# تجزیه طیفی با استفاده از روش وارون‌سازی کمترین مربعات مقید شده

مصطفی خادم‌پیر، امین روشندل کاهو* و علی نجاتی کلاته

*دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه شاهرود، ایران*

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۱/۱۶، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۷/۲۸)

**چکیده**

تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای با کمک تبدیل‌های زمان-بسامد، دامنه‌های لرزه‌ای را که تابعی از زمان و مکان هستند به مقادیر طیفی که تابع بسامد، زمان و مکان هستند، تبدیل می‌کنند. این ابزار در زمینه‌های گوناگون مانند تعیین ضخامت لایه، نمایش رخساره‌های چینه‌ای، توصیف مشخصات مخزن و اکتشاف مستقیم منابع هیدروکربن کاربرد دارد. کاملاً واضح است که هرچه تفکیک زمانی و بسامدی در صفحه زمان-بسامد بیشتر باشد، رخدادها را می‌توان بهتر جداسازی کرد. در این مقاله از الگوریتمی مبتنی بر روش وارون‌سازی کمترین مربعات مقید شده (CLSSA)، برای محاسبه طیف زمان-بسامد استفاده شده است که دارای توان تفکیک بیشتری نسبت به روش‌های دیگر، ازجمله تبدیل فوریه زمان کوتاه است. کارایی این روش تجزیه طیفی روی داده‌های مصنوعی مورد بررسی قرار گرفت و با نتایج تبدیل فوریه زمان کوتاه مقایسه شد. همچنین از این روش برای آشکارسازی سایه‌های بسامد کم مربوط به مخازن گازی، در یکی از میدان‌های گاز شمال ایران استفاده شده است.

**واژه‌های کلیدی**: تبدیل زمان- بسامد، تبدیل فوریه زمان کوتاه، تجزیه طیفی، سایه بسامد کم، وارون‌سازی کمترین مربعات مقید شده

# Spectral decomposition using constrained least-squares inversion method

Mostafa Khadem Pir, Amin Roshandel Kahoo*and Ali Nejati Kalateh

*Faculty of Mining, Petroleum and Geophysics, University of Shahrood, Iran*

(Received: 4 February 2013, accepted: 20 October 2014)

**Summary**

Since the earth acts as a low-pass filter, it changes frequency content of passing seismic waves. Therefore, the seismic data are non-stationary signals. Due to the non-stationary property of seismic data, spectral decomposition based on Fourier transform cannot reveal the appropriate characteristics of them. It cannot show changes of frequency content of the seismic signal with respect to time. Since, the spectral components of a non-stationary signal are functions of time, a simultaneous representation of time and frequency will be very useful for the analysis of such signals. Time-frequency transform upgrades the spectral decomposition to a new step and can show time and frequency information simultaneously. Spectral analysis of seismic data using time – frequency transforms, converts the seismic amplitudes, which are a function of space and time, to spectral values, which are a function of frequency, time and space.

Nowadays, the time-frequency transforms have been widely used in the seismic data processing and interpretations. They can be used in estimation of layer thickness, reservoir characterization and exploration, estimation of absorption coefficient, burial channel detection, random and coherent noise attenuation and, etc.

The time-frequency distribution can be computed by various methods, each of which has their advantages and disadvantages. Short-time Fourier transform (STFT) is one of

*Corresponding author: roshandel@shahroodut.ac.ir

*نگارنده رابط:

the conventional spectral decomposition methods. The STFT spectrum is obtained as the Fourier transform of various windows of signal with various time centers. The windowed form of Fourier transform and the Heisenberg uncertainty principle affects the resolution of time and frequency in the STFT spectrum. According to this principle, the time and frequency resolution of the STFT spectrum cannot be simultaneously increased.

Various methods have been introduced to simultaneously increase the time and frequency resolution in an STFT spectrum. Fourier transform can be written as a matrix equation.

In the case of underdetermined inverse problems, there are numerous solutions for the matrix equation of Fourier transform. The least squares solution is one of the many available solutions which is the smoothest solution.

Daubechies et al. (2008) introduced an algorithm that obtains a sparse solution for an inverse problem using the constrained least squares method. This method is an iterative algorithm. We can improve the resolution of STFT spectrum by replacing the conventional Fourier transform with the mentioned algorithm.

