

کاهش نوفه تصاویر نجومی با استفاده از معادلات مشتقات جزئی

محمدعلی شریفی^۱، سعید فرزانه^{۲*} و مونا کوثری^۳

^۱ دانشیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
^۲ استادیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
^۳ دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۲/۰۴، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۷/۰۱)

چکیده

استفاده از سیستم‌های بینایی مبنای نجومی به‌عنوان روشی ارزان و مناسب به‌منظور تعیین مختصات نقاط می‌تواند به‌عنوان روشی کمکی و همچنین جایگزین برای سیستم‌های تعیین موقعیت جهانی در نظر گرفته شود. علاوه بر آن با استفاده از این سیستم می‌توان حرکت ماهواره‌های جاسوسی را نیز رصد نمود. با توجه به استفاده از تصاویر رقومی، کیفیت حاصله نقش مهمی در کیفیت خروجی نهایی خواهد داشت. نوفه‌های ایجاد شده در مرحله اخذ تصویر از جمله اثراتی هستند که باعث مخدوش شدن کیفیت تصویر می‌شوند. در این مقاله الگوریتم جدیدی با الهام از روش‌های مبتنی بر معادلات نفوذ گرما برای کاهش نوفه تصاویر نجومی ارائه گردیده است. از ویژگی‌های مهم این روش جلوگیری از تغییر مکان عوارض در تصاویر یا به‌عبارت‌دیگر حفظ ساختار تصویر است زیرا تشخیص بسیار دقیق مراکز ستارگان تأثیر بسزایی در انطباق آنها با کاتالوگ خواهد داشت. این روش بر این اصل استوار است که روشی لبه‌های موجود در تصاویر واقعی به‌تدریج تغییر می‌یابد. بر این اساس برای حل عددی معادلات نفوذ گرما به‌منظور حفظ لبه‌ها، لازم است همسایگی‌هایی با عمق بیش از یک پیکسل در نظر گرفته شود. با این کار موقعیت‌های واقعی حفظ می‌شوند. این الگوریتم بر روی تصاویر مختلف آزمایش شده و عملکرد آن با الگوریتم‌های موجود مقایسه شده است. نتایج عددی حاصل از مقایسه چهار معیار بین الگوریتم پیشنهادی با فیلتر میانگین و میانه نشان می‌دهد که روش ارائه شده در این مقاله، از عملکرد بهتری برخوردار است.

واژه‌های کلیدی: تشخیص مراکز ستارگان، معادلات نفوذ گرما، کاهش نوفه، رد ماهواره

۱ مقدمه

از دیرباز اجرام سماوی به منظور تعیین موقعیت و تعیین مسیر توسط دانشمندان مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با توسعه علوم مشخص شد که اجرام سماوی یک سیستم دقیق اینرشیال به منظور استفاده در کاربردهای ناوبری را تشکیل می‌دهند. در این سیستم هر ستاره به عنوان یک نقطه مرجع در تعیین فریم مختصاتی آن در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر اثبات تئوریک استفاده از ستاره‌ها به منظور تعیین و تعریف سیستم مختصات، توسعه فناوری و ابزارهای اندازه‌گیری از جمله تلسکوپ‌ها و دوربین‌های تصویربرداری رقومی، امکان اخذ داده و پردازش و استخراج اطلاعات متنوع جهت کاربردهایی مختلف از این داده‌ها فراهم شده است. علاوه بر استفاده از این سیستم‌ها در تعیین موقعیت نقاط زمینی، تعیین موقعیت اجرام پرنده متحرک مانند انواع هواپیماها، موشک‌ها و ماهواره‌ها نیز مورد توجه واقع شده است. علاوه بر این با توجه به آشکار شدن رد حرکت ماهواره و نیاز اساسی به تعیین و اصلاح پارامترهای مداری ماهواره‌ها و همچنین شناسایی و تعیین موقعیت ماهواره‌هایی با فعالیت جاسوسی، تعیین پارامترهای موقعیتی مربوط به ماهواره نیز از جمله کاربردهای نوین و مهم استفاده از سیستم‌های نجومی بینایی مبنا است.

در سیستم‌های نوین بینایی مبنای نجومی، اخذ داده با استفاده از آرایه سی‌سی‌دی‌ها (charge-coupled device: CCD) انجام می‌شود. روش ذخیره‌سازی و استخراج اطلاعات از سی‌سی‌دی وابسته به مهار و قرائت الکترون‌هایی به عنوان شارژ منفی و حفره‌ها به عنوان شارژ مثبت است که در اثر برخورد نور ایجاد می‌شود. در حین فرآیند برخورد نور به سطح سی‌سی‌دی و قرائت و اندازه‌گیری تعداد فتوالکترون‌ها و نیز تبدیل آنها به عدد رقومی به منظور ذخیره‌سازی به عنوان درجه خاکستری در هر پیکسل، کوچک‌ترین اشتباهات که منجر به از دست رفتن

یا اضافه شدن الکترون‌های مربوط به هر پیکسل می‌شود، منجر به افت کیفیت و ایجاد نوفه در تصویر می‌گردد. دسته اول این اثرات مربوط به عوامل خارجی مثل دما و شرایط فیزیکی و دسته دوم شامل عوامل داخلی مربوط به سخت‌افزار سی‌سی‌دی مورد استفاده است. این نوفه‌ها به خصوص در تصویربرداری رقومی نجومی با توجه به شرایط خاص نوری از اهمیت بالایی برخوردار هستند.

کاهش نوفه معمولاً اولین پردازشی است که در تحلیل تصاویر دیجیتال مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرآیند حذف نوفه نه تنها باید نوفه را حذف و یا کاهش دهد بلکه باید از مات شدن تصویر و یا حذف و تغییر مکان لبه‌ها جلوگیری کند. در تصویربرداری نجومی، اغلب تصاویر گرفته شده دارینوفه هستند که این امر باعث پایین آمدن دقت تشخیص در شناسایی مراکز ستارگان می‌شود که به نوبه خود تأثیر مهمی در شناسایی ستارگان خواهد داشت (گنزالز و وود، ۲۰۰۹). علاوه بر آن در تعیین مدار مقدماتی ماهواره‌ها با استفاده از روش اپتیکی، بایستی رد ماهواره به طور دقیق استخراج گردد، به طوری که اشتباه در تشخیص نقاط ابتدا و انتهای رد به طور مستقیم در دقت مدار تعیین شده تأثیر خواهد گذاشت. لذا باید به دنبال روشی در کاهش نوفه بود که کمترین تأثیر را در عوارض کلیدی تصاویر نجومی همچون ستاره و رد ماهواره بگذارد.

روش‌های مختلفی برای کاهش نوفه تصاویر وجود دارند که از آن جمله می‌توان به روش‌هایی مانند فیلتر میانگین (بن، ۲۰۱۶ و بوداس و همکاران، ۲۰۱۶)، میانه (آریاس و همکاران، ۲۰۰۹)، فیلتر گوسی (بوداس و همکاران، ۲۰۰۵)، فیلتر وینر (لیم، ۱۹۹۰)، فیلتر دوسویه (توماسی و ماندوچی، ۱۹۹۸)، فیلتر ترکیبی بهبود یافته (راجان و همکاران، ۲۰۰۸)، تخمین نویز به روش بیزین (وانگ و همکاران، ۲۰۱۰) اشاره کرد. این فیلترها نوفه را کاهش می‌دهند ولی هم‌زمان سبب هموار شدن تصویر و

