربع سبزرنگ نمایش داده شده است. شکل‌های ۵-ه و ۵-و به ترتیب نقشه ادامه فروسو در عمق ۳۰۰ متر و نمودارهای هنج مربوط به آن را نشان می‌دهند. شکل‌های ۵-ز و ۵-ح به ترتیب نقشه ادامه فروسو در عمق ۴۰۰ متر و نمودارهای هنج مربوط به آن را نشان می‌دهند. در این شکل‌ها نیز نتایج ادامه فروسو با استفاده از الگوریتم تیخونوف پایدار و متعادل شده است.

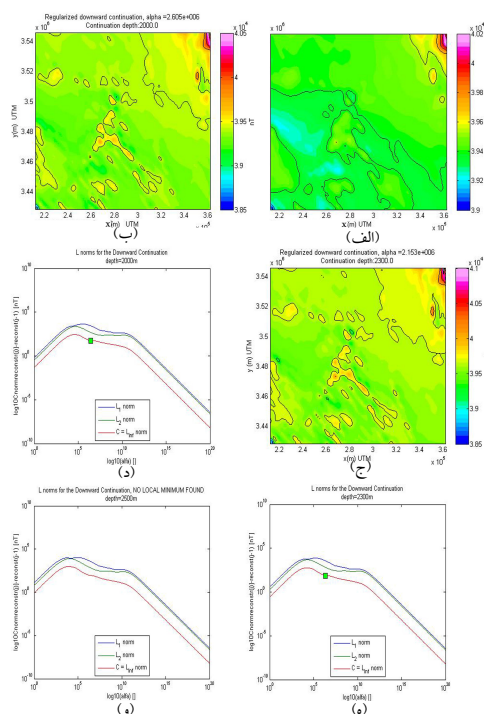
از مثال‌هایی که تاکنون ارائه شد، می‌توان نتیجه گرفت هنگامی که عمق ادامه فروسو به عمق قرارگیری سطحی‌ترین توده نزدیک می‌شود، نتایج ادامه فروسو حتی با وجود الگوریتم منظم‌سازی ناپایدار می‌شود. این امر بدین معنی است که در نمودارهای هنج نقطه کمینه نسبی قابل تشخیص نیست مگر اینکه محدود تغییرات  $\alpha$  تغییر داده شود. به عبارت دیگر در عمق‌های نزدیک به ادامه فروسو، کمینه نسبی نمودار هنج  $C$  به تدریج ناپدید می‌شود. در مورد مثال چهارم (شکل ۵)، نمودارهای

برداشت مغناطیس‌سنجی هوایی توسط سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی و با خطوط پرواز ۷/۵ کیلومتر انجام شده است. شکل ۷-الف نقشه مغناطیس هوایی چهارگوش زمین‌شناسی یزد را نشان می‌دهد. مهم‌ترین پدیده موجود در نقشه در گوشه شمال‌شرقی و مرکز نقشه قرار دارد. شکل ۷-ب نقشه ادامه فروسوی منظم شده داده‌های قسمت الف را در عمق ۲۰۰۰ متر نشان می‌دهد. در این شکل در مقایسه با شکل قسمت الف بی‌هنجاری‌های سطحی مرکزی برجسته‌تر شده است. شکل ۷-ج ادامه فروسوی منظم شده داده‌های مغناطیسی را در عمق ۲۳۰۰ متری نشان می‌دهد. شکل‌های ۷-د و ۷-ه به ترتیب نمودارهای هنج مربوط به ادامه فروسو در عمق‌های ۲۰۰۰ و ۲۳۰۰ متری را نشان می‌دهند. در این دو شکل نقطه کمینه نسبی تابع هنج  $C$  با مربع سبز رنگ نمایش داده شده است. در شکل ۷-و نمودار هنج مربوط به ادامه فروسو در عمق ۲۵۰۰ متری را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در این شکل نقطه کمینه نسبی از بین رفته است و الگوریتم مورد استفاده قادر به یافتن نقطه کمینه نیست. لذا می‌توان این عمق را عمق برخورد به سطحی‌ترین منبع زیرسطحی دانست. برای بررسی بیشتر، نمودارهای هنج  $C$  مربوط به ادامه فروسو در عمق‌های مختلف رسم شد (شکل ۸). همان‌طور که مشاهده می‌شود در این شکل نقطه کمینه نسبی تابع هنج  $C$  در عمق حدود ۲۵۰۰ تا ۳۰۰۰ متر از بین رفته است. بنابراین می‌توان چنین بیان کرد که عمق پی‌سنگ در این منطقه در حدود ۲۵۰۰ تا ۳۰۰۰ متر است.