The efficiency of this method is evaluated by applying to both synthetic and real seismic data. The results of the synthetic example showed that the constrained least squares spectral analysis (CLSSA) had a better resolution than the conventional STFT method. We used the CLSSA to illuminate the low-frequency shadow corresponding to a gas reservoir at one of the gas fields in the South-West of Iran. The results of the real data example showed that the CLSSA has a much better resolution than the STFT.

**Keywords:** Time-frequency transform, short-time fourier transform, spectral decomposition, constrained least squares inversion, low-frequency shadow

## ۱ مقدمه

با توجه به اینکه زمین به‌صورت یک پالایه (فیلتر) پایین‌گذر عمل می‌کند، بسامد سیگنال‌های لرزه‌ای با زمان در حال تغییر خواهد بود. به‌عبارت‌دیگر سیگنال‌های لرزه‌ای از نوع سیگنال‌های ناپایا هستند (ایلماز، ۲۰۰۱). مولفه‌های طیفی یک سری زمانی ناپایا، بستگی زیادی به زمان دارند، بنابراین مطلوب است که یک نمایش هم‌زمان زمان–بسامد وجود داشته باشد. تحقیقات بی‌شماری نشان داده است که تبدیل‌های زمان–بسامد ابزار قدرتمندی برای تحلیل سیگنال‌های ناپایا هستند. این ابزار در زمینه‌های گوناگونی مانند تعیین ضخامت لایه (چانگ و لاوتون، ۱۹۹۵)، توصیف مشخصات مخزن (پارتیکا و همکاران، ۱۹۹۹)، اکتشاف مستقیم منابع هیدروکربن (کستگنا و همکاران، ۲۰۰۳)، تضعیف نوفه‌های تصادفی و همدوس (بوآشاش، ۲۰۰۳) و بسیاری موارد دیگر کاربرد دارد.

انواع گوناگونی از تبدیل‌های زمان–بسامد مانند تبدیل فوریه زمان کوتاه (گابور، ۱۹۴۶)، توزیع ویگنر–وایل (ویگنر، ۱۹۳۲؛ وایل، ۱۹۴۸)، تبدیل موجک (مالات، ۲۰۰۹) و تبدیل S (استاکول و همکاران، ۱۹۹۶) معرفی شده است. بعضی از این روش‌ها مبتنی بر همبستگی و بعضی مبتنی بر چگالی انرژی است. روش‌های مبتنی بر چگالی انرژی، اغلب توان تفکیک زمان–بسامد بهتری دارند و این امر اهمیت بسیاری در تحلیل‌های زمان–بسامد از داده‌ها دارد، هرچند اشکالاتی نیز دارند که استفاده از آنها را محدود کرده است.

یکی از تبدیل‌های زمان–بسامد متداول و پرکاربرد، تبدیل فوریه زمان کوتاه است. در این روش، طیف زمان–بسامد از تبدیل فوریه پنجره‌هایی با مرکزیت متفاوت از داده حاصل می‌شود. فرایند پنجره‌ای کردن باعث ایجاد محدودیت‌هایی در صفحه زمان–بسامد می‌شود که اصل عدم قطعیت هایزنبرگ آن را بیان می‌کند. طبق این اصل،

توان تفکیک زمانی و بسامدی در صفحه زمان–بسامد، نمی‌تواند به‌صورت هم‌زمان افزایش یابد (مالات، ۱۹۹۹). بنابراین در روش تبدیل فوریه زمان کوتاه باید تعادلی بین توان تفکیک زمانی و بسامدی برقرار شود.