تغییراتی در لبه‌ها و مکان‌های آنها می‌شوند. برای رفع این مشکل روش‌های جایگزین دیگری مطرح شده است. در برخی مراجع با استفاده از آستانه‌گذاری روی ضرایب موجک نظیر آستانه‌گذاری سخت و نرم عمل حذف نوفه انجام می‌شود (دانگ و هوو همکاران، ۲۰۱۷). در پاره‌ای دیگر از مراجع از فرآیند انتقال گرما الگوبرداری شده و با استفاده از حل عددی معادلات با مشتقات جزئی عمل حذف نوفه انجام می‌گردد (ویراتونگا و کامات، ۲۰۰۲). در صورتی که سطوح خاکستری تصویر، به‌عنوان دما تلقی شود آنگاه فرآیند انتقال دما سبب می‌شود که اختلاف سطوح خاکستری با گذشت زمان کم شود که این امر سبب کاهش نوفه می‌گردد. همچنین برای حفظ لبه‌ها ضریب هدایت گرما که در موقعیت آنها مقادیر بزرگ داشته، وابسته به مکان تعریف می‌گردد و بدین ترتیب علی‌رغم کاهش نوفه از تخریب لبه‌ها (که مسئله کلیدی در بحث استخراج مشاهدات لازم در تعیین مدار ماهواره‌ها می‌باشد) جلوگیری می‌شود. ضریب هدایت گرما تابعی از موقعیت هر پیکسل و دوران هندسی پیکسل‌های اطراف آن می‌باشد. این موضوع سبب می‌شود که عکس در جهت لبه‌ها نرم شود، ولی در جهت عمود بر آن هیچ تغییری روی ندهد و در نتیجه مکان و جهت لبه‌ها ثابت باقی می‌ماند (ویراتونگا و کامات، ۲۰۰۳). در روش‌های مبتنی بر معادله نفوذ گرما برای حذف نویز از همسایگی‌های کناری هر پیکسل استفاده می‌شود. این روش‌ها در مواردی سبب هموارتر شدن لبه‌ها می‌شوند (ویراتونگا و کامات، ۲۰۰۳). در این مقاله با در نظر گرفتن همسایگی‌های کناری دورتری از هر پیکسل سعی می‌شود تا مشکل هموار شدن لبه‌ها به میزان زیادی کاهش یافته و همچنین کارایی الگوریتم در کاهش نوفه افزایش یابد. در حقیقت در الگوریتم پیشنهادی تدریجی بودن لبه‌ها در نظر گرفته شده است به‌طوری‌که باعث می‌شود روش

پیشنهادی، ضمن حفظ لبه‌ها، به میزان قابل توجهی نوفه را در تصاویر کاهش دهد.

۲ روش تحقیق

همان‌طور که قبلاً بیان شد به‌منظور تعیین دقیق مدار ماهواره در سیستم‌های اپتیکی نیاز غیرقابل‌انکاری به تشخیص رد ماهواره در عکس‌های نجومی وجود دارد. تعیین مدار در یک جمله کاربرد انواع فن‌ها جهت برآورد مدار اجرام فضایی نظیر ماه، سیارات و فضاپیماها می‌باشد. تعیین موقعیت مداری امکان شناسایی اجرام موجود در فضا را فراهم می‌آورد. به این معنی که می‌توان جرم مورد نظر را در کاتالوگ آرشیوی تعیین مدار موجود جستجو نمود و در صورت عدم وجود در آرشیو به‌عنوان جرم جدید کاتالوگ نمود. به‌منظور تعیین موقعیت مداری مشاهدات به‌صورت اطلاعات خام در فرآیند تعیین مدار مورد استفاده قرار خواهند گرفت. مشاهدات می‌تواند توسط ایستگاه زمینی جمع‌آوری شوند که حاوی برچسب زمانی، مشاهدات زاویه‌ای سمت و ارتفاع، فاصله و نرخ فاصله باشند. این مشاهدات توسط رادار و تلسکوپ تهیه می‌شوند چون جمع‌آوری مشاهدات بدون ابزار و با چشم غیرمسلح دقت و حساسیت کافی جهت تعیین مدار اجرام فضایی را ندارد. در روش تعیین مدار اپتیکی بایستی رد اثر ماهواره را به‌طور دقیق استخراج نمود تا بتوان با استفاده از مختصات پیکسلی به مختصات دو بعدی توپوستریک و در نهایت به مختصات مشاهداتی تبدیل نمود و با استفاده از آنها مدار ماهواره استخراج گردد. می‌توان به‌جرات گفت که دقت مشاهده ورودی (اطلاعات رد) تأثیر مستقیم بر روی مدار تعیین شده دارد به‌طوری‌که دقت پایین مشاهدات می‌تواند منجر به همگرایی مسئله به ماهواره دیگری شود. در این بین خصوصیات هندسی سی‌سی‌دی و نوفه بر روی رد اثر ثبت‌شده تأثیر خواهد گذاشت و باید روشی اتخاذ نمود که بهترین نتایج را در

تابع ضریب نفوذ به صورت تابعی از پارامتر s (گرادیان) مطرح می‌شود. با توجه به ویژگی دوم وقتی میزان گرادیان که نشان‌دهنده لبه است بالا باشد، میزان ضریب نفوذ کاهش می‌یابد تا کمترین تغییر در لبه‌ها رخ دهد.

$$\begin{aligned} c(0) &= 1 \\ \lim_{s \rightarrow \infty} c(s) &= 0, \\ c(s) &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

نتیجه محاسبات فوق را می‌توان به صورت کلی‌تر زیر بیان نمود:

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (c(x, y, t) \nabla I(x, y, t)), \quad (4)$$

$$I(x, y, 0) = I_0(x, y), \quad (5)$$

که ∇ عملگر گرادیان، $c(x, y, t)$ ضریب نفوذ و $\nabla \cdot$ عملگر دیورژانس است. در صورتی که رابطه فوق مقداری ثابت داشته باشد (مستقل از x, y, t باشد)، معادلات به دست آمده معادلات نفوذ خطی با ضریب نفوذ یکنواخت نامیده می‌شود (اردم، ۲۰۱۳). در این حالت همه نقاط تصویر حتی لبه‌ها نیز هموار می‌شوند. به عبارت دیگر کاهش نوفه با این معادله سبب تخریب و نرم شدن لبه‌ها می‌شود، زیرا برای فرآیند نفوذ نقاط روی لبه و بقیه نقاط مساوی در نظر گرفته می‌شوند. بدیهی است که چنین شرایطی در تصاویر نجومی مطلوب نیست. جهت بهبود این نقیصه می‌توان ضریب نفوذ را متغیر با مکان، یعنی تابعی از x, y در نظر گرفت. در این صورت معادلات بالا به معادلات خطی و غیریکنواخت تبدیل می‌شوند. همچنین اگر c وابسته به تصویر باشد، آنگاه معادلات خطی به معادلات غیرخطی تبدیل می‌شوند (ویراتونگا و کامات، ۲۰۰۳). این ایده اولیه‌ای بود که از سوی پرونا و

رد مستخرج شده داشته باشد. با توجه به ارزیابی‌های مختلف روش پیشنهادی روش کارایی برای استخراج اطلاعات لازم خواهد بود. در این تحقیق سعی شده است از معادله نفوذ به منظور حذف نوفه استفاده شود.

۲-۱ استفاده از معادله نفوذ برای کاهش نوفه

این دسته از فیلترها با هدف کاهش نوفه‌های موجود در تصویر بدون از بین رفتن جزئیات باارزش در تفسیر تصویر مثل لبه‌ها و خطوط توسعه یافته است. در این فیلترها ابتدا یک فضای مقیاس طی مرحله انتشار برای تصویر ایجاد می‌شود. تفاوت فیلترهای انتشار همسان و ناهمسان در این مرحله اتفاق می‌افتد. هر یک از لایه‌ها در فضای مقیاس فیلتر انتشار همسان با اعمال تعدادی فیلتر گوسی که عرض فیلترها به ترتیب افزایش می‌یابد به تصویر ایجاد می‌گردد. در فیلتر انتشار ناهمسان فضای مقیاس از ترکیب تصویر اصلی با فیلتر وابسته به محتوای محلی تصویر تولید می‌شود. به این ترتیب انتشار همسان یک تبدیل خطی و انتشار ناهمسان یک تبدیل غیرخطی از فضای تصویر است. برای این منظور معادله نفوذ برای تصاویر در فضای دو بعدی تعریف می‌گردد (اردم، ۲۰۱۳):

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} &= \nabla^2 I(x, y) \\ &= \frac{\partial^2 I(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y, t)}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$I(x, y, 0) = I_0(x, y), \quad (2)$$

که $I(x, y, t)$ تصویر دو بعدی $I(x, y)$ در لحظه t می‌باشد و $I_0(x, y)$ تصویر اولیه یا تصویر در لحظه $t = 0$ است. به منظور جلوگیری از هموار شدن لبه‌ها تابع ضریب نفوذ c تعریف می‌شود که ویژگی‌های ذکر شده در رابطه (۳) را دارد. لازم به ذکر است که در این روابط