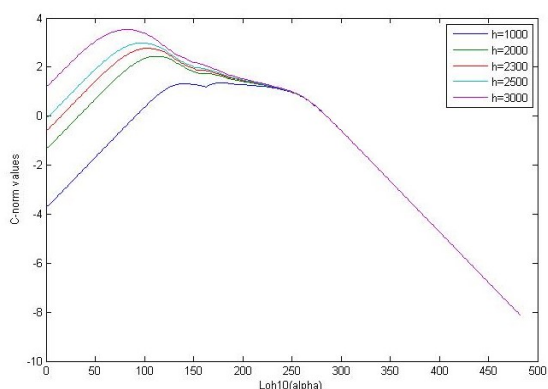
برای تأیید نتیجه روش ادامه فروسو در تخمین عمق پی‌سنگ، از روش تحلیل طیف انرژی برای تخمین عمق نیز استفاده شده است.

شکل‌های ۹-الف و ۹-ب به ترتیب نمودارهای طیف انرژی - عدد موج و همچنین نمودار تخمین عمق - عدد موج را برای داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش یزد

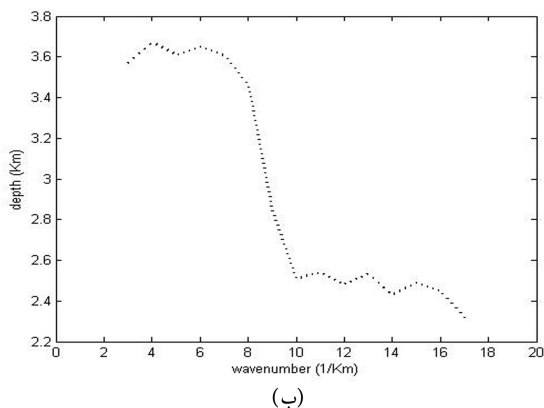
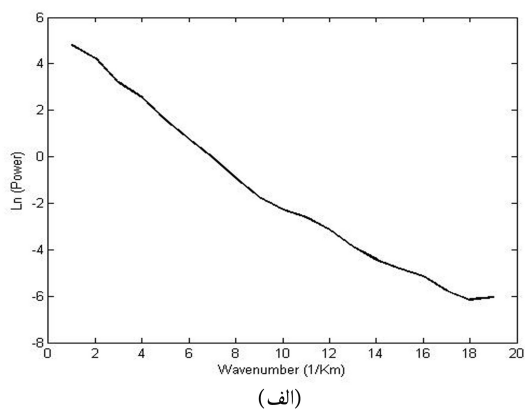
تشکیل شده که حتی لایه‌های گچ در آنها نیز دیده می‌شود. تشکیلات پرمین، دونین و کربونیفر در مقیاس محدودتری اغلب به صورت سنگ‌های آهکی و شنی قرمز رنگ، گنگلومرا تا سنگ‌های دولومیتی و بالاخره مارن و شیل وجود دارند. کرتاسه و ژوراسیک که قسمت اعظم تشکیلات زمین‌شناختی استان را تشکیل می‌دهد شامل سنگ‌های آهکی، مارنی، شیلی، شنی، گنگلومرا، کوارتزیت و سنگ‌های آذرین (گرانیت) می‌باشد (علمدار، ۱۳۸۸).



شکل ۷. کاربرد فن منظم‌سازی روی داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش زمین‌شناسی یزد. (الف) نقشه مغناطیس هوایی چهارگوش زمین‌شناسی یزد با خطوط پرواز ۷/۵ کیلومتر. (ب) نقشه ادامه فروسوی داده‌ها تا عمق ۲۰۰۰ متری و با استفاده از الگوریتم متداول منظم‌سازی ارائه شده در این مقاله. (ج) نقشه ادامه فروسوی داده‌ها در عمق ۲۳۰۰ متر با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف. (د) نمودار مقادیر هنج نتایج ادامه فروسو در عمق ۲۰۰۰ متر. در این شکل علاوه بر تابع هنج  $C$ ، توابع هنج  $L_p$  نیز با مرتبه‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. کمینه نسبی تابع هنج  $C$  معیاری برای انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است. (ه) نمودار مقادیر هنج نتایج ادامه فروسو در عمق ۲۳۰۰ متر. (و) نتایج مقادیر هنج ادامه فروسو در عمق ۲۵۰۰ متری از سطح زمین. در این شکل نقطه کمینه نسبی تابع هنج  $C$  از بین رفته است.