روش‌های متفاوتی برای افزایش توان تفکیک هم‌زمان زمانی و بسامدی تبدیل فوریه زمان کوتاه معرفی شده است (گریتنز، ۲۰۰۵؛ پورتنیاگون و کستگنا، ۲۰۰۴؛ کیانگ و ونکای، ۲۰۱۰؛ پورير و همکاران، ۲۰۱۲). تحلیل طیفی براساس روش‌های وارون‌سازی را ابتدا ونیشس (۱۹۶۹) با محاسبه ضرایب سری سینوس و کسینوس با استفاده از روش تکرار کمترین مربعات آغاز کرد. اولدنبرگ (۱۹۷۶) با به کاربردن قضیه اول دیریکله وارون خطی گیلبرت–باکوس، تبدیل فوریه گسسته داده‌های میدان پتانسیلی را محاسبه کرد و از این راه اثرات نوفه را کاهش داد. در روشی مشابه با روش ونیشس، ژو و همکاران (۲۰۰۵) الگوریتمی برای کاهش ضعف طیف مکانی با استفاده از حل به روش تکرار و کم کردن بیشترین انرژی مولفه‌های طول موج از سیگنال اصلی، به‌دست آوردند. پورتنیاگون و کستگنا (۲۰۰۴) به‌منظور رسیدن به توزیع زمان–بسامد با توان تفکیک زمان–بسامد زیاد، از شرط تُنک بودن جواب وارون‌سازی استفاده کردند. غلامی (۲۰۱۳) یک نسخه دیگر تُنک از تبدیل فوریه زمان کوتاه مطرح کرد که با تکیه بر قید تُنکی و تمرکز انرژی، توان تفکیک زیادی از توزیع زمان–بسامد حاصل کرد.

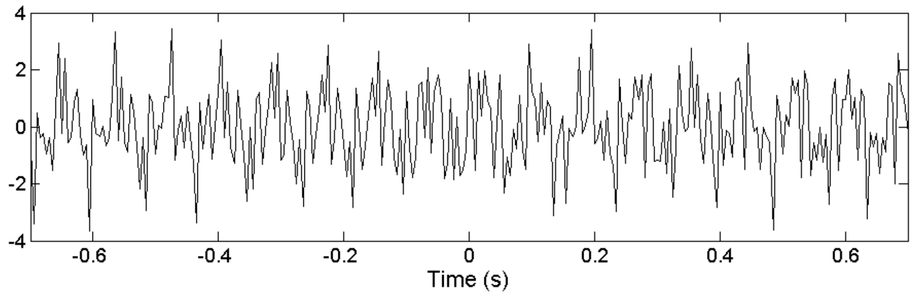
دابیشس و همکاران (۲۰۱۰) الگوریتمی برای یافتن یک پاسخ تُنک با روش کمترین مربعات معرفی کردند. پورير و همکاران (۲۰۱۲) ضمن استفاده از این الگوریتم برای تُنک کردن پاسخ تبدیل فوریه، تبدیل فوریه زمان کوتاه با توان تفکیک زیاد زمانی و بسامدی به‌دست آوردند. در این مقاله از روش پیش‌گفته با عنوان روش کمترین مربعات مقید شده برای محاسبه طیف زمان–بسامد استفاده می‌شود.

## ۲ تبدیل فوریه زمان کوتاه

گابور (۱۹۴۶) با معرفی تبدیل فوریه پنجره‌ای، اولین قدم در راه استفاده از روش‌های زمان–بسامد را برداشت. در روش از یک پنجره حقیقی و متقارن $g(t)=g(-t)$ استفاده می‌شود. تبدیل فوریه زمان کوتاه برای سیگنال $x(t)$ را می‌توان به‌صورت رابطه (۱) نشان داد:

$$STFT_x(t,f)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)g^*(\tau-t)e^{-i2\pi f\tau}d\tau. \quad (۱)$$

پنجره‌ای کردن سیگنال در این تبدیل، براساس اصل عدم قطعیت هایزنبرگ موجب اِعمال محدودیت در توان تفکیک صفحه زمان–بسامد می‌شود. کوچک بودن این پنجره سبب افزایش توان تفکیک در راستای زمان وکاهش توان تفکیک در راستای بسامد می‌شود و به‌عکس (مالات، ۱۹۹۹).




**شکل ۱.** سیگنال مصنوعی مورد استفاده.

## ۳ الگوریتم کمترین مربعات مقید و تبدیل زمان–بسامد

تبدیل فوریه سیگنال $x(t)$ به‌صورت رابطه (۲) به‌دست می‌آید (پروکیس و مانولاکیس، ۲۰۰۷):

$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i2\pi ft}dt, \qquad (۲)$$

این رابطه را می‌توان برای حالت سیگنال‌های گسسته $x(n\Delta t)$ به‌صورت رابطه (۳) بازنویسی کرد:

$$X(k\Delta f)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t)e^{-\frac{i2\pi}{N}k\Delta fn\Delta t}, \quad k=0,1,\ldots,N-1 \qquad (۳)$$