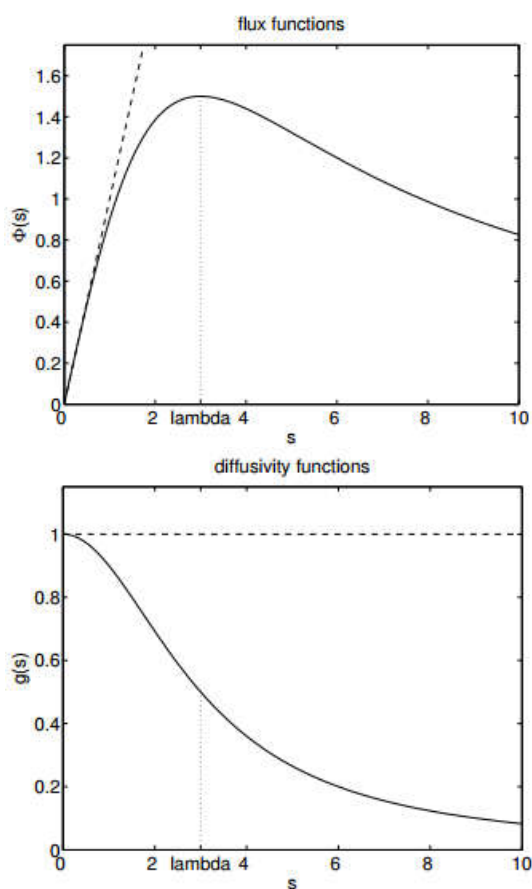
توسط پرونا-مالیک تابعی غیرخطی است که با افزایش میزان گرادیان کاهش می‌یابد، همین موضوع دو قسمت جلو رونده و عقب رونده در تابع جریان ایجاد می‌کند که به صورت حاصل ضرب تابع نفوذ در گرادیان می‌باشد، و پارامتر k مقدار گرادیانی است که این دو قسمت را از هم جدا می‌کند؛ به عبارت دیگر، روش پرونا-مالیک برخلاف حل معادلات نفوذ به روش خطی، تابع نفوذ نسبت به زمان متغیر می‌باشد. نقطه‌ای که در آن تابع نفوذ با سرعت بیشتری به سمت صفر کند یا به بیان دیگر نقطه‌ای که تابع جریان پیشینه شود، نشان‌دهنده پارامتر k است. این پارامتر نقاطی که نیاز به مات شدن یا حذف شدن دارند را تشخیص می‌دهد. به ازای هر تابع نفوذی $k=3$ می‌باشد (اردم، ۲۰۱۳).

مالیک در سال‌های ۱۹۸۷-۱۹۹۰ پیشنهاد شد (پرونا و مالیک، ۱۹۹۰). در این روش ضریب هدایت گرما تنها به صورت تابعی از مکان بیان می‌شود که به صورت ضریب هدایت گرما همگن غیرخطی ناهمسان‌گرد مطرح می‌شود. این روش برای نرم کردن پیکسل‌ها با میزان گرادیان بالا محدودیت‌هایی ایجاد می‌کند. تابع کاهشی ضریب نفوذ نسبت به میزان گرادیان باعث می‌شود که در نواحی دارای گرادیان بالا (مانند مرزها)، کاهش نوفه اتفاق نیفتد. از آنجایی که در اطراف لبه‌ها میزان نفوذ پایین می‌باشد، تصحیح نوفه کمتر است. بدین ترتیب روش پرونا-مالیک از نرم شدن تصویر در اطراف لبه در هنگام کاهش سطح نوفه جلوگیری می‌کند. در تحقیق آنها دو مقدار متفاوت زیر برای ضریب نفوذ پیشنهاد شد (گنزالز و وود، ۲۰۰۹):

$$c(x, y, t) = \frac{1}{\left(1 + \frac{|\nabla I|^2}{k^2}\right)}, \quad (6)$$

$$c(x, y, t) = \exp\left(-\frac{|\nabla I|^2}{2k^2}\right). \quad (7)$$

در این روابط ضریب نفوذ به دلیل وابستگی به میزان گرادیان، در نقاط مختلف تصویر تغییر می‌کند. همچنین عدد k ، پارامتر هدایت نامیده می‌شود که نقش حد آستانه اندازه گرادیان را بر عهده دارد و میزان نفوذ را کنترل می‌کند به طوری که میزان حد آستانه گرادیان عکس را برای همکاری در نوفه یا لبه برآورد می‌کند. به منظور تعیین ضریب نفوذ، پارامتر k باید مشخص شود. شکل ۱ دو تابع نفوذ و جریان برای تابع نفوذ خطی و غیرخطی پرونا-مالیک را نسبت به میزان گرادیان نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در تابع ضریب نفوذ خطی مقدار ضریب نفوذ ثابت می‌شود و سبب می‌شود که تمام پیکسل‌ها نرم شوند. از طرفی تابع ضریب نفوذ ارائه شده



شکل ۱. تابع ضریب هدایت گرمایی و تابع جریان (اردم، ۲۰۱۳).

به طوری که در رابطه بالا $G_\sigma(x, y)$ یک فیلتر گوسی با انحراف معیار σ است که با تصویر اولیه هم آمیخته می شود تا تصویر همواری برای محاسبه مقدار گرادیان مهیا شود. البته می توان روش های دیگر مانند فیلتر میانه و میانگین را نیز در اینجا مورد استفاده قرار داد. برای استفاده از معادلات نفوذ پارامترهای مختلفی باید تنظیم شوند.

۲-۲ حل معادلات نفوذ

برای حل معادلات نفوذ روش های مختلفی وجود دارد، اما برای کاربرد آن در کاهش نوفه تصاویر دیجیتال لازم است که روش های عددی در نظر گرفته شوند. یکی از روش هایی که اخیراً ارائه شده است، محاسبه مشتق های اول و دوم و نیز لاپلاسین یک نقطه تصویر در فضای گسسته است که از طریق نقاط همسایه آن نقطه به دست می آیند (جرج و همکاران، ۱۹۹۲). در اینجا به بیان عمومی ترین روش حل عددی این معادلات می پردازیم. برای بیان این روش معادله (۴) به صورت رابطه (۱۰) بازنویسی می شود:

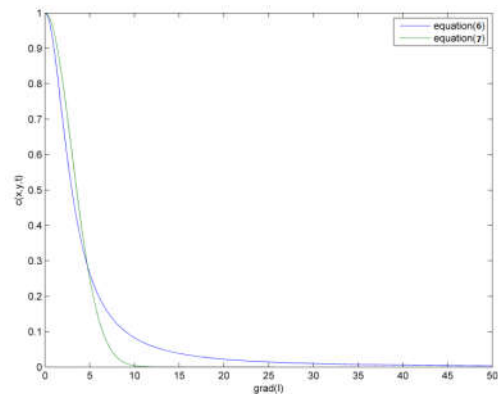
$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = C(x, y, t) \left(\frac{\partial^2 I(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y, t)}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial C(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial y} \cdot \frac{\partial C(x, y, t)}{\partial y}, \quad (10)$$

برای حل تقریبی این معادله، رابطه گسسته زیر ارائه می شود:

$$I(x, y, t + \Delta t) = I(x, y, t) + \Delta t (d_n c_n + d_s c_s + d_e c_e + d_w c_w), \quad (11)$$

پارامترهای این رابطه به صورت زیر تعریف می شوند:

دو تابع ضریب نفوذ ارائه شده در معادلات ۶ و ۷ در شکل (۲) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود تفاوت بین این دو تابع نفوذ در نقطه ای است که تابع به سمت صفر میل می کند، همان طور که در شکل ۲ مشخص است معادله ۷ نسبت به معادله ۶ با سرعت بیشتری به صفر میل می کند و لبه ها با گرادیان کمتر نسبت به معادله ۷ حفظ شده و این موضوع باعث می شود که در تصاویر نجومی علاوه بر رد اثر ماهواره المان های دیگری نیز باقی بماند. بدین خاطر در این تحقیق برای انتخاب معادله ضریب نفوذ از معادله ۶ استفاده می شود.



شکل ۲. ضرایب انتشار مطرح شده توسط پرونا و مالیک.