شکل ۸. نمودارهای هنج  $C$  مربوط به ادامه فرسوی داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش یزد در شکل ۷. در این شکل از بین رفتن نقطه کمینه نسبی در عمق ۲۵۰۰ تا ۳۰۰۰ متر رخ می‌دهد.



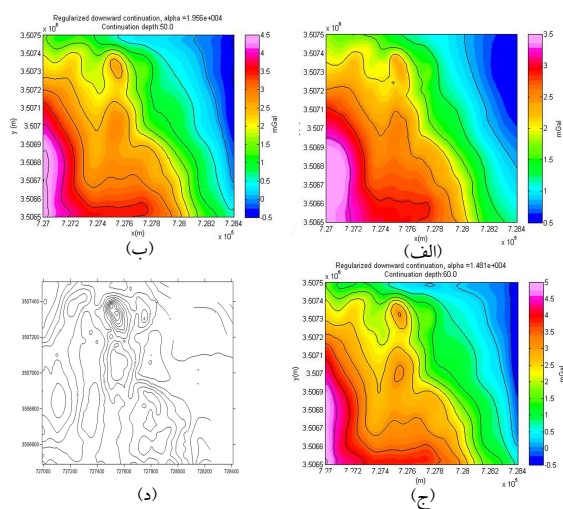
شکل ۹. استفاده از روش تحلیل طیف انرژی برای تخمین عمق منبع زیرسطحی در چهارگوش یزد. (الف) نمودار لگاریتم انرژی- عدد موج. (ب) نمودار تخمین عمق - عدد موج که با استفاده از نتایج قسمت الف رسم شده است.

نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش تحلیل طیف انرژی عمق منبع مولد را در این منطقه در حدود ۲۵۰۰ تا ۳۰۰۰ متر برآورد می‌کند.

## ۲-۵- داده‌های بی‌هنجاری بوگه معدن سنگ آهن شواز یزد

محدوده مورد مطالعه در نقشه زمین‌شناسی ۱:۲۵۰،۰۰۰ چهارگوش آباده، در جنوب غرب روستای شواز و در طول شرقی ۵۳ درجه و ۳۹ دقیقه و عرض شمالی ۳۱ درجه و ۳۶ دقیقه قرار دارد. برای دسترسی به محدوده مذکور از شهرستان یزد به سمت تفت و پس از عبور از نصرآباد به سمت روستای گلویک و شمس‌آباد تغییر مسیر داده و پس از عبور از روستای شمس‌آباد به محدوده مورد نظر می‌رسیم. محدوده مورد اکتشاف در ۱۱۱ کیلومتر جنوب غربی استان یزد به فاصله ۲۵ کیلومتری روستای شواز قرار دارد. برداشت‌های زمینی گرانی‌سنجی در منطقه معدن سنگ آهن شواز با دستگاه گرانی‌سنج مدل - Sintrex - CG5 با دقت ۰/۰۱ میلی‌گال ساخت کشور کانادا انجام شده است. موقعیت ایستگاه‌های برداشت از طریق نقشه‌برداری و با دقت سانتیمتر روی زمین علامت گذاری شده‌اند. هدف از مطالعات گرانی‌سنجی، بررسی ویژگی‌های ثقلی توده‌های زیرسطحی، بررسی گسترش جانبی و عمقی آنها، ارتباط توده‌ها با رگه‌های مگنتیتی و همچنین تأیید بیشتر نتایج مطالعات مغناطیس‌سنجی در این منطقه است.