که $N$ تعداد نمونه‌های سیگنال گسسته، $n$ اندیس نمونه‌های زمانی، $\Delta t$ فاصله دو نمونه متوالی در راستای زمان، $k$ اندیس نمونه‌های بسامدی و $\Delta f$ فاصله دو نمونه متوالی در راستای بسامد هستند. رابطه (۳) را می‌توان به‌صورت ماتریسی مطابق رابطه (۴) نوشت:

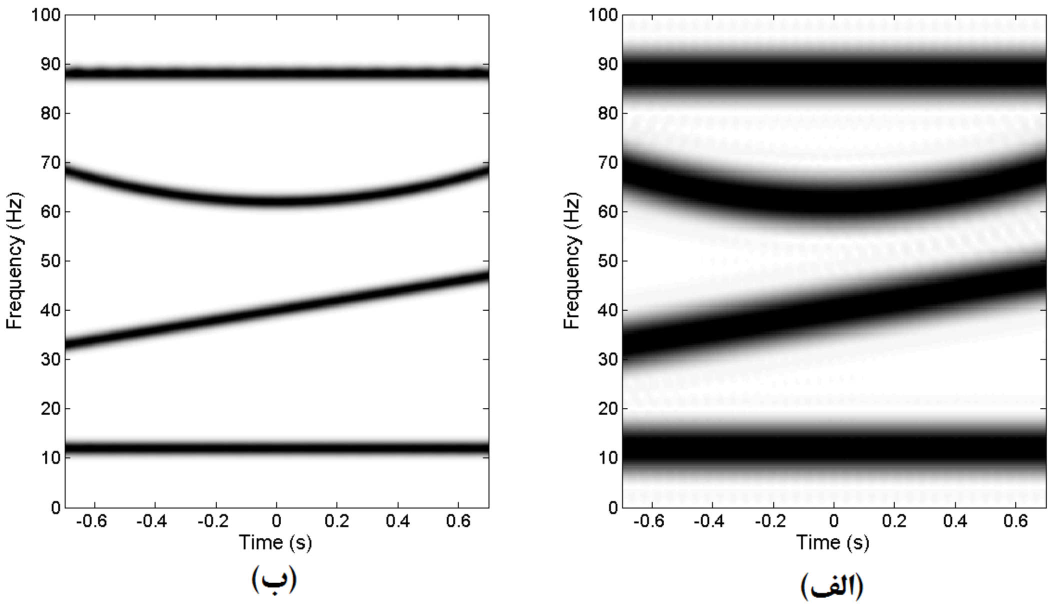
$$\mathbf{Fm}=\mathbf{d}, \qquad (۴)$$

که $\mathbf{F}$ ماتریس کرنل شامل تابع‌های پایه سینوسی مختلط یا حقیقی مطابق رابطه (۵)، $\mathbf{m}$ ضرایب تبدیل فوریه و $\mathbf{d}$ نمونه‌های سیگنال حقیقی یا سیگنال تحلیلی است که پنجره‌ای برای نُرم کردن دو انتهای سیگنال به آن اِعمال شده است. پنجره مورد استفاده از نوع پنجره هان است (پورير و همکاران، ۲۰۱۲):

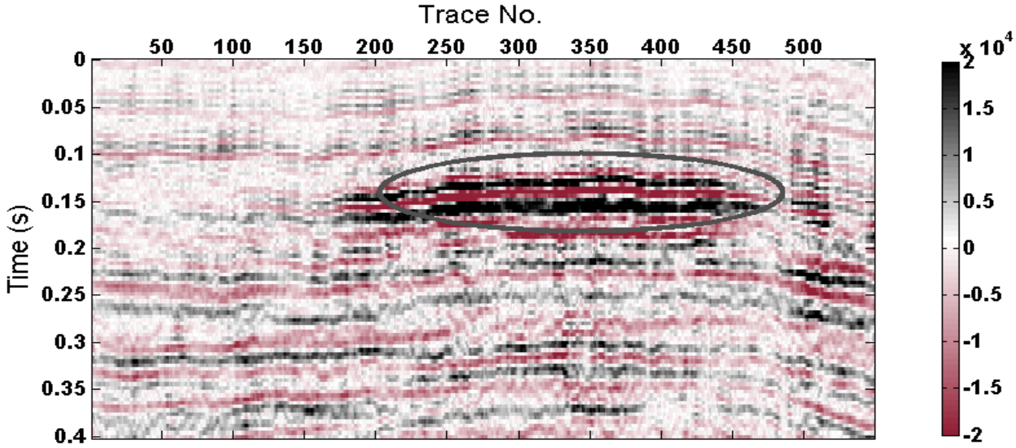
$$\mathbf{F}(n,k)=\cos(2\pi k\,\Delta fn\Delta t)+i\,\sin(2\pi k\,\Delta fn\Delta t), \qquad (۵)$$