مشکل عمده روش پرونا -مالیک آن است که گرادیان از روی تصویر نویزی محاسبه می شود و به موجب آن محل دقیق لبه ها قابل شناسایی نیست (ویکرت، ۱۹۹۷). برای حل این مشکل پیشنهاد شده که گرادیان از روی تصویر هموار شده محاسبه گردد یعنی استفاده از فیلتر گوسی دو بعدی است که در آن تصویر $I(x, y)$ با کرنل زیر هم آمیخته می شود:

$$\nabla I_G = \nabla (G_\sigma * I(x, y, t)), \quad (8)$$

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{|x|^2 + |y|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (9)$$

تحقیق به منظور انتخاب تعداد تکرار بهینه از شاخص شباهت ساختاری (Structural similarity index: SSI) استفاده شده است. این شاخص علاوه بر تغییرات درجه خاکستری، سعی دارد اطلاعات مربوط به کنتراست و ساختارهای موجود در تصویر را نیز در مقایسه تصاویر لحاظ کند. این شاخص به صورت مضربی از این سه معیار (میزان روشنایی، کنتراست و ساختار) مطابق معادله (۱۳) بیان می شود:

$$SSI = [l(x,y)]^\alpha \times [c(x,y)]^\beta \times [s(x,y)]^\gamma, \quad (13)$$

با در نظر گرفتن $\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y$ به ترتیب معادل میانگین و انحراف معیار دو تصویر و σ_{xy} به عنوان کوواریانس بین دو تصویر، مقادیر معیارهای روشنایی، کنتراست و ساختار مورد استفاده در رابطه بالا به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} l(x,y) &= \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1} \\ c(x,y) &= \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2}, \\ s(x,y) &= \frac{\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x\sigma_y + C_3} \end{aligned} \quad (14)$$

ضرایب C_n در روابط بالا به صورت $C_n = (K_n L)^2$ به منظور حفظ پایداری معادلات تعریف می شود که در این رابطه L بازه دینامیکی درجات خاکستری و K ضریبی کوچکتر از یک است (ونگ و همکاران، ۲۰۰۴). در این تحقیق تکراری که بیشترین مقدار شاخص شباهت ساختاری را دارد یا تکراری که بیشترین مقدار اختلاف این شاخص را نسبت به تکرار قبلی داشته باشد، انتخاب می شود.

با توجه به معادلات (۱۲) می توان گفت که اگر اختلاف پیکسلها زیاد باشد (d زیاد باشد) آنگاه میزان

$$\begin{aligned} d_n &= I(x,y-1,t) - I(x,y,t) & c_n &= \frac{1}{1 + \left(\frac{d_n}{k}\right)^2} \\ d_s &= I(x,y+1,t) - I(x,y,t) & c_s &= \frac{1}{1 + \left(\frac{d_s}{k}\right)^2} \\ d_e &= I(x+1,y,t) - I(x,y,t) & c_e &= \frac{1}{1 + \left(\frac{d_e}{k}\right)^2} \\ d_w &= I(x-1,y,t) - I(x,y,t) & c_w &= \frac{1}{1 + \left(\frac{d_w}{k}\right)^2} \end{aligned} \quad (12)$$

پارامترهای فوق در حقیقت معادل عددی برای مشتق و ضریب نفوذ در جهات مختلف هستند. جهات مختلف به ترتیب شمال با اندیس n ، جنوب با اندیس s ، شرق با اندیس e و غرب با اندیس w بیان شده اند (بلک و همکاران، ۱۹۹۸).

در معادله (۱۱) هدف یافتن حل برای زمانهای اولیه پس از انتشار گرماست. بدیهی است که دمای نقاط مختلف به سمت یک دمای تعادل تغییر می کنند. حال اگر سطوح خاکستری تصویر را با دمای نقاط مختلف محیط متناظر کنیم آنگاه در نتیجه حل معادله نفوذ گرما مقدار سطوح خاکستری تصویر به سمت هم میل می کنند که منجر به کاهش نوفه خواهد شد با این تفاوت که ضریب نفوذ در لبهها بزرگ انتخاب می شود تا با این کار لبهها حفظ شوند.

معادله نفوذ گرما روشی است که بر اساس تکرار بنا شده است. در رابطه (۱۱) Δt گامهای زمانی برای حل عددی است. بدیهی است هر چه تعداد گامها و تکرار در این رابطه بیشتر باشد تصویر به سمت یک تصویر یکنواخت میل می کند. این ضریب باید طوری انتخاب شود که با افزایش مقادیر پیکسلها، روشنایی تصویر از محدوده اصلی خارج نگردد. برای این منظور باید با انتخاب تعداد تکرارهای مناسب نوفه را به بهترین صورت از تصویر حذف کرد (تسیوتسیوس و پترو، ۲۰۱۳). در این

می‌شود که این پارامترها به وسیله چهار المان FN، FP، TP و TN معرفی می‌گردند. این چهار المان به ترتیب نشان‌دهنده لبه‌هایی است که به درستی شناسایی شده‌اند، لبه‌هایی که در تصویر اصلی لبه تشخیص داده نشده است و در تصویر تصحیح شده لبه محسوب می‌گردد، لبه‌هایی که در تصویر اصلی لبه در نظر گرفته شده‌اند ولی در تصویر تصحیح شده به عنوان لبه شناسایی نشدند و در نهایت پیکسل‌هایی که به عنوان کلاس غیر لبه به درستی طبقه‌بندی شدند. حال به طور مختصر ۴ معیار مورد استفاده به منظور ارزیابی شرح داده می‌شود:

Accuracy: این معیار احتمال طبقه‌بندی درست

پیکسل‌ها را نشان می‌دهد که با رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$accuracy = \frac{TP + TN}{N}, \quad (15)$$

که N تعداد کل پیکسل‌ها می‌باشد.

Specificity: این معیار احتمال اینکه پیکسل‌های غیر

لبه در عکس واقعی به عنوان پیکسل‌های غیر لبه در تصاویر تصحیح شده شناسایی شود را بیان کند که فرمول آن مطابق با رابطه زیر است:

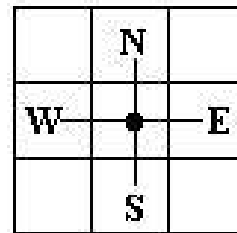
$$specificity = \frac{TN}{TN + FP}, \quad (16)$$

F_measure: این معیار به صورت میانگین دو پارامتر

دقت و recall بیان می‌گردد که پارامتر recall در تصاویر باینری مانند تصویر لبه‌ها با پارامتر حساسیت است که نشان‌دهنده احتمال لبه‌هایی که به درستی تشخیص داده شده به کل لبه‌های موجود در تصویر می‌باشد، برابر در نظر گرفته و در نهایت این پارامتر به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$f_measure = 2 \frac{precision \cdot recall}{precision + recall}, \quad (17)$$

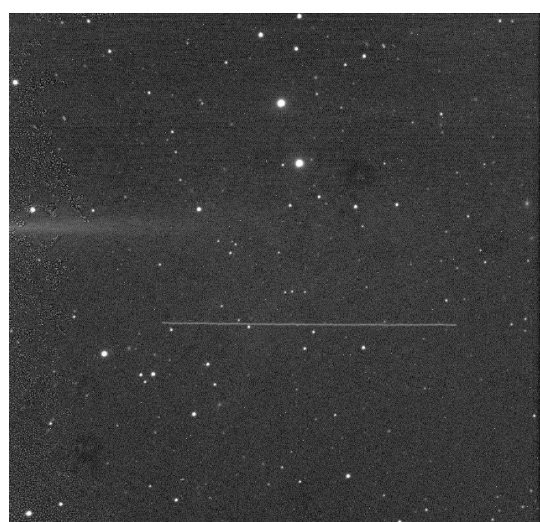
تصحیح روی اندازه پیکسل یاد شده کم خواهد بود. به عبارت دیگر، برای مقادیر گرادیان بزرگ که متعلق به نواحی لبه هستند، هموارسازی صورت نمی‌گیرد. در حقیقت این سازوکاری است که این روش برای حفظ لبه‌ها بکار می‌برد. با کمی دقت می‌توان دریافت که در معادلات اخیر لبه‌های عمودی و افقی مورد توجه بوده‌اند و سعی در حفظ آنها شده است. همچنین با توجه به مقادیر نظیر مشتقات، لبه‌ها کاملاً ناگهانی و یا تیز در نظر گرفته شده‌اند (بلک و همکاران، ۱۹۹۸). شکل (۳) همسایگی‌های یک پیکسل را در این روش نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۳) می‌توان دید روش‌های موجود تنها لبه‌های افقی و عمودی را در نظر می‌گیرد.



شکل ۳. ساختار همسایگی در روش‌های موجود (بلک و همکاران، ۱۹۹۸).