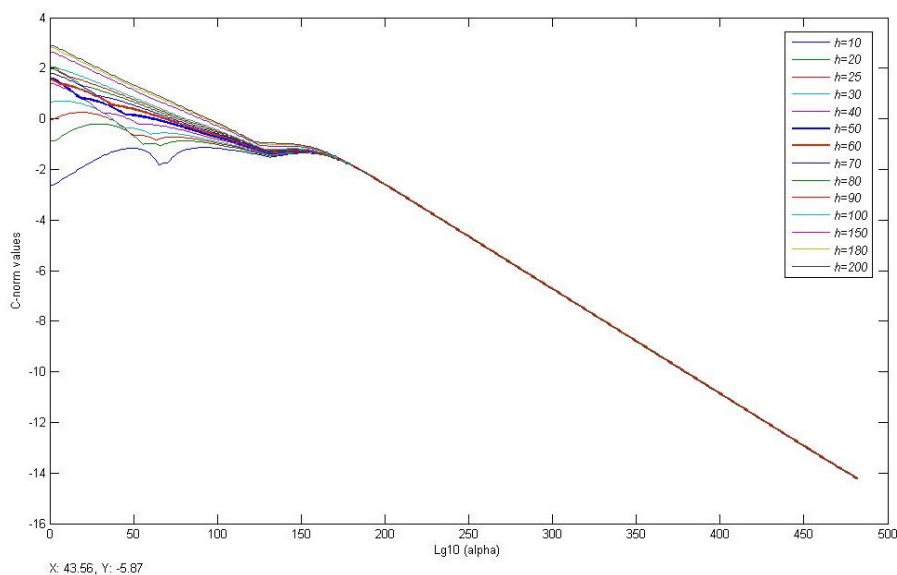
مطالعات گرانی‌سنجی در محدوده بی‌هنجاری جنوبی روی ۱۸ پروفیل با راستای شمالی - جنوبی انجام شده است. فاصله پروفیل‌ها ۵۰ و ۱۰۰ متر و فاصله نقاط برداشت ۲۵ و ۵۰ متر در نظر گرفته شده است.



**شکل ۱۰.** کاربرد روش روی داده‌های گرانی بوگه معدن سنگ آهن شواز یزد. (الف) نقشه هم‌مقدار بوگه معدن سنگ آهن شواز استان یزد. (ب) نقشه ادامه فرسوی داده‌های قسمت الف در عمق ۵۰ متر با استفاده از الگوریتم منظم‌سازی ارائه‌شده در مقاله. (ج) نقشه ادامه فرسوی داده‌های قسمت الف در عمق ۶۰ متر با استفاده از الگوریتم منظم‌سازی تیخونوف. این شکل را می‌توان به‌عنوان نقشه گرانی باقیمانده در نظر گرفت. (د) نقشه گرانی‌سنجی باقیمانده معدن سنگ آهن شواز با استفاده از روش تحلیل روند سطحی با درجه.

شکل ۱۰-الف نقشه بی‌هنجاری بوگه معدن سنگ آهن شواز را نشان می‌دهد. شکل‌های ۱۰-ب و ۱۰-ج به ترتیب نقشه‌های ادامه فرسو در عمق‌های ۵۰ و ۶۰ متری را نشان می‌دهد. در این دو شکل بی‌هنجاری‌های سطحی برجسته‌تر شده است. این دو شکل را می‌توان به‌عنوان نقشه گرانی باقیمانده در نظر گرفت. برای مقایسه نتیجه این روش، نقشه باقیمانده گرانی‌سنجی معدن شواز با استفاده از روش تحلیل روند سطحی با مرتبه ۱ نیز تهیه شده که در شکل ۱۰-د نشان داده شده است.

برای تخمین عمق توده معدن شواز، نمودارهای  $C$  مربوط به ادامه فرسو در عمق‌های مختلف رسم شد (شکل ۱۱). همان‌طور که مشاهده می‌شود نقطه کمینه نسبی نمودارهای مربوط به عمق ۵۰ و ۶۰ متر از بین رفته است. در نتیجه می‌توان عمق توده را در این منطقه در حدود ۶۰ متر برآورد کرد. نگاره حفاری مربوط به گمانه اکتشافی معدن شواز در شکل ۱۲ آمده است.



**شکل ۱۱.** نمودارهای  $C$  مربوط به ادامه فرسوی داده‌های گرانی‌سنجی معدن سنگ آهن شواز. در این شکل نمودارهای مربوط به اعماق ۵۰ و ۶۰ فاقد نقطه کمینه نسبی است.