تعداد ستون‌های ماتریس $\mathbf{F}$ برابر با تعداد نمونه‌های بسامدی و تعداد سطرهای ماتریس $\mathbf{F}$ برابر با تعداد نمونه‌های زمانی است.

برای به‌دست آوردن ضرایب تبدیل فوریه $\mathbf{m}$ کافی است رابطه ماتریسی (۴) حل شود. چنانچه تعداد مجهولات و معلومات در رابطه ماتریسی (۴) با یکدیگر برابر و ماتریس کرنل دارای مرتبه کامل باشد، آن‌گاه رابطه (۴) فقط پاسخی یکتا خواهد داشت که به‌صورت حل کمترین مربعات مطابق رابطه (۶) به‌دست می‌آید (مژو، ۱۹۹۴).




**شکل ۲.** دامنه تبدیل زمان–بسامد با استفاده از روش (الف) تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول و (ب) کمترین مربعات مقید شده.




**شکل ۳.** داده لرزه‌ای واقعی مربوط به یکی از میدان‌های جنوب غربی ایران.

$$\mathbf{m}=\left(\mathbf{F}^{*}\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{F}^{*}\mathbf{d}, \qquad (۶)$$

که * ترانهاده مزدوج مختلط را نشان می‌دهد.

چنانچه تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معلومات باشد، مسئله به‌صورت فرومعین (underdetermined) خواهد شد. در این حالت دیگر رابطه ماتریسی (۴) پاسخ یکتا نخواهد داشت و حل رابطه (۶) پاسخی با کمترین انرژی خواهد بود. در این حالت پاسخ‌هایی که تُنُک باشند، می‌توانند تبدیل فوریه با توان تفکیکی زیاد بسامدی را تولید کنند. دابیشس و همکاران (۲۰۱۰) نشان دادند که برای به‌دست آوردن پاسخ تُنُک برای رابطه ماتریسی (۶) می‌توان از یک الگوریتم تکرار استفاده کرد.

برای مقید ساختن حل رابطه (۴) به‌منظور رسیدن به یک پاسخ تُنُک، از دو ماتریس قطری $\mathbf{W}_m$ و $\mathbf{W}_d$ که به‌ترتیب ماتریس‌های وزنی پارامترهای مدل و داده‌ها هستند، مطابق رابطه (۷) استفاده می‌شود:

$$\underbrace{\mathbf{W}_d\mathbf{F}\mathbf{W}_m^k}_{\mathbf{F}_w^k}\underbrace{\left(\mathbf{W}_m^k\right)^{-1}\mathbf{m}^k}_{\mathbf{m}_w^k}=\mathbf{W}_d\mathbf{d}, \qquad (۷)$$
$$\Rightarrow \mathbf{F}_w^k\mathbf{m}_w^k=\mathbf{W}_d\mathbf{d}$$

$k$ نشان‌دهنده تکرار الگوریتم و ماتریس وزنی $\mathbf{W}_d$ برای پنجره هان (hanning window) در تکرارهای متفاوت الگوریتم ثابت است و به‌صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود:

$$\mathbf{W}_d=diag\left(0.5+0.5\cos\left(\frac{2\pi n\Delta t}{N}\right)\right)\left|d_0\right|, \qquad (۸)$$

که $\left|d_0\right|$ دامنه سیگنال تحلیلی مربوط به سیگنال $\mathbf{d}$ در مرکز آن است. در اولین تکرار، ماتریس وزنی مدل $\mathbf{W}_m^1$ به‌صورت یک ماتریس همانی در نظر گرفته می‌شود و مقدار آن برای تکرار $k$اُم ($k\geq 2$) از رابطه (۹) به‌دست می‌آید:

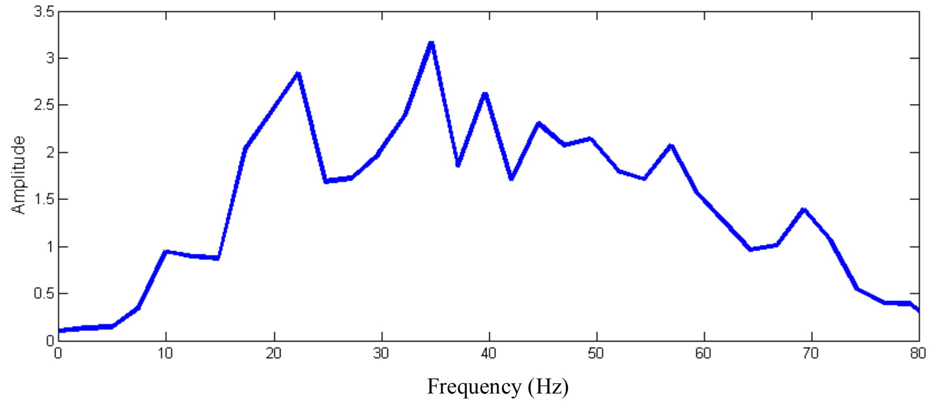
$$\mathbf{W}_m^k=diag\left(\left|\hat{\mathbf{m}}^{k-1}\right|\right), \qquad (۹)$$

که $\hat{\mathbf{m}}^{k-1}$ حل رابطه (۴) در تکرار $(k-1)$اُم است.

با توجه به رابطه‌های (۸) و (۹)، رابطه ماتریسی (۷) بدشرط می‌شود و برای حل آن باید از روش‌های گوناگون منظم‌سازی استفاده کرد. در این مقاله از روش منظم‌سازی تیخونوف (تیخونوف و آرسنین، ۱۹۷۷) مطابق رابطه (۱۰) استفاده شد:

$$\mathbf{m}_w^k=\mathbf{F}_w^{k\,*}\left(\mathbf{F}_w^k\mathbf{F}_w^{k\,*}+\alpha\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{W}_d\mathbf{d}, \qquad (۱۰)$$

که $\alpha$ پارامتر منظم‌سازی و $\mathbf{I}$ ماتریس همانی است. برآورد ضرایب تبدیل فوریه تُنُک در هر تکرار از رابطه (۱۱) به‌دست می‌آید:




**شکل ۴.** طیف دامنه میانگین داده‌ها.

$$\hat{\mathbf{m}}^k = \mathbf{W}_m^k \mathbf{m}_w^k \qquad (۱۱)$$

حال اگر به جای تبدیل فوریه گسسته در الگوریتم تبدیل فوریه زمان کوتاه، از روش کمترین مربعات مقید برای محاسبه ضرایب تبدل فوریه استفاده شود، می‌توان انتظار داشت که برای یک طول پنجره ثابت، روش معرفی شده از توان تفکیک بسامدی بیشتری نسبت به روش متداول برخوردار باشد. چنانچه طول پنجره به اندازه کافی کوچک شود، با توجه به مطالب فوق یک تبدیل زمان–بسامد با توان تفکیک زیاد هم‌زمان در راستای زمان و بسامد به‌دست می‌آید.