۲-۳ معیارهای ارزیابی

ارزیابی نتیجه کاهش نوفه از روی داده‌های موجود به دو صورت کمی و کیفی به انجام می‌رسد. بررسی کیفی با مقایسه پروفایل درجات خاکستری بعد و قبل از اعمال روش کاهش نوفه و همچنین با مقایسه بصری نتیجه کاهش نوفه بعد از اعمال بهبود کنتراست برای روش‌های مختلف کاهش نوفه به انجام می‌رسد. علاوه بر این از روش‌های کمی ارزیابی کیفی تصویر نیز به این منظور استفاده می‌شود. در این تحقیق برای مقایسه بین روش‌های موجود برای حذف نوفه عکس‌های رقومی نجومی با روش پیشنهادی چهار معیار accuracy، specificity، f_measure و performance rate پیشنهاد



شکل ۴. تصاویر نمونه بکار گرفته شده در این تحقیق (داده شماره ۱ (تصویر بالا) و داده شماره ۲ (تصویر پایین)).

الگوریتم کاهش نوفه با استفاده از معادلات نفوذ بر روی تصاویر نشان داده شده در شکل ۴ اعمال شد. همان‌طور که گفته شد، ابتدا تصاویر نمونه با استفاده از کرنل گوسین و در نظر گرفتن سیگما برابر ۱، هموار می‌شود، سپس مقدار گرادیان جهت X و Y تصاویر هموار شده محاسبه شده و با استفاده از مقدار گرادیان برای هر پیکسل مقدار ضریب نفوذ با استفاده از معادله ۶ استخراج می‌شود و در نهایت، از طریق تکرار معادله ۱۱ تصاویری که فاقد نوفه است تشکیل می‌شود. همان‌طور که در بخش

Performance rate: این پارامتر احتمال پیکسل‌هایی که به‌درستی لبه در نظر گرفته شده‌اند و پیکسل‌هایی که اشتباه طبقه‌بندی شده‌اند را نشان می‌دهد و از طریق رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\text{Performance rate} = \frac{TP}{TN}, \quad (18)$$

۳ پیاده‌سازی و ارزیابی نتایج

همان‌طور که اشاره شد هدف از این پژوهش ارائه روشی مبتنی بر معادله نفوذ گرما به‌منظور کاهش سطح نوفه در تصاویر رقومی نجومی می‌باشد به‌طوری‌که کمترین اثر بر روی عناصر کلیدی تصویر را داشته باشد. در این تحقیق تصاویر اخذ شده توسط سی‌سی‌دی‌های Ixon Ultra 888 به‌منظور انجام آزمایش‌ها و بررسی‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این دستگاه دارای فناوری نوردهی از پشت و دارای سازوکار بزرگ‌نمایی الکترون به‌منظور ثبت تک فنون رسیده به سطح سی‌سی‌دی است. در جدول ۱ مشخصات کلی این دستگاه نمایش داده شده است. ملاحظه می‌شود این دستگاه دارای 1024×1024 پیکسل مربعی به طول ضلع ۱۳ میکرون می‌باشد. تصاویر مورد بررسی در این تحقیق در شکل ۴ نمایش داده شده است.

جدول ۱. مشخصات فنی و تصویر دستگاه iXON Ultra 888

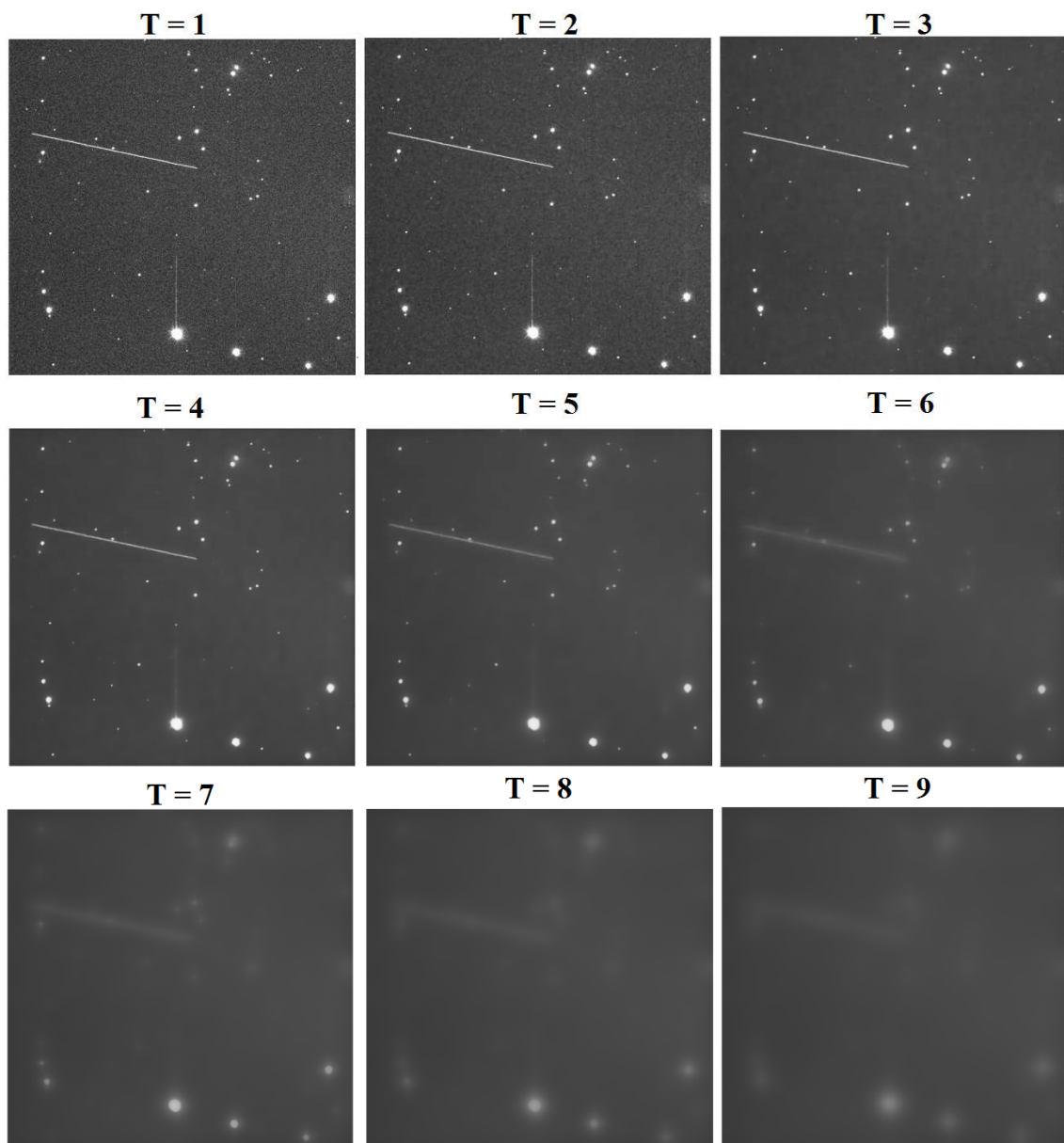
۱۰۲۴ × ۱۰۲۴	پیکسل‌های فعال
۱۳ × ۱۳ μm	ابعاد پیکسل
۱۳.۳ × ۱۳.۳	سطح تصویر (میلی‌متر)
۸۰ e ⁻	عمق چاه پتانسیل پیکسل‌ها
۳۰ MHz	بیشینه سرعت قرائت
۲۶-۹۶۹۰ fps	نرخ فریم قابل قرائت
<e ⁻	نویز قرائت
>۹۰٪	بهره‌وری کوانتومی