Location		Shavaz Iron Ore mine															Start Date		17.02.2013																						
Direction		VERTICAL															Finish Date		17.02.2013																						
Drilling Contractor																	Elevation		2030.54																						
Logged By																	Coordinates (HQ)		X: 723636.98 Y: 3556992.30																						
BH ID		BH-02															Coordinates (NQ)		129.35 m																						
SCALE		1:200																																							
Depth (m)	Sample No.	Elevation	Lithology	GEOLOGICAL DESCRIPTION	INTERVAL (m)			CORE RECOVERY		RQD		COMPONENTS (%)										Core Recovery %		RQD %																	
					FROM	TO	TOTAL	(m)	(%)	(m)	(%)	Fe	FeO	P	S	SiO2	CaO	Mn	Al2O3	TiO2	Fe/FeO	25	75	25	75																
50			Basalt			51.40																																			
51			Basalt		31.95	54.40	1.90	1.85	97.37	52.11																															
52																																									
53					39.35	57.40	3.05	2.95	96.72	54.75																															
54																																									
55																																									
56																																									
57																																									
58																																									
59																																									
60			Medium grade iron ore with low sulfide		60.45																																				
61			Medium grade iron ore with low sulfide		97.30																																				
62					106.30																																				
63																																									
64																																									
65																																									
66			Medium grade iron ore with low sulfide		109.25																																				
67																																									
68																																									
69																																									
70																																									
71			Medium grade iron ore with low sulfide		100.35																																				
72																																									
73																																									
74																																									

شکل ۱۲. نگاره حفاری مربوط به گمانه اکتشافی معدن شواز.

## ۶ بحث و نتیجه گیری

هدف اصلی این مقاله تخمین عمق توده‌های مولد بی‌هنجاری‌های گرانی و مغناطیسی با استفاده ادامه فرسوی داده‌ها است. ادامه فرسو بیشتر در مراحل پردازش داده‌های میدان پتانسیل و برای تعیین بی‌هنجاری احتمالی استفاده می‌شود. این در حالی است که طبق اصول نظری، می‌توان عمق توده‌ها را نیز با این روش برآورد کرد.

استفاده از فن منظم‌سازی تیخونوف یکی از روش‌های غلبه بر مشکل ناپایداری خروجی ادامه فرسوی داده‌های میدان پتانسیل است. منظم‌سازی تیخونوف یک صافی پایین‌گذر در حوزه طیف فوریه است که به‌سادگی از طریق حل یک مسئله بهینه‌سازی از نوع کمینه کردن ایجاد می‌شود. در این مقاله این روش روی داده‌های میدان پتانسیل مصنوعی و واقعی به کار برده شد. نتایج کاربردها نشان می‌دهد که روش منظم‌سازی ارائه شده خروجی‌های پایداری ایجاد می‌کند که بسیار به واقعیت نزدیک هستند (به خصوص در عمق‌های پایین ادامه فرسو).

در مقایسه با دیگر روش‌های ارائه شده برای بهبود نتایج ادامه فرسو، روش ارائه شده در این مقاله وابستگی کمتری به فاصله نمونه‌برداری داده‌های مورد استفاده دارد. در کنار استفاده برای بهبود نتایج ادامه فرسو و پایداری خروجی آن، از این روش می‌توان در تخمین عمق سطحی‌ترین (کم‌عمق‌ترین) توده زیرسطحی نیز بهره برد. در مورد توده‌های با سطح مقطع ایزومتریک عمق برآوردشده، عمق تا مرکز توده و برای توده‌هایی با گسترش قائم زیاد عمق تال به بالایی توده است.

برای تخمین مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی  $\alpha$ ، در این مقاله از رفتار توابع هنج یا نرم  $C$  و  $L_p$  به ازای مقادیر مختلف  $p$  استفاده شده است. موقعیت کمینه نسبی تابع هنج  $C$  محل انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  است. انتخاب مقدار بهینه پارامتر  $\alpha$  از موقعیت کمینه نسبی تابع هنج

$L_p$  مقدار بزرگ‌تری را در مقایسه با تابع هنج  $C$  برای پارامتر  $\alpha$  به دست می‌دهد که سبب هموارتر شدن بیشتر جواب خروجی خواهد شد.

این روش روی داده‌های میدان پتانسیل مدل‌های مصنوعی در حالت‌های مختلف به کار برده شد. همچنین این روش روی داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش زمین‌شناسی یزد و داده‌های گرانی‌سنجی زمینی معدن سنگ آهن شواز در استان یزد به کار برده شد. این فن، عمق توده مولد معدن شواز را در حدود ۶۰ متر تعیین می‌کند.