## ۴ اِعمال روی داده مصنوعی و واقعی

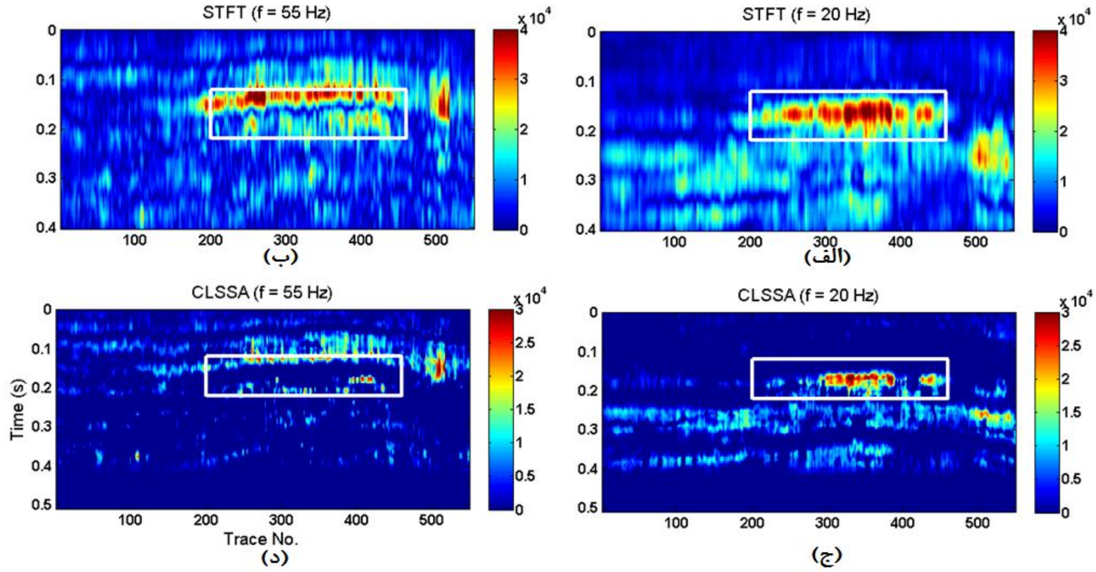
به منظور بررسی کارآیی روش فوق، الگوریتم روی یک سیگنال مصنوعی اِعمال، و با تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول مقایسه شده است. برای ساخت سیگنال مصنوعی از دو موج سینوسی با بسامدهای ۱۲ و ۸۸ هرتز و دو چیرپ خطی و غیر خطی که به‌ترتیب دارای بسامدهای ۴۰ تا ۵۰ هرتز و ۶۲ تا ۷۵ هرتز هستند، استفاده شده که در شکل ۱ مشخص است.

در شکل ۲ نمایش زمان- بسامد سیگنال مصنوعی با استفاده از روش‌های تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول و روش معرفی شده در این مقاله نمایش داده شده است. در هر دو روش طول پنجره برابر با ۲۱ نمونه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، توان تفکیک بسامدی روش معرفی شده نسبت به روش تبدیل فوریه زمان کوتاه برای یک طول پنجره یکسان بسیار افزایش یافته است.

به‌منظور کاربرد روش روی داده‌های واقعی لرزه‌ای، قسمتی از داده‌های لرزه‌ای مربوط به یک خط چشمه از یکی از میدان‌های گازی در جنوب غربی کشور مورد استفاده قرارگرفته است. در شکل ۳ این خط چشمه نشان داده شده است. در این شکل بیضی زردرنگ محل تجمع گاز را براساس تحقیقات قبلی نشان می‌دهد. شکل ۴ نیز نشانگر طیف دامنه میانگین مربوط به این داده لرزه‌ای است.

تجزیه طیفی با دو روش تبدیل فوریه زمان کوتاه و روش کمترین مربعات مقید روی داده موردنظر اِعمال شده است. با توجه به محدوده بسامدی داده‌ها (بین ۱۰ و ۸۰ هرتز) دو بسامد ۲۰ و ۵۵ هرتز برای تهیه مقاطع تک‌بسامد انتخاب شده است. مقاطع تک‌بسامد مربوط به هرکدام از روش‌های پیش‌گفته در شکل ۵ آمده است.

حضور ناهنجاری‌ها با دامنه زیاد در بسامد کم (۲۰ هرتز) که قابل مشاهده در بسامدهای زیاد (۵۵ هرتز)




**شکل ۵.** مقاطع تک‌بسامد برای نمایش سایه بسامد کم (الف) تک‌بسامد ۲۰ هرتز با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، (ب) تک‌بسامد ۵۵ هرتز با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول، (ج) تک‌بسامد ۲۰ هرتز با روش کمترین مربعات مقید و (د) تک‌بسامد ۵۵ هرتز با روش کمترین مربعات مقید.

نیستند و با عنوان پدیده سایه بسامد کم شناخته می‌شود، بیانگر حضور گاز است. محل سایه بسامد کم با مستطیل در شکل ۵ مشخص شده است که با محل بیضی زرد رنگ در شکل ۳ هم‌خوانی دارد. همچنین به‌وضوح توان تفکیک زیاد روش کمترین مربعات مقید در شکل مشخص است.

## ۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله الگوریتمی بر مبنای وارون‌سازی معرفی شده که برای محاسبه تجزیه طیفی داده‌های لرزه‌ای از روش کمترین مربعات مقید شده استفاده می‌کند. تجزیه طیفی فوق با وارون‌سازی تابع پایه کرنل سینوسی در یک پنجره کوچک صورت گرفته است. در این روش، توان تفکیک زمان–بسامد نسبت به روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول بسیار بهبود یافته است. بنابراین می‌توان سایه‌های بسامد کم را با دقت زیادی مشخص کرد. در این مقاله از این روش در شناسایی مستقیم منابع هیدروکربن با استفاده از نشانگر سایه بسامد کم در یکی از میدان‌های گازی جنوب غربی ایران استفاده، و نتایج آن با روش تبدیل فوریه زمان کوتاه متداول مقایسه شده است.

## منابع

Boashash, B., 2003, Time Frequency Signal Analysis, A Comprehensive Reference: Elsevier.

Castagna, J. P., Sun, S., and Siegfried, R. W., 2003, Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydro carbons: The Leading Edge, **22**, 120–127.

Chung, H., and Lowton, D. C., 1995, Frequency characteristics of seismic reflection from thin beds: Canadian journal of Exploration Geophysics, **31**, 32-37.

Daubechies, I., DeVore, R., Fornasier, M., and Güntürk, C. S., 2010, Iteratively reweighted least-squares minimization for sparse recovery: Communications on Pure and Applied Mathematics, **63**, 1-38.

Gabor, D., 1946, Theory of communication: J. IEEE (London), **93(III)**, 429-457.

Gholami, A., 2013, Sparse time-frequency decomposition and some applications: IEEE squares spectral analysis: Application to seismic data: Geophysics, **77**, V143-V167.

Qiang, Z., and Wen-kai, L., 2010, Spectral decomposition using deconvolutive short time Fourier transform spectrogram: 80th Annual International Meeting, SEG, Extended Abstracts, 1581–1585.

Stockwell, R. G., Mansinha, L., and Lowe, R. P., 1996, Localization of the complex spectrum:The S transform: IEEE Trans. Signal Process., **44**, 998-1001.

Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y., 1977, Solutions of ill-posed problems: Winston and Sons.

Vaníček, P., 1969, Approximate spectral analysis by least-squares fit: Astrophysics and Space Science, **4**, 387–391.

Vile, J., 1948, Theorie et applications de la notion de signal analytique: Cables et transm, **2A (1)**, 61-74

Wigner, E. P., 1932, On the quantum correlation for thermodynamic equilibrium: Phys. Rev., **40**, 749-759

Xu, S., Zhang, Y., Pham, D., and Lambaré, G., 2005, Antileakage Fourier transform of seismic data regularization: Geophysics, **70**, V87–V95.

Yilmaz, O., 2001, Seismic Data Analysis: SEG Publication.

Trans. Geosci. Remote Sensing,, **51**, 3598-3604.

Greitans, M., 2005, Advanced processing of nonuniformly sampled non-stationary signals: Elektronika ir Elektrotechnika, **59**, 42-45.

Mallat, S., 1999, A Wavelet Tour of Signal Processing, 2nd ed.: Academic Press Inc.

Mallat, S., 2009, A Wavelet Tour of Signal Processing, 3nd ed.: Academic Press Inc.

Meju, M. A., 1994, Geophysical Data Analysis: Understanding Inverse Problem Theory and Practice (Course Notes Series): SEG Publication.

Oldenburg, D. W., 1976, Calculation of Fourier transforms by the Backus- Gilbert method: Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, **44**, 413–431.

Partyka, G. A., Gridley, J. A., and Lopez, J. A., 1999, Interpretational aspects of spectral decomposition in reservoir characterization: The Leading Edge, **18**, 353–360.

Portniaguine, O., and Castagna, J. P., 2004, Inverse spectral decomposition: 74th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1786–1789.

Proakis, J. G., and Manolakis, D. G., 2007, Digital Signal Processing, Principles, Algorithms, and Applications: Pearson Printice Hall.

Puryear, C. I., Portniaguine, O. N., Cobos, C. M., and Castagna, J. P., 2012, Constrained least-