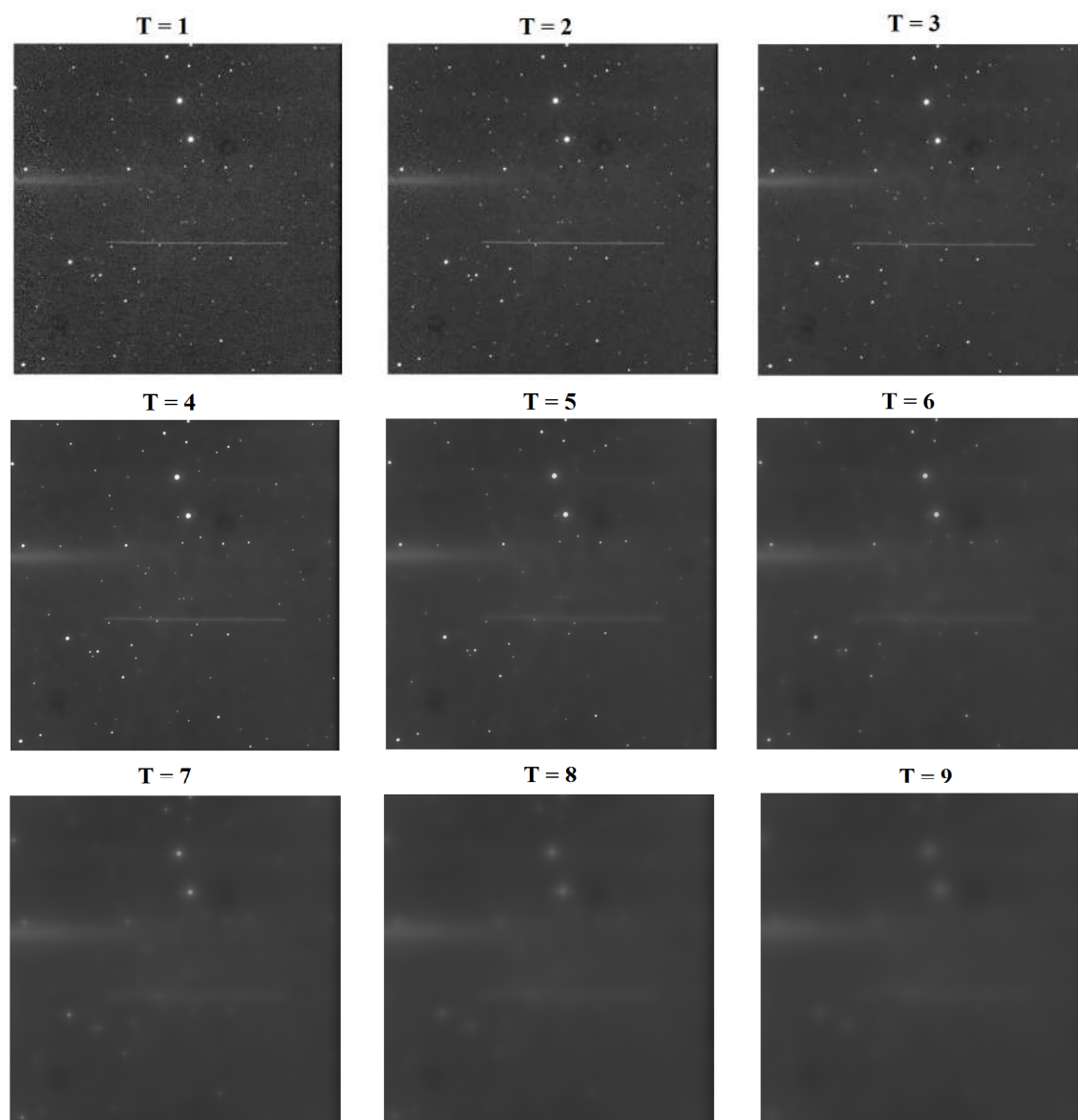
می‌شوند درحالی‌که از یک مرحله به بعد همراه با حذف نوفه، لبه‌ها نیز حذف می‌گردند. از آنجا که حفظ لبه‌ها در استخراج رد ماهواره از اهمیت بالایی برخوردار است لذا بایستی با انتخاب مناسب تعداد تکرار بین کاهش نوفه و حفظ لبه تعادل برقرار نمود. این امر در شکل ۵ به وضوح نمایش داده شده است.

روش مطرح شد حل تکراری به منظور یافتن تعداد تکرار مناسب می‌باشد که با توجه به شاخص شباهت ساختاری تشخیص داده می‌شود.

مقدار پارامتر هدایت برای این روش برابر سه در نظر گرفته شد. در شکل ۵ نتایج اعمال این الگوریتم برای تکرارهای مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است با افزایش تعداد تکرار نوفه‌ها حذف



شکل ۵. نتایج کاهش نوفه داده شماره ۱ به ازای تکرارهای متفاوت.



شکل ۶. نتایج کاهش نوفه داده شماره ۲ به ازای تکرارهای متفاوت.

تکرار بهینه داده شماره ۱ و سه تکرار برای داده شماره ۲ برآورد شده است.

خروجی حاصل از این مرحله در شکل ۸ نشان داده شده است.

با توجه به اینکه کاهش نوفه به عنوان اولین مرحله در الگوریتم استخراج رد ماهواره به منظور تعیین مدار اولیه آنها محسوب می شود، لذا می توان برای ارزیابی کارایی

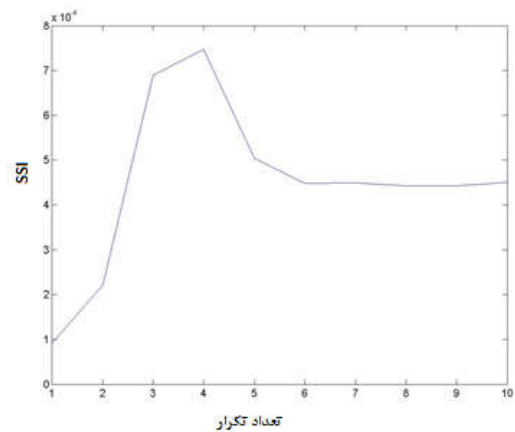
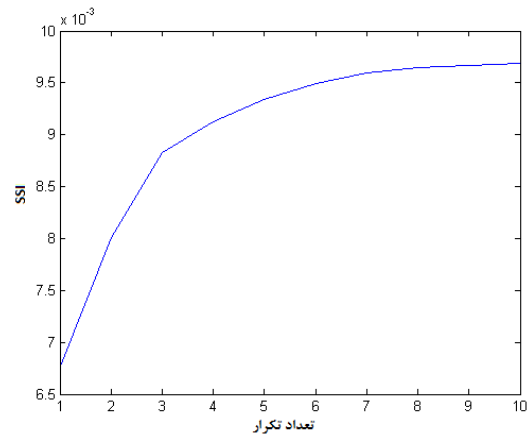
به منظور محاسبه تعداد تکرار بهینه، از شاخص SSI استفاده شده است. تعداد تکراری که بیشینه مقدار شاخص را برآورد کند، به عنوان تعداد تکرار بهینه انتخاب می شود. نمودار شاخص SSI نسبت به تعداد تکرار در شکل ۷ نمایش داده شده است. همان طور که در شکل ۷ مشخص است و با توجه به نحوه انتخاب پارامتر بهینه که در بخش ۲-۲ ارائه شده است، تعداد چهار تکرار به عنوان تعداد



شکل ۸. کاهش نوفه در تصاویر نمونه با استفاده از معادلات نفوذ.

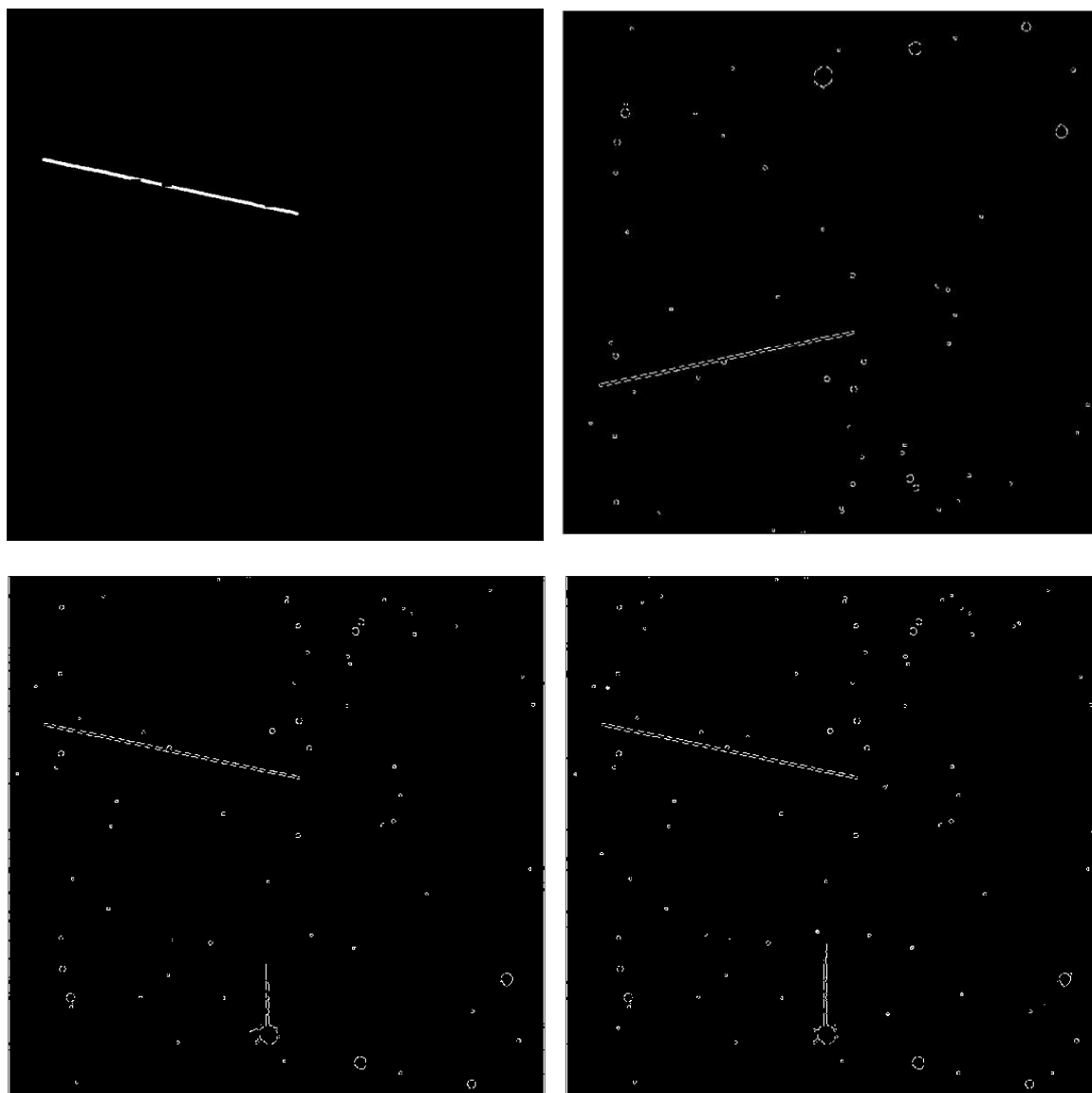
همان‌طور که در شکل ۹ و ۱۰ مشخص است روش‌های شناسایی نوفه تفاوت‌های معنی‌داری با هم دارند. در کنار ارزیابی بصری، همان‌طور که عنوان شد عملکرد روش‌های کاهش سطح نوفه به صورت کمی نیز مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از اعمال چهار روش ارزیابی کمی در جداول ۲ و ۳ نمایش داده شده است.