## منابع

- علمدار، ک.، ۱۳۸۸، تعبیر و تفسیر داده‌های میدان پتانسیل در حوزه فرکانس با کاربرد روی توده‌های معدنی: پایان‌نامه کارشناسی ارشد اکتشاف معدن، دانشگاه یزد.
- داده‌های مغناطیس هوایی چهارگوش زمین‌شناسی یزد: سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور.
- Abedi, M., Gholami, A., and Norouzi, G. H., 2013, A stable downward continuation of airborne magnetic data: A case study for mineral prospectivity mapping in Central Iran: *Computers & Geosciences*, **52**, 269–280.
- Abedi, M., Gholami, A., and Norouzi, G. H., 2014, A new stable downward continuation of airborne magnetic data based on Wavelet deconvolution: *Near Surface Geophysics*, **12**(6), 751–762.
- Bullard, E. C., and Cooper, R. I., 1948, Determination of masses necessary to produce a given gravitational field: *Proc. Roy. Soc., A*, **194**, 332–347.
- Baranov, W., 1975, *Potential Fields and their Transformations in Applied Geophysics*: Gebrüder Borntraeger, Berlin Stuttgart, **151** pp.
- Berezkin, V. M., 1988, *Method of the Total Gradient in Geophysical Prospecting*: Nedra Moscow, 189 pp [in Russian].
- Berezkin, V. M., and Buketov, A. P., 1965, Application of the harmonic analysis for the



- Mudretsova, E. A., and Veselov, K. A., Ed., 1990, Gravimetry: Nedra, Moscow, 607 pp. [in Russian with English expanded abstract].
- Nabighian, M. N., 1974, Additional comments on the analytic signal of two dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: *Geophysics*, **39**, 85–92.
- Pašteka, R., Richter, F. P., Karcol, R., Brazda, K., and Hajach, M., 2009, Regularized derivatives of potential fields and their role in semi-automated interpretation methods: *Geophysical Prospecting*, **57**(4), 507–516.
- Pašteka, R., Karcol, R., Pašiaková, M., Pánisová, J., Kuširák D., and Béréš J., 2011, Depth estimation of microgravity anomalies sources by means of regularized downward continuation and Euler deconvolution: Extended abstracts from the 73rd EAGE Conference and Exhibition, Vienna, P051, 4 pp.
- Pašteka, R., Richter, F. P., Karcol, R., Brazda, K., and Hajach, M., 2012, Stable downward continuation of potential field data using Tikhonov regularization: *Geophysical Prospecting*, **57**(5), 517–526.
- Parker, R. L., 1977, Understanding Inverse Theory: Annual Review of Earth and Planetary Sciences, **5**, 35–64.
- Peters, L.J., 1949, The direct approach to magnetic interpretation and its practical application: *Geophysics*, **14**, 290–320.
- Pawlowski, R. S., 1995, Preferential continuation for potential-field anomaly enhancement: *Geophysics*, **60**, 390–398.
- Roy, K. K., 2008, Potential Theory in Applied Geophysics: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 651 pp.
- Rodi, W. L., and Mackie, R. L., 2001, Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion: *Geophysics*, **66**, 174–187.
- Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data: *Geophysics*, **54**, 254–262.
- Trompat, H., Boschetti F., and Hornby P., 2003, Improved downward continuation of potential field data: *Exploration Geophysics*, **34**(4), 249–256.
- Tikhonov, A. N., Glasko, V. B., Litvinenko, O. K., and Melikhov, V. R., 1968, Analytic continuation of a potential in the direction of disturbing masses by the regularization method: *Izv., Earth Physics*, **12**, 30–48 [in Russian; English translation: 738–747].
- interpretation of gravity data: *Applied Geophysics*, **46**, 161–166.
- Berdichevski, M. N., and Dmitriev, V. I., 2002, Magnetotellurics in the Context of the Theory of Ill-posed Problems: Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, 230 pp.
- Blakely, R. J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications: Cambridge University Press, 464 pp.
- Braun, J., Thieulot, C., Fullsack, P., et al., 2008, DOUAR: A new three-dimensional creeping flow numerical model for the solution of geological problems: *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **171**, 76–91.
- Cooper, G., 2004, The stable downward continuation of potential field data: *Exploration Geophysics*, **35**, 260–265.
- Cai, J., Grafarend, E. W., and Schaffrin, B., 2004, The A-optimal regularization parameter in uniform Tikhonov-Phillips regularization: Alpha weighted BLE: In F. Sansó (ed.): 5<sup>th</sup> Hotine- Marussi Symposium on Math. Geodesy, IAG Symposium, **127**, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, pp. 309–324.
- Evjen, H. M., 1936, The place of the vertical gradient in gravitational interpretations: *Geophysics*, **1**, 127–136.
- Fedi, M., and Florio, G., 2002, A stable downward continuation by using the ISVD method: *Geophys. J. Int.*, **151**, 146–156.
- Fedi, M., and Florio, G., 2011, Normalized downward continuation of potential fields within the quasi-harmonic region: *Geophysical Prospecting*, **59**, 1087–1100.
- Glasko, V. B., Litvinenko, O. K., and Melikhov V. R., 1970, Possibilities of regularizing algorithms for continuation of potential functions close to source masses: *Applied Geophysics*, **60**, 142–157.
- Hughes, D. S., 1942, The analytic basis for gravity interpretation: *Geophysics*, **7**, 169–178.
- Hansen, P. C., 2007, Regularization Tools Version 4.0 for Matlab 7.3.: Numerical Algorithms, **46**, 189–194.
- Ku, C., Telford, W., and Lim, S., 1971, The use of linear filtering in gravity problems: *Geophysics*, **36**, 1174–1203.
- Lee, S. K., Kim, H. J., Song, Y., and Lee, C., 2009, MT2DinvMatlab, A program in Matlab and Fortran for two dimensional magnetotelluric inversion: *Computer and Geoscience*, **35**, 1722–1735.