روش‌های مختلف کاهش نوفه میزان تأثیر آنها بر روی رد استخراج‌شده مطالعه نمود. برای این منظور با استفاده از الگوریتم ارائه شده در (فرزانه و همکاران، ۲۰۱۷)، لبه‌های استخراج شده را برای تصویر نمونه که به سه روش پیشنهادی، فیلتر میانگین و فیلتر میانه نوفه‌های آنها کاهش یافته است، با تصویری مورد نظر که تنها شامل رد اثر ماهواره می‌باشد، مقایسه شده است. شکل ۹ و ۱۰ خروجی حاصل از لبه‌های تصویر نمونه پس از کاهش نوفه با سه روش پیشنهادی، میانگین و میانه به همراه تصویر مورد انتظار را به منظور مقایسه بصری نشان می‌دهد.



شکل ۷. شاخص شباهت ساختاری نسبت تکرارهای متفاوت برای داده

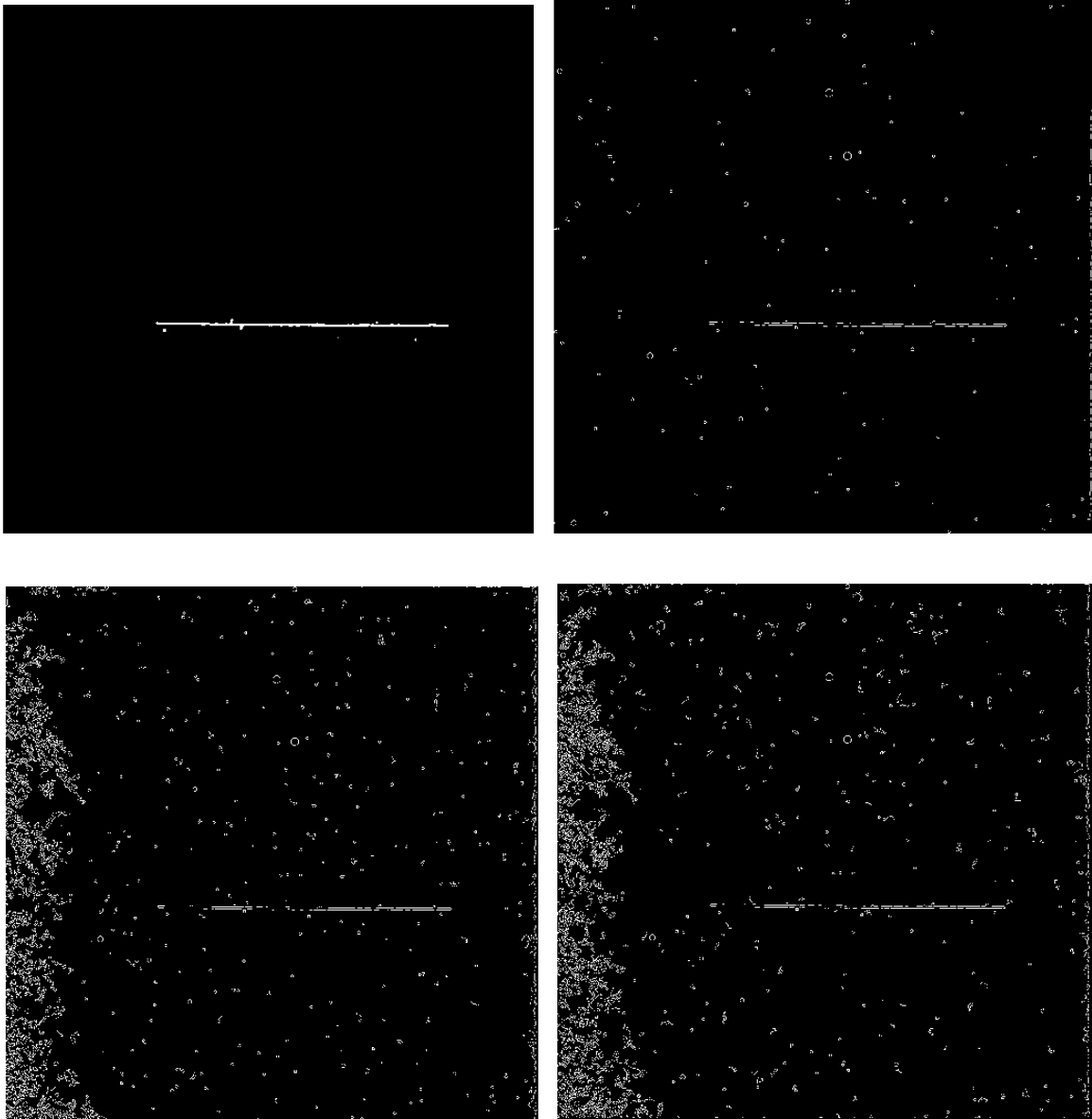
شماره ۱ و ۲.



شکل ۹. داده شماره ۱ مورد انتظار و تصاویر لبه‌های حاصل از سه الگوریتم (روش پیشنهادی، میانه و میانگین).

جدول ۲. معیارهای ارزیابی سه روش مورد استفاده داده شماره ۱.

	Accuracy	Specificity	F_measure	Performance rate
الگوریتم پیشنهادی	۰/۹۹۶۸	۰/۹۹۷۴	۰/۳۰۳۰	۲۱/۸۳۹۱
فیلتر میانه	۰/۹۹۱۱	۰/۹۹۱۹	۰/۱۰۵۹	۵/۹۱۹۴
فیلتر میانگین	۰/۹۹۰۷	۰/۹۹۱۴	۰/۱۱۶۱	۶/۵۷۰۳



شکل ۱۰. داده شماره ۲ مورد انتظار و تصاویر لبه‌های حاصل از سه الگوریتم (روش پیشنهادی، میانه و میانگین).

جدول ۳. معیارهای ارزیابی سه روش مورد استفاده داده شماره ۲.

	Accuracy	Specificity	F_measure	Performance rate
الگوریتم پیشنهادی	۰/۹۹۶۱	۰/۹۹۶۸	۰/۳۳۶۷	۲۵/۳۸۰۸
فیلتر میانه	۰/۹۷۰۷	۰/۹۷۱۳	۰/۰۶۶۲	۳/۵۴۳۱
فیلتر میانگین	۰/۹۷۴۲	۰/۹۷۴۷	۰/۰۸۰۸	۴/۳۹۷۷

دیگر است که بیانگر قابلیت این روش در آماده‌سازی تصاویر رقومی نجومی در استخراج رد ماهواره با دقت زیر پیکسل می‌باشد. استفاده از توابع نفوذ دیگر و مقایسه آنها به منظور یافتن تابع بهینه، ارزیابی اثر سیگماهای مختلف در تابع گوسین و بررسی همبستگی بین دو پارامتر سیگما و تکرار در کارهای آتی پیشنهاد می‌گردد.