تعریف‌پذیر است. معمولاً مفهوم هنج در مورد بردارها کاربرد گسترده‌تری دارد. برای مثال، تعریف معمول برای هنج یک بردار متشکل از  $n$  مؤلفه  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  همان هنج یا نُرم اقلیدسی یا نُرم  $L_2$  است که در زیر معرفی می‌شود.

هنج  $L_1$ : این هنج با نماد  $|\mathbf{x}|_1$  نشان داده می‌شود و برابر مجموع قدر مطلق مؤلفه‌های بردار است.

هنج  $L_2$ : با نماد  $|\mathbf{x}|_2$  نشان داده می‌شود و برابر با جذر مجموع مربعات مؤلفه‌های بردار است.

هنج  $L_3$ : با نماد  $|\mathbf{x}|_3$  نشان داده می‌شود و برابر با ریشه سوم حاصل جمع توان سوم مؤلفه‌های بردار است.

به طور کلی، رابطه هنج  $L_p$  برای برداری با  $n$  مؤلفه به صورت

$$L_p \equiv |\mathbf{x}|_p = \left( \sum_i x_i^p \right)^{1/p}$$

$$L_\infty \equiv |\mathbf{x}|_\infty = \max |x_i|$$

تعریف می‌شود.

هنج  $C$ : در این حالت اختلاف بین مؤلفه‌های بردار به صورت دوه‌دو محاسبه می‌شود. در این مقاله در واقع هنج  $C$  با هنج  $L_\infty$  ترکیب شده است. به عبارت دیگر، بعد از محاسبه اختلاف دو پاسخ به دست آمده، بیشینه مقدار آنها به‌عنوان گزینه نهایی ارائه می‌شود.

Tikhonov, A. N., and Glasko, V. B., 1965. Application of the regularization method to nonlinear problems: *Applied Geophysics*, 5(3), 463–473.

Tikhonov, A. N., and Arsenin, B. J., 1977, *Solutions of Ill-posed Problems*: John Wiley & Sons. New York.

Tsuboi, C., and Fuchida, T., 1937, Relations between the gravity values and corresponding subterranean mass distribution: *Earth Research Institute of Tokyo Imperial University Bulletin*, 15, 639–649.

Zhdanov, M. S., 2002, *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*: Elsevier, 609 pp.

Xu, S., Yang, J., Yang, C., Xiao, P., Chen, S., and Guo, Z., 2007, The iteration method for downward continuation of a potential field from a horizontal plane: *Geophysical Prospecting*, 55, 883–889.

#### پیوست

مفهوم هنج (نُرم) یک تابع (براون و همکاران، ۲۰۰۸)

تعریف: از لحاظ ریاضی هنج یک تابع ریاضی (یا به اصطلاح شیء ریاضی) کمیتی است که بسته به شرایط مختلف، اندازه، بزرگی، گسترش یا طول آن شیء را تشریح می‌کند. مفهوم هنج در مورد اعداد مختلط، متغیرهای گوسی، بردارها، ماتریس‌ها و توابع