منابع

- Altman, D. and Bland, J., 1994, Diagnostic tests. 1: Sensitivity and specificity: British Medical, **308**(6943), 1552.
- Arias-Castro, E. and Donoho, D. L., 2009, Does median filtering truly preserve edges better than linear filtering?: The Annals of Statistics, 1172-1206.
- Ben Said, A., Hadjidj, R., Eddine Melkemi, K., and Fougou, S., 2016, Multispectral image denoising with optimized vector non-local mean filter: Digital Signal Processing, **58**, 115-126.
- Black, M. J., Sapiro, G., Marimont, D. H., and Heeger, D., 1998, Robust anisotropic diffusion: IEEE Transactions on image processing, **7**(3), 421-432.
- Buades, A., Coll, B., and Morel, J. M., 2005, A non-local algorithm for image denoising: IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05).
- Buades, A., and Morel, J. M., 2005, A review of image denoising algorithms, with a new one: Multiscale Modeling and Simulation, **4**(2), 490-530.
- Dong, W. and Ding, H., 2016, Full frequency denoising method based on wavelet decomposition and noise-type detection: Neurocomputin, **214**, 902-909.
- Erdem, E., 2013, nonlinear diffusion, Hacettepe University, <http://web.cs.hacettepe.edu.tr/~erkut/bil717.s13/w03-nonlineardif.pdf>.
- Gerig, G., Kubler, O., Kikinis, R., Jolesz, F. A., 1992, Nonlinear anisotropic filtering of MRI data: IEEE Transactions on medical imaging, **11**(2), 221-232.
- Gonzalez, R. C., and Woods, R. E., 2009, Digital Image Processing.
- Hu, K., Cheng, Q., and Gao, X., 2016, Wavelet-domain TI Wiener-like filtering for complex

همان‌طور که در جدول ۲ و ۳ مشخص است، از نظر عددی معیارهای accuracy و specificity روش‌های مختلف به هم نزدیک می‌باشند ولی معیار performance که عبارت است از نسبت تعداد پیکسل‌های طبقه‌بندی درست به تعداد پیکسل‌هایی که اشتباه طبقه‌بندی شدند، اختلاف زیادی بین الگوریتم پیشنهادی و فیلترهای میانگین و میانه وجود دارد. با توجه به اینکه هدف از این تحقیق ارائه روش مناسب کاهش نوفه است تا رد ماهواره با دقت بهتر از پیکسل استخراج شود، الگوریتم پیشنهادی با توجه به بالا بودن میزان نرخ performance روش مناسبی برای کاهش نوفه می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی با ایجاد تغییرات در تصاویر اصلی، عملکرد مناسبی در شناسایی نوفه‌ها دارند و تصویر نهایی تولید شده در کاربردهای نجومی مناسب است.

۴ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با توجه به اهمیت اطلاعات هندسی و رادیومتریک موجود در تصاویر رقومی نجومی، روش پیشنهاد شده در این تحقیق راهکاری را جهت کاهش نوفه موجود در این گونه تصاویر به گونه‌ای ارائه می‌نماید که کمترین تغییر را در رد پای ثبت شده از ماهواره اعمال نماید. برای این منظور از الگوریتم کاهش نوفه با استفاده از معادله نفوذ که در آن ضریب نفوذ تابع غیرخطی از مکان پیکسل می‌باشد، استفاده شد. حل معادله نفوذ در این تحقیق به صورت عددی و پارامترهای مؤثر در آن با توجه به شاخص شباهت ساختاری به صورت تجربی محاسبه گردید. در نهایت به منظور ارزیابی میزان دقت روش پیشنهادی نتایج حاصل از این الگوریتم با خروجی حاصل از روش‌های فیلتر میانگین و میانه، به کمک چهار معیار accuracy، specificity، f_measure و performance rate مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج ارائه شده در جداول ۲ و ۳ حاکی از کارایی بالای این روش نسبت به دو روش

- image processing: *Pattern Recognition*, **46**(5), 1369-1381.
- Wang, Z., and Sheikh, H. R., et al., 2004, Image quality assessment: from error visibility to structural similarity: *IEEE transactions on image processing*, **13**(4), 600-612.
- Weeratunga, S. K., and Kamath, C., 2002, PDE-based nonlinear diffusion techniques for denoising scientific and industrial image: *International Society for Optics and Photonics*.
- Weeratunga, S. K., and Kamath, C., 2003, Comparison of PDE-based non-linear anisotropic diffusion techniques for image denoising: *International Society for Optics and Photonics*.
- Weickert, J., 1997, A review of nonlinear diffusion filtering: in *International Conference on Scale-Space Theories in Computer Vision*, Springer.
- Wong, A., Mishra, A., Bizheva, K., and Clausi, D. A., 2010, General Bayesian estimation for speckle noise reduction in optical coherence tomography retinal imagery: *Optics express*, **18**(8), 8338-8352.
- MR data denoising: *Magnetic Resonance Imaging*, **34**(8), 1128-1140.
- Lim, J. S., 1990, Two-dimensional signal and image processing.
- Perreault, S., and Hébert, P., 2007, Median filtering in constant time: *IEEE transactions on image processing*, **16**(9), 2389-2394.
- Perona, P., and Malik, J., 1990, Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion: *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, **12**(7), 629-639.
- Rajan, J., Kannan, K., and Kaimal, M., 2008, An improved hybrid model for molecular image denoising: *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **31**(1), 73-79.
- Farzaneh, S., Sharifi, M. A., and Kosary, M., 2017, Automatic satellite streaks detection in astronomical images: *Journal of the Earth and Space Physics*, **43**(3), 473-487.
- Tomasi, C., and Manduchi, R., 1998, Bilateral filtering for gray and color images, In *Computer Vision, Sixth International Conference on*, 839-846, IEEE.
- Tsiotsios, C., and Petrou, M., 2013, On the choice of the parameters for anisotropic diffusion in

Nonlinear diffusion noise reduction in astronomical images

Mohammad Ali Sharifi¹, Saeid Farzaneh^{2*}, and Mona Kosary³

¹Associate Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

²Assistant Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

³M. Sc. Student, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 24 April 2017, Accepted: 23 September 2017)

Summary

From ancient times, celestial bodies have been used by travelers and scientists for positioning and routing. By developing sciences, it was found that the celestial bodies form an accurate inertial system to use in navigation applications. In this system, each star is considered as a reference point in determining reference coordinate frame of the system. Due to the visibility of the satellite motion trace and the fundamental need to determine and modify satellites' orbital parameters as well as to identify and locate espial satellites, determining the positional parameters of the satellite is also one of the modern and important applications of vision-based astronomical systems. In the modern vision-based astronomical systems, data collection is done using charge-coupled device (CCD) array. During the process of light collision to the surface of the CCD and then reading and measuring the number of photoelectrons as well as converting them to the digital numbers to store them as grey degree in each pixel, the smallest mistakes that result in lost or added electrons on each pixel can lead to distortion and noise in the image. The process of noise elimination should not only eliminate or reduce the noise but also avoid blurring the image and removing or relocating the edges of the image. To determine the primary orbit of the satellite using an optical method, the streak of the satellite must be extracted accurately because the misdiagnosis of the beginning and end points of the streak directly affects the accuracy of the determined orbit. Therefore, we need to find noise elimination methods that impose the lowest possible effects to the key complications of the astronomical images such as star and satellite streak. In this study, it is attempted to eliminate the noises using diffusion equation and solving it numerically. On the other hand, to identify the accurate position of the edges, the gradient is calculated by through convoluting the main image by the Gaussian filter. In this study, a numerical method is used to solve diffusion equation. Heat diffusion equation is an iteration-based method. It is obvious that the more the paces and iterations in the equation, the smoother the image. This factor must be chosen such that the image brightness does not exceed the main range. For this purpose, the noise must be eliminated from the image by choosing appropriate number of iterations. In this research, the structural similarity index (SSI) is used to select the optimum number of iterations. As a result, in this research, it is attempted to use noise elimination methods that impose the lowest changes to the existing satellite's streak.

Keywords: star centroiding, nonlinear diffusion, noise reduction, satellite streak

*Corresponding author:

farzaneh@ut.ac.